PER MARIA NEW YORK ACADEMY OF SCIENCES 1876 PER TERRAS

Library

Found at
A.M.N.H.
1919

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

5.06(45.1)T2

N. Y. ACADEMY OF SCIENCES. JUL 10 1897

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOLUME TRENTADUESIMO

1896-97

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1896

Proprietà Letteraria

Torino — Vincenzo Bona, Tip. di S. M. e de' RR. Principi.

ELENCO

DEGLI

ACCADEMICI RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI STRANIERI E CORRISPONDENTI

AL 15 NOVEMBRE MDCCCXCVI.

PRESIDENTE

CARLE (Giuseppe), Dottore aggregato e Preside della Facoltà di Leggi, Professore di Filosofia del Diritto nella R. Università di Torino, Membro del Consiglio Superiore della Istruzione Pubblica, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, ✻, Comm. ☒.

VICE-PRESIDENTE

COSSA (Alfonso), Dottore in Medicina, Direttore della Regia Scuola d'Applicazione degli Ingegneri in Torino, Professore di Chimica docimastica nella medesima Scuola, e di Chimica minerale presso il R. Museo Industriale Italiano, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, e della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Socio Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Berlino, Socio ordinario non residente dell'Istituto d'Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Presidente della Reale Accademia di Agricoltura di Torino, e Socio dell'Accademia Gioenia di Catania, Socio onorario dell'Accademia Olimpica di Vicenza, Socio effettivo della Società Imperiale Mineralogica di Pietroburgo, Comm. ✻, ☒, e dell'O. d'Is. Catt. di Sp.

Tesoriere

Camerano (Lorenzo), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali, Professore di Anatomia comparata e di Zoologia e Direttore dei Musei relativi nella R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Membro della Società Zoologica di Francia, Membro corrispondente della Società Zoologica di Londra.

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

D'Ovidio (Enrico), Dottore in Matematica, Professore ordinario di Algebra e Geometria analitica, incaricato di Analisi superiore, e Preside della Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali nella R. Università di Torino; Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Napoli, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, Socio dell'Accademia Pontaniana, delle Società matematiche di Parigi e Praga, ecc.; Uffiz. ✻, Comm. ☙.

Segretario

Naccari (Andrea), Dottore in Matematica, Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, e della R. Accademia dei Lincei, Uffiz. ✻, ☙.

ACCADEMICI RESIDENTI

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Professore di Storia naturale nel R. Liceo *Cavour* di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, della Società Italiana di Scienze Naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro Corrispondente della Società Zoologica di Londra, dell'Accademia delle Scienze di Nuova York, della Società dei Naturalisti in Modena, della Società Reale delle Scienze di Liegi, e della Reale Società delle Scienze Naturali delle Indie Neerlandesi, e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro effettivo della Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca, Socio Straniero della *British Ornithological Union*, Socio Straniero onorario del *Nuttall Ornithological Club*, Socio Straniero dell'*American Ornithologist's Union*, e Membro onorario della Società Ornitologica di Vienna, Membro ordinario della Società Ornitologica tedesca, Uffiz. ☒, Cav. dell'O. di S. Giacomo del merito scientifico, letterario ed artistico (Portogallo).

Cossa (Alfonso), *predetto.*

Berruti (Giacinto), Direttore del R. Museo Industriale Italiano e dell'Officina governativa delle Carte-Valori, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Vice-Presidente del Consiglio Superiore delle Miniere, Gr. Uffiz. ☒; Comm. ✠, dell'O. di Francesco Giuseppe d'Austria, della L. d'O. di Francia, e della Repubblica di S. Marino.

D'Ovidio (Enrico), *predetto.*

Bizzozero (Giulio), Senatore del Regno, Professore e Direttore del Laboratorio di Patologia generale nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei e delle RR. Accademie di Medicina e di Agricoltura di Torino, Socio Straniero dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, Socio Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze,

Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Membro del Consiglio Superiore di Sanità, ecc., Uff. ✠ e Gr. Uffiz. ☒.

Ferraris (Galileo), Senatore del Regno, Ingegnere, Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Università di Torino; Professore di Fisica tecnica e Direttore del Laboratorio di Elettrotecnica nel R. Museo Industriale Italiano, Prof. di Fisica nella R. Scuola di Guerra, Membro del Comitato Internazionale dei pesi e delle misure e della Commissione Superiore metrica; Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Socio onorario della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino; Socio Straniero dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, Membro onorario della Società di Fisica di Francoforte sul Meno, dell'Associazione degli Ingegneri elettricisti dell'Istituto Montefiore di Liegi, della Society of Arts di Londra, ecc.; Uff. ✠; Comm. ☒, dell'O. di Franc. Gius. d'Austria e dell'O. reale della Corona di Prussia.

Naccari (Andrea), *predetto.*

Mosso (Angelo), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Fisiologia nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia di Medicina di Torino, Socio onorario della R. Accademia medica di Roma, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania, della R. Accademia medica di Genova, Socio dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, della Società Reale di Scienze mediche e naturali di Bruxelles, della Società fisico-medica di Erlangen, ecc. ecc., ✠, Comm. ☒.

Spezia (Giorgio), Ingegnere, Professore di Mineralogia e Direttore del Museo mineralogico della Regia Università di Torino, ☒.

Gibelli (Giuseppe), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Botanica e Direttore dell'Orto botanico della R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, ✻, ✉.

Giacomini (Carlo), Dottore aggregato in Medicina e Chirurgia, Professore di Anatomia umana, descrittiva, topografica ed Istologia, Corrispondente dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio della R. Accademia di Medicina di Torino e Direttore dell'Istituto Anatomico della Regia Università di Torino, ✻, ✉.

Camerano (Lorenzo), *predetto.*

Segre (Corrado), Dottore in Matematica, Professore di Geometria superiore e di Fisica matematica nella R. Università di Torino, Corrispondente della R. Accademia dei Lincei e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, ✉.

Peano (Giuseppe), Dottore in Matematica, Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, Socio della "*Sociedad Cientifica*" del Messico, Socio del Circolo Matematico di Palermo.

Volterra (Vito), Dottore in Fisica, Profess. di Meccanica razionale nella R. Università di Torino, ✉.

Jadanza (Nicodemo), Dottore in Matematica, Professore di Geodesia teoretica nella R. Università di Torino e di Geometria pratica nella R. Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri, Socio dell'Accademia Pontaniana di Napoli, ✉.

Foà (Pio), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Anatomia Patologica nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, ✉.

Guareschi (Icilio), Dottore in Scienze Naturali, Professore e Direttore dell'Istituto di Chimica Farmaceutica e Tossicologica nella R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Medicina di Torino, Socio della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena, Membro della Società Chimica di Berlino, ecc. ✉.

Guidi (Camillo), Ingegnere, Professore di Statica grafica e scienza delle costruzioni nella R. Scuola di Applicazione per gl'Ingegneri in Torino, ☒.

Fileti (Michele), Dottore in Chimica, Professore di chimica generale nella R. Università di Torino, Direttore della Scuola di Farmacia, ☒.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Brioschi (Francesco), Senatore del Regno, Direttore del R. Istituto tecnico superiore di Milano, Presidente della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Membro del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della Reale Accademia delle Scienze di Napoli, dell'Istituto di Bologna, ecc., Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Geometria), e delle Reali Accademie delle Scienze di Berlino, di Gottinga, di Pietroburgo, del Belgio, di Praga, di Erlangen, ecc., Dottore *ad honorem* delle Università di Heidelberg e di Dublino, Membro delle Società Matematiche di Parigi e di Londra e delle Filosofiche di Cambridge e di Manchester, Gr. Cord. ✠, della Legion d'Onore; ☒, ✧, Comm. dell'O. di Cr. di Port.

Cannizzaro (Stanislao), Senatore del Regno, Professore di Chimica generale nella R. Università di Roma, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio Corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Berlino, di Vienna e di Pietroburgo, Socio Straniero della R. Accademia delle Scienze di Baviera e della Società Reale di Londra, Comm. ✠, Gr. Uffiz. ☒; ✠.

Schiaparelli (Giovanni), Direttore del R. Osservatorio astronomico di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Reale di Napoli e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Astronomia), delle Accademie di Monaco, di Vienna,

di Berlino, di Pietroburgo, di Stockolma, di Upsala, di Cracovia, della Società de' Naturalisti di Mosca e della Società astronomica di Londra, Gr. Cord. ⊞; Comm. ❋; ⊕.

Siacci (Francesco), Senatore del Regno, Colonnello d'Artiglieria nella Riserva, Professore onorario della R. Università di Torino, Professore ordinario di Meccanica razionale ed Incaricato della Meccanica superiore nella R. Università di Napoli; Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, e dell'Accademia Pontaniana; Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna; Uff. ❋, Comm. ⊞, Cav. del Merito Militare di Spagna.

Cremona (Luigi), Senatore del Regno, Professore di Matematica superiore nella R. Università di Roma, Direttore della Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri, Membro del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione, Presidente della Società Italiana delle Scienze (detta dei XL), Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio del R. Istituto Lombardo, del R. Istituto d'Incoraggiamento di Napoli, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, delle Società Reali di Londra, di Edimburgo, di Gottinga, di Praga, di Liegi e di Copenaghen, delle Società matematiche di Londra, di Praga e di Parigi, delle Reali Accademie di Napoli, di Amsterdam e di Monaco, Membro onorario dell'Insigne Accademia romana di Belle Arti detta di San Luca, della Società Fisico-medica di Erlangen, della Società Filosofica di Cambridge e dell'Associazione britannica pel progresso delle Scienze, Membro Straniero della Società delle Scienze di Harlem, Socio Corrispondente delle Reali Accademie di Berlino e di Lisbona, e dell'Accademia Pontaniana in Napoli, Dottore (LL. D.) dell'Università di Edimburgo, Dottore (D. Sc.) dell'Università di Dublino, Professore emerito nell'Università di Bologna, Gr. Uffiz. ❋, Gr. Cord. ⊞, Cav. e Cons. ⊕.

Beltrami (Eugenio), Professore di Fisica matematica nella R. Università di Roma, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio effettivo del R. Istituto Lombardo e della R. Accademia

delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio estero della R. Accademia di Gottinga, Socio Corrispondente della R. Accademia di Berlino, della Società Reale di Napoli, dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Meccanica), della Società Matematica di Londra, Comm. ❋; ☞, ✠.

Fergola (Emanuele), Professore di Astronomia nella R. Università di Napoli, Socio ordinario residente della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli, Membro della Società italiana dei XL; Socio della R. Accademia dei Lincei, Socio residente dell'Accademia Pontaniana, Socio onorario del R. Istituto d'incoraggiamento alle Scienze naturali, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto, Comm. ❋, ☞.

Felici (Riccardo), Professore Emerito della R. Università di Pisa, Socio ordinario della Società italiana delle Scienze detta dei XL e della R. Accademia dei Lincei, Socio Corrispondente della Società Fisico-medica di Würzburg, del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere in Milano, della R. Accademia Lucchese di scienze, lettere ed arti, della R. Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna; ❋, Gr. Uff. ☞, ✠.

ACCADEMICI STRANIERI

Hermite (Carlo), Professore nella Facoltà di Scienze, Parigi.

Weierstrass (Carlo), Professore nell'Università di Berlino.

Thomson (Guglielmo), Professore nell'Università di Glasgow.

Gegenbaur (Carlo), Professore nell'Università di Heidelberg.

Virchow (Rodolfo), Professore nell'Università di Berlino.

Koelliker (Alberto von), Professore nell'Università di Würzburg.

Sylvester (Giacomo Giuseppe), Professore nell'Università di Oxford.

Bertrand (Giuseppe Luigi), Professore nel Collegio di Francia, membro dell'Istituto di Parigi.

CORRISPONDENTI

SEZIONE

DI MATEMATICHE PURE

TARDY (Placido), Professore emerito della R. Università di Genova . . . . . *Firenze*

CANTOR (Maurizio), Prof. nell'Università di *Heidelberg*

SCHWARZ (Ermanno A.), Professore nella Università di . . . . . *Gottinga*

KLEIN (Felice), Professore nell'Università di *Gottinga*

DINI (Ulisse), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . . *Pisa*

BERTINI (Eugenio), Professore nella Regia Università di . . . . . *Pisa*

DARBOUX (G. Gastone), dell'Istit. di Francia *Parigi*

POINCARÉ (G. Enrico), dell'Istit. di Francia *Parigi*

NOETHER (Massimiliano), Professore nell'Università di . . . . . *Erlangen*

BIANCHI (Luigi), Professore nella R. Università di . . . . . *Pisa*

LIE (Sophus), Professore nella R. Università di . . . . . *Lipsia*

JORDAN (Camillo), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto di . *Parigi*

MITTAG-LEFFLER (Gustavo), Professore a . *Stoccolma*

SEZIONE

DI MATEMATICHE APPLICATE, ASTRONOMIA E SCIENZA DELL'INGEGNERE CIVILE E MILITARE

TACCHINI (Pietro), Direttore dell'Osservatorio del Collegio Romano. . . . *Roma*

FASELLA (Felice), Direttore della Scuola navale Superiore di. . . . . *Genova*

HOPKINSON (Giovanni), della Società Reale di *Londra*

ZEUNER (Gustavo), Prof. nel Politecnico di *Dresda*

EWING (Giovanni Alfredo), Professore nell'Università di . . . . . *Cambridge*

LORENZONI (Giuseppe), Prof. nella R. Università di . . . . . *Padova*

CELORIA (Giovanni), Astronomo all'Osservatorio di . . . . . *Milano*

HELMERT (F. Roberto), Professore nell'Università di Berlino . . . . . *Berlino*

SEZIONE

DI FISICA GENERALE E SPERIMENTALE

Blaserna (Pietro), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . *Roma*

Kohlrausch (Federico), Presidente dell'Istituto Fisico-Tecnico in . . . . . *Charlottenburg*

Cornu (Maria Alfredo), dell'Istit. di Francia *Parigi*

Villari (Emilio), Professore nella R. Università di . . . . . *Napoli*

Roiti (Antonio), Professore nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in *Firenze*

Wiedemann (Gustavo), Professore nell'Università di . . . . . *Lipsia*

Righi (Augusto), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . *Bologna*

Lippmann (Gabriele), dell'Istituto di Francia *Parigi*

Rayleigh (Lord Giovanni Guglielmo), Professore nella " *Royal Istitution* „ di . . . . *Londra*

Thomson (Giuseppe Giovanni), Professore nell'Università di . . . . . *Cambridge*

Boltzmann (Luigi), Professore nell'Università di . . . . . *Vienna*

SEZIONE

DI CHIMICA GENERALE ED APPLICATA

PLANTAMOUR (Filippo), Prof. di Chimica . *Ginevra*

WILL (Enrico), Professore di Chimica . . *Giessen*

BUNSEN (Roberto Guglielmo), Professore di Chimica . . . . . *Heidelberg*

BERTHELOT (Marcellino), dell'Istit. di Francia *Parigi*

PATERNÒ (Emanuele), Professore di Chimica nella R. Università di . . . . . *Palermo*

KÖRNER (Guglielmo), Professore di Chimica organica nella R. Scuola super. d'Agricoltura in *Milano*

FRIEDEL (Carlo), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

FRESENIUS (Carlo Remigio), Professore a . *Wiesbaden*

BAEYER (Adolfo von), Professore nell'Università di . . . . . *Monaco* (Baviera)

WILLIAMSON (Alessandro Guglielmo), della R. Società di . . . . . *Londra*

THOMSEN (Giulio), Prof. nell'Università di . *Copenaghen*

LIEBEN (Adolfo), Professore nell'Università di *Vienna*

MENDELEJEFF (Demetrio), Professore nell'Imp. Università di . . . . . *Pietroburgo*

HOFF (J. H. van't), Prof. nell'Università di *Amsterdam*

SEZIONE

DI MINERALOGIA, GEOLOGIA E PALEONTOLOGIA

Strüver (Giovanni), Professore di Mineralogia nella R. Università di . . . . . *Roma*

Rosenbusch (Enrico), Prof. nell'Università di *Heidelberg*

Nordenskiöld (Adolfo Enrico), della R. Accademia delle Scienze di . . . . . *Stoccolma*

Zirkel (Ferdinando), Professore a . . . *Lipsia*

Des Cloizeaux (Alfredo Luigi Oliviero Legrand), dell'Istituto di Francia . . . . . *Parigi*

Capellini (Giovanni), Professore nella Regia Università di . . . . . *Bologna*

Tschermak (Gustavo), Prof. nell'Università di *Vienna*

Arzruni (Andrea), Professore nell'Istituto tecnico sup. *(technische Hochschule)* . . . . . *Aquisgrana*

Klein (Carlo), Professore nell'Università di *Berlino*

Geikie (Arcibaldo), Direttore del Museo di Geologia pratica . . . . . *Londra*

Fouqué (Ferdinando Andrea), Professore nel Collegio e membro dell'Istituto di Francia . . *Parigi*

SEZIONE

DI BOTANICA E FISIOLOGIA VEGETALE

Trévisan de Saint-Léon (Conte Vittore), Corrispondente del R. Istituto Lombardo . . *Milano*

Gennari (Patrizio), Professore di Botanica nella R. Università di *Cagliari*

Caruel (Teodoro), Professore di Botanica nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in *Firenze*

Ardissone (Francesco), Professore di Botanica nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in *Milano*

Saccardo (Andrea), Professore di Botanica nella R. Università di . . *Padova*

Hooker (Giuseppe Dalton), Direttore del Giardino Reale di Kew . . . . *Londra*

Sachs (Giulio von), Prof. nell'Università di *Würzburg*

Delpino (Federico), Professore nella R. Università di . . . . . *Napoli*

Pirotta (Romualdo), Professore nella Regia Università di . . . . . *Roma*

Strasburger (Edoardo), Professore nell'Università di . . . . . *Bonn*

Mattirolo (Oreste), Professore nella R. Università di . . . . . *Bologna*

SEZIONE

DI ZOOLOGIA, ANATOMIA E FISIOLOGIA COMPARATA

De Selys Longchamps (Edmondo) . . . *Liegi*

Philippi (Rodolfo Armando) . . . . . *Santiago* (Chili)

Golgi (Camillo), Professore nella R. Università di . . . . . *Pavia*

Haeckel (Ernesto), Prof. nell'Università di *Jena*

Sclater (Filippo Lutley), Segretario della Società Zoologica di . . . . . *Londra*

Fatio (Vittore), Dottore . . . . . *Ginevra*

Kovalewski (Alessandro), Professore nell'Università di . . . . . *Odessa*

Locard (Arnould), dell' Accademia delle Scienze di . . . . . *Lione*

Chauveau (G. B. Augusto), Membro dell'Istituto di Francia, Professore alla Scuola di Medicina di . . . . . *Parigi*

Foster (Michele), Profess. nell'Università di *Cambridge*

Heindenhain (Rodolfo), Professore nell'Università di . . . . . *Breslavia*

Waldeyer (Guglielmo), Professore nell'Università di . . . . . *Berlino*

Guenther (Alberto) . . . . . *Londra*

Flower (Guglielmo Enrico), Direttore del Museo di Storia naturale . . . . . *Londra*

Edwards (Alfonso Milne), Membro dell'Istituto di Francia . . . . . *Parigi*

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore

Claretta (Barone Gaudenzio), Dottore in Leggi, Socio e Segretario della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Membro della Commissione conservatrice dei monumenti di antichità e belle arti della Provincia ecc., Comm. ✠, Gr. Uffiz. ☙.

Segretario

Ferrero (Ermanno), Dottore in Giurisprudenza, Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia e Professore di Archeologia nella R. Università di Torino, Professore di Storia militare nell'Accademia Militare, R. Ispettore per gli scavi e le scoperte di antichità nel Circondario di Torino, Consigliere della Giunta Superiore per la Storia e l'Archeologia, Membro della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le antiche Provincie e la Lombardia, Membro e Segretario della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Socio Corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie di Romagna, dell'Imp. Instituto Archeologico Germanico e della Società Nazionale degli Antiquarii di Francia, Insignito della Medaglia del merito civile di 1ª cl. della Repubblica di S. Marino, ☙.

ACCADEMICI RESIDENTI

Peyron (Bernardino), Professore di Lettere, Bibliotecario Onorario della Biblioteca Nazionale di Torino, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Gr. Uffiz. ❋, Uffiz. ☙.

Vallauri (Tommaso), Senatore del Regno, Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia e Professore di Letteratura latina nella Regia Università di Torino, Membro della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Accademico d'onore della Romana Accademia delle Belle Arti di San Luca, Socio Corrispondente della R. Accademia della Crusca, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia Romana di Archeologia, del Circolo Filologico di Torino, della Società Emulatrice per le Scienze e le Arti in Italia (Napoli), della R. Accademia Palermitana di Scienze, Lettere ed Arti, della Società storica di Dallas Texas (America del Nord), Presidente onorario dell'Accademia Dante Allighieri di Catania, Gr. Cord. ❋ e Comm. ☙, Cav. dell'Ordine di S. Gregorio Magno.

Claretta (Barone Gaudenzio), *predetto.*

Rossi (Francesco), Dottore in Filosofia, Professore d'Egittologia nella R. Università di Torino, Vice-Direttore del R. Museo di Antichità a riposo, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei e della Società per gli Studi biblici in Roma, ☙.

Manno (Barone D. Antonio), Membro e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro del Consiglio degli Archivi, Commissario di S. M. presso la Consulta araldica, Dottore *honoris causa* della R. Università di Tübingen, Comm. ❋, Gr. Uffiz. ☙, Cav. d'on. e devoz. del S. O. M. di Malta.

Bollati di Saint-Pierre (Barone Federigo Emanuele), Dottore in Leggi, Soprintendente agli Archivi Piemontesi e Di-

rettore dell'Archivio di Stato in Torino, Membro del Consiglio d'Amministrazione presso il R. Economato generale delle antiche Provincie, Corrispondente della Consulta araldica, Vice-Presidente della Commissione araldica per il Piemonte, Membro della R. Deputazione sopra gli studi di storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia e della Società Accademica d'Aosta, Socio corrispondente della Società Ligure di Storia patria, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, della Società Colombaria Fiorentina, della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie della Romagna, della nuova Società per la Storia di Sicilia e della Società di Storia e di Archeologia di Ginevra, Membro onorario della Società di Storia della Svizzera Romanza, dell'Accademia del Chablais, e della Società Savoina di Storia e di Archeologia ecc., Uffiz. ❋, Comm. ☙.

Schiaparelli (Luigi), Dottore aggregato alle Facoltà di Lettere e Filosofia, Professore di Storia antica nella R. Università di Torino, Comm. ❋, e ☙.

Pezzi (Domenico), Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia, Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neo-latine nella R. Università di Torino, ☙.

Ferrero (Ermanno), *predetto.*

Carle (Giuseppe), *predetto.*

Nani (Cesare), Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza, Professore di Storia del Diritto nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia Patria, Uff. ❋, ☙.

Cognetti De Martiis (Salvatore), Professore di Economia politica nella R. Università di Torino, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei e della R. Accademia dei Georgofili, ❋, Comm. ☙.

Graf (Arturo), Professore di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Membro della Società romana di Storia patria, Uffiz. ❋ e ⚭.

Boselli (Paolo), Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Genova, già Professore nella R. Università di Roma, Professore Onorario della R. Università di Bologna, Vice-Presidente della R. Deputazione di Storia Patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio Corrispondente dell'Accademia dei Georgofili, Presidente della Società di Storia patria di Savona, Socio onorario della Società Ligure di Storia Patria, Socio della R. Accademia di Agricoltura, Deputato al Parlamento nazionale, Presidente del Consiglio provinciale di Torino, Gr. Uffiz. ❋, Gr. Cord. ⚭, Gr. Cord. dell'Aquila Rossa di Prussia, dell'Ordine di Alberto di Sassonia, dell'Ord. di Bertoldo I di Zähringen (Baden), e dell'Ordine del Sole Levante del Giappone, Gr. Uffiz. O. di Leopoldo del Belgio, Uffiz. della Cor. di Pr., della L. d'O. di Francia, e C. O. della Concezione del Portogallo.

Cipolla (Conte Carlo), Dottore in Filosofia, Professore di Storia moderna nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio effettivo della R. Deputazione Veneta di Storia patria, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio Corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Monaco (Baviera), e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Uffiz. ⚭.

Brusa (Emilio), Dottore in Leggi, Professore di Diritto e Procedura Penale nella R. Università di Torino, Consigliere superiore della Pubblica Istruzione, Socio Corrispondente dell'Accademia di Legislazione di Tolosa (Francia), Presidente dell' Istituto di Diritto internazionale, Socio Onorario della Società dei Giuristi Svizzeri e Corrispondente della R. Accademia di Giurisprudenza e Legislazione di Madrid, di quella di Barcellona, della Società Generale delle Prigioni di Francia, di quella di Spagna, della R. Accademia Peloritana, della R. Accademia di Scienze Morali e Politiche di Napoli, del R. Istituto

Lombardo di Scienze e Lettere e di altre, Comm. ✠ e dell'Ordine di San Stanislao di Russia, *Officier d'Académie* della Repubblica francese, ✠.

Perrero (Domenico), Dottore in Leggi, Membro della R. Deputazione sovra gli Studi di Storia Patria per le Antiche Provincie e la Lombardia.

Allievo (Giuseppe), Dottore in Filosofia, Professore di Pedagogia e Antropologia nella R. Università di Torino, Socio Onorario della R. Accademia delle Scienze di Palermo, della Accademia di S. Anselmo di Aosta, dell'Accademia dafnica di Acireale e dell'Accademia cattolica panormitana, Comm. ✠, ✠.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Carutti di Cantogno (Barone Domenico), Senatore del Regno, Presidente della R. Deputazione sovra gli studi di storia patria per le Antiche Provincie e Lombardia, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Membro dell'Istituto Storico Italiano, Socio Straniero della R. Accademia delle Scienze Neerlandese, e della Savoia, Socio Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco in Baviera, ecc. ecc., Gr. Uffiz. ✠ e ✠, Cav. e Cons. ✠, Gr. Cord. dell'O. del Leone Neerlandese e dell'O. d'Is. la Catt. di Spagna, ecc.

Reymond (Gian Giacomo), già Professore di Economia politica nella Regia Università di Torino, ✠.

Canonico (Tancredi), Senatore del Regno, Professore, Presidente di Sezione della Corte di Cassazione di Roma, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Socio della R. Accad. delle Scienze del Belgio, di quella di Palermo, della Società Generale delle Carceri di Parigi, Consigliere del Contenzioso Diplomatico, Comm. ✠, e Gr. Croce ✠, Cav. ✠, Comm. dell'Ord. di Carlo III di Spagna, Gr. Uffiz. dell'Ord. di Sant'Olaf di Norvegia, Gr. Cord. dell'O. di S. Stanislao di Russia.

Tosti (D. Luigi), Abate Benedettino Cassinese, Vice Archivista degli Archivi Vaticani, della Accademia Reale di Napoli, Membro onorario del Consiglio per gli Archivi del Regno.

Berti (S. E. Domenico), Ministro di Stato, Primo Segretario di S. M. pel Gran Magistero dell'Ordine Mauriziano, Cancelliere dell'Ordine della Corona d'Italia, Senatore del Regno, Professore emerito delle RR. Università di Torino, di Bologna, e di Roma, Socio Nazionale della Regia Accademia dei Lincei, Socio Corrispondente della R. Accademia della Crusca e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro delle RR. Deputazioni di Storia patria del Piemonte e dell'Emilia, Gr. Cord. ✻, e ☒; Cav. e Cons. ⊕, Gr. Cord. della Leg. d'O. di Francia, dell'Ordine di Leopoldo del Belgio, dell'Ordine di San Marino, ecc. ecc.

Villari (Pasquale), Senatore del Regno, Professore di Storia moderna e Presidente della Sezione di Filosofia e Lettere nell'Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia di Napoli, della R. Accademia dei Georgofili, Vicepresidente della R. Deputazione di Storia Patria per la Toscana, l'Umbria e le Marche, Socio di quella per le provincie di Romagna, Socio Straordinario della R. Accademia di Baviera, Socio Straniero dell'Accademia di Scienze di Gottinga, della R. Accademia Ungherese, Dott. On. in Legge della Università di Edimburgo, di Halle, Dott. On. in Filosofia dell'Università di Budapest, Professore emerito della R. Università di Pisa, Gr. Uffiz. ✻ e ☒, Cav. ⊕, Cav. del Merito di Prussia, ecc., ecc.

Comparetti (Domenico), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Pisa e dell'Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo, del R. Istituto Veneto, della R. Accademia delle Scienze di Napoli e dell'Accademia della Crusca, Membro della Società Reale pei testi di lingua, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) e della R. Accademia delle Scienze di Monaco, di Vienna, di Copenhagen, Uff. ✻, Comm. ☒, Cav. ⊕.

ACCADEMICI STRANIERI

Mommsen (Teodoro). Professore nella Regia Università di Berlino.

Müller (Massimiliano). Professore nell'Università di Oxford.

Meyer (Paolo). Professore nel Collegio di Francia. Direttore dell'*Écoles des Chartes* a Parigi.

Paris (Gastone). Professore nel Collegio di Francia. Parigi.

Böhtlingk (Ottone). Professore nell'Università di Lipsia.

Tobler (Adolfo). Professore nell'Università di Berlino.

Arneth (Alfredo von). Direttore dell'Archivio imperiale di Vienna.

Maspero (Gastone). Profess. nel Collegio di Francia. Parigi.

CORRISPONDENTI

SEZIONE

DI SCIENZE FILOSOFICHE

Rendu (Eugenio) . . . . . *Brécourt*

Bonatelli (Francesco), Professore nella Regia Università di . . . . . *Padova*

Pinloche (Augusto), Professore nella Università di . . . . . *Lilla*

Tocco (Felice), Professore nel R. Istituto di Studi Superiori pratici e di perfezionamento di *Firenze*

Cantoni (Carlo), Professore nella R. Università di . . . . . *Pavia*

Chiappelli (Alessandro), Professore nella R. Università di . . . . . *Napoli*

SEZIONE

DI SCIENZE GIURIDICHE E SOCIALI

Lampertico (Fedele), Senatore del Regno . *Vicenza*

Serafini (Filippo), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di. . . . . *Pisa*

Serpa Pimentel (Antonio di), Consigliere di Stato . . . . . *Lisbona*

Rodriguez de Berlanga (Manuel) . *Malaga*

Schuffer (Francesco), Professore nella Regia Università di *Roma*

Gabba (Carlo Francesco), Professore nella R. Università di . . . *Pisa*

Buonamici (Francesco), Professore nella R. Università di . . . *Pisa*

Dareste (Rodolfo), dell'Istituto di Francia *Parigi*

SEZIONE

DI SCIENZE STORICHE

Adriani (P. Giambattista), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia Patria . . . *Cherasco*

Perrens (Francesco), dell'Istituto di Francia *Parigi*

Haulleville (Prospero de) . . . *Bruxelles*

Wallon (Alessandro), Segretario perpetuo dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) . . . . . *Parigi*

Willems (Pietro), Professore nell'Università di . . . . . *Lovanio*

Birch (Walter de Gray), del Museo Britannico di . . . . . *Londra*

Capasso (Bartolomeo), Sovrintendente degli Archivi Napoletani . . . . . *Napoli*

WATTENBACH (Guglielmo), Professore nell'Università di . . . . . *Berlino*

CHEVALIER (Canonico Ulisse) . . . . . *Romans*

DE SIMONI (Cornelio), Direttore del R. Archivio di Stato in . . . . . *Genova*

DUCHESNE (Luigi), Direttore della Scuola Francese in . . . . . *Roma*

BRYCE (Giacomo) . . . . . *Londra*

PATETTA (Federico), Professore nella R. Università di . . . . . *Siena*

SEZIONE

DI ARCHEOLOGIA

PALMA di CESNOLA (Conte Luigi), Direttore del Museo Metropolitano di Arti a . . . . *New-York*

LATTES (Elia), Membro del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere . . . . . *Milano*

POGGI (Vittorio), Bibliotecario e Archivista civico a . . . . . *Savona*

PLEYTE (Guglielmo), Conservatore del Museo Egizio a . . . . . *Leida*

PALMA DI CESNOLA (Cav. Alessandro), Membro della Società degli Antiquarii di . . . . . *Londra*

MOWAT (Roberto), Membro della Società degli Antiquari di Francia . . . . . *Parigi*

NADAILLAC (Marchese I. F. Alberto de) . *Parigi*

BRIZIO (Eduardo), Professore nell'Università di . . . . . *Bologna*

BARNABEI (Felice), Direttore del Museo Nazionale Romano . . . . . *Roma*

GATTI (Giuseppe) . . . . . *Roma*

SEZIONE

DI GEOGRAFIA ED ETNOGRAFIA

KIEPERT (Enrico), Professore nell'Università di . . . . . *Berlino*

PIGORINI (Luigi), Professore nella R. Università di . . . . . *Roma*

DALLA VEDOVA (Giuseppe), Professore nella R. Università di . . . . . *Roma*

MARINELLI (Giovanni), Professore nel R. Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . . . *Firenze*

SEZIONE

DI LINGUISTICA E FILOLOGIA ORIENTALE

KREHL (Ludolfo), Professore nell'Università di *Dresda*

SOURINDRO MOHUN TAGORE . . . . . *Calcutta*

ASCOLI (Graziadio), Senatore del Regno, Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di *Milano*

WEBER (Alberto), Professore nell'Università di . . . . . *Berlino*

KERBAKER (Michele), Professore nella R. Università di . . . . . *Napoli*

MARRE (Aristide) . . . . . *Vaucresson* (Francia)

OPPERT (Giulio), Prof. nel Collegio di Francia *Parigi*

GUIDI (Ignazio), Professore nella R. Università di . . . . . *Roma*

AMELINAU (Emilio), Professore nella " *École des Hautes Études* " di . . . . . *Parigi*

FOERSTER (Wendelin), Professore nell'Università di . . . . . *Bonn*

SEZIONE

DI FILOLOGIA, STORIA LETTERARIA E BIBLIOGRAFIA

BRÉAL (Michele), Professore nel Collegio di Francia . . . . . *Parigi*

D'ANCONA (Alessandro), Professore nella R. Università di . . . . . *Pisa*

NIGRA (S. E. Conte Costantino), Ambasciatore d'Italia a . . . . . *Vienna*

RAJNA (Pio), Professore nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . . *Firenze*

DEL LUNGO (Isidoro), Socio residente della R. Accademia della Crusca . . . . . *Firenze*

MUTAZIONI

AVVENUTE

nel Corpo Accademico dal 17 Novembre 1895 al 30 Novembre 1896.

ELEZIONI

SOCI

Guareschi (Icilio), Professore di Chimica farmaceutica nella R. Università di Torino, eletto Socio Nazionale residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 12 gennaio 1896, ed approvato con R. Decreto.

Fergola (Emanuele), Professore nella R. Università di Napoli, eletto Socio Nazionale non residente, id. id.

Felici (Riccardo), Professore nella R. Università di Pisa, eletto Socio Nazionale non residente, id. id.

Sylvester (Giacomo Giuseppe), Professore all'Università di Oxford, eletto Socio Straniero, id. id.

Bertrand (Giuseppe Luigi), Professore al Collegio di Francia e Membro dell'Istituto, eletto Socio Straniero, id. id.

Jordan (Camillo), Professore al Collegio di Francia e Membro dell'Istituto, nominato Socio Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematiche pure) nell'adunanza del 12 gennaio 1896.

Mittag-Leffler (Gustavo), Professore a Stoccolma, eletto Socio Corrispondente id. id. (Sezione di Matematiche pure), id. id.

Celoria (Giovanni), 1° Astronomo nel R. Osservatorio di Milano, id. id. (Sezione di Matematiche applicate, astronomia e scienza dell'ingenere civile e militare), id. id.

Helmert (F. Roberto), Professore nell'Università di Berlino, id. id.

Thomson (Giuseppe Giovanni), Professore nell'Università di Cambridge, id. id. (Sezione di Fisica generale e sperimentale), id. id.

Boltzmann (Luigi), Professore nella Università di Vienna, id. id.

Bryce (Giacomo) di Londra, eletto Socio Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze storiche) nell'adunanza del 15 Marzo 1896.

Patetta (Federico), Professore nella R. Università di Siena, id. id.

Pinloche (Augusto), Professore nell' Università di Lilla, id. id. (Sezione di Scienze filosofiche), id. id.

Gatti (Giuseppe), Avvocato in Roma, id. id. (Sezione di Scienze storiche), id. id.

Tocco (Felice), Professore di Storia della Filosofia nel R. Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze, id. id. (Sezione di Scienze filosofiche), id. id.

Cantoni (Carlo), Professore di Filosofia teoretica nella R. Università di Pavia, id. id.

Chiappelli (Alessandro), Professore di Storia della Filosofia nella R. Università di Napoli, id. id.

Guidi (Camillo), Professore nella R. Scuola di Applicazione per gl'Ingegneri in Torino, eletto Socio Nazionale residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 31 Maggio ed approvato con R. Decreto dell'11 Giugno 1896.

Fileti (Michele), Professore nella R. Università di Torino, eletto Socio Nazionale residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 31 Maggio ed approvato con R. Decreto dell'11 Giugno 1896.

MORTI

29 Novembre 1895.

Del Leva (Giuseppe), Socio Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di scienze storiche).

15 Gennaio 1896.

Negroni (Carlo), Socio Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di filologia, storia orientale e bibliografia).

29 Gennaio 1896.

Fiorelli (Giuseppe), Socio Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Archeologia).

10 Febbraio 1896.

Ricci (Marchese Matteo), Socio nazionale non residente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

18 Febbraio 1896.

Negri (Barone Cristoforo), Socio Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Geografia e Etnografia).

10 Maggio 1896.

Cossa (nobile Luigi), Socio Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze giuridiche e sociali).

25 Maggio 1896.

Menabrea, Marchese di Val Dora (S. E. Luigi Federigo), Socio Nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

29 Maggio 1896.

Daubrée (Gabriele Augusto), Socio Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia).

10 Luglio 1896.

Bonjean (Giuseppe), Socio Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Chimica generale ed applicata).

11 Luglio 1896.

Curtius (Ernesto), Socio straniero della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

13 Luglio 1896.

Kekulé (Augusto), Socio Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Chimica generale ed applicata).

18 Luglio 1896.

Bartoli (Adolfo), Socio Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Fisica generale e sperimentale).

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 15 Novembre 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA

VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: D'Ovidio, Direttore della Classe, Bizzozero, Gibelli, Giacomini, Camerano, Segre, Peano, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti e Naccari Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza del 21 Giugno 1896 che viene approvato.

Il Presidente aprendo questa prima seduta dell'anno accademico, dà il benvenuto ai colleghi e dice che, se fosse stato presente il collega Ferraris, si sarebbe rallegrato con lui a nome di tutta la Classe per il meritato attestato d'onore avuto dal Re con la nomina a Senatore del Regno.

Il Presidente dà poi notizia del telegramma di felicitazione inviato a S. M. il Re dalla Presidenza dell'Accademia nella occasione delle nozze del Principe di Napoli e del telegramma di ringraziamento inviato dal Ministro della Real Casa.

Il Presidente partecipa che fra pochi giorni verrà solennizzato nell'Università di Roma il settantesimo natalizio del professore Stanislao Cannizzaro Socio Nazionale non residente dell'Accademia. Il Presidente chiede facoltà d'inviare, in quella circostanza, un telegramma di felicitazione a nome della Classe. Questa approva all'unanimità.

Il Segretario comunica pure un manoscritto del signor RAPHAEL GAYO Y PALOMO intitolato: " *Méthode pour la détermination des coordonnées géographiques etc.* ".

La Classe incarica il Socio JADANZA dell'esame del manoscritto, sul quale l'Autore chiede un giudizio dell'Accademia.

Il Segretario presenta alla Classe le pubblicazioni inviate durante le vacanze dai Soci: Giovanni SCHIAPARELLI, Emilio VILLARI, Augusto RIGHI, Ernesto HAECKEL, Alberto KOELLIKER, Marcellino BERTHELOT, Enrico ROSENBUSCH, Rodolfo A. PHILIPPI.

Il Socio D'OVIDIO presenta l'opera del signor Ing. Camillo BOGGIO intitolata: " *Gli architetti Carlo ed Amedeo Castellamonte e lo sviluppo edilizio di Torino nel secolo XVII* " e ne rileva i pregi. Parla pure con lode dell'opera del Prof. Gino LORIA intitolata: " *Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche* ", la cui seconda edizione fu inviata in dono all'Accademia dall'autore durante le vacanze.

Vengono accolte per gli *Atti* le seguenti note:

1° " *Anomalie di sviluppo dell'embrione umano* "; nota del Socio GIACOMINI.

2° " *Le tangenti multiple della Caylegana di una quadrica piana generale* "; nota del Prof. Eugenio BERTINI Socio Corrispondente, presentata dal Socio Segre.

3° " *Le classi finite* "; nota del Prof. Cesare BURALI-FORTI presentata dal Socio PEANO.

4° " *Sul moto di un dielettrico in un campo magnetico* "; nota del Dott. Adolfo CAMPETTI presentata dal Socio NACCARI.

Viene affidata all'esame di una Commissione la Memoria dell'Ing. Luigi LOMBARDI intitolata: " *Ricerche sopra sostanze diamagnetiche e debolmente magnetiche* "; presentata dal Socio NACCARI a nome del Socio FERRARIS.

LETTURE

Ricerche sperimentali sul lavoro muscolare nell'aria compressa;

Nota del Dott. COSTANZO ZENONI (*).

Secondo lo stato delle nostre conoscenze sulla serie dei cambiamenti chimici che avvengono nel muscolo attivo (Eccles (1). Noël Paton (2)), noi dobbiamo attribuire la fatica muscolare e l'impotenza al lavoro continuato dopo un certo tempo, all'accumularsi di prodotti parzialmente ossidati nel muscolo (acido urico e creatinina dalle sostanze azotate; CO_2 e acido sarcolattico dagli idrocarburi). Inoltre, come ammette Richet (3), il muscolo che non riceve più sangue è capace di ricuperare la sua attività fissando l'O atmosferico. Ne risulta che la fatica può essere riparata per il solo soccorso dell'O senza l'intervento delle materie azotate o carboidrate. È dunque presumibile che, mediante un'ossidazione più attiva del sistema muscolare, come ad esempio in un'aria più compressa del normale (Vivenot (4), Lange (5), Panum, Sandhal, Lhmorsky (6), Foley (7), Forlanini (8),

(*) Questa nota venne presentata nell'Adunanza del 21 Giugno 1896.

(1) Eccles, *The Advantages of Oxidation,* " The Lancet „, nov. 1895.

(2) Noël Paton, *Muscular Energy: The Present State of our Knowledge in regard to its source,* " Edinburgh Medical Journal „, 1895, p. 1081.

(3) Richet, *De la fatigue musculaire,* " Soc. de Biologie „, 12 févr. 1896.

(4) Vivenot, *Zur Kenntniss d. physiol. Wirk. u. d. therap. Anwendung d. verdicht. Luft,* " Virch. Arch. „, 1860.

(5) Lange, *Ueber comprim. Luft, ihre physiol. Wirk. u. ihre therap. Bedeutung.*

(6) Lhmorsky, " Centralb. f. Med. Wiss. „, 1884, p. 433.

(7) Foley, *Du travail dans l'air comprimé,* Paris, 1863, Baillière.

(8) Forlanini, *Brevissimi cenni sull'aeroterapia e sullo stabilimento medico-pneumatico di Milano,* " Gazzetta medica italiana-lombarda „, n. 47-49, 1875. — *Dell'azione meccanica del bagno d'aria compressa,* Id., n. 13, 1877. — *Sull'aeroterapia,* 5° Congresso medico internaz., 25-28 ottobre 1892.

ed altri), debba aumentare il potere di contrattilità della fibra muscolare e la resistenza all'affaticamento.

È noto infatti che gli operai delle cave di carbon fossile e delle pilazioni dei ponti possono eseguire lavori faticosi sotto tre e più atmosfere di pressione (fino a 10 secondo Baur). In queste condizioni gli operai sentono meno la fatica che all'aria libera, e le contrazioni dei muscoli sono più energiche (Foley). Inoltre le dinamometrie fatte da Lange e alcune osservazioni di Forlanini mediante i manubri, dimostrano che aumenta la forza muscolare nell'aria compressa. Riguardo ancora al rapporto tra le variazioni barometriche, ed il lavoro muscolare, Pelletan e Foissac, osservano in base a una credenza popolare, che quando sale il barometro gli uomini sono più energici ed esperti nei loro movimenti; Vivenot, nell'aumento barometrico constata aumentato il vigore muscolare; Warren Lombard (1) infine arriva alla conclusione che la pressione atmosferica aumentata accresce l'energia muscolare.

Io ho voluto studiare la questione del lavoro muscolare dell'uomo nell'aria compressa, servendomi dell'ergografo di Mosso (2) e dell'eccitamento elettrico, allo scopo di misurare l'affaticamento e l'eccitabilità di determinati muscoli.

Le mie ricerche sono state eseguite alla pressione di $\frac{1}{2}$ 1 atmosfera, che è la massima raggiungibile nel bagno pneumatico, di cui dispone la clinica medica propedeutica di Torino.

Il bagno pneumatico è costituito da una cameretta a pareti metalliche robustissime, nella quale viene spinta l'aria dall'esterno mediante una pompa ad acqua animata da un motore a gas. Nell'interno della camera pneumatica, trovano posto due persone e un tavolino di adatta costruzione con gli apparecchi necessari. Per esigenze di spazio la posizione del soggetto che lavora all'ergografo è quella in piedi invece di quella ordinariamente seduta. Per evitare però errori dipendenti dalla posizione, sono state sempre eseguite nel bagno anche le esperienze di confronto alla pressione esterna.

(1) Warren P. Lombard, *Some of the influences wich affect the power of voluntary muscular contractions*. " Journal of Physiology ,, XIII, 1-2, 1892

(2) Mosso, *Les lois de la fatigue étudiées dans les muscles de l'homme*. " Arch. it. de biologie ,, t. XIII, fasc. I, p. 123.

L'affaticamento nell'aria compressa venne studiato eseguendo singoli tracciati ergografici dopo una dimora più o meno prolungata nel bagno; come pure registrando delle serie di ergogrammi successivi allo scopo di seguire il manifestarsi della fatica quando si eseguiva ripetutamente uno stesso lavoro. Inoltre con l'eccitamento elettrico ho ottenuto contrazioni isolate, sulle quali ho calcolato i periodi di eccitazione latente, di energia crescente e decrescente. A queste determinazioni ho associato anche le misurazioni dinamometriche.

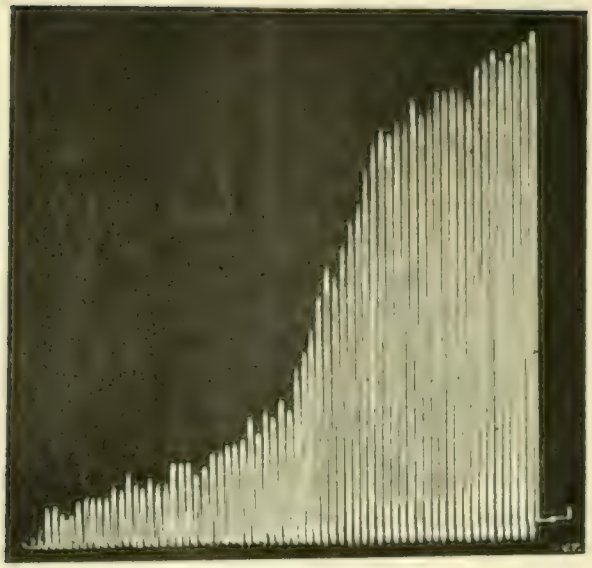
Lavoro all'ergografo. Incitamento della volontà. Mano destra. Kgr. 3. Ritmo 2". — Per il lavoro volontario, io stesso fui il soggetto del maggior numero degli esperimenti. L'ergogramma del mio dito medio di destra in ripetute prove nel bagno alla pressione esterna ha conservato stabile la sua caratteristica figura, datagli da una serie di contrazioni molto ampie, di cui l'altezza decresce dapprima insensibilmente e alle quali succede una rapida discesa per il sopravvenire dell'esaurimento. La mia forza muscolare, in conferma alle osservazioni di Patrizi (1), si è sempre mostrata superiore nel pomeriggio a quella del mattino: e perciò ho stabilito di eseguire tutti gli esperimenti sempre al mattino. La media del numero delle contrazioni del mio ergogramma alla pressione ordinaria è di 52; quella del lavoro meccanico 5,392 chilogrammetri. Sotto la pressione di + 1 atmosfera i valori corrispondenti sono relativamente 48 e 5,088: risulta cioè una piccola diminuzione del lavoro meccanico, ma non tale da ritenersi caratteristica e costante.

La figura invece del mio ergogramma nell'aria compressa si modifica ed è rappresentata da una serie di contrazioni molto ampie, che si mantengono ad un livello quasi eguale, alle quali tengono dietro altre via via decrescenti, così che il tracciato volge rapidamente alla fine. Inoltre si osserva talvolta il profilo di un' *S* italica, come nelle forme descritte da Mosso (2), Novi (3). Questi caratteri associati ad una maggiore ampiezza

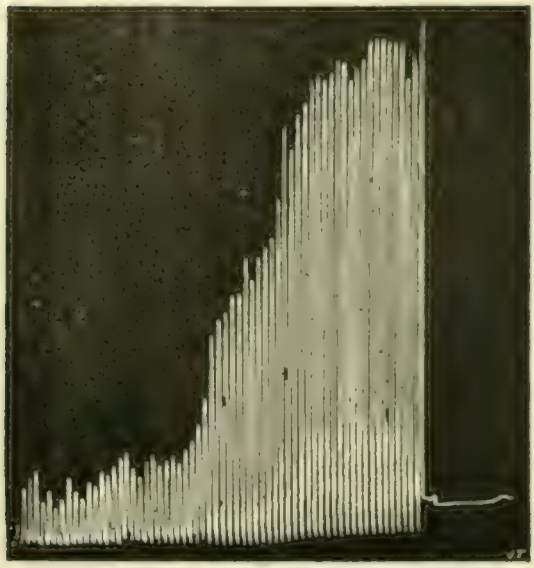
(1) Patrizi, *Oscillazioni quotidiane del lavoro muscolare in relazione alla temperatura del corpo,* " Giorn. Acc. med. di Torino „, 1892, n. 1.

(2) Mosso, Loc. cit.

(3) Novi, *Sulla curva della fatica muscolare,* 11° Congresso medico internaz. „, Roma, 1894.



Bagno pneumatico — *Pressione esterna.*
C. Z., Incitamento volontario. M. D. Kgr. 3. Ritmo 2"



Bagno pneumatico. — *Pressione + 1 Atmosfera.*
C. Z., Incitamento volontario. M. D. Kgr. 3, Ritmo 2".

delle contrazioni iniziali, si osservano specialmente negli ergogrammi tracciati dopo una certa durata del bagno. A questo riguardo va notato che le sensazioni all'apparato acustico che accompagnano il salire della pressione d'aria sono diverse secondo i soggetti, e cessano generalmente dopo la prima mezzora di bagno. La pressione sulla miringe riesce sopratutto molesta alle persone affette da faringite o nuove affatto al cambiamento di pressione. Queste sensazioni in alcuni casi hanno mostrato di influire come un momento adinamico sul lavoro all'ergografo. Così dal primo tracciato del Dott. Arullani eseguito alla pressione di 1 atmosfera risulta una notevole diminuzione del lavoro meccanico in confronto del normale (Chilogrammetri 3,084 invece di 4,575 per 50 contrazioni), pur rimanendo pressochè invariati il numero delle contrazioni e l'ampiezza massima. Anche la forma della curva si presenta nei due casi diversa. Mentre, cioè, alla pressione esterna l'ampiezza delle contrazioni si abbassa gradatamente e regolarmente, in modo da aversi il profilo di una retta; sotto pressione invece, dopo poche contrazioni ampie, comincia subito un rapido abbassamento e il profilo somiglia ad una curva con la concavità verso l'alto.

Oltre che sull'uomo sano, ho fatto altre ricerche intorno al lavoro muscolare di alcuni diabetici nel bagno d'aria compressa. Essendo infatti la glicosuria una malattia del rallentamento della nutrizione, sono da aspettarsi grandi vantaggi dall'attivarsi dei processi di ossidazione (Ebstein (1), Eccles (2), Forlanini (3), Ascoli e Zeri (4)). Dalle mie osservazioni però sono risultate soltanto alcune differenze di poco conto nel lavoro meccanico, mentre non si è verificata, anche prolungando molto la durata del bagno, nessuna variazione nell'energia delle contrazioni.

Risultati più interessanti sul modo di comportarsi dell'affaticamento nell'aria compressa, ho potuto ottenere col metodo

---

(1) Ebstein, *Le régime des diabétiques*, Paris, 1893.

(2) Eccles, Loc. cit.

(3) Forlanini, *Sull'aeroterapia*, 5° Congresso med. internaz., 25-28 ottobre 1892.

(4) Ascoli e Zeri, *Inalazioni di O nel diabete*, " Policlinico ", 15 luglio 1895.

degli ergogrammi a serie. A intervalli di 5′ veniva tracciato successivamente un ergogramma, mantenendo invariati il peso di carico, il ritmo, la positura all'ergografo, e curando ogni volta che l'anello di cuoio fosse fissato al dito (1) e che l'estensione della corda col peso fosse completa. È assai importante che a cominciare dal primo ergogramma si eseguisca sempre il lavoro all'ergografo con tutto lo sforzo massimo, perchè altrimenti restano modificati gli ergogrammi successivi della serie.

Senza riferire in esteso tutte le esperienze fatte, riporterò soltanto i valori medi che risultano dalle misurazioni fatte per ciascuna serie di ergogrammi, costantemente sopra un numero eguale di tracciati.

ZENONI, *Esperienze ergografiche nel bagno pneumatico.*

Valori medi degli Ergogrammi a serie. Dito medio di destra. Peso Kgr. 3. Ritmo 2″.

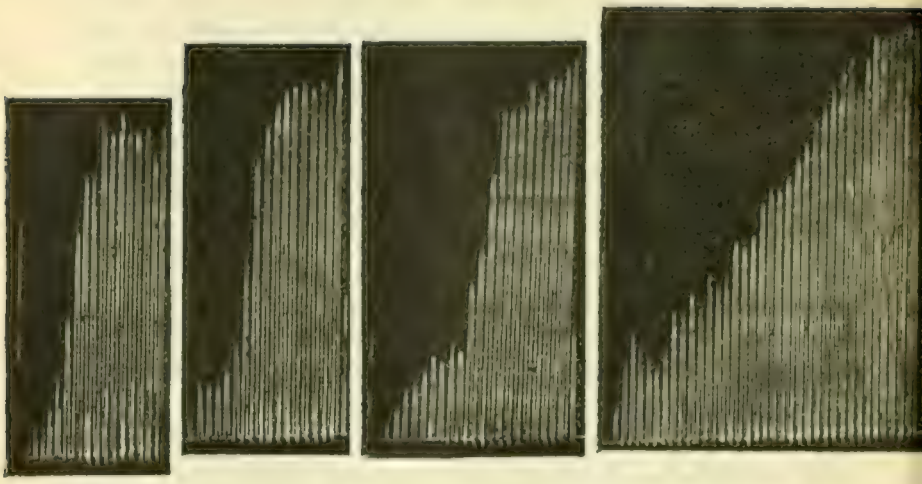
PRESSIONE ESTERNA				PRESSIONE + 1 ATMOSFERA		
Numero delle contrazioni	Lavoro meccanico	Ampiezza massima delle contrazioni	Ergogrammi	Numero delle contrazioni	Lavoro meccanico	Ampiezza massima delle contrazioni
	Chilogrammetri	Cm.			Chilogrammetri	Cm.
46	5,130	5,9	I.	42	4,950	5,9
36	3,435	5,5	III.	36	3,861	5,6
25	2,412	4,9	VI.	30	2,993	5,7
20	1,716	5,1	VIII.	21	2,197	5,8
17	1,563	5	X.	17	1,933	6
15	1,470	4,7	XIII.	14	1,691	6,3
17	1,488	4,5	XV.	14	1,659	6,4

(1) Con l'eseguire parecchi ergogrammi successivi l'anello riesce a spostarsi sul dito, e ogni spostamento può influire sul lavoro scritto. Quando il dito è un po' sudato l'anello scivola nel momento e nel senso in cui agisce la leva.

Il lavoro complessivo da me eseguito in una serie di 15 ergogrammi nel bagno a + 1 atmosfera (chilogrammetri 19.218) è stato superiore a quello ottenuto nel bagno alla pressione esterna (Chilogrammetri 17.214). L'aumento medio corrisponde a circa 2 chilogrammetri; il numero delle contrazioni è solo leggermente diminuito. Più spiccate sono le differenze della ampiezza massima dei miogrammi. Mentre alla pressione ordinaria l'altezza delle contrazioni iniziali va abbassandosi di pari passo col diminuire del lavoro meccanico, sotto pressione invece si mantiene elevata, e a partire dai primi va aumentando negli ergogrammi successivi della serie. Così al XV° ergogramma la differenza in più nell'altezza delle contrazioni è in media 1,9 cm.; ma generalmente dopo questo limite si abbassa, così che ad es. nel XXIII° (Esperienza del 17/VII) l'altezza massima si è ridotta a 1,8 cm. Questo modo particolare di presentarsi dell'affaticamento muscolare nell'aria compressa si può osservare anche nella figura dei tracciati a serie.

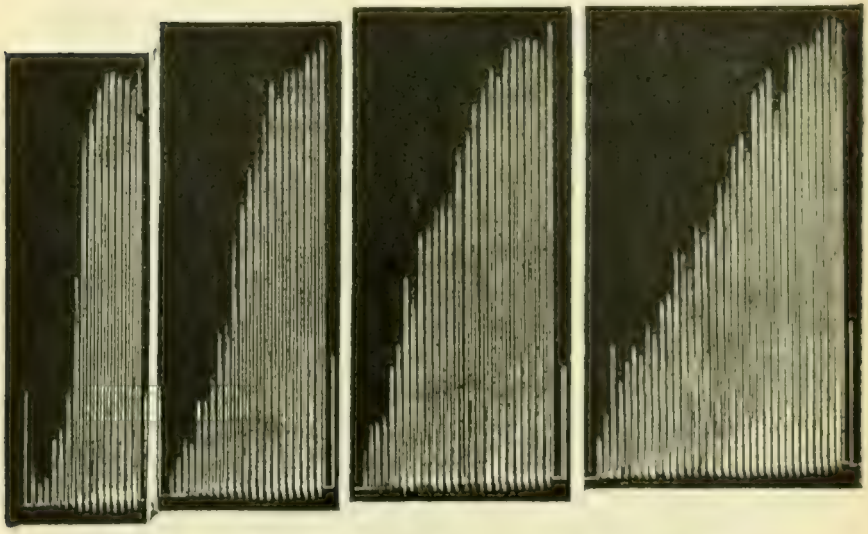
I tracciati a + 1 atmosfera si distinguono tanto per l'altezza dei miogrammi che per la forma della curva. Si nota cioè che col crescere della prima, il profilo della curva va diventando sempre più ripido, avvicinandosi quasi ad una verticale, e contemporaneamente il numero delle contrazioni si fa minore. Ne risulta un tipo di ergogramma rappresentato da poche contrazioni molto energiche, quasi isometriche, le quali d'un tratto diventano assai piccole e si sospendono. Questo modo improvviso di cessare del tracciato ergografico si rende avvertito a chi lavora all'ergografo per un'impossibilità improvvisa a continuare il lavoro. Negli ergogrammi invece della serie corrispondente alla pressione esterna, l'altezza dei miogrammi è minore, la linea di discesa più graduale, l'arrestarsi delle contrazioni meno rapido. Dai dati ottenuti con le misurazioni dinamometriche, risulta pure un leggero aumento della forza muscolare alla pressione di + 1 atm. Difatti la media della dinamometria alla mia mano destra è stata di 50 alla pressione ordinaria, mentre sotto pressione ha raggiunto 54-55.

Le stesse esperienze ripetute sopra un altro soggetto (C. P., d'anni 32) hanno condotto a risultati concordi a quelli sopra di me ottenuti. Ogni serie consta di 14 ergogrammi (Mano destra, Kgr. 3, Ritmo 2″), di cui ciascuno è stato eseguito fino



XV° X° VIII° III°

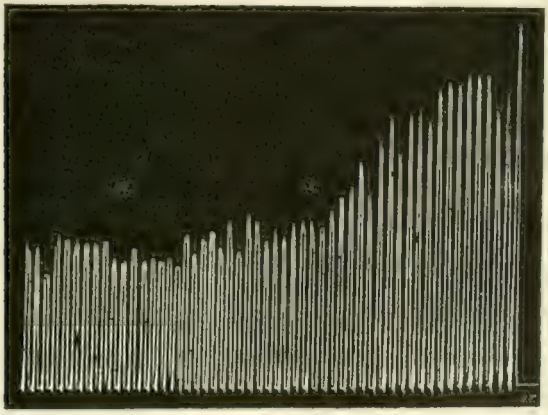
Ergogrammi a Serie. Bagno pneumatico. *Pressione esterna.*
Incitamento volontario. M. D., Kgr. 3. Ritmo 2".



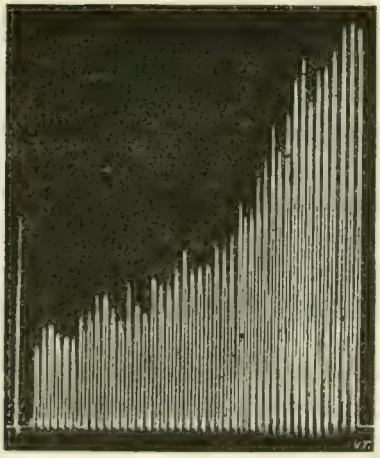
XV° X° VIII° III°

Ergogrammi a Serie. Bagno pneumatico. *Pressione = 1 Atmosfera.*
Incitamento volontario. M. D., Kgr. 3. Ritmo 2".

a stanchezza, senza però che si riuscisse a ottenere l'esaurimento completo. Il lavoro meccanico complessivo della serie,



XIII°
Ergogrammi a Serie. Bagno pneumatico. *Pressione esterna.*
C. P., Incitamento volontario. M. D., Kgr. 3, Ritmo 2″.



XIII°
Ergogrammi a Serie. Bagno pneumatico. *Pressione + 1 Atmosfera.*
C. P., Incitamento volontario. M. D., Kgr. 3, Ritmo 2″.

dedotto in base a un numero costante di 40 contrazioni per ciascun ergogramma, è risultato pressochè lo stesso tanto nel-

l'aria compressa che nell'aria libera. Nel 1° caso corrisponde a 26,595 chilogrammetri; nel 2° 26,121; differenza in più nell'aria compressa 0,474 chilogramm. L'ampiezza però delle contrazioni iniziali si è mantenuta più alta sotto la pressione di + 1 atm.; tanto che ad es. al XIII° tracciato i dati relativi al numero delle contrazioni, al lavoro meccanico e all'ampiezza massima delle contrazioni sono per la pressione ordinaria rispettivamente 53; 3,288; 4,7; mentre per quella di + 1 atm. sono 43; 3,402; 5,3. Le stesse differenze corrispondono ai caratteri offerti dai rispettivi tracciati, in cui è notevole la maggiore altezza dei miogrammi sotto pressione e la linea di discesa più ripida della curva. Inoltre negli ergogrammi più avanzati della serie si osserva che l'altezza dei miogrammi si mantiene per un tratto quasi eguale, poi va gradatamente abbassandosi. Anche in questo caso dunque la differenza principale nel lavoro sotto pressione è data dalla maggiore ampiezza delle contrazioni, anzichè da una vera modificazione del lavoro meccanico.

Da alcune osservazioni fatte sopra soggetti diabetici col metodo degli ergogrammi a serie è risultato che la resistenza al lavoro ripetuto all'ergografo è in questi ammalati molto scarsa e che, oltre a non venir eseguiti gli ergogrammi ripetuti con tutto lo sforzo necessario, insorgono facilmente contratture e dolori abbastanza vivi lungo l'arto, che obbligano a interrompere le esperienze. In altre mie ricerche (1) mi sono già occupato più ampiamente intorno all'affaticamento muscolare dei diabetici.

Incitamento artificiale. Irritazione del nervo mediano destro. Ritmo 2'', peso Kgr. 1. — Le osservazioni che ho potuto fare sul lavoro involontario alla pressione di + 1 atmosfera si riducono a pochi tracciati sopra un solo soggetto (C. H., d'anni 32), i quali però non presentano notevoli differenze da quelli corrispondenti alla pressione esterna. Ho praticato invece numerose ricerche sulla contrazione muscolare involontaria nell'aria compressa, sopra parecchi soggetti e dopo un tempo vario di du-

(1) Zenoni, *Ricerche cliniche sull'affaticamento muscolare dei diabetici*. " Il Policlinico ", vol. III-*m*, 1896.

rata del bagno. L'esperienza è così disposta: la corrente data da 6 pile Léclanché giunge al braccio destro attraverso due elettrodi situati vicini nel solco bicipitale interno. Sul ventre del muscolo flessore delle dita è adagiato un tamburo Marey comunicante con un altro tamburo scrivente. La durata e il ritmo dell'eccitamento sono impartiti da un metronomo regolato a 1″. Un segnale elettrico Deprez e un diapason a 50 vibrazioni per 1″ interposti nel circuito servono per le misurazioni della curva di ispessimento del muscolo, calcolata soltanto per le scosse di apertura del circuito. I risultati delle mie ripetute osservazioni permettono di ritenere che per un aumento di pressione pari a 1 atmosfera non viene modificata l'eccitabilità normale dei muscoli dell'uomo ($^1/_{100}$ di 1″, Helmholtz).

Anche dopo aver lasciato agire l'aria compressa per lungo tempo (1-2 ore), le modificazioni nell'eccitabilità muscolare non sono nè spiccate nè costanti, tali cioè da poterle riferire a una influenza diretta dell'aumentata pressione sul fenomeno della contrazione muscolare.

Inoltre più volte nel corso delle esperienze ho potuto accertarmi che talune modificazioni della scossa muscolare che apparivano nell'aria compressa, non dipendevano da altro che da accidentali cause disturbanti. Alcune delle variazioni osservate entrano nei limiti di errore di tutte le ricerche elettromuscolari fatte sull'uomo (D'Arman (1), Buschau (2)), altre se ne aggiungono dovute alla facilità con cui l'apparecchio miografico ad aria, risente tutte le modificazioni di pressione che avvengono nell'atmosfera del bagno. La pressione nell'interno dei tubi dell'apparecchio può venire regolata mediante una valvola innestata nel tubo trasmettitore; nondimeno la penna presenta facili spostamenti secondo il variare della pressione nel bagno, abbassandosi cioè quando la pressione si alza, e innalzandosi invece quando essa diminuisce. In causa di questi cambiamenti mi è occorso di osservare uno spiccato aumento dell'eccitabilità apparente del muscolo appena raggiunta la pressione di + 1 atmosfera, mentre lo stesso aumento scompariva con eguale

(1) D'Arman, *La conducibilità elettrica del corpo umano*, Venezia, 1894.

(2) Buschau, *Der gegenwärtige Standpunkt der Elektrotherapie.* " Therap. Monatshefte ", 1895, Januar-März.

prontezza quando si ristabiliva la pressione esterna nell'interno del bagno. All'infuori però di queste cause di errore nelle mie esperienze alla pressione di + 1 atm. ho ottenuto per l'eccitabilità muscolare dei risultati molto vicini ai valori medi normali: periodo di eccitazione latente 0″,013—0″,017: durata dell'energia crescente e decrescente 0″,150. Anche per gli ammalati di diabete grave, nei quali l'eccitabilità propria del muscolo è generalmente alterata, i dati relativi alla eccitabilità muscolare non hanno presentato significanti modificazioni sotto l'azione dell'aria compressa (V. tracciati).

Possiamo quindi concludere che ad 1 atmosfera di sovrapressione l'eccitabilità muscolare rimane pressochè invariata (1).

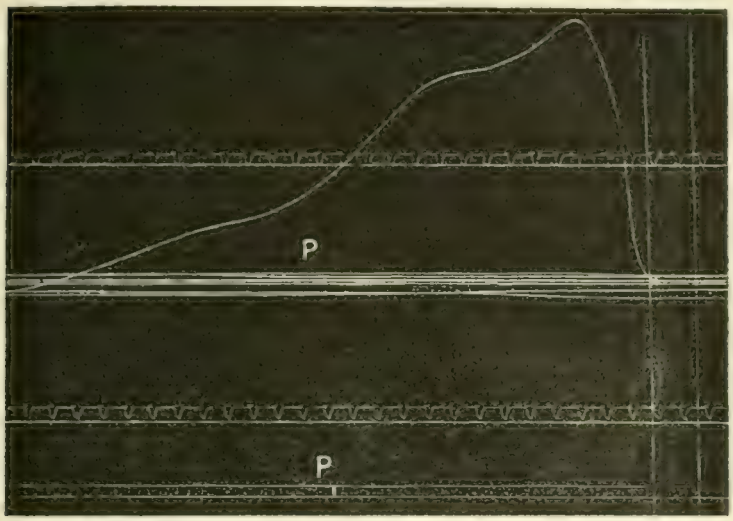
Riassumendo quanto abbiamo osservato circa l'affaticamento nell'aria compressa, il fatto più notevole è dato dall'aumento dell'ampiezza delle contrazioni nel lavoro volontario. Contemporaneamente però non si può dire aumentata la resistenza, perchè il manifestarsi della fatica non viene ritardato, anzi compare non di rado più presto che all'aria esterna. Si hanno cioè ergogrammi con una maggiore ampiezza delle contrazioni iniziali, ma con un numero generalmente diminuito di contrazioni. L'esaurimento quindi viene raggiunto prima nell'aria compressa; gli aumenti della forza vanno interpretati come una capacità maggiore a contrarre fortemente i muscoli, anziché come una cresciuta resistenza di questi al lavoro prolungato: gli aumenti che si possono verificare nel lavoro meccanico sono riferibili alla cresciuta energia delle contrazioni iniziali. In quale conto si deve tenere questa apparente esaltazione dell'energia muscolare nell'aria compressa? Tra i momenti che sembrano poter intervenire, all'infuori di influenze psichiche suggestive, vanno considerati: l'ossidazione cresciuta dei tessuti, l'azione meccanica della pressione, e la temperatura della camera pneumatica.

Recenti studi di Loevy (2), nel laboratorio di Zuntz, in-

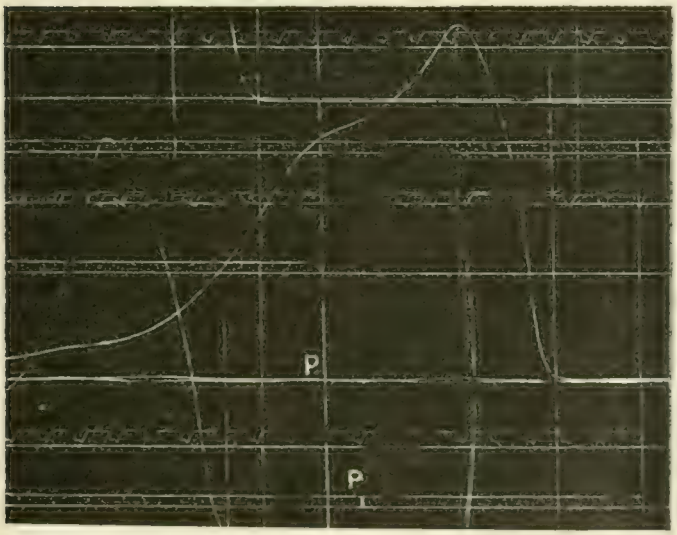
(1) Per l'aria rarefatta sarebbe già provato dalle ricerche di W. Rosenthal (*Hat Verminderung des Luftdruckes einen Einfluss auf die Muskeln und das Nervensystem des Frosches?* " Arch. f. Anat. u. Physiologie ,, 1896) sulla rana, che le fibre muscolari e le cellule ganglionari sono nella loro funzione affatto indipendenti dalla pressione.

(2) Loevy, *Untersuchungen über die Respiration und Circulation bei Aenderung des Druckes und des Sauerstoffgehaltes der Luft*, Berlin, 1895 e " Pflüger's Archiv ,, Bd. LVIII, p. 409.

torno all'azione dell'aria sull'organismo umano, hanno posto in



Bagno pneumatico. *Pressione esterna.* Scossa muscolare.
C. H. Diabete. Tempo di eccitazione latente 0″,024.



Bagno pneumatico. *Pressione + 1 Atmosfera.* Scossa muscolare.
C. H. Diabete. Tempo di eccitazione latente 0″.022.

chiaro che la compressione dell'aria fino a 1400 mm. di Hg., e

l'aumento del suo contenuto in O, non possono cambiare l'eliminazione di CO_2 e l'introduzione di O. Non sembra quindi che le modificazioni nel lavoro muscolare osservate a + 1 atmosfera di pressione, possono dipendere da una più completa ossidazione del muscolo che lavora o da una aumentata eccitabilità cerebrale.

Contro un'influenza ossidante sul muscolo stanno ancora questi fatti: 1° l'eccitabilità muscolare per gli stimoli elettrici non è cresciuta; 2° con l'eccitamento volontario il lavoro meccanico non risulta notevolmente cresciuto; 3° i muscoli lavorano di più, ma in minor tempo; non è modificata quindi la resistenza alla fatica; 4° Infine è noto che l'O non è indispensabile perchè i muscoli si contraggano, potendosi avere anche nel vuoto delle contrazioni muscolari (Mosso).

Un'azione meccanica dell'aria compressa sulle terminazioni sensitive di tatto neuro-muscolari e una consecutiva diminuzione delle sensazioni periferiche che accompagnano la contrazione muscolare (1), non si può escludere, quando si consideri che noi giudichiamo dello sforzo muscolare per un complesso di sensazioni non solo centrali, ma anche periferiche (2). Difatti, come Foley (3) osserva, il tatto nell'aria compressa è meno sicuro; così pure nelle esperienze ergografiche alla pressione di + 1 atmosfera durante il lavoro è meno avvertita la resistenza del peso dell'ergografo ai movimenti di trazione. Riguardo ancora alla possibilità di un'influenza meccanica dell'aria compressa, che favorirebbe i movimenti delle articolazioni che lavorano, si può solo ricordare la teoria dei fratelli Weber sui rapporti delle superficie articolari fra loro.

Nelle mie esperienze merita d'essere considerata inoltre la temperatura nell'interno della camera pneumatica. Già è stato da altri notato che la compressione rende l'aria più calda, più igrometrica (Foley) e che essa aumenta la temperatura del corpo. Nel bagno d'aria, di cui mi sono servito, già durante il tempo impiegato a raggiungere la pressione di + 1 atmosfera

(1) Blocq et Osanoff, *Sémiologie et diagnostic des maladies nerveuses*, Paris, 1892.

(2) Waller, " The Journal of Physiology ", vol. XIII, 1892.

(3) Foley. Loc. cit.

(circa 10'), la temperatura si innalza e comincia a manifestarsi una sensazione di caldo. La temperatura va crescendo col prolungarsi del bagno, in modo che nei giorni un po' caldi delle mie esperienze ha raggiunto un dislivello di 6° Celtius, con un massimo di 33°. Contemporaneamente l'atmosfera diventava carica di vapor d'acqua, provocando sudori abbondantissimi, specialmente quando le esperienze degli ergogrammi a serie esigevano un soggiorno di parecchie ore nella camera pneumatica. Ora è noto che il caldo promuove l'energia del muscolo ad ogni sorta di eccitamenti. Difatti per un caldo moderato nelle contrazioni artificiali si osserva un periodo latente più lungo, ma una curva più prolungata e più alta (Waller) (1). Inoltre le ricerche ergografiche di Patrizi (2) hanno dimostrato che nella curva al caldo, i miogrammi iniziali superano in altezza le contrazioni corrispondenti della curva normale; ma la diminuzione della forza si annuncia già poco dopo il principio. Risultati molto simili a questi si sono ottenuti dalle curve muscolari nel bagno d'aria compressa, e quindi si presenta come probabile anche l'influenza della temperatura aumentata sulle particolarità osservate nel lavoro muscolare a + 1 atmosfera di pressione.

Risultati più determinati sull' energia muscolare nell' aria compressa si potranno conseguire mediante ricerche a pressioni superiori a quella di 1 atmosfera, da me impiegata, tenendo calcolo di tutte quelle condizioni che possono intervenire modificando per sè sole il lavoro muscolare. I primi risultati delle mie ricerche intanto possono spiegare il significato da attribuirsi all' aumento della forza muscolare nell' aria compressa constatato prima d'ora da altri autori (3). Per i rapporti che esistono tra i fattori della curva della fatica, il potere muscolare nell'aria compressa, si esaurisce più presto, perchè l' energia di contrazione è più sviluppata; vale a dire, che, mentre il muscolo si contrae più energicamente, non si sottrae però alle leggi generali della fatica (Mosso) (4) e l'esauri-

(1) Waller, *Human Physiology*, London, 1893.

(2) Patrizi, *L'azione del caldo e del freddo sulla fatica dei muscoli dell'uomo*, " Giorn. Acc. med. di Torino ", 1892, n. 11-12.

(3) Lange, Foley, Forlanini.

(4) Mosso, Loc. cit.

mento compare più presto. In rapporto con ciò sta anche l'osservazione pratica che, gli operai impiegati nei lavori sotto alta pressione non resistono generalmente oltre tre ore di lavoro, e inoltre essi sono esposti a tumefazioni muscolari dette *mouton* nei muscoli stessi di cui maggiormente devono servirsi (Foley) (1). Altro è sforzo, altro è lavoro di un muscolo; anzi questi termini stanno in certo antagonismo fra loro, perchè lo sforzo è sempre a danno del lavoro utile, se non in quantità, in durata.

Anomalie di sviluppo dell'embrione umano;

Comunicazione X del Socio CARLO GIACOMINI

(Con Tavola).

Le forme nodulari e quelle altre nelle quali l'embrione sta scomparendo, risultano dagli studi antecedentemente fatti essere quelle che meritano un più attento esame, non solo perchè esse si presentano più di rado alla nostra osservazione, ma ancora perchè il loro studio ci può somministrare gli elementi per rintracciare e giustamente interpretare la causa ed il processo di queste anomalie di sviluppo dell'Embrione umano.

D'altra parte il gruppo delle forme nodulari e di quelle che servono di passaggio alle forme atrofiche è ancora poco numeroso di osservazioni, perciò meritano d'essere conosciuti tutti quei fatti, che possono venire a confermare le descrizioni già date ed a convalidare con esempi maggiori d'ogni eccezione la proposta classificazione.

Incomincerò a descrivere due *forme nodulari tipiche*, le quali però grandemente differiscono fra loro per il modo con cui si presentano gli annessi d'origine fetale e costituiscono perciò due gradi estremi della stessa varietà.

(1) È noto anche che il lavoro nelle camere d'aria compressa espone gli operai a diverse lesioni dell'apparato cardio-polmonare e del sistema neuro muscolare, talvolta mortali (Howard van Rensselaer, *The Pathology of the caisson disease*, " New-York-Rec. ,, 1891).

OSSERVAZIONE XXVII (Num. della raccolta CV).

Prodotto abortivo con forma nodulare. Tutte le formazioni embrionarie ad eccezione del Chorion, sono in via di distruzione.

Nel giugno del 1895 il dott. Canton mi portava un prodotto abortivo delle prime settimane, proveniente da donna sifilitica, la quale poco tempo prima aveva avuto un altro aborto. Si sospetta quindi che la causa di questi accidenti sia la sifilide.

Consisteva di un piccolo sacco coriale e di un lembo di decidua uterina. Il sacco del Chorion non troppo disteso aveva il diametro di 12 mm. su 10 mm. Per la massima estensione della sua superficie era rivestito di villosità corte e non molto numerose, che divenivano ancora più rare verso uno dei poli. Dopo il soggiorno negli ordinari liquidi conservatori, il sacco dell'ovo divenne più disteso e la forma si fece più regolare e potè così essere eliminato il sospetto che esso fosse già stato aperto in qualche punto (fig. 1ª).

Nel mentre giaceva nell'alcool debole fu fatta una incisione lungo l'asse maggiore, a cominciare dal polo spoglio di villosità. Si trovò la cavità piena di Magma reticolare senza scorgere traccie di parti embrionali. Fu quindi prolungata l'incisione e diviso il Chorion in due parti pressochè eguali.

Esaminando il contenuto dei due emisferi, ripetutamente e con lente d'ingrandimento, e cercando di allontanare i filamenti del Magma ed i depositi fioccosi che si erano formati nelle sue maglie, non si notò alcuna particolarità che potesse essere riferita all'embrione ed ai suoi annessi. Ci trovavamo in presenza di un caso identico a quelli già descritti antecedentemente nelle Osservazioni 7ª, 9ª, 10ª, 11ª ed avremmo potuto limitarci a quest'esame dichiarando mancante l' embrione con tutti i suoi annessi. Ma a me interessava dimostrare che, allora quando i prodotti sono così giovani, è sempre possibile di trovare ancora traccia di parti embrionali in mezzo al tessuto del Magma. Poichè, per quanto il processo di atrofia si sia iniziato nelle primissime fasi, esso però diede tempo al Chorion di chiudersi e di costituirsi completamente, e quindi anche le altre formazioni, per quanto disturbate nella loro evoluzione, non potevano essere ancora del tutto scomparse, il tempo essendo

relativamente breve tra il momento in cui esse si sono individualizzate e l'epoca in cui vengono osservate. A pag. I, Comm. VIII, infatti io scriveva: Un ovo, il quale presenti i suoi diametri inferiori o che di poco superino il centimetro, contiene certamente nella sua cavità residui di formazioni embrionarie circondate o nascoste dal tessuto reticolare del Magma.

Per queste ragioni ho fatto sezioni in serie delle due metà del Chorion previa colorazione con borace carmino. Le sezioni furono fatte secondo l'asse dell'ovo e parallelamente al piano che l'ha diviso nei due emisferi. In tal modo il Chorion comparve in tutta la sua estensione sotto forma di un nastro continuo che circoscriveva la sua cavità (fig. 2ª).

Nella prima metà non si trovarono traccie di parti embrionarie e perciò fu sezionata per intero. Nelle prime sezioni della seconda metà comparvero presto disposizioni, le quali dovevano essere interpretate come parti appartenenti all'embrione e che furono tutte comprese nelle sezioni che andremo studiando.

Intanto si scorge quale lungo lavoro sia necessario per studiare accuratamente il nostro materiale, lavoro il quale non ha sempre un degno compenso nei risultati che si ottengono. Ma è questa una necessità alla quale non possiamo sottrarci, se vogliamo giungere a conclusioni durature.

Del primo gruppo di sezioni abbiamo poche cose a dire. Il Chorion si presentava più robusto verso il polo villoso (fig. 2ª). Nella parte mesodermica si notavano scarsi e piccoli vasi sanguigni, i quali si prolungavano nelle villosità più cospicue. L'epitelio del Chorion e dei villi si dimostrava costituito da un duplice strato, il cellulare ed il sinciziale.

Lo strato sinciziale od esterno in alcuni tratti abbastanza estesi della porzione più ricca di villi presentava una particolarità che merita d'essere ricordata. Le cellule, che formavano questo strato, non apparivano completamente fuse tra loro per modo da non poter esser distinti i contorni cellulari. Questi limiti delle cellule erano visibili e tale fatto congiunto colla regolare disposizione dei nuclei dava a detto strato l'aspetto di un epitelio cilindrico o conico disposto perpendicolarmente e strettamente applicato allo strato cellulare sottostante, i cui elementi si distinguevano dai soprastanti per forma, colorazione e disposizione.

Rigorosamente parlando mancava dunque in questi punti del Chorion il sincizio per incompleta funzione degli elementi costitutivi. Se tali tratti del rivestimento esterno del Chorion disposti in questo modo, venivano seguiti per una certa estensione, si vedeva che essi si continuavano con parti nelle quali i due strati erano costituiti come d'ordinario. Sopra tutte le villosità il sincizio era normale.

Ho voluto semplicemente accennare a questa particolarità, che colpisce subito chi osserva ad un certo ingrandimento il rivestimento epiteliale del Chorion e lo paragona con quello delle vicine villosità, senza discuterne il significato e l'importanza, trattandosi di un punto della costituzione del Chorion, il quale ha dato origine a tante controversie non ancora appianate. È certo però che lo studio di sacchi ovulari molto giovani può somministrare materiali convenienti per stabilire l'origine e l'evoluzione che subiscono gli elementi dello strato sinciziale del Chorion.

Sull'altra serie di sezioni fatta sulla seconda metà del sacco del Chorion, dobbiamo fermarci un momento, essendosi qui riscontrate disposizioni che devono essere riportate all'embrione. Il processo di distruzione era però già molto avanzato per cui non era possibile ben riconoscere le diverse parti costitutive. Di più il processo, oltre ad essere inoltrato, aveva colpito contemporaneamente tutte le formazioni embrionarie e non era più possibile una distinzione di esse.

Nelle prime sezioni il Chorion non si presentava regolarmente disteso, ma un tratto della sua parete, in seguito ai maneggi a cui fu sottoposto il preparato, faceva diverse inflessioni. In corrispondenza di una di queste inflessioni, si vedeva sorgere dalla faccia interna del Chorion, quasi come un prolungamento del suo strato mesodermico, una propagine irregolarmente circoscritta, la quale andava subito aumentando in estensione nelle sezioni successive, per modo da riempiere quasi completamente la cavità circoscritta dalla ripiegatura. Si manteneva però sempre legata alla faccia interna del Chorion per mezzo di un breve peduncolo (fig. 39); successivamente questo si assottigliava e scompariva ed allora tutta la formazione rimaneva libera entro il Chorion. Andava assumendo poi forma

varia con disposizioni non facili a descriversi e ad interpretarsi, e finalmente impicciolendo scompariva. Essa rimaneva così compresa fra la 17ª sezione e la 100ª.

Le poche figure riportate nella tavola sono sufficienti a dare una idea di ciò che vogliamo dimostrare (fig. 3ª e 4ª).

In questi preparati non è possibile di riconoscere le parti che essi rappresentano. Ogni traccia cellulare è scomparsa; solo i nuclei, ben coloriti con carmino, sono evidenti, ma piccoli, rattrappiti, di forma rotonda od ovalare; essi hanno conservato però ancora la loro posizione e ci danno così una idea schematica della costituzione primitiva. Anche i limiti esterni di questa formazione, che in molti degli arresti di sviluppo fino ad ora studiati si erano presentati relativamente distinti, con un rivestimento la cui natura epiteliare poteva sempre essere riconosciuta, sono molto irregolari e mal circoscritti.

I nuclei si trovano soventi disposti in serie lineari, le quali accennano a formazioni membranose; nel centro talora sono accumulati in masse irregolari, come residui di organi più voluminosi. Ma per quanto l'esame sia accurato, esso non ci fa distinguere nessuna disposizione che valga ad orientarci. È inutile quindi cercare di stabilire la natura e il significato delle diverse parti.

Però non vi ha dubbio trattarsi qui di residui embrionali. Ciò è meglio dimostrato da alcune particolarità di questa formazione.

Quando ha raggiunto nelle sezioni il maggiore suo sviluppo (fig. 4ª), possiamo in essa distinguere una parte centrale, che rappresenterebbe il corpo dell'embrione, e dei prolungamenti che sorgono a sinistra della figura e che possiamo considerare come il lato ventrale del rudimento embrionario. Questi prolungamenti possono essere seguiti in tutta la loro espansione, e sono interessanti, poichè ci sono di guida per formulare un giudizio sicuro sopra l'intera formazione. Essi appaiono, nelle prime sezioni, isolati, indipendenti, in mezzo al Magma, come si scorge nella fig. 4ª; ma, esaminando le preparazioni nell'ordine in cui furono eseguite, si vede il punto in cui si congiungono colla formazione principale ed appare tosto evidente la loro dipendenza da questo. Nel loro complesso si dimostrano come disposizioni vescicoliformi, grandemente modificate nella loro forma e volume, ma comunicanti sempre con il rudimento embrionario.

La parete di tali vescicole è evidente, facile a seguirsi e di eguale spessore in tutta la loro estensione.

La sua costituzione è anche facile a stabilirsi, essendo formata da due strati di elementi, i quali, malgrado siano profondamente colpiti dal processo di degenerazione, ciò nondimeno hanno conservato la loro posizione, come dimostrano i nuclei vivamente coloriti che si presentano meno alterati del protoplasma cellulare. La cavità di queste vescicole è ben manifesta, appare completamente vuota e cessa in corrispondenza della formazione principale (vescicola superiore), oppure può esser seguita per un tratto abbastanza esteso entro l'embrione stesso (vescicola inferiore). Le due vescicole si mostrerebbero indipendenti fra loro, in un punto però sarebbero a contatto, ma non si è potuto ben stabilire se vi esista continuità delle loro pareti.

La vescicola superiore è senza dubbio una vescicola ombellicale. E ciò tanto per il modo con cui si presenta costituita, quanto pei rapporti che essa contrae col rudimento embrionario. Per altro non si riscontrano traccie di cordoni vascolari, malgrado esistano vasi sanguigni nel Chorion e nelle villosità più grandi.

L'altra vescicola non si potrebbe dire che cosa rappresenti. Essa ricorda una formazione pressochè identica che ho avuto l'occasione di descrivere nella Oss. 9ª, Comm. VII.

Nel presente caso però la parete è meglio conservata e si può seguire fino alla parte inferiore ed interna del rudimento embrionario. La sua cavità è ben circoscritta, e la parete è formata di due strati di cellule, dei quali la sola parte visibile sono i nuclei, che hanno conservato i loro rapporti e la loro posizione normale. Non è improbabile che questa seconda vescicola costituisca una dipendenza del sacco vitellino.

Nel rudimento embrionario è assolutamente impossibile di distinguere parti, le quali abbiano una lontana apparenza con formazioni embrionarie. È inutile quindi fermarci su di esso e, lasciando in disparte ogni tentativo d'interpretazione, convien star paghi alla dimostrazione trattarsi nel nostro caso di una formazione già completamente disorganizzata ed appartenente perciò alle forme nodulari, e rappresentante in certo qual modo il passaggio di queste formazioni al gruppo dei prodotti nei quali l'embrione manca insieme a tutti gli annessi d'origine

fetale. Esso dovrebbe essere posto tra l'Oss. 9ª e la 12ª descritte nelle comunicazioni V e VII.

Delle *forme nodulari* come furono stabilite da His non esiste ancora una descrizione completa, vale a dire avvalorata dall'esame microscopico. His infatti scrive: " Le forme nodulari rappresentano il massimo grado di riduzione; esse risultano di piccoli tubercoli più o meno regolarmente sferici, unici o molteplici, applicati alla superficie del Chorion e compresi in un sacco amniotico molto ampio. Il loro diametro può variare da 1 a 5 mm.: si osservano relativamente di rado ".

Ora la nostra Osservazione 7ª (Com. V) e quella che abbiamo ora descritta, che furono messe tra le forme nodulari perchè l'esame microscopico non ha più dimostrato traccia evidente di organi appartenenti all'embrione, presentavano un arresto di sviluppo non solo dell'embrione, ma di tutti gli altri annessi non compreso il Chorion. Quindi per la loro conformazione e disposizione delle pareti si allontanavano grandemente dai cinque noduli osservati da His su 15 embrioni deformi, nei quali le membrane dell'ovo non solo erano presenti, ma assumevano disposizioni e rapporti pressochè normali. Di più, non avendo His fatto un esame microscopico dei suoi noduli, non si può dire se esistessero ancora residui riconoscibili di organi primitivi, e se quindi i suoi prodotti appartenessero realmente alle formazioni nodulari, come sono da noi intese.

Restava adunque a dimostrare l'esistenza nell'interno delle membrane, che dovevano essere tutte presenti, di formazioni nodulari rappresentanti l'embrione al massimo grado di riduzione, nelle quali non fosse più possibile di riscontrare coll'esame microscopico traccie di organi dell'embrione. E questa dimostrazione avrebbe avuto l'importanza di confermare la distinzione che venne da noi fatta dei prodotti abortivi, ogni forma avendo il suo rappresentante nelle descrizioni che vennero fino ad ora pubblicate.

L'osservazione che segue è destinata appunto a colmare questa lacuna che ancora esiste nella serie dei prodotti abortivi. Essa è ancora interessante per altri riguardi siccome si vedrà dalla esposizione.

Osservazione XXVIII (Num. della raccolta LXXXIII).

Forma nodulare tipica. — Sono presenti tutti gli annessi d'origine fetale.

Nelle ore pomeridiane del 22 dicembre 1895 riceveva dal dott. Canton un aborto che era stato espulso il giorno avanti da una donna maritata d'anni 35, la quale attendeva alle faccende domestiche. L'ultima menstruazione regolare si era manifestata alla fine di agosto. L'aborto fu preceduto per alcuni giorni da leggera metrorragia. Non si è potuto ben stabilire la causa dell'accidente. La donna non ebbe mai aborti.

Il prodotto si presentava sotto forma di un sacco piriforme che misurava 6 cm. in lunghezza e 5 cm. in larghezza massima. Era coperto da tessuto deciduale alla superficie del quale si notavano punti emorragici. Verso la base si scorgeva un tratto di Chorion non rivestito della decidua e coperto di villosità.

Aperto il Chorion, che occupava solo la base del sacco dell'ovo, si entrò nel Coeloma esterno piuttosto ampio e pieno di Magma reticolare. Sul fondo di questa cavità si vedeva una vescicola non distesa, a pareti sottili, la quale solo in un punto aderiva alla superficie interna del Chorion. La restante parte era circondata dal tessuto reticolare del Magma. Questa vescicola era l'Amnios. Non si vedevano parti embrionali nel suo interno. Aperto infatti l'Amnios si trovò la sua cavità completamente vuota. Solo con un esame più attento, fatto con lente d'ingrandimento, si potè riconoscere sulla superficie interna dell'Amnios e precisamente nel punto in cui questo aderiva al Chorion, un piccolo rilievo, biancastro, il quale era l'unico rappresentante dell'embrione: aveva la forma di un breve cordoncino un po' ingrossato alla sua estremità libera, per modo da assumere quasi l'aspetto di un piccolo ghiande (fig. 6ª e 7ª).

Poteva ad un superficiale esame esser creduto un cordone ombellicale dal quale si fosse distaccato l'embrione. Ma la sua superficie liscia e regolare e più ancora la circostanza che nè entro ne fuori dell'Amnios vennero riscontrate parti che potessero essere riferite all'embrione, faceva tosto escludere tale supposizione. In questo caso l'embrione aveva iniziato il suo

sviluppo, poi, mancando forse il materiale nutritizio, si era avvizzito rimanendo sempre aderente alle membrane per mezzo di quel corto stelo che rappresentava il cordone ombellicale. L'esame microscopico viene a confermare il sopradetto.

Per meglio conoscere la costituzione ed i rapporti di questa formazione fu distaccata insieme all'Amnios dal Chorion, colorita con borace carmino e quindi divisa in 509 sezioni. Oltre l'Amnios e l'embrione fu sezionata tutta la vescicola ombellicale, la quale aderiva alla superficie esterna dell' Amnios nel punto in cui questo dava inserzione al cordone ombellicale e produceva quivi una leggera sporgenza visibile all'esame macroscopico del preparato e in parte riprodotta nella fig. 7ª.

Le prime sezioni comprendevano solo l'Amnios; alla sezione 112ª incominciava a comparire l'embrione e quindi il suo cordone. Questo finisce alla 202ª sezione ed è sostituito dalla vescicola ombellicale. Tutte queste parti possono essere seguite ed attentamente studiate nelle tre figure della tavola.

Le sezioni vennero fatte perpendicolarmente alla superficie dell'Amnios e parallelamente al cordone che su esso s'impianta.

Il primo organo a presentarsi nelle sezioni si è, come abbiamo detto, l'Amnios. La sua costituzione non si allontana dalla norma, ma presenta particolarità meritevoli di essere ricordate. L'epitelio ectodermale, ben conservato e continuo, ha la forma cubica appiattita. Lo strato mesodermale è robusto, formato essenzialmente da cellule allungate, disposte parallelamente alla superficie, divise da scarse fibrille. In mezzo allo strato mesodermico si notano, qua e là sparsi, elementi voluminosi, regolarmente sferici, con protoplasma granuloso e poco colorito e con nucleo ben evidente perchè meglio tinto dal carmino.

Sul limite esterno dell'Amnios le cellule mesodermiche si dispongono in serie regolare per modo da simulare un rivestimento epiteliale.

Avvicinandoci al punto dove è impiantato il rudimento embrionario, la disposizione dell'Amnios si modifica d'alquanto. Innanzi tutto il suo spessore aumenta del doppio; poi in mezzo al tessuto mesodermico compaiono degli spazi che possono assumere un volume abbastanza considerevole, circoscritti direttamente dal mesoderma, i quali dovevano contenere un liquido

che non ha lasciato depositi. Però nella maggioranza di questi spazi si riscontravano una o più cellule sferiche analoghe a quelle che abbiamo veduto esistere nello stroma dell'Amnios. Qui tali elementi sono molto evidenti; alcuni si trovano applicati alla parete che circoscrive la piccola cavità, altri invece possono occupare la parte centrale di essa, e questi compaiono completamente liberi dalle pareti circostanti. Alcune di queste cavità sono percorse da fibrille, che si estendono rigide da una parete all'altra e che sembrano essere state stirate dal dilatarsi della cavità (fig. 8ª e 9ª).

Oltrepassato l'embrione e la vescicola ombellicale, queste particolarità dell'Amnios cessano completamente, lo strato mesodermico si fa meno robusto e tutto l'Amnios nelle sezioni assume l'aspetto di un sottile nastricino come si osserva nelle condizioni ordinarie.

Non possiamo ora dire che cosa esprimono queste modificazioni che presenta l'Amnios, è certo però che esse devono essere messe in rapporto con le altre formazioni embrionarie ed in ispecie coll'embrione e colla condizione in cui esso si trovava.

Del rudimento embrionario incominciava a comparire la estremità libera, la quale era circondata da cellule epiteliali dell'ectoderma, disposte generalmente in doppio strato e che si continuavano con quelle che rivestivano il cordone e quindi con l'epitelio dell'Amnios. Lo spazio circoscritto da questo rivestimento epiteliale era dapprima tutto occupato da quegli elementi piccoli, rotondeggianti, fortemente coloriti che si riscontrano negli embrioni in avanzata degenerazione: successivamente comparivano spazi o piccole cavità perfettamente vuote, alcune delle quali erano limitate da un solo strato di cellule, che, malgrado l'alterazione, ricordavano ancora l'origine epiteliale; in altre invece i limiti non erano così distinti, essendo formati direttamente dal tessuto mesodermico, potendosi solo in dati punti distinguere elementi, le disposizioni dei quali potevano far credere ad uno stato endoteliale. Queste cavità assumevano forme e rapporti diversi nelle successive sezioni, senza che apparisse qualche fatto nuovo che valesse a dar spiegazione del loro significato. Quindi in questo nostro caso si tratta di una forma nodulare veramente tipica, essendo qui colpito e gran-

demente degenerato il solo embrione, mentre tutte le altre formazioni fetali persistevano con forme e rapporti non molto varianti dalla norma.

Infatti procedendo avanti nell'esame delle sezioni, si trova che il rudimento embrionario si continua col cordone ombellicale, il quale presto allargandosi va a prendere inserzione sulla faccia interna dell'Amnios. La parte fondamentale del cordone aveva la costituzione di un tessuto gelatinoso un po' maturo e quindi si distingue subito dal rudimento embrionario per la colorazione e per la sua struttura. Il rivestimento esterno era formato da elementi ectodermici che si continuavano con l'epitelio dell'Amnios.

Mancavano completamente vasi sanguigni nel cordone e forse non si erano nemmeno sviluppati. Piccoli accumuli di cellule grandemente alterate e più intensamente colorite potevano far credere a residui del canale vitellino, ma essi non potevano essere seguiti. Il canale vitellino doveva nelle prime fasi far parte della costituzione del cordone ombellicale, trovandosi la vescicola ombellicale ben svolta fuori dell'Amnios, ma il suo epitelio ed i vasi onfalomesenterici andarono completamente distrutti. Anche il canale allantoideo era mancante. Nel punto in cui avveniva l'attacco del cordone coll'Amnios, nello stroma di questo si presentavano più numerose le lacune che già abbiamo descritto.

Nel mentre il cordone ombellicale stava per cessare, a poca distanza della faccia mesodermale dell'Amnios, in mezzo a depositi amorfi del Magma, compare la vescicola ombellicale. Ed essa occupava una grande estensione essendo stata compresa in 200 sezioni (dalla 202ª alla 404ª). La forma e la disposizione della v. ombellicale era normale, ma gli elementi costitutivi erano già in avanzata degenerazione.

Alla 220ª sezione, quindi 18 sezioni dopo la comparsa della v. ombellicale, si presentava all'esame un tratto del peduncolo vitellino. Esso fu colpito in un punto dove faceva una piega. Dapprima appariva isolato, senza rapporti colle parti circostanti; seguendolo però nel suo decorso si vedeva che con una estremità andava a continuarsi colla v. ombellicale; l'altra estremità cessava completamente e nessuna traccia esisteva della sua continuazione coll'Amnios e col cordone ombellicale.

Questo punto fu esaminato ripetutamente per escludere una lacerazione che si fosse fatta artificialmente nell'allestire il preparato. La degenerazione quindi progrediva dall'embrione verso la vescicola ombellicale.

Il canale vitellino si presenta ampio, circolare, rivestito da un unico strato di cellule appiattite ed ancora ben conservate, che poteva essere seguìto fin nella cavità del sacco vitellino. Era circondato da tessuto mesodermico ricco di cellule ed in alcune sezioni potevano essere notati nel suo spessore dei punti più coloriti e nei quali gli elementi eran più stretti fra loro: questi punti dovevano evidentemente considerarsi come residui dell'arteria e vena onfalo-mesenterica. Questa appariva meglio conservata e conteneva ancora globuli sanguigni nucleati, in un brevissimo tratto del suo tragitto. Le pareti della v. ombellicale robuste erano disposte nel modo ordinario. Nello strato mesodermale erano ben sviluppate le isole di sangue, ed in tutta l'estensione della vescicola. La grande maggioranza di esse erano vuote, poche contenevano ancora globuli sanguigni, e queste eran poste al polo prossimale ed erano quelle che si mettevano più direttamente in rapporto colla vera onfalo-mesenterica. Lo strato endodermale era formato da unica serie di cellule cubiche, le quali si trovavano in massima parte degenerate. Non si osservarono particolarità, le quali accennassero alla formazione di seni ghiandolari, come venne recentemente descritto da Spee. Nella cavità della vescicola si trovavano scarsi depositi granulosi e detriti di cellule endodermiche.

Queste sono le cose osservate, alcune delle quali per la loro rarità ed importanza meriterebbero d'essere più lungamente discusse. Ma non mancherà occasione nelle successive comunicazioni di ritornare su di esse. Per ora ci limitiamo a fare un confronto fra le due formazioni descritte. Malgrado esse appartengano al medesimo gruppo dei prodotti abortivi, presentano però delle differenze molto rilevanti. Nell'oss. 28ª l'arresto di sviluppo avvenne in epoca più tardiva e si è limitato al solo embrione, il quale si poteva dire scomparso, mentre tutti gli annessi esistevano, dimostrando solo variazioni nella loro costituzione, che dovevano certo essere messe in rapporto colle condizioni in cui si trova l'embrione. Nella oss. 27ª invece l'ar-

resto di sviluppo aveva colpito non solo l'embrione, ma ancora l'Amnios, la vescicola ombellicale, ecc., le quali parti non erano più riconoscibili.

Ed ora se si pensa alle condizioni in cui si trovano tutte queste formazioni appena chiuso il Chorion e nel momento in cui sta per comparire il mesoderma e la cavità Celomica (vedi fig. 1ª e 3ª del recente lavoro di Spee: *Neue Beobachtungen über sehr frühe Entwickelungsstufen des menschlichen Eies*, « Archiv für Anatomie », 1896) possiamo facilmente comprendere perchè un processo che colpisca non l'embrione, il quale ancora non esiste a quest'epoca, ma il disco germinativo, debba anche necessariamente interessare l'Amnios, la v. ombellicale, il peduncolo addominale, che sono parte così integrante del disco germinativo stesso. E possiamo perciò approssimativamente stabilire l'epoca in cui è avvenuto il disturbo nello sviluppo in questa varietà di prodotti abortivi. In questo momento è così attiva la proliferazione degli elementi, e così rapido l'accrescimento ed il differenziamento delle parti, che un minimo disturbo, che avvenga nella nutrizione, è sufficiente a produrre rapidamente la disorganizzazione.

Se il processo colpisce l'ovulo in epoca ancora più precoce, prima vale a dire della chiusura completa del Chorion e prima della comparsa del mesoderma, non possiamo dire se in tali circostanze sia possibile di poter riconoscere le parti embrionarie, perchè ignoriamo completamente il modo di presentarsi di queste parti nelle condizioni normali. Fino ad ora nei nostri studi ciò che ci serve di guida è l'esistenza del Chorion e molte particolarità possiamo riferirle a formazioni embrionarie solo per il fatto che esse si trovano entro la cavità coriale.

Il fatto adunque che risulta manifesto dai nostri studi si è che la causa, la quale fa sentire la sua azione malefica sopra un prodotto in via di sviluppo, agisce nelle primissime fasi ed in momenti diversi, che noi possiamo anche ben determinare.

Ora sarà compito dell'avvenire di meglio precisare l'epoca in cui avvengono più frequentemente questi fatti, per poter poi stabilire se nella specie nostra esista un momento nello sviluppo, nel quale il prodotto incontri maggiori difficoltà nella sua evoluzione e quali siano le condizioni che favoriscono questi accidenti; se esse siano intimamente legate al processo evolutivo

C. GIACOMINI - Anomalie di sviluppo dell'Embrione umano. (Tav. X)

Fig. 8

Fig. 9

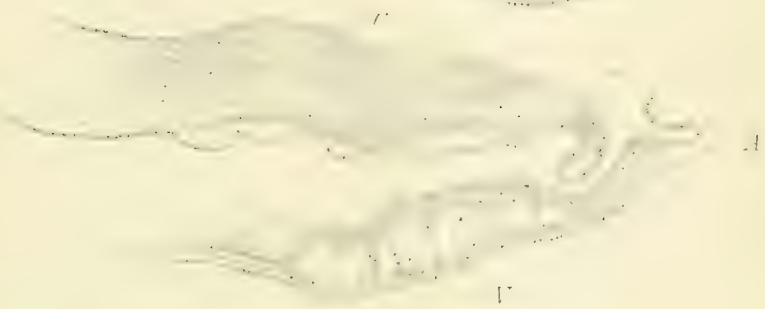


Fig. 10

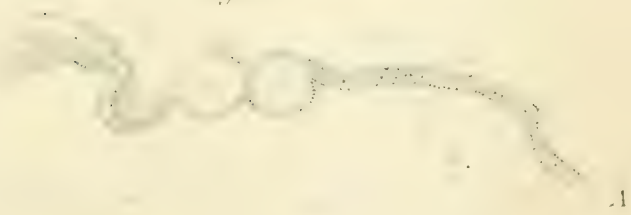


Fig. 6

stesso, oppure dipendano dal mezzo entro il quale lo sviluppo, avviene. Tutte questioni che hanno importanza teorica e pratica.

Intanto, continuando il confronto delle nostre due osservazioni, se esse avessero continuato ancora per qualche tempo a rimanere nell'utero, il risultato finale sarebbe stato la scomparsa completa dell'embrione; e quindi ambedue costituiscono forme di passaggio al 2° gruppo dei prodotti abortivi, nei quali manca l'embrione perchè esso è scomparso in sito, colla differenza che mentre l'oss. 27ª avrebbe dato origine alle varietà nelle quali mancano tutte le formazioni embrionarie, ad eccezione del Chorion, l'oss. 28ª invece alle altre varietà nelle quali solo l'embrione è scomparso persistendo tutti gli annessi d'origine fetale.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1ª. — Sacco ovulare dell'osserv. 27ª (N. CV) a grandezza naturale. — La superficie è coperta da corte villosità.

Fig. 2ª. — Sezione dell'emisfero che non conteneva le formazioni embrionarie: *A*, grandezza naturale — *B*, con leggero ingrandimento. Si vede meglio il modo con cui sono distribuite le villosità. — Nel punto *K* è dove lo strato sinciziale del Chorion era costituito da elementi a forma epiteliare e con limiti distinti.

Fig. 3ª. — Sezione del 2° emisfero del sacco del Chorion, corrispondente alla 18ª sez. In una piega del Chorion si vede sorgere dal mesoderma una formazione che può essere ben seguita nelle sezioni successive, e che ci rappresenta il rudimento embrionario.

Fig. 4ª. — Questa figura corrisponde alla sezione 78ª. La cavità del Chorion si è ingrandita, ed il rudimento embrionario *E* si è reso indipendente, circondato dal Magma. — Sul lato sinistro della figura che rappresenterebbe il lato ventrale del rudimento embrionario, sorgono due prolungamenti vescicoliformi *P* e *Q* che per la loro costituzione ricordano la vescicola ombellicale.

Fig. 5ª. — Tratto di Chorion dove lo strato esterno si dimostra costituito da elementi a forma epiteliare con limiti distinti. — *V*, Sezione di piccola villosità dove il sincizio è normale.

Fig. 6ª. — Sacco dell'ovo dell'osser. 28ª (N. LXXXIII) aperto in grandezza naturale. — In *O* si vede il rudimento embrionario.

Fig. 7ª. — Porzione d'Amnios *A* e rudimento embrionario *O* ad un maggiore ingrandimento.

Fig. 8ª. — Amnios *A* ed Embrione *O* (sezione 142ª); in *V* si vede una lacuna dell'Amnios.

Fig. 9ª (Sezione 184ª). — Cordone ombellicale (*C*) che sta per continuarsi con l'Amnios *A*. — In *V* lacune dell'Amnios entro le quali stanno cellule rotonde.

Fig. 10. — Amnios e vescicola ombellicale (sez. 248ª); in *Vi* sezione del canale vitellino.

Le tangenti multiple della Cayleyana di una quartica piana generale.

Estratto di una lettera del Prof. E. BERTINI al Prof. C. SEGRE.

Studiando l'apolarità rispetto ad una quartica piana mi sono imbattuto in una proposizione che qui ti comunico.

Considero i sistemi di tre punti, o *terne, apolari* ad una quartica piana Q, e giacenti su una stessa retta. Ricordo che in generale una terna si dice *apolare* rispetto a Q se con qualunque punto del piano forma una curva (di 4ª classe) coniugata a Q, ovvero se la retta polare mista dei tre punti è indeterminata, o anche se la conica polare mista di due punti ha un punto doppio nel terzo. Sopra una retta generica del piano esiste sempre una cosifatta terna data dai tre punti di intersezione della retta colla curva G, di Caporali (*), cioè colla curva di 3° ordine luogo del 3° punto di una terna apolare a Q, di cui gli altri due punti sono sopra la retta.

Esistono rette contenenti più di una e quindi infinite terne apolari? Sia r una delle 21 rette che insieme a coniche costituiscono prime polari degeneri di Q (i cui poli sono punti doppi della Steineriana) e sia P il polo della cubica formata di r e di una conica γ.

Un punto P′ di r ha per polare, rispetto alla cubica, una conica composta di r e di un'altra retta segante r in un punto P″. La terna PP′P″ è apolare a Q: onde P è punto comune ad ∞^1 terne apolari, di cui gli altri due punti P′, P″ sono sopra r e sono manifestamente punti corrispondenti di una involuzione. La conica polare mista di P′, P″ dà origine ad un'altra involuzione di rette intorno a P, i cui raggi doppi sono polari di due coppie di punti di r: A, A′; B, B′ appartenenti al covariante S (luogo delle coppie di punti le cui coniche polari miste sono rette doppie). Ne segue che r è tan-

(*) *Memorie di Geometria*, Napoli, 1888, pag. 344-45.

gente doppia per l'inviluppo delle rette congiungenti punti corrispondenti di S (*).

Ne segue anche, indicando con A'', B'' le intersezioni di r colle rette (doppie) polari miste di A, A'; B, B', che sono $AA'A''$, $BB'B''$ due terne apolari sopra r: cosicchè su questa retta esistono ∞^1 terne apolari costituenti una involuzione di 3° ordine (e di 1ª specie). Non possono infatti le dette terne essere ∞^2 (cioè la detta involuzione essere di 2ª specie), perchè ogni punto X di r staccherebbe una involuzione di 1ª specie (XYY') e formerebbero le coniche polari miste della coppia variabile (YY') un fascio involutorio di coniche con punto doppio in X. Due coppie (YY') apparterrebbero quindi al covariante S e, variando X, si troverebbe che r appartiene a questo covariante, mentre, per una quartica Q generale, S è irriducibile.

I quattro punti doppi della sunnominata involuzione di 3° ordine sopra r sono chiaramente della Hessiana di Q (la quale Hessiana sega inoltre r nei punti che questa ha comune con γ), e quindi i quattro punti che con quelli formano rispettivamente terne dell'involuzione appartengono alla Steineriana. La retta r è adunque tangente quadrupla della Cayleyana. Oltre le 21 rette r, questa curva non possiede altre tangenti multiple, perchè sono 126 le tangenti doppie della Cayleyana di una quartica Q generale (**).

Donde si trae un'altra conseguenza: e cioè che di rette sulle quali esista più che una terna apolare, non vi sono che le dette 21 rette, giacchè un'altra retta che avesse quella proprietà, per lo stesso ragionamento fatto, dovrebbe essere tangente quadrupla della Cayleyana.

Si è adunque dimostrato, per una quartica piana generale, che, *mentre sopra una retta generica esiste una sola terna apolare, vi sono 21 rette (e queste sole) su ciascuna delle quali si trova invece una involuzione (di 1ª specie) di terne apolari. Tali rette sono quelle che fanno parte di cubiche polari e sono tangenti quadruple della Cayleyana (che non ha altre tangenti multiple).*

(*) Ciani, *Sopra la corrispondenza polare fra coniche inviluppo e coniche luogo stabilite da una quartica piana* (" Rend. della R. Accad. dei Lincei ", 1895, n° 10).

(**) Cfr., ad es., Clebsch-Lindemann, *Vorlesungen*, Bd. I, pag. 368.

Le classi finite;

Nota di CESARE BURALI-FORTI in Torino.

Per mezzo del concetto di *classe* (*insieme*, *gruppo*, *collezione*, ...), e di *corrispondenza* [1], e dando del termine *classe finita* la definizione del sig. Dedekind [2] (§ 2), noi dimostriamo il *principio d'induzione* (§ 3) ed otteniamo quindi il concetto di *numero intero* (§ 4), indipendentemente dal concetto di *grandezza* e di *misura* [3], e dal concetto di *ordine* [4].

Per renderci esatto conto della questione della quale ci occupiamo in questa memoria e della sua importanza [5], ci basterà esaminare il recente lavoro del sig. G. Cantor [6], che,

[1] Indicheremo tra poco quello che ammettiamo noto per tali concetti.

[2] " Was sind und was sollen die Zahlen? „ (u è classe *finita* quando è impossibile determinare una classe v contenuta in u e diversa da u, tale che i suoi elementi possano porsi in corrispondenza univoca e reciproca con gli elementi di u. — u è classe *infinita* quando non è *finita*).

[3] R. Bettazzi, *Teoria delle grandezze* (Pisa, Spoerri). — *Sul concetto di numero*, " Periodico di matematica per l'insegnamento secondario „, [illegible] II — Per le osservazioni relative all'introduzione del concetto di numero dipendentemente da quello di grandezza e di misura si consulti: G. Peano, *Sul concetto di Numero*, " Rivista di matematica „, vol. I, Nota II, pag. 257. — Per l'introduzione del concetto di misura dato quello di grandezza, si veda: C. Burali-Forti, *Teoria delle Grandezze*, Parte IV, del Formulario pubblicato dalla " Rivista di Matematica „.

[4] R. Bettazzi, *Gruppi finiti e infiniti di enti*, " Accademia „, Torino, 1896. Faremo tra poco alcune osservazioni a questa nota.

[5] Scientifica, ma non didattica, poichè il metodo di cui il sig. Dedekind fa uso per introdurre il numero intero, resta ancora il più semplice e il più naturale. In ogni modo il lavoro che noi presentiamo, se non è di immediata (e crediamo nemmeno futura) applicazione nell'insegnamento medio, riteniamo possa contribuire alla semplificazione dei concetti didattici, mostrando l'identità di certi concetti ordinariamente ritenuti come distinti (*numero* — *classe finita* — *principio d'induzione*).

[6] *Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre*, " Math. Ann. „ B. 47; traduz. ital. nella " Rivista di Matematica „, a. 1895.

oltre contenere i resultati esposti nei precedenti lavori [1] dello stesso autore sui numeri cardinali, è l'opera più completa e perfetta in tale ordine d'idee.

Se u è una classe il sig. Cantor chiama " numero cardinale degli u ", e in segni $\overline{\overline{u}}$, un ente astratto funzione di u e che $\overline{\overline{u}}$ ha a comune con tutte le classi v *equivalenti* ad u; cioè tali che tra i v e gli u si possa stabilire una corrispondenza univoca e reciproca (l. c. — § 1). Esprime che la classe u è equivalente alla classe v scrivendo $u \backsim v$. In conseguenza alla relazione $\overline{\overline{u}} = \overline{\overline{v}}$ (il numero cardinale degli u è eguale (identico) al numero cardinale dei v, o, le classi u, v hanno egual *potenza*), il sig. C. dà il medesimo significato della relazione $u \backsim v$. Definisce in seguito la *somma*, il *prodotto*, ... di due numeri cardinali (§ 1, 3, 4) per mezzo di relazioni e operazioni logiche tra classi e tra corrispondenze.

Segue da ciò che ogni proprietà dei numeri cardinali si deve potere trasformare in una proprietà delle *classi* e delle *corrispondenze*.

Il sig. Cantor ammette noti i concetti espressi dai termini *classe* e *corrispondenza*. A noi, per continuare l'analisi che abbiamo cominciata, è necessario esaminare questi concetti.

Attualmente del termine *classe* non si conosce la definizione (*nominale*), vale a dire non si sa dare un complesso di termini aventi significato esattamente definito, e legati dalle relazioni logiche semplici *e*, *o*, *si deduce*, ... cui possa attribuirsi lo stesso significato del termine *classe*.

Lo stesso dicasi per il termine *corrispondenza*. Se u, v sono classi, immaginiamo data una *legge* mediante la quale fissato ad arbitrio un elemento x di u risulti determinato, e in un sol modo, un elemento di v; indicando questo con fx e lasciando invariato il segno f col variare di x in u, conveniamo che f rappresenti la *legge* o la *corrispondenza* tra gli u e i v. Tutto ciò non definisce certo il termine *corrispondenza*, perchè parecchi dei termini, e delle relazioni fra essi, di cui ci siamo serviti, non sono definiti. — In altri termini dicendo che f è una cor-

[1] Si consulti la " Lista bibliografia ", del sig. Vivanti, unita alla parte VI del Formulario.

rispondenza tra gli u e i v e che essendo x un elemento di u, fx è l'elemento di v che gli corrisponde e che è determinato dalla legge f, non definiamo il termine *corrispondenza*, ma esprimiamo alcune delle idee e delle forme di scrittura che ordinariamente si annettono a questo termine.

L'introduzione degli enti *classe* e *corrispondenza* in matematica, non possiamo attualmente farla altro che per mezzo di *postulati* o *proposizioni primitive*. In altri termini, dobbiamo considerare le idee di *classe* e di *corrispondenza* come *primitive* (o *irriduttibili*), e assegnare ad esse un sistema di proprietà (*postulati*) dalle quali logicamente si possano *dedurre* tutte le proprietà che agli elementi classe e corrispondenza siamo soliti attribuire.

Attualmente non è noto il sistema di postulati di cui abbiamo fatta parola (¹). Per fissare le idee noi ammettiamo note le proprietà di questi enti che sono contenuti nei §§ 4, 5 della Parte I del Formulario pubblicato dalla Rivista di Matematica. Enumereremo in seguito esplicitamente uno dei postulati, che secondo quello che crediamo, dovrà formar parte del sistema di proposizioni irriduttibili, atte a definire i concetti espressi dai termini *classe, corrispondenza*.

Ritorniamo ora al lavoro del sig. Cantor. Nel § 5 l'A. si occupa dei *Numeri cardinali finiti* (o *numeri interi* nell'usuale significato). Considerando un unico oggetto e_1 come un insieme E_1, pone $1 = E_1$; poi, unendo ad E_1 un oggetto e_2 forma l'in-

(¹) Un sistema di postulati per le classi si trova nella nota del sig. Vailati, *Le proprietà fondamentali delle operazioni...*, " Rivista di Mat. ", vol. I, ma esso non è completato. E del resto non è indicato come possa stabilirsi il legame tra il concetto di *classe* e di *proposizione*, legame che è necessario stabilire quando si vogliano *dimostrare* le proprietà che sono conseguenze dei postulati. Non possiamo tornare su di un argomento che oggi non è ancora sufficientemente analizzato e che, anche senza riassumerlo, ci porterebbe troppo in lungo. [Era già scritto questo articolo quando abbiamo ricevuto le bozze del nuovo Formulario per la parte che riguarda la teoria delle *classi* delle *proposizioni* e delle *corrispondenze*. In questa parte il sig. Peano risolve la questione che dicevano finora insoluta. Non vi si trova la nostra prop. 17 del § 2 che abbiamo assunta come primitiva, non essendo essa necessaria per le proposizioni che compariscono attualmente nel nuovo Formulario].

sieme E_1 e pone $2 = E_1$, e così di seguito. Alla formazione delle classi E_1, E_2, ... corrisponde la formazione dei numeri cardinali 1, 2, ... e la legge di formazione di questi ultimi il sig. Cantor *completa* [1] ammettendo (nella dimostrazione della prop. E), il principio di induzione completa: ammettendo cioè che: " Se u è una classe di numeri interi, 1 è un elemento di u e il successivo di ogni u è pure un elemento di u, allora ogni numero intero è un elemento di u ". Nel § 6 le prop. C, D, sono le prop. assunte dal sig. Dedekind per definire i termini *classe finita*, *classe indefinita*. L'A. non ha però dato il significato del termine, p. es. classe finita, e si può quindi ritenere che: o classe finita significhi classe il cui numero cardinale è uno degli elementi 1, 2, ...: o il termine classe finita esprima un concetto primitivo (irriduttibile) di cui il principio d'induzione è uno dei postulati che lo individua insieme ai concetti di *classe* e di *corrispondenza* [2].

In ogni modo nel lavoro del sig. Cantor non apparisce ben chiaro come il concetto di numero cardinale (finito o no) possa ridursi, a partire dal § 5, ai soli concetti di classe e di corrispondenza, come agevolmente si fa nei primi quattro §§. — La questione ha bisogno di una ulteriore analisi nei principî fondamentali, analisi che noi abbiamo intrapresa al solo scopo di contribuire, per quanto le forze ce lo permettono, al grandioso edificio dei numeri trasfiniti.

Esponiamo ora brevemente quali questioni abbiamo poste e risolute in questa memoria.

Nel § 1 diamo alcune prop. sulle corrispondenze non ancora contenute nel Formulario. Di più introduciamo alcuni segni (∞, $\prec$, Un, seq), che servono a rendere più semplici gli enunciati e le dimostrazioni contenute nei §§ 2, 3, 4.

Nel § 2, dopo avere assunte come definizioni dei termini

---

[1] Si consulti la nota I: *Sul concetto di numero*, del sig. G. Peano, a proposito dell'indipendenza dei postulati (del Dedekind) che individuano il numero (pag. 93).

[2] Che non convenga considerare il termine *classe finita* come primitivo, risulta dal fatto che, esso può definirsi dipendentemente dai concetti di *classe* e di *corrispondenza*, o di *classe* e di *numero* e che così definito gode delle proprietà che nel linguaggio comune ad esso si attribuiscono.

classe finita e infinita quelle del sig. Dedekind, esponiamo un complesso di proposizioni (3-16) conseguenze di tali definizioni e delle prop. del Formulario relative alle *classi* e alle *corrispondenze*. Fra queste, notevole e feconda di molte conseguenze, è la prop. 5 che dice, essere infinita ogni classe che contiene una classe infinita (o, è finita ogni classe contenuta in una classe finita). È pure notevole la prop. 16, sebbene di essa non abbiamo fatto applicazioni. " Se esiste una classe infinita e la classe u è tale che comunque si fissi la classe finita x esiste una parte di u equivalente ad x, allora u è classe infinita ". Se col sig. Dedekind (l. c.) dimostriamo la prop. " esistono classi infinite ", allora la prima parte dell'ipotesi della prop. citata può esser soppressa. Non siamo però riusciti a dare della prop. " esistono classi infinite " una dimostrazione che ci soddisfi intieramente e quindi la poniamo in modo esplicito nell'ipotesi tutte le volte che ci è necessario.

Arrivati a questo punto non abbiamo saputo procedere oltre senza introdurre esplicitamente una prop. primitiva, che esprimiamo nel modo seguente: " Se u è una classe i cui elementi sono classi non nulle, e v è la minima classe che contiene ogni elemento di u, allora la classe u è equivalente o a v o a una parte di v ". Ciò nel linguaggio comune si può anche esprimere dicendo che " una classe di classi contiene almeno *tanti* elementi, *quanti* sono quelli che formano i suoi elementi ": qui il *tanti quanti*, è espressione precisata nella precedente dizione dal concetto di classe e di corrispondenza univoca e reciproca. Da questa prop. noi deduciamo (prop. 19) che " ogni classe di classi formata con gli elementi di una classe finita è classe finita ", il che non sapremmo dimostrare valendoci solamente delle proprietà delle classi e delle corrispondenze contenute nel Formulario.

Nel § 3 otteniamo il principio d'induzione. Ecco in sostanza come procediamo. Sia u una classe finita i cui elementi sono p. es. a, b, c, d, e. Diciamo che v è una classe *normale formata con gli u* (prop. 1), quando i suoi elementi sono p. es. le classi seguenti:

$$(a), \quad (a, b), \quad (a, b, c), \quad (a, b, c, d), \quad (a, b, c, d, e).$$

La prop. primitiva prima ammessa, ci permette di dimostrare che v è classe finita (prop. 9), che u è un elemento di v

(prop. 11) e che " se w è una classe formata con elementi di r, u appartiene a w, e il seguente di ogni elemento di w diverso da u, è pure un w, allora ogni r è un w, cioè la classe w è *identica* alla classe r (prop. 12) ". — Ciò, in altri termini esprime che " si forma una classe finita, unendo ad un suo elemento a un altro b, poi un altro c, ... e *così di seguito*, avendo tale operazione *una fine* ". Qui i termini *così di seguito*, *l'operazione ha fine* sono precisati dai termini esattamente definiti contenuti nella prop. 12. Risulta di qui che la def. del signor Dedekind conduce effettivamente ad uno degli ordinari significati che si attribuiscono al termine *classe finita* [1].

Dimostriamo in seguito (prop. 13) che può effettivamente costruirsi almeno una classe normale con gli elementi di una classe finita, e da ciò deduciamo il principio generale di induzione (prop. 14) che può essere enunciato così: " Se una proprietà è vera per tutte le classi contenenti un solo elemento (§ 1, prop. 13), ed essendo vera per una classe finita (diversa dalla classe totale) si può dimostrare che è vera per la classe che da essa si ottiene unendoci un elemento, allora ogni classe finita gode di quella proprietà ".

Nel § 4, essendo u una classe finita e contenente effettivamente degli elementi (non nulla), chiamiamo " numero degli u " un ente astratto funzione di u e che u ha a comune con tutte le classi r equivalenti (secondo Cantor) ad u. Chiamiamo poi *numero* (intero e non nullo) la classe i cui elementi sono i numeri degli elementi di tutte le classi finite e non nulle. — Definito l'1 e la somma di due numeri, come fa il sig. Cantor

---

[1] Il sig. Bettazzi, nella nota citata: *Gruppi finiti*....., dice " .....resta il dubbio che veramente i suoi (*del Dedekind*) gruppi finiti si possano tutti ridurre a quel tipo di gruppo ordinato, nel quale in sostanza ordinariamente (ed anche nel grossolano uso comune) si suol vedere il gruppo finito ". — Noi riteniamo invece che la definizione del sig. Dedekind conduca effettivamente al comune significato di *classe finita*, poichè le nostre proposizioni dei §§ 3, 4 esprimono appunto le proprietà che nel linguaggio comune si sogliono attribuire alla classe finita. Che poi non sia necessario ricorrere — come fa il sig. Bettazzi — oltre che ai concetti di classe e di corrispondenza anche a quello di *ordine*, risulta dal non aver noi fatto uso di tale concetto pur giungendo al risultato finale.

per i numeri cardinali, risalta subito che se u_1 è la classe che si ottiene da u unendoci un elemento e diverso da ogni u, allora il numero degli u_1 vale il numero degli u più uno: il che prova che l'espressione " numero degli u " ha l'ordinario significato.

Se esiste almeno una classe infinita, allora la classe numero è infinita, e essendo a un numero, $a + 1$ è sempre un numero. Valendosi dei risultati ottenuti nel § 3 si dimostra che per l'ente astratto numero sussistono le proprietà assunte dal signor Dedekind come primitive per individuare il concetto di numero (¹), e sussistono quindi per il numero, quale lo abbiamo definito, tutte le ordinarie proprietà (²). Con ciò diamo fine al § 4 e al nostro lavoro.

E potremmo anche dar fine alla prefazione se non credessimo utile far notare esplicitamente come possa farsi la trattazione inversa alla nostra. Tale utilità ci sembra determinata dal fatto che mentre didatticamente è assai semplice partire dal concetto astratto di numero intero e da questo giungere al concetto di classe finita, pure tale metodo è poco noto fra gli insegnanti (³) e anzi si presenta una spiccata tendenza (⁴) al procedimento inverso, per quanto esso fino ad oggi sia stato privo di un rigoroso fondamento scientifico.

Al concetto di *numero* (intero, positivo e non nullo) sono intimamente legati i concetti espressi dai termini *uno* (o *unità*),

(¹) *Sul concetto di numero*, Loc. cit.

(²) G. Peano, *Arithmetices principia*..... Torino, Bocca, 1889.

(³) " Le esatte determinazioni di concetti ed i rigorosi metodi di dimostrazione, svolti dalla moderna matematica, vengono generalmente ritenuti per astrusi ed eccessivamente astratti nella cerchia degli insegnanti secondarii;..... — Per oppormi a tale opinione fu per me vero piacere l'esporre nella scorsa estate dinanzi ad un gran numero di uditori, in un corso di lezioni di due ore settimanali, quanto la scienza moderna è in grado di dire sulla possibilità delle costruzioni della geometria elementare ". (F. Klein, *Conferenze sopra alcune questioni di geometria elementare*, traduzione dal tedesco di F. Giudice). Perchè in Italia un qualche autorevole e valente scienziato non fa altrettanto?

(⁴) Per es. i citati lavori del sig. Bettazzi e varii trattati ispirati a tali metodi.

successivo $(a+1)$ [1]. Questi, insieme al termine numero, sono individuati dai postulati seguenti [2]:

(*a*) L'unità è un numero.

(*b*) Il successivo d'ogni numero è un numero.

(*c*) Numeri eguali hanno eguali i successivi e viceversa.

(*d*) L'uno non è il successivo d'un numero.

(*e*) Se una proprietà è vera per il numero 1, ed ammessa vera per un numero, si può dimostrar vera per il suo successivo, allora quella proprietà è vera per ogni numero. (Principio d'induzione completa).

Da questi postulati si deducono tutte le ordinarie proprietà dei numeri.

Essendo u una classe si scriva num$u$, al posto di " *numero* degli u ", e si ponga: num$u = 0$, quando la classe u non contiene elementi; e si ponga num$u = a$, ove a è un numero, quando il numero degli u da cui si toglie un elemento è $a - 1$. Per induzione [3] risulta il significato generale di num$u = a$ [4].

Si dica che u è classe finita (e non nulla) quando esiste un numero a tale che num$u = a$, cioè quando gli elementi di u *si possono contare*. Si dimostrerà, assai facilmente, che: se u, v, sono classi finite, allora num$u =$ num$v$, quando u è equivalente a v: u è una classe finita quando non esiste una sua parte propria equivalente ad u. Si ritorna così alla def. da noi data della relazione num$u =$ num$v$ e alla def. di classe finita del sig. Dedekind.

Basti per ora questa esposizione sommaria, sulla quale speriamo tornare con altri lavori.

In altre note, valendoci dei risultati ottenuti in questa memoria, ci occuperemo delle classi infinite e avremo da esporre alcune osservazioni che crediamo di qualche interesse.

Nell'esposizione facciamo uso delle notazioni di logica adottate dal Formulario. Citiamo questo e " L'introduction au Formulaire " con le abbreviazioni Form., Int. Form.

---

(1) Per la riduzione ai soli termini *numero*, *uno*, *successivo*, si veda C. Burali-Forti, *Logica matematica* (Manuali Hoepli, pp. 130-139).

(2) I lavori citati dei sigg. Dedekind e Peano.

(3) *Logica matematica*, Loc. cit., pp. 126-128.

(4) *Sul concetto di Numero*, Loc. cit.

§ 1.

$u, v, w \in \mathrm{K} \,.\, \supset \therefore$

1. (¹) $f \in (v f u)\mathrm{rcp} \,.\, x \in u \,.\, y \in u \,.\, \supset : g \in (v f u)\mathrm{rcp} \,.\, gx = fy \,.\, = \Lambda$

2. (²) $u \backsim v \,.\, = \,.\, (v f u)\mathrm{rcp} - = \Lambda$ Def

3. (³) $u < v \,.\, = \,.\, (v f u)\mathrm{Sim} - = \Lambda$ Def

4. $u \backsim v \,.\, \supset \,.\, u < v$ [Form. I § 5 P35 . P3 . ⊃ . P4]

5. $u \supset v \,.\, \supset \,.\, u < v$

6. $u \backsim u$

7. $u \backsim v \,.\, = \,.\, v \backsim u$ [Form. I § 5 P22 . P2 . ⊃ . P7]

8. $u \backsim v \,.\, v \backsim w \,.\, \supset \,.\, u \backsim w$ [Form. I § 5 P39 . P2 . ⊃ . P8]

9. $u \backsim v \,.\, v < w \,.\, \supset \,.\, u < w$ [Form. I § 5 P36,39 . P2,3 . ⊃ . P9]

10. $u < v \,.\, v < w \,.\, \supset \,.\, u < w$

(¹) I segni $v f u$, $(v f u)\mathrm{Sim}$, $(v f u)\mathrm{rcp}$ si leggono " corrispondenza univoca tra gli u e i v ", " corrispondenza simile tra gli u e i v ", " corrispondenza univoca e reciproca tra gli u e i v ". Nel formulario in luogo del segno rcp si trova sim. Si dice che $f \in (v f u)\mathrm{Sim}$ quando $f \in v f u$, e qualunque siano gli elementi distinti x e y di u si ha che anche fx e fy sono distinti. La prop. 1 è stata enunciata dal sig. Cantor (l. c., § 1), ed esprime che " se f è una corrispondenza univoca e reciproca tra gli u e i v, allora si può sempre determinare almeno un'altra corrispondenza univoca e reciproca tra gli u e i v che faccia corrispondere ad un dato elemento di u un dato elemento di v ".

(²) Il segno $\backsim$ è stato introdotto dal sig. Cantor, e si legge " è equivalente a ". Diciamo che u è equivalente a v quando si può stabilire tra gli u e i v una corrispondenza univoca e reciproca.

(³) Il segno $<$ può leggersi " è minore di " senza che vi sia pericolo di far confusione con lo stesso segno quale usasi nella teoria dei numeri. Diciamo che u è minore di v quando tra gli u e i v può stabilirsi una corrispondenza simile, o, in altri termini, quando u è equivalente ad una parte di v. Se u, v sono classi finite (dando per ora a questo termine il comune significato) e $u < v$, allora il numero degli u o è eguale o è minore del numero dei v: non si ha dunque l'esatta corrispondenza tra il segno $<$ da noi usato per le classi, con lo stesso segno usato per i numeri, ma il primo corrisponde, in certo modo, al segno $\leqq$.

11. $u \backsim v \,.\, u \cap w = v \cap w = \Lambda \,.\supset.\, u \cup w \backsim v \cup w$

[Hp : : $\supset$: : $f \in (v \mathrm{f} u)$ rcp : $x \in u \,.\supset_x.\, g x = f x : x \in w \,.\supset_x.\, g x = x \therefore \supset \therefore g \in ((v \cup w) \mathrm{f} (u \cup w))$ rcp . Form. I § 4 P 12 . P 2 : : $\supset$: : $f \in (v \mathrm{f} u)$ rcp . $\supset$. $u \cup w \backsim v \cup w$. Int. Form. § 18 P 10 : : $\supset$: : Ts]

12. $u \backsim v \,.\, a \in u \,.\, b \in v \,.\supset.\, u - \iota a \backsim v - \iota b$

[Hp $\therefore \supset \therefore f \in (v \mathrm{f} u)$ rcp . $f a = b \,.\supset.\, f \in ((v - \iota b) \mathrm{f} (u - \iota a))$ rcp . P 1 $\therefore \supset \therefore$ Ts]

13. (1) $\mathrm{Un} = \mathrm{K} - \iota \Lambda \cap \overline{x \in} \{ y \in x \,.\supset_y.\, \iota y = x \}$ Def

14. (2) $\mathrm{seq}\, u = \mathrm{K} \cap \overline{x \in} \{ y \in - u \,.\, x = u \cup \iota y \,.\, - =_y \Lambda \}$ Def

15. $u, v \in \mathrm{Un} \,.\supset.\, u \backsim v$

[Hp . P 13 : $\supset : x \in u \,.\, y \in v \,.\, f x = y \,.\supset_{x,y}.\, f \in (v \mathrm{f} u)$ rcp . P 2 : $\supset : x \in u \,.\, y \in v \,.\supset.\, u \backsim v$. Int. Form. § 18 P 10 . P 13 : $\supset$: Ts]

16. $u \in \mathrm{Un} \,.\, v - = \Lambda \,.\supset.\, u < v$

[Hp : $\supset : x \in \mathrm{K} v \,.\, x \in \mathrm{Un} \,.\, - =_x \Lambda$. P 8, 9, 15 : $\supset$: Ts]

17. $u \in \mathrm{Un} \,.\, v - = \Lambda \,.\, v - \in \mathrm{Un} \,.\supset.\, v - < u$

[Hp : $\supset : f \in u \mathrm{f} v \,.\supset_f.\, f - \in (u \mathrm{f} v)$ Sim : $\supset : (u \mathrm{f} v)$ Sim $= \Lambda$. P 3 : $\supset$: Ts]

18. $w \in \mathrm{seq}\, u \,.\, u < v \,.\, w - < v \,.\supset.\, u \backsim v$

[(α). Hp. $f \in (v \mathrm{f} u)$ Sim. $f u - = r \,.\, y \in r - f u : x \in u \,.\supset_x.\, g x = f x : x \in w - u \,.\supset_x.\, g x = y \therefore \supset \therefore \supset \therefore g \in (v \mathrm{f} w)$ Sim $\therefore \supset \therefore \supset \therefore w < v$. Form. I § 5 P 22, 36 . (α) $\therefore \supset \therefore w \in \mathrm{seq}\, u \,.\, u < v \,.\, u - \backsim v \,.\supset.\, w < v$. Form. I § 2 P 24 $\therefore \supset \therefore$ P 18 .]

(1) Scriviamo Un (prop. 13), al posto di " classe contenente un solo elemento ". — Qui non entra affatto il concetto di numero sebbene comparisca la parola *uno*. Infatti diciamo che $x \in \mathrm{Un}$ quando x è una classe non nulla e tale che essendo y un elemento qualunque di x la classe x è composta di elementi tutti eguali ad y; o, in altri termini, che se y, z sono elementi di x sempre $y = z$.

(2) Scriviamo seq u (prop. 14), al posto di " seguente u " (*sequens*). Diciamo che x è un seguente u, quando x è una classe che si ottiene da u aggiungendovi un elemento y non appartenente ad u. La classe *tutto* ($= \Lambda$) non ammette seguenti; ammette almeno un seguente ogni classe diversa dalla classe *tutto*.

§ 2

1. [1] $\mathrm{Kinf} = \mathrm{K} \cap \overline{u \in} \{ x \in \mathrm{K} u \,.\, x - = u \,.\, x \backsim u \,.\, - =_x \Lambda \}$ Def

2. $\mathrm{Kfin} = \mathrm{K} - \mathrm{Kinf}$ Def

3. $\Lambda \in \mathrm{Kfin}$

[Form. I § 3 P 7 $\therefore \supset \therefore x \in \mathrm{K} \Lambda \,.\, \supset_x \,.\, x = \Lambda$. Form. I § 1 P 5, 13; § 3 P 8 $\therefore \supset \therefore x \in \mathrm{K} \Lambda \,.\, x - = \Lambda \,.\, x - = \Lambda \,.\, - =_x \Lambda$ P 1, 2 $\therefore \supset \therefore$ P 3]

4. $\mathrm{Un} \supset \mathrm{Kfin}$ [§ 1 P 13 . P 1, 2 . $\supset$. P 4]

5. $u \in \mathrm{Kinf} \,.\, v \in \mathrm{K} \,.\, u \supset v \,.\, \supset \,.\, v \in \mathrm{Kinf}$

[(α). $u, v \in \mathrm{K} \,.\, u \supset v \,.\, x \in \mathrm{K} u \,.\, x - = u$. Form. I § 4 : $\supset$: $x \in \mathrm{K} v$. $x - = v$: $\supset$: $x \cup (v - u) \in \mathrm{K} v$. $x \cup (v - u) - = v$.

(β). $u, v \in \mathrm{K} \,.\, u \supset v \,.\, x \in \mathrm{K} u \,.\, x - = u \,.\, x \backsim u \,.\, \alpha$. § 1 P 11 : $\supset$: $y \in \mathrm{K} v$. $y - = v$. $y \backsim v$. $- =_y \Lambda$.

Int Form. § 18 P 10 . P 1 . (β) : $\supset$: $u, v \in \mathrm{K} \,.\, u \supset v \,.\, u \in \mathrm{Kinf}$. $\supset$. $v \in \mathrm{Kinf}$. P 1 : $\supset$: P 5]

5'. $u \in \mathrm{K} \,.\, v \in \mathrm{Kfin} \,.\, u \supset v \,.\, \supset \,.\, u \in \mathrm{Kfin}$ [P 5' = P 5]

6. $\mathrm{Kinf} - = \Lambda \,.\, = \,.\, - \Lambda \in \mathrm{Kinf}$

[(α). $(\frac{\Lambda}{v})$ P 5 : $\supset$: $u \in \mathrm{Kinf} \,.\, \supset \,.\, - \Lambda \in \mathrm{Kinf}$. Int Form. § 18 P 10 : $\supset$: $\mathrm{Kinf} - = \Lambda \,.\, \supset \,.\, - \Lambda \in \mathrm{Kinf}$

(β). Form. I § 4 P 12 : $\supset$ $\Lambda \in \mathrm{Kinf} \,.\, \supset \,.\, \mathrm{Kinf} - = \Lambda$

(α) . (β) . $\supset$. P 6]

7. $u \in \mathrm{Kinf} \,.\, v \in \mathrm{K} \,.\, \supset \,.\, u \cup v \in \mathrm{Kinf}$ [P 5 . $\supset$. P 7]

---

[1] Scriviamo Kinf e Kfin, rispettivamente, al posto di *classe infinita* e *classe finita* (P 1, 2. Diremo [illegible] Dedurremo che u è una classe infinita quando esiste una sua parte propria [illegible] differente da u) equivalente ad u: e che u è una classe finita quando è una classe non infinita.

8. $u \epsilon \mathrm{K}\mathrm{inf} . a \epsilon u . \supset . u - \iota a \epsilon \mathrm{K}\mathrm{inf}$

[(α). Hp. P1, 3, 4 : ⊃ : $x \epsilon \mathrm{K} u . a \epsilon x . x - = u . x \backsim u . - =_x \Lambda$

(β). Hp . $x \epsilon \mathrm{K} u . a \epsilon x . x - = u . x \backsim u$. §1 P12 : ⊃ : $x - \iota a \epsilon \mathrm{K}(u - \iota a) . x - \iota a - = u - \iota a . x - \iota a \backsim u - \iota a$: ⊃ : $y \epsilon \mathrm{K}(u - \iota a) . y - = u - \iota a . y \backsim u - \iota a . - =_x \Lambda$. P1 : ⊃ : $u - \iota a \epsilon \mathrm{K}\mathrm{inf}$.

Hp . (α) . (β) . ⊃ . Ts)

9. $u \epsilon \mathrm{K}\mathrm{fin} . v \epsilon \mathrm{seq}\, u . \supset . v \epsilon \mathrm{K}\mathrm{fin}$ [Form. I §2 P24. P8 . ⊃ . P9]

10. $u \epsilon \mathrm{K}\mathrm{fin} . v \epsilon \mathrm{K} . u \backsim v . \supset . v \epsilon \mathrm{K}\mathrm{fin}$

[(α). $u, v \epsilon \mathrm{K} . f \epsilon (v \mathrm{f} u) \mathrm{rcp} . x \epsilon \mathrm{K} u . x - = u . x \backsim u : \supset : f x \epsilon \mathrm{K} v . f x - = v . f x \backsim v$. Form. I §4 P12 : ⊃ : $y \epsilon \mathrm{K} v . y - = v . y \backsim v . - =_x \Lambda$. P1 : ⊃ : $v \epsilon \mathrm{K}\mathrm{inf}$

Int Form. §18 P10 . P1 . (α) : ⊃ : $u \epsilon \mathrm{K}\mathrm{inf} . v \epsilon \mathrm{K} . u \backsim v . \supset . v \epsilon \mathrm{K}\mathrm{inf}$. P2 . Form. I §2 P24 : ⊃ : P10 .]

11. $u \epsilon \mathrm{K} . v \epsilon \mathrm{K}\mathrm{fin} . u < v . \supset . u \epsilon \mathrm{K}\mathrm{fin}$ [P5, 10 . ⊃ . P11]

12. $\mathrm{K}\mathrm{inf} - = \Lambda . = : x \epsilon \mathrm{K}\mathrm{fin} . \supset_x . \mathrm{seq}\, x - = \Lambda$

[(α_1). $u \epsilon \mathrm{K}\mathrm{inf} . x \epsilon \mathrm{K}\mathrm{fin}$. P11 : ⊃ : $u - x - = \Lambda$. §1 P14 : ⊃ : $\mathrm{seq}\, x - = \Lambda$.

(α). Int Form. §18 P10 . (α_1) : . ⊃ : . $\mathrm{K}\mathrm{inf} - = \Lambda . \supset : x \epsilon \mathrm{K}\mathrm{fin} . \supset_x . \mathrm{seq}\, x - = \Lambda$

(β). $- \Lambda \epsilon \mathrm{K}\mathrm{fin} . \supset : x \epsilon \mathrm{K}\mathrm{fin} . \mathrm{seq}\, x = \Lambda . - =_x \Lambda$. Form. I §2 P4 ∴ ⊃ ∴ $x \epsilon \mathrm{K}\mathrm{fin} . \supset_x . \mathrm{seq}\, x - = \Lambda : \supset : - \Lambda \epsilon \mathrm{K}\mathrm{inf}$. P6 . (α) . (β) . ⊃ . P12]

13. $\mathrm{K}\mathrm{inf} = \mathrm{K} \cap \overline{u \epsilon} \} x \epsilon \mathrm{K} u . x - = u . u < x . - =_x \Lambda \}$

[(α). §1 P4 : . ⊃ : . $u \epsilon \mathrm{K}\mathrm{inf} . \supset : u \epsilon \mathrm{K} . x \epsilon \mathrm{K} u . x - = u . u < x . - =_x \Lambda$.

(β). Form. I §5 P36 ∴ ⊃ ∴ $u \epsilon \mathrm{K} . x \epsilon \mathrm{K} u . x - = u . u < x . \supset : u \epsilon \mathrm{K} . y \epsilon \mathrm{K} u . y - = u . y \backsim u . - =_x \Lambda$. P1 ∴ ⊃ ∴ $u \epsilon \mathrm{K} . x \epsilon \mathrm{K} u . x - = u . u < x . - =_x \Lambda : \supset . u \epsilon \mathrm{K}\mathrm{inf}$.

(α) . (β) . ⊃ . P13]

14. $u \in \mathrm{K}\,\mathrm{fin} \,.\, v \in \mathrm{seq}\, u \,.\supset.\, v -< u$

[P13 : $\supset$: $u \in \mathrm{K} \,.\, v \in \mathrm{seq}\, u \,.\, v < u \,.\supset.\, u \in \mathrm{K}\,\mathrm{inf}$. Form. § 2 P24 : $\supset$: P14]

15. $u, v \in \mathrm{K}\,\mathrm{fin} \,.\, u < v \,.\supset.\, u -< v$

[(α). Form. I § 5 P36 . § 1 P9 : $\supset$: $u, v \in \mathrm{K} \,.\, f \in (v f u)\,\mathrm{Sim} \,.\, v < u \,.\supset.\, v = f u$. P13 . (α) $\therefore \supset \therefore u, v \in \mathrm{K} \,.\, f \in (v f u)\,\mathrm{Sim} \,.\, f u = v \,.\, v < u \,.\supset.\, v \in \mathrm{K}\,\mathrm{inf}$. Form. I § 5 $\therefore \supset \therefore u, v \in \mathrm{K} \,.\, u < v \,.\, v < u \,.\, u = v \,.\supset.\, v \in \mathrm{K}\,\mathrm{inf}$. Form. I § 2 P24 $\therefore \supset \therefore$ P15]

16. $\mathrm{K}\,\mathrm{inf} -=_{\Lambda} . u \in \mathrm{K} : x \in \mathrm{K}\,\mathrm{fin} \,.\supset_x.\, x < u : \supset .\, u \in \mathrm{K}\,\mathrm{inf}$

[(α). $\mathrm{K}\,\mathrm{inf} -=_{\Lambda} . u \in \mathrm{K}\,\mathrm{fin}$. P6 : $\supset$: $u -=_{\Lambda} : \supset : u \in -u$. $-=_{\alpha\Lambda}$

P14 . § 1 P14 $\therefore \supset \therefore u \in \mathrm{K}\,\mathrm{fin} \,.\, u \in -u \,.\supset: x \in \mathrm{K} \,.\, x -< u$. $-=_{\Lambda}$. (α) $\therefore \supset \therefore \mathrm{K}\,\mathrm{inf} -=_{\Lambda} . u \in \mathrm{K}\,\mathrm{fin} \,.\supset: x \in \mathrm{K} \,.\, x -< u$. $-=_{x\Lambda}$. Form. I § 2 P24, § 4 $\therefore \supset \therefore$ P16]

17. (¹) $u \in \mathrm{K}(\mathrm{K} - \iota_{\Lambda}) \,.\supset.\, u < \cup' u$ PpI

18. (²) $u \in \mathrm{K}(\mathrm{K} - \iota_{\Lambda}) \,.\, u \in \mathrm{K}\,\mathrm{inf} \,.\supset.\, \cup' u \in \mathrm{K}\,\mathrm{inf}$ [I]

[Hp P17 : $\supset$: $u < \cup' u$. Hp P11 : $\supset$: Ts]

19. $u \in \mathrm{K}\,\mathrm{fin} \,.\, v \in \mathrm{K}(\mathrm{K} u - \iota_{\Lambda}) \,.\supset.\, v \in \mathrm{K}\,\mathrm{fin}$ [I]

[Hp : $\supset$: $\cup' v \,.\supset.\, u$. Hp . P5 : $\supset$: $\cup' v \in \mathrm{K}\,\mathrm{fin}$. P18 : $\supset$: Ts]

(¹) La P17 è la prop. primitiva che noi enunciamo esplicitamente per la definizione del concetto di classe e di corrispondenza. Vediamo prima il significato di $\cup' u$, ove u è una classe di classi. Con $\cup' u$ indichiamo la minima classe che contiene tutti gli elementi di u; poniamo cioè

$$u \in \mathrm{KK} \,.\supset.\, \cup' u = x \in \{ y \in u \,.\, x \in y \,.\, -=_{y\Lambda} \} \qquad [\text{Form. V, § 1, P10}]$$

In conseguenza con la P17 noi esprimiamo che ogni classe di classi non nulle è equivalente ad una parte della classe formata con gli elementi che formano i suoi elementi. In altri termini, esprimiamo esattamente con la P17 l'idea comune che " una classe di classe contiene almeno *tanti* elementi *quanti* sono quelli che formano i suoi elementi ". In questa frase il " *tanti, quanti,* " è espressione non definita; la P17 ne dà l'equivalente. Nella mia memoria: *Sur quelques propriétés des ensembles...*, " Math. Ann. ", B. 48, si trovano molte proprietà del segno $\cup'$ e del suo analogo $\cap'$.

(²) Il segno [I] a destra di una proposizione indica che questa dipende dalla PpI, cioè dalla P17.

§ 3.

$u \epsilon \mathrm{K\,fin} - \iota\Lambda \,.\, \supset \therefore$

1. (¹) $\mathrm{Norm}\, u = \mathrm{K}(\mathrm{K}\, u - \iota\Lambda) \cap \overline{v \epsilon} \{ x, y \epsilon v \,.\, x < y \,.\, \supset_{x,y} .\, x \supset y : v \cap \mathrm{Un} - = \Lambda : x \epsilon v - \iota u \,.\, \supset_x .\, v \cap \mathrm{seq}\, x - = \Lambda \}$ Def

2. (²) $v \epsilon \mathrm{Norm}\, u \,.\, \supset .\, v_1 = \bar{\iota}(v \cap \mathrm{Un})$ Def

3. $v \epsilon \mathrm{Norm}\, u \,.\, a \epsilon v - \iota u \,.\, \supset .\, a + = \bar{\iota}\,(v \cap \mathrm{seq}\, a)$ Def

4. $v \epsilon \mathrm{Norm}\, u \,.\, \supset .\, v_1 \epsilon v$

$[(\alpha).\ \mathrm{Hp} \,.\, \S 1\, \mathrm{P}15 \,.\, x, y \epsilon (v \cap \mathrm{Un}) : \supset : x \backsim y \,.\, \S 1\, \mathrm{P}4,7 \,.\, \mathrm{P}1 :$
$\supset : x \supset y \,.\, y \supset x : \supset : x = y$

(¹) Diciamo (P 1), che v è una classe *normale formata con gli* u — " Norm u ". — quando: 1° v è una classe i cui elementi sono classi non nulle formate con gli u; 2° se x, y sono elementi di v e x è minore di y, allora sempre si ha che x è contenuta in y; 3° esiste almeno un elemento di v che è classe contenente un solo elemento; 4° se x è un elemento di v diverso da u, allora sempre esiste in v una classe seguente di x. Se p. es. a, b, c, d, sono gli elementi di cui consta u, e una classe di classi v ha per elementi, ιa (gli eguali ad a), $\iota a \cup \iota b$, $\iota a \cup \iota b \cup \iota c$, $\iota a \cup \iota b \cup \iota c \cup \iota d$ allora risulta dalla P 1 che v è una Norm u; e di classi normali formate con gli u aventi ιa per un elemento sappiamo formarne ancora altre (in tutto 6).

(²) Chiamiamo v_1 (P 2) l'elemento di v che è classe contenente un solo elemento. Noi abbiamo scritto $v_1 = \bar{\iota}(v \cap \mathrm{Un})$; operando nei due membri con l'operazione ι, (eguale a), e ricordando che le due operazioni ι e $\bar{\iota}$ si distruggono si ha $\iota v_1 = v \cap \mathrm{Un}$ cioè " gli eguali a v_1 sono gli elementi di v che sono classi contenenti un solo elemento ". Operando ora con $x \epsilon$ e ricordando che $x \epsilon \iota$ vale $x =$ abbiamo $x = v_1 \,.=_x .\, x \epsilon (v \cap \mathrm{Un})$ cioè " dire che x è eguale a v_1 equivale a dire che x è un..... ". Da questa ultima relazione, che è intuitiva, si passa, invertendo le trasformazioni fatte, alla P 2 che definisce v_1 sotto una forma assai semplice. — Cose analoghe si ripetono per la P 3 con la quale supposto essere a un elemento di v diverso da u, si conviene di indicare con $a+$ l'elemento di v che è un seguente di a. Il segno $a+$ si può leggere " successivo di a ". — Si osservi che a rigore la notazione $a+$ non è completa poichè dovrebbe contenere, come indice, la lettera v che comparisce nel secondo membro della tesi della P 3. Non essendoci in ciò che facciamo pericolo di equivoci lasciamo la notazione semplice $a+$.

(β). Hp . (α) . $x \epsilon (v \cap \mathrm{Un}) : \supset : \iota x = v \cap \mathrm{Un}$. P2 : $\supset : x = v_1$
Hp.(β). Form. I §4 P10 : $\supset : x \epsilon (v \cap \mathrm{Un}) . \supset_x . v_1 \epsilon v$. P1 : $\supset$: Ts]

5. $v \epsilon \mathrm{Norm}\, u . a \epsilon v - \iota u . \supset . a + \epsilon v$

5'. $v \epsilon \mathrm{Norm}\, u . \supset . (v - \iota u) + \supset v$

[Hp . P5 $\therefore \supset \therefore y \epsilon v - \iota u . x = y + . \supset_{x,y} . x \epsilon v$. Int Form. §1 P10 $\therefore \supset \therefore y \epsilon v - \iota u . x = y + . \supset_{x,y} . x \epsilon v$: $\supset . x \epsilon v$. Form. I §5 P3 $\therefore \supset \therefore$ Ts]

6. $v \epsilon \mathrm{Norm}\, u . a, b \epsilon v - \iota u . a = b . \supset . a + = b +$

[Hp : $\supset : a \backsim b$. §1 P11 : $\supset : a + = b +$. P1 : $\supset$: Ts]

7. $v \epsilon \mathrm{Norm}\, u . a, b \epsilon v - \iota u . a + = b + . \supset . a = b$

[Hp : $\supset : a + \backsim b +$. §1 P12 : $\supset : a \backsim b$. P1 : $\supset$: Ts]

8. $v \epsilon \mathrm{Norm}\, u . \supset . v_1 - \epsilon (v - \iota u) +$ [§1 P17 . $\supset$. P8]

9. $v \epsilon \mathrm{Norm}\, u . \supset . v \epsilon \mathrm{K\,fin}$ [I]

[Hp . P1 : $\supset : \cup' v \supset u$. Hp . §2 P5 : $\supset : \cup' v \epsilon \mathrm{K\,fin}$. §2 P18 : $\supset$: Ts]

10. (¹) $v \epsilon \mathrm{Norm}\, u . \supset . v - \iota v_1 = (v - \iota u) +$ [I]

[(α). Hp . $a \epsilon v - \iota v_1 . \supset . v_a = v \cap \bar{\epsilon} < a$ Def

---

(¹) Spieghiamo la dimostrazione di questa prop., perchè il procedimento qui usato è spesso ripetuto nelle prop. che seguono. — (α). Essendo a un elemento di v diverso da v_1 indichiamo con v_a la classe formata con gli elementi di v che sono minori di a; per la notazione si osservi che $x < a$ equivale a $x \epsilon (\bar{\epsilon} < a)$ e quindi $x \epsilon v . x < a$ equivale a $x \epsilon (v \cap \bar{\epsilon} < a)$. — ($\beta_1$). Se a è un elemento di v diverso da v_1 e per ogni elemento x di v diverso da u si ha che $x +$ è diverso da a allora le P5',8 permettono di affermare che, ogni $v_a +$ è un v_a, e $v_a +$ è diverso da v_a (perchè v_1 non è un $v_a +$); da ciò e dalle P6, 7 si deduce che si può stabilire una corrispondenza biunivoca (la corrispondenza il cui segno è $+$) tra i $v_a +$ e i v_a cioè fra una parte dei v_a diversa da v_a e i v_a, e in conseguenza (§2 P12), v_a è classe infinita. — (β). Ma, per la P9, v è classe finita, e quindi anche v_a è classe finita; in conseguenza da (β_1) si deduce che esiste un elemento x di v diverso da v_1 che è il successivo di un v diverso da u. — (γ). Dalle P5',8, si deduce subito che ogni successivo di un v diverso da u è un v diverso da v_1. Da (β) e da (γ), risulta la tesi della P10.

(β_1). Hp . $a \epsilon v - \iota v_1 : x \epsilon v - \iota u . \supset_x . x + - = a$: (α) . P5′ ∴ $\supset \therefore v_a + \supset v_a . v_a + - = v_a$. P6, 7 . §2 P13 ∴ $\supset \therefore v_a \epsilon \mathrm{K\,inf}$

(β). Hp . (β_1) . P9 ∴ $\supset \therefore a \epsilon v - \iota v_1 . \supset : x \epsilon v - \iota u . x + = a$. $- =_x \Lambda \therefore \supset \therefore v - \iota v_1 \supset (v - \iota u) +$

(γ). Hp . P5′, 8 : $\supset$: $(v - \iota u) + \supset v - \iota v_1$

Hp . (β) . (γ) . $\supset$. Ts]

11. $v \epsilon \mathrm{Norm}\, u . \supset . u \epsilon v$ [I]

[Hp . P5′, 8 . Form. I §5 P36 ∴ $\supset \therefore u - \epsilon v . \supset . v + \supset v . v + - = v$. P6, 7 . §2 P13 ∴ $\supset \therefore u - \epsilon v . \supset . v \epsilon \mathrm{K\,inf} \therefore \supset \therefore v \epsilon \mathrm{K\,fin} . \supset . u \epsilon v$. P9 ∴ $\supset \therefore$ Ts]

12. $v \epsilon \mathrm{Norm}\, u . w \epsilon \mathrm{K}\, v . v_1 \epsilon w . (w - \iota u) + \supset w . \supset . v \supset w$ [I]

[(α). Hp . $a \epsilon v . \supset . w_a = w \cap \bar{\epsilon} < a$ Def

(β_1). Hp (α) . (α) . §1 P18 . P5′ . $\supset . v_1 \epsilon w_a . (w_a - \iota a) + \supset w_a$

(β_2). Hp (α) . (α) . (β_1) . $u - \epsilon w_a : \supset : w_a + \supset w_a . w + - = w_a$. P6, 7 . §2 P13 : $\supset$: $w_a \epsilon \mathrm{K\,inf}$.

(β). Hp (α) . (α) . (β_2) . P9 : $\supset : a \epsilon w_a . (\alpha) : \supset : a \epsilon w$

Hp . (β) : $\supset$: $a \epsilon v . \supset_a . a \epsilon w$: $\supset$: Ts]

13. (¹) $\mathrm{Norm}\, u - = \Lambda$

[(α). $u^* = \bar{\iota} [\mathrm{K\,K}\,(\mathrm{K}\, u - \iota \Lambda) \cap \overline{m \epsilon}\} x \epsilon \mathrm{K}\, u . \supset_x : y \epsilon m . x \epsilon y$.

(¹) Con la P13 esprimiamo che esistono classi normali formate con gli u. È inutile insistere sull'importanza di tale prop.; converrà piuttosto dare alcuni schiarimenti riguardo alla sua dimostrazione. In (α) definiamo una classe u^* che si ottiene con gli u nel modo seguente. Diciamo che m è identica ad u^* quando: 1° m è una classe i cui elementi sono classi e gli elementi di questi ultimi sono classi non nulle formate con gli u; 2° essendo x una classe contenuta in u, sempre esiste in m un elemento (classe) y di cui x è un elemento; 3° due elementi x, z di un elemento qualunque di m sono sempre equivalenti; 4° se x è un elemento di m, y è un elemento di x, e z una classe contenuta in u ed equivalente ad y, allora z è un elemento di x. In altri termini u^* ha per elementi le classi i cui elementi sono tutte le classi formate con 1, o 2, o 3... elementi di u. In (β_1) affermiamo che la somma logica degli u^* dà tutte le classi che si possono formare con gli u. Le (β_2) – $(\beta_\ldots)$ sono analoghe alle corrispondenti prop. 2, 3, 5′, 6, 7, 8, 9; e il lettore può facilmente rilevare le differenze

$- \ldots \Lambda \ldots \in m \ldots y \ldots \in \ldots \in \mathrm{K}\, u$

$. z \backsim y . \supset_{z,y,z} . z \in x \{ \ ]$ Def

$(\beta_1).\ \cup' u^* = \mathrm{K}\, u$

$(\beta_2).\ u_1^* = \bar{\imath}\,(u^* \cap \mathrm{K\,Un})$ Def

$(\beta_3).\ a \in u^* - \iota\iota\, u . \supset . a + = \bar{\imath}\,(u^* \cap \mathrm{K\,seq}\, a)$ Def

$(\beta_4).\ u_1^* \in u^*$

$(\beta_5).\ (u^* - \iota\iota\, u) + \supset u^*$

$(\beta_6).\ a, b \in u^* - \iota\iota\, u . \supset : a = b . = . a + = b +$

$(\beta_7).\ u_1^* - \epsilon(u^* - \iota\iota\, u) +$

$(\beta_8).\ u^* \in \mathrm{K\,fin}$

$(\beta).\ w \in \mathrm{K}\, u^* . u_1^* \in w . (w - \iota\iota\, u) + \supset w . \supset . u^* \supset w$

$(\gamma).\ w = u^* \cap \overline{x \in} \{ y \in x . \supset_y . \mathrm{Norm}\, y - = \Lambda \}$ Def

$(\delta).\ \mathrm{Hp} . (\gamma) : \supset : u_1^* \in w . (w - \iota\iota\, u) + \supset w . (\beta) : \supset : u^* \supset w$

$\mathrm{Hp} . (\beta_1) . (\delta) : \supset : x \in \mathrm{K}\, u . \mathrm{Norm}\, x - = \Lambda : \supset : \mathrm{Ts}\ ]$

14. $w \in \mathrm{K}\,(\mathrm{K\,fin} - \iota_\Lambda) . \mathrm{Un} \supset w . \mathrm{seq}\,(w - \iota(-\Lambda)) \supset \mathrm{K}\, w . \supset . \mathrm{K\,fin} - \iota_\Lambda \supset w$ [I]

$[\,(\alpha) . \mathrm{Hp} . v \in \mathrm{Norm}\, u : \supset : v_1 \in (v \cap w) . ((v \cap w) - \iota u) + \supset v \cap w . \mathrm{P12} : \supset : v \supset v \cap w . \mathrm{P11} : \supset : u \in w$

$\mathrm{Hp} . (\alpha) : \supset : u \in \mathrm{K\,fin} - \iota_\Lambda . \mathrm{Norm}\, u - = \Lambda \ldots u \in w . \mathrm{P13} : \supset : \mathrm{Ts}]$

15. $v \in \mathrm{K\,fin} - \iota_\Lambda \ldots : u < v . \cup . v < u$ [I]

$[\,(\alpha). \mathrm{Hp} . \supset . m = \mathrm{K\,fin} - \iota_\Lambda \cap \overline{x \in} \{ x < v . \cup . v < x \}$ Def

$\mathrm{Hp} . (\alpha) : \supset : \mathrm{Un} \supset m . \mathrm{seq}\, m \supset \mathrm{K}\, m . \mathrm{P14} : \supset : \mathrm{K\,fin} - \iota_\Lambda \supset m . (\alpha) : \supset : \mathrm{Ts}\ ]$

dovute al fatto che, mentre u^* è una KKK, ogni classe normale formata con gli u è semplicemente una KK. La (β) è il principio di induzione per gli u^*. In (γ) noi chiamiamo w la classe formata con gli elementi x di u^* e tali che qualunque sia l'y di x esiste una classe normale formata con gli y. In (δ) affermiamo che ogni u^* è un w e ciò in virtù del principio di induzione (β) e delle precedenti prop. — Allora osservando che ogni K è un elemento di $\cup' u^*$ risulta subito che esiste almeno una classe normale formata con gli u.

16. $v \in \mathrm{K}\inf . \supset . u < v$ [I]

17. $v \in \mathrm{K}\,\mathrm{fin} . \supset . u \cup v \in \mathrm{K}\,\mathrm{fin}$ [I]

18. $v \in \mathrm{K}(\mathrm{K}\,\mathrm{fin}) . v \in \mathrm{K}\,\mathrm{fin} . \supset . \cup`v \in \mathrm{K}\,\mathrm{fin}$ [I]

§ 4.

1. (1) $u, v \in \mathrm{K}\,\mathrm{fin} - \iota_\Lambda . \supset : \mathrm{N}`u = \mathrm{N}`v . = . u \backsim v$ Def

2. . . . . $u \cap v = \Lambda . \supset . \mathrm{N}`u + \mathrm{N}`v = \mathrm{N}`(u \cup v)$ Def

3. $1 = \bar{\iota}(\mathrm{N}`\mathrm{Un})$ Def

4. $u \in \mathrm{K}\,\mathrm{fin} - \iota_\Lambda . v \in \mathrm{seq}\, u . \supset . \mathrm{N}`v = \mathrm{N}`u + 1$
[Hp . §1 P13 : $\supset$: $v - u \in \mathrm{Un}$. P2,3 : $\supset$: Ts]

5. $\mathrm{N} = \mathrm{N}`(\mathrm{K}\,\mathrm{fin} - \iota_\Lambda)$ Def

6. $1 \in \mathrm{N}$ [§1 P15 . §2 P4 . P1,3 . $\supset$. P6]

7. $x \in \mathrm{N} . x + 1 = 1 . =_x \Lambda$ [§2 P14 . P2,4 . $\supset$. P7]

8. $\mathrm{K}\inf - = \Lambda . \supset :$

8_1. $\mathrm{N} + 1 \supset \mathrm{N}$
[Hp : $\supset$: $u \in \mathrm{K}\,\mathrm{fin} - \iota_\Lambda . \supset_u . \mathrm{seq}\, u - = \Lambda$. P4 : $\supset$: $x \in \mathrm{N} . \supset_x .$
$x + 1 \in \mathrm{N}$: $\supset$: $\mathrm{P}8_1$]

8_2. $a, b \in \mathrm{N} . a = b . \supset . a + 1 = b + 1$
[Hp . §1 P11 . P2,4 . $\supset$. Ts]

8_3. $a, b \in \mathrm{N} . a + 1 = b + 1 . \supset . a = b$
[Hp . §1 P12 . P2,4 . $\supset$. Ts]

8_4. $u \in \mathrm{K}\mathrm{N} . 1 \in u . u + 1 \supset u . \supset . \mathrm{N} \supset u$ [I]
[Hp . §3 P14 . P1,2,4 . $\supset$. $\mathrm{P}8_4$]

---

(1) Essendo u una classe finita e non nulla, scriviamo $\mathrm{N}`u$ al posto di " numero degli $u$ ". Dicendo, con la P 1, che $\mathrm{N}`u = \mathrm{N}`v$ quando $u \backsim v$ ammettiamo essere $\mathrm{N}`u$ un ente astratto funzione di u e che u ha a comune con tutte le classi ad essa equivalenti.

$9.\quad \mathrm{K\,inf} = \Lambda \,.\, \omega = \mathrm{N} \mathrel{\dot{-}} \Lambda \,\mathrm{Cl}\, \mathrm{N} \,\mathrm{Cl}\, \mathrm{N} :$

$9_1.\quad (\mathrm{N} \mathrel{\dot{-}} \iota\omega) + 1 \,\mathrm{Cl}\, \mathrm{N}$

$9_2.\quad a, b \in \mathrm{N} \mathrel{\dot{-}} \iota\omega \,.\, a = b \,.\, \mathrm{Cl} \,.\, a + 1 = b + 1$

$9_3.\quad a, b \in \mathrm{N} \mathrel{\dot{-}} \iota\omega \,.\, a + 1 = b + 1 \,.\, \mathrm{Cl} \,.\, a = b$

$9_4.\quad u \in \mathrm{K\,N} \,.\, 1 \in u \,.\, (a \mathrel{\dot{-}} \iota\omega) + 1 \,\mathrm{Cl}\, u \,.\, \mathrm{Cl} \,.\, \mathrm{N} \,\mathrm{Cl}\, u$ [I]

Sul moto di un dielettrico in un campo magnetico;

Nota del Dott. ADOLFO CAMPETTI.

1. In una recente memoria pubblicata sugli Annali di Wiedemann (*) il sig. W. Duane ha messo in chiaro con accurate esperienze il fatto che, se un cilindro di materia isolante sospeso ad un filo metallico sottile oscilla tra i poli di un'elettrocalamita, esso subisce uno smorzamento assai piccolo, ma pur sensibile allorquando l'asse del cilindro, che è pure asse di rotazione, sia normale alle linee di forza del campo, mentre che non si ha un effetto sensibile, quando esso asse sia a dette linee di forza parallelo. L'Autore si è poi accertato che un tale effetto non può dipendere, nè da un'azione del campo sul filo di sospensione, nè da una modificazione che potrebbe portare il campo sull'attrito dell'aria contro il corpo oscillante, nè da un'azione elettrostatica e nemmeno da correnti di induzione che possano nascere nel cilindro oscillante per effetto del campo, considerando il cilindro come un conduttore di altissima resistenza; poichè l'effetto di queste correnti indotte sarebbe in ogni caso troppo piccolo per produrre l'effetto osservato.

Tolte queste ipotesi, non viene data dal fenomeno alcuna spiegazione soddisfacente: nemmeno supponendo che l'isolatore sia debolmente paramagnetico o diamagnetico: a me sembra però che i fatti osservati dal sig. Duane possano essere messi utilmente in relazione con alcune recenti ricerche teoriche di J. J. Thomson (**) relative alla forza elettromotrice prodotta

---

(*) W. Duane, *Ueber eine dämpfende Wirkung des magnetischen Feldes auf rotirende Isolatoren*, W. A. 1896, 7.

(**) J. J. Thomson, *Recentes Researches in El. and Magnetism.*

nei corpi in moto e possano anzi, sino ad un certo punto, servire di prova alle conclusioni teoriche, cui, partendo dalle idee del Thomson, si può facilmente giungere.

2. Indichiamo con X, Y, Z le componenti della forza elettromotrice nel punto x, y, z; con F, G, H le componenti del potenziale vettore nel punto stesso, con u, v, w le componenti della velocità del corpo considerato, con a, b, c le componenti dell'induzione magnetica; allora si hanno, come è noto, le tre equazioni:

$$(1)\qquad \begin{cases} X = cv - bw - \dfrac{dF}{dt} - \dfrac{d\psi}{dx} \\[2ex] Y = aw - cu - \dfrac{dG}{dt} - \dfrac{d\psi}{dy} \\[2ex] Z = bu - av - \dfrac{dH}{dt} - \dfrac{d\psi}{dz} \end{cases}$$

insieme alla

$$(1,a)\qquad \frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} + \frac{dZ}{dz} = 0$$

quando non vi è elettricità libera. La funzione ψ è indeterminata; è solo sottoposta alla condizione di essere continua e ad un sol valore. Ora il Thomson trova opportuno, in seguito ad alcune considerazioni sulla forma della funzione ψ, di scinderla in due parti e di scrivere

$$\psi = \varphi + (Fu + Gv + Hw)$$

ciò che egli giustifica e non contraddice del resto alle condizioni poste per la funzione ψ. Le equazioni della forza elettromotrice vengono scritte allora sotto la forma

$$(\alpha)\qquad \begin{cases} X = cv - bw - \dfrac{dF}{dt} - \dfrac{d}{dx}(Fu + Gv + Hw) - \dfrac{d\varphi}{dx} \\[2ex] \text{ecc.} \end{cases}$$

Il Thomson applica queste equazioni al caso in cui u, v, w siano le componenti della velocità di una sfera isolante che ruota in un campo magnetico come quello prodotto da un solenoide, avendo l'asse di rotazione coincidente con l'asse del

campo: sarà qui opportuno di considerare anche il caso in cui la sfera ruoti attorno ad un asse normale a quello del campo; e specialmente il caso di un cilindro rotante: vedremo in questo caso come i risultati analitici possano dare una spiegazione del fenomeno osservato dal sig. Duane.

3. Consideriamo prima il caso di una sfera ruotante in un campo magnetico e sia l'asse delle x l'asse di rotazione della sfera. Supponiamo che la sfera si muova con velocità uniforme angolare ω: vedremo poi come facilmente si possa passare al caso delle oscillazioni: il campo magnetico sia prodotto per es. da un grosso solenoide cilindrico avente per asse l'asse delle z: allora delle tre quantità a, b, c sarà c soltanto differente da zero e costante, mentre per le relazioni note:

$$a = \frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dz} \quad \text{ecc.}$$

dovrà essere

$$F = -\frac{1}{2}\, cy \qquad G = \frac{1}{2}\, cx \qquad H = 0$$

Per le ipotesi fatte sarà anche nella sfera rotante (che è un corpo rigido)

$$u = 0 \quad v = -\omega z \quad w = \omega y$$

allora tenendo conto della (1, α) si vede subito che entro il corpo ruotante φ deve soddisfare alla equazione $\Delta^2 \varphi = 0$, giacchè le equazioni (1) si riducono in questo caso a

$$(\beta) \qquad \begin{cases} X = -\frac{1}{2}\, c\omega z - \frac{d\varphi}{dx} \\ Y = \qquad\qquad - \frac{d\varphi}{dy} \\ Z = -\frac{1}{2}\, c\omega x - \frac{d\varphi}{dz} \end{cases}$$

e, noto φ, si hanno subito da queste equazioni le componenti X, Y, Z della forza elettromotrice in ogni punto.

Vediamo ora che cosa avverrà all'esterno della sfera rotante. Siccome la deduzione delle equazioni (1) suppone che la velocità varii con continuità, noi dobbiamo supporre che all'esterno della sfera u, v, w non diventino subito nulle; potremo allora ammettere (e sarà l'ipotesi più naturale) che la velocità si annulli sopra una sfera concentrica alla prima e in modo che tra le due sfere il moto del mezzo avvenga come quello di un fluido vischioso. Potremo dunque porre

$$(2) \quad w = \left(A \frac{d}{dy} \frac{1}{r} + By\right) \quad v = -\left(A \frac{d}{dz} \frac{1}{r} + Bz\right) \quad u = 0$$

essendo A e B due costanti da determinare e $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Se a è il raggio della sfera rotante e ammettiamo che b sia il raggio della sfera su cui cessa il moto, sarà

$$A = -\frac{\omega a^3 b^3}{b^3 - a^3} \qquad B = -\frac{\omega a^3}{b^3 - a^3}$$

Sostituiamo i valori (2) di u, v, w nelle (α) troveremo

$$(\gamma) \quad \begin{cases} X = -\frac{1}{2} cAz \left(\frac{1}{b^3} - \frac{1}{r^3}\right) - \frac{1}{2} cAzx \frac{d}{dx} \frac{1}{r^3} - \frac{d\varphi}{dx} \\ Y = \qquad\qquad\qquad\qquad - \frac{1}{2} cAzx \frac{d}{dy} \frac{1}{r^3} - \frac{d\varphi}{dy} \\ Z = -\frac{1}{2} cAx \left(\frac{1}{b^3} - \frac{1}{r^3}\right) - \frac{1}{2} cAzx \frac{d}{dz} \frac{1}{r^3} - \frac{d\varphi}{dz} \end{cases}$$

Allora è facile vedere che anche in questo spazio, in forza della (1. a), la funzione φ soddisfa all'equazione $\Delta^2 \varphi = 0$.

All'esterno poi della sfera $r = b$, poichè abbiamo supposto che sia cessato ogni movimento e quindi $u = v = w = 0$, risulterà

$$(\delta) \quad \begin{cases} X = -\frac{d\varphi}{dx} \\ Y = -\frac{d\varphi}{dy} \\ Z = -\frac{d\varphi}{dz} \end{cases}$$

e quindi la funzione φ deve anche all'esterno della sfera $r = b$ soddisfare all'equazione $\Delta^2 \varphi = 0$.

In conclusione dunque la funzione φ soddisfa in tutto lo spazio alla equazione a derivate parziali $\Delta^2 \varphi = 0$: sappiamo di più che deve essere finita e continua in tutto lo spazio: per determinarla ci varremo dunque della discontinuità delle sue derivate normali alle superficie di separazione $r = a$, $r = b$. Queste discontinuità si potranno conoscere subito ponendo la condizione che la polarizzazione elettrica secondo la normale alla superficie sferica sia continua. Ora, se X, Y, Z sono le componenti della forza elettromotrice e K è la costante dielettrica del mezzo che si considera, le componenti della polarizzazione elettrica sono date da

$$f = -\frac{K}{4\pi} X, \quad g = -\frac{K}{4\pi} Y, \quad h = -\frac{K}{4\pi} Z$$

Bastera dunque moltiplicare rispettivamente le (β), (γ), (δ) per

$$\frac{K_0}{4\pi}, \quad \frac{K_1}{4\pi}, \quad \frac{K_2}{4\pi}$$

(se K_0, K_1, K_2 sono respettivamente la costante dielettrica della sfera rotante, del mezzo tra le due sfere e del mezzo oltre la sfera esterna) e cambiare di segno e avremo così le componenti della polarizzazione elettrica nelle tre porzioni di spazio considerate. Moltiplicando queste componenti per $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{r}$, $\frac{z}{r}$ respett. e sommando, avremo allora la polarizzazione elettrica secondo il raggio r.

Chiamando P_r questa componente normale della polarizzazione elettrica sara nella sfera rotante e al di fuori della sfera $r = b$

$$P_r = \frac{K_0}{4\pi} \frac{d\varphi}{dr} \qquad P_r = \frac{K_2}{4\pi} \frac{d\varphi}{dr}$$

mentre nello spazio tra le due sfere:

$$P_r = \frac{K_1}{4\pi} \left\{ \frac{d\varphi}{dr} - \frac{3}{2} cA \frac{zx}{r^4} \right\}$$

ovvero, se poniamo:

$$V_2 = \frac{3}{2}\,\frac{zx}{r^2}: \qquad \text{sarà} \qquad P_r = \frac{K_1}{4\pi}\left\{\frac{d\varphi}{dr} - cAV_2\right\}$$

e le funzioni $V_2 r^2$ e $\frac{V_2}{r^3}$ soddisfano all'equazione $\Delta^2 = 0$.

Alla superficie di separazione $r = a$ avremo dunque:

$$(3) \qquad K_0\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)_{r=a} = K_1\left(\frac{d\varphi}{dr} - cA\,.\,\frac{V_2}{r^2}\right)_{r=a}$$

e alla superficie $r = b$

$$(4) \qquad K_2\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)_{r=b} = K_1\left(\frac{d\varphi}{dr} - cA\,\frac{V_2}{r^2}\right)_{r=b}$$

Per soddisfare a queste condizioni prenderemo dunque:

$$\varphi_1 = SV_2 r^2 + T, \quad \varphi_2 = NV_2\frac{r^2}{a^2} - OV_2\frac{a^3}{r^3} + L, \quad \varphi_3 = \frac{PV_2}{r^3} + R$$

indicando con φ_1 il valore di φ nella sfera ruotante, con φ_2 quello nel mezzo tra le due sfere, con φ_3 quello nello spazio esterno alle due sfere; S, T, L, N, O, P, R sono costanti.

Le condizioni di continuità di φ dànno:

$$L = T \qquad L = R \qquad N - O = Sa^2 \qquad N\frac{b^2}{a^2} - O\frac{a^3}{b^3} = \frac{P}{b^3}$$

mentre le (3) e (4) dànno:

$$-2K_0 Sa = K_1\left\{\frac{cA}{a^2} - \frac{2N}{a} - \frac{3.O}{a}\right\}$$

$$3K_2\frac{P}{b^4} = K_1\left\{\frac{cA}{a^2} - \frac{2b}{a^2}N - 3.O\frac{a^3}{b^4}\right\}$$

Di queste equazioni le quattro ultime determinano le costanti S, N, O, P: esse possono essere semplificate se ci limi-

tiamo a considerare un caso particolare. Ammettiamo intanto che la sfera rotante sia immersa nell'aria: allora sarà con molta approssimazione $K_0 = 1$: di più supponiamo per esempio che al posto della sfera di raggio $r = b$ si trovi una sfera conduttrice; in tal caso le equazioni che determinano le costanti si riducono subito a:

$$N - O = Sa^2 \quad Nb^3 - Oa^5 = 0 \quad -2K_0 Sa = \frac{cA}{a^2} - \frac{2.N}{a} - \frac{3.O}{a}$$

dalle quali si ricava:

$$(5) \qquad S = \frac{cA}{a^3} \frac{a^5 - b^5}{2a^5 + 3b^5 - 2K_0(b^5 - a^5)} = \frac{c\omega b^3}{b^3 - a^3} \frac{b^5 - a^5}{2a^5 + 3b^5 + 2K_0(b^5 - a^5)}$$

Se poi b fosse molto prossimo ad a si avrebbe approssimativamente (considerando la differenza b-a come piccola di fronte ad a)

$$(6) \qquad S = \frac{5}{6}\,\omega$$

Di guisa che il valore di φ entro alla sfera rotante sarà dato (all'infuori di una costante additiva che a noi non interessa poichè nelle formule compariscono solo le derivate dalla funzione φ) da:

$$\varphi_1 = \frac{c\omega b^3}{b^3 - a^3} \frac{b^5 - a^5}{2a^5 + 3b^5 + 2K_0(b^5 - a^5)} V_2 \,.\, r^2$$

ovvero da

$$\varphi_1 = \frac{5}{6}\, c\omega r^2 V_2$$

secondo che applichiamo la (5) o la (6); e le componenti della forza elettromotrice entro alla sfera rotante saranno date dalle equazioni (β).

Se l'asse di rotazione della sfera coincide coll'asse del campo (che è il caso considerato dal Thomson) converrà prendere (vedasi la memoria citata) per l'interno della sfera:

$$\varphi_1 = S r 2 Q_2 + T$$

ove

$$T = \frac{c A (b - a)}{a b}$$

$$Q_2 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\frac{z^2}{r^2} \text{ (funzione sferica)}$$

e S ha lo stesso valore del precedente, se facciamo le medesime ipotesi; e per ogni punto della sfera rotante sarà $X = -\frac{d\varphi_1}{dx}$ etc.

Segue intanto di qui che (ammettendo giuste le equazioni fondamentali sotto la forma data da Thomson), se una sfera ruota in un campo magnetico, tanto nel caso che l'asse di rotazione sia parallelo quanto nel caso che sia normale alle linee di forza del campo, ogni punto della sfera rotante diverrà sede di una forza elettromotrice, causa di una polarizzazione nel dielettrico: le formule precedenti ci permettono di calcolare le componenti di questa polarizzazione. Teniamo presente questo resultato e passiamo al caso del cilindro.

4. L'asse di rotazione del cilindro coincida coll'asse delle z e coll'asse del solenoide generante il campo magnetico: sia al solito

$$u = -\omega y, \quad v = \omega x, \quad w = 0; \quad G = \frac{1}{2} c x \quad F = -\frac{1}{2} c y, \quad H = 0$$

e supponiamo il cilindro abbastanza lungo rispetto al raggio della sua sezione retta per poter astrarre dall'effetto delle sezioni terminali; allora è facile vedere che entro il cilindro rotante

$$X = -\frac{d\varphi}{dx} \qquad Y = -\frac{d\varphi}{dy} \qquad Z = -\frac{d\varphi}{dz}$$

e però φ soddisfarà all'equazione $\Delta^2 \varphi = 0$; tra il cilindro rotante (raggio della sezione $r = a$) e un cilindro immaginato fisso collo stesso asse del primo ($r = b$), con le stesse ipotesi fatte per il caso della sfera, porremo

$$u = -y\left\{\frac{A}{r^2} + B\right\} \qquad v = x\left\{\frac{A}{r^2} + B\right\} \qquad w = 0$$

con $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, ed allora in questo spazio

$$(7) \qquad X = \frac{cAx}{r^2} - \frac{d\varphi}{dx}, \qquad Y = \frac{cAy}{r^2} - \frac{d\varphi}{dy}, \qquad Z = -\frac{d\varphi}{dz}$$

$$A = \frac{\omega a^2 b^2}{b^2 - a^2} \qquad B = -\frac{\omega a^2}{b^2 - a^2}$$

e però anche in questo spazio la φ soddisfarà all'equazione $\Delta^2 \varphi = 0$, come evidentemente vi soddisfa all'esterno. Procedendo allora allo stesso modo di quello seguito per la sfera, tenendo conto cioè del dovere essere finita e continua la funzione φ in tutto lo spazio e delle discontinuità delle sue derivate alle superficie $r = a$, $r = b$ si vede subito che dovremo porre (gli indici hanno lo stesso significato di prima):

$$\varphi_1 = T \qquad \varphi_2 = L + M \log r \qquad \varphi_3 = R$$

ove T, L, M, R sono costanti: e si trova subito $M = cA$: quindi (all'infuori di una costante additiva) nello spazio compreso tra i due cilindri sarà $\varphi_2 = cA \log r$; ma se sostituiamo questo valore nelle (7) si vede che anche in questo spazio $X = Y = Z = 0$.

Dunque per la rotazione del cilindro coll'asse coincidente con quello del campo non si ha alcuna polarizzazione, nè nel corpo ruotante nè nel mezzo esterno.

5. Consideriamo ora il caso in cui la rotazione avvenga attorno ad un asse normale alle linee di forza. Sia l'asse delle x l'asse del cilindro e l'asse di rotazione, e z l'asse del campo di guisa che

$$F = -\frac{1}{2}cy \qquad G = \frac{1}{2}cx \qquad H = 0$$

$$u = 0 \qquad v = -\omega z \qquad w = \omega y.$$

Allora entro il corpo ruotante le equazioni generali divengono

$$X = -\frac{1}{2} c\omega z - \frac{d\varphi}{dx} \quad Y = -\frac{d\varphi}{dy} \quad Z = \frac{1}{2} c\omega x - \frac{d\varphi}{dz}$$

e però $\Delta^2 \varphi = 0$.

Nello spazio tra il cilindro rotante (raggio $r = a$) e il cilindro ($r = b$) su cui supporremo cessare il moto del mezzo supporremo al solito

$$u = 0 \quad v = -z \left\{ \frac{A}{r^2} + B \right\} \qquad w = y \left\{ \frac{A}{r^2} + B \right\}$$

con

$$r^2 = y^2 + z^2 \quad \text{e} \quad A = \frac{\omega a^2 b^2}{b^2 - a^2} \quad B = -\frac{\omega a^2}{b^2 - a^2}$$

Sostituendo questi valori di u, v, w nelle (α) avremo nello spazio tra i due cilindri

$$(8) \quad \left\{ \begin{aligned} X &= -\frac{1}{2} cAz \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{b^2} \right) - \frac{d\varphi}{dx} \\ Y &= -cAzx \frac{y}{r^4} - \frac{d\varphi}{dy} \\ Z &= \frac{1}{2} cAx \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{b^2} \right) - cAzx \cdot \frac{z}{r^4} - \frac{d\varphi}{dz} \end{aligned} \right.$$

e però è facile verificare che anche in questo spazio si ha $\Delta^2 \varphi = 0$, come pure accade evidentemente per $r > b$.

Di guisa che anche qui la φ soddisfa all'equazione $\Delta^2 \varphi = 0$ in tutto lo spazio: essa perciò potrà essere determinata come nei casi precedenti per mezzo delle discontinuità delle sue derivate secondo la normale alle superficie $r = a$ ed $r = b$.

Potremo dunque porre:

$$\varphi_1 = S \cdot V_1 r + T \quad \varphi_2 = N V_1 \frac{a}{r} - O V_1 \frac{r}{a} + L \quad \varphi_3 = R + \frac{P V_1}{r}$$

ove

$$V_1 = \frac{zx}{r} \text{ con } r^2 = y^2 + z^2 \text{ e } S, T, N, O, L, R \text{ sono costanti.}$$

Le T, L, R sono costanti additive, il cui valore non figura più nelle equazioni che contengono solo le derivate di φ: per la determinazione delle altre costanti S, N, O, P otterremo (ponendo al solito le condizioni di continuità per φ e per la polarizzazione elettrica alle superficie $r = a$, $r = b$) le equazioni

$$Sa = N - O \qquad Pa = Na^2 - Ob^2$$

$$SK_0 = K_1 \left\{ \frac{cA}{2} \cdot \frac{a^2 + b^2}{ab^2} - \frac{N}{a} - \frac{O}{a} \right\}$$

$$P\frac{K_0}{b^2} = K_1 \left\{ -\frac{cA}{b} + \frac{Na}{a^2} + \frac{O}{a} \right\}$$

Supponendo, come precedentemente, $K_1 = K_0 = 1$ queste dànno per S il valore:

$$S = \frac{cA(a-b)^2}{2ab^2(1+K_0)}$$

e però entro il cilindro rotante sarà (all'infuori di una costante additiva):

$$\varphi = \frac{cA(a-b)^2}{2ab^2(1+K_0)} \cdot rV_1 = \frac{c\omega a(a-b)^2}{2ab^2(1+K_0)} \cdot V_1 r$$

ed allora le (8) ci danno le componenti della forza elettromotrice entro il cilindro. In particolare se $b-a$ è piccolo rispetto ad a avremo approssimativamente

$$\varphi_1 = \frac{c\omega a}{2(1+K_0)} V_1 r.$$

In questo caso se il cilindro dielettrico rotante sarà circondato da un cilindro coassiale metallico di raggio $r = b$ non avremo alcun cambiamento nel fenomeno.

Da ciò che precede risulta dunque che, se un cilindro ruota in un campo magnetico in guisa che il suo asse coincidente coll'asse di rotazione sia parallelo alle linee di forza del campo, non si sviluppa nel cilindro alcuna forza elettromotrice, mentre se l'asse è normale alle linee di forza ogni punto del corpo è sede di una forza elettromotrice di cui sappiamo calcolare le componenti.

6. Ora sappiamo che, se X, Y, Z sono le componenti della forza elettromotrice di induzione che si esercita in seno a un dielettrico di costante dielettrica K_0, lo spostamento elettrico (Maxwell) è dato da

$$f = \frac{K_0}{4\pi} X \qquad g = \frac{K_0}{4\pi} Y \qquad h = \frac{K_0}{4\pi} Z$$

e l'energia del sistema è allora

$$W = \frac{K_0}{8\pi} \int_\tau (X^2 + Y^2 + Z^2)\, d\tau$$

essendo τ il volume occupato dal corpo. In tutti i casi dunque considerati da noi l'energia elettrica che viene a possedere il corpo per il fatto della rotazione sarà proporzionale al quadrato dell'intensità del campo e della velocità angolare di rotazione.

Ma, per avere un' idea dell'ordine di grandezza di questa energia W, consideriamo, per esempio, il caso di una sfera coll'asse di rotazione parallelo alle linee di forza e nelle condizioni del numero 3°. Allora X, Y, Z saranno in tutta la sfera le derivate della funzione

$$\varphi_1 = S r^2 Q_2$$

ove S dato da una o l'altra delle espressioni (5) o (6), e

$$Q_2 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\frac{z^2}{r^2}$$

Risulterà quindi introducendo le coordinate polari r, θ, φ nella sfera

$$W = \frac{K_0}{8\pi} \int_\tau (S^2 r^2 + 3S^2 r^2 \cos^2\theta) d\tau$$

$$= \frac{K_0}{8\pi} S^2 \int_0^a dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta . (r^2 + 3r^2 \cos^2\theta) r^2 \operatorname{sen}\theta = K_0 S^2 . \frac{a^5}{5} .$$

Ora S è in ogni caso uguale al prodotto di $a\omega$ per una costante che chiameremo R; sul suo valore preciso non possiamo dir niente, poichè non conosciamo il valore di b: ad ogni modo R sarà una certa frazione dipendente da b e da K_0 e potremo scrivere

$$W = R^2 . K_0 a^4 \omega^2 \frac{a^5}{5}$$

Ora l'energia cinetica di una sfera rotante di massa m e densità δ è data da

$$U = \frac{\omega^2}{2} . \frac{2}{5} m a^2 = \frac{4}{15} . \pi \omega^2 a^5 . \delta$$

si vede dunque come le quantità W ed U per a sufficientemente grande possano essere dello stesso ordine.

Se ora, anzichè di rotazione del corpo con velocità angolare costante, si tratta di oscillazioni, i valori di ω, r, ω etc. delle nostre equazioni verrebbero moltiplicati per un fattore di periodicità dipendente dal tempo e le formule risulterebbero più complicate: ma, considerando il corpo oscillante a partire dalla posizione di elongazione massima, durante il moto rotatorio successivo che costituisce una oscillazione semplice, noi possiamo ora dire che esso corpo dovrà polarizzarsi in tutto il suo volume e l'energia elettrica così generata nel corpo (per non parlare di quella generata nel mezzo ambiente) non potrà essere dovuta che a una diminuzione dell'energia meccanica del sistema oscillante. Quando poi, per compiere una oscillazione completa la rotazione avverrà in senso inverso, anche i fenomeni di polarizzazione elettrica nel corpo saranno invertiti e dell'energia elettrica prima fornita ne sarà restituita una parte più o meno grande a seconda della natura del dielettrico, potendo per es.

una parte trasformarsi in calore; è quindi evidente che le oscillazioni dovranno subire uno smorzamento.

Per quanto la teoria non ci permetta, per mancanza di dati sufficienti, di assegnare i valori numerici di questo smorzamento per ogni sistema oscillante, pure essa prova (in pieno accordo colle esperienze del sig. Duane) che quest'azione di smorzamento parte da tutta la massa del corpo e che è proporzionale al quadrato dell'intensità del campo; di più è spiegata la diversità di comportamento per il caso del cilindro a seconda della posizione del suo asse rispetto alle linee di forza del campo; mi è sembrato perciò che fosse di qualche interesse il fare conoscere questi risultati.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 22 Novembre 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: CLARETTA, Direttore della Classe, PEYRON, ROSSI, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, PEZZI, NANI, GRAF, BOSELLI, CIPOLLA, BRUSA, PERRERO, ALLIEVO e FERRERO Segretario.

Il Presidente comunica alla Classe il telegramma di felicitazione inviato per le nozze di S. A. R. il Principe ereditario e la risposta, d'ordine di S. M. il Re, fatta da S. E. il Ministro della Real Casa.

Egli poi annuncia alla Classe la morte del Socio Straniero Ernesto CURTIUS, intorno al quale il Socio Segretario pronuncia alcune parole commemorative, che sono pubblicate negli *Atti*.

Il Socio Segretario, fra le pubblicazioni pervenute in dono alla Classe, durante le ferie accademiche, segnala le seguenti offerte da Socii: " *Histoire des relations de la France avec Venise du XIIIe siècle à l'avènement de Charles VIII* ", opera postuma di P. M. PERRET (Paris, 1896, 2 vol.), pubblicata dal Socio Straniero Paolo MEYER; " *École pratique des Hautes Études: section des sciences historiques et philologiques. Annuaire 1897* ", conte-

nente un lavoro del Socio Straniero Gastone MASPERO: " *Comment Alexandre devint Dieu en Égypte* „; " *Rappresentazioni popolari in Piemonte. Il giudizio universale in Canavese* „ pubblicato e commentato dal Socio Corrispondente S. E. il conte Costantino NIGRA in unione col Prof. Delfino ORSI (Torino, 1896); " *Atti dell'Accademia Ligustica di Belle Arti, 1894-1895-1896* „ (Genova, 1896), contenenti un discorso pronunciato dal Socio Corrispondente Vittorio POGGI nell'inaugurazione del busto del Prof. Santo VARNI; " *Il Museo civico del palazzo Bianco* „ dello stesso; " *De l'introduction de termes chinois dans le vocabulaire des Malais* „ del Socio Corrispondente Aristide MARRE (Leida, 1896); " *Les archives de Dropmore* „ del Socio Corrispondente Marchese DI NADAILLAC (Paris, 1896). Presenta inoltre un opuscolo contenente la relazione delle " *Onoranze a Galileo Galilei nel terzo centenario della sua prelezione nell'Università di Padova* „ (Padova, 1896), inviato dal Rettore di quella Università.

A nome dell'autore, Dott. Giacomo POLLINI, offre un volume intitolato: " *Notizie storiche, statuti antichi, documenti e antichità romane di Malesco, comune nella valle Vigezzo nell'Ossola* „ (Torino, 1896), ed a nome pure dell'autore, Prof. Giulio CAMUS, le seguenti pubblicazioni: " *Notices et extraits des manuscrits français de Modène antérieurs au XVe siècle* „ (Modène, 1891); " *Les noms des plantes du livre d'heures d'Anne de Bretagne* „ (Paris, 1874); " *Un manuscrit namurois du XVe siècle* „ (Montpellier, 1895); " *Les songes au moyen âge d'après un manuscrit du XVe siècle* „ (Liège, 1895); " *Historique des premiers herbiers* „ (Gênes, 1895); " *Un herbier composé en 1838 pour Victor Emmanuel et le Duc de Gênes* „ (Genova, 1896); " *Notice d'une traduction française de Végèce faite en 1380* „ (Paris, 1896).

Il Presidente, a nome dell'autore Prof. Lando LANDUCCI, presenta le pubblicazioni: " *Saverio Scolari* „, Commemorazione (Palermo, 1896) e " *Indissolubilità del matrimonio confarreato* „ (Bologna, 1896).

Il Socio ROSSI presenta un libro offerto dall'autore, il Pro-

fessore G. B. Gerini: " *Gli scrittori pedagogici italiani del secolo decimoquinto* „ (Torino, 1896) e pronunzia intorno ad esso le seguenti parole:

" Il libro del quale oggi ho l'onore di fare a nome del suo autore Prof. G. B. Gerini omaggio alla nostra Accademia, porta il titolo: " *Gli scrittori pedagogici italiani del secolo decimoquinto* „ (Un volume di pp. VIII-316).

" Fu scritto che gli Italiani mancano affatto di una tradizione pedagogica, e che chi vi crede è un illuso.

" Ora sebbene il nostro autore non dichiari esplicitamente di voler contraddire a quest'erronea opinione, tuttavia si può sostenere che il suo lavoro intende sostanzialmente a respingerla, mostrando esso per lo appunto la continuità della tradizione pedagogica italiana. Il Gerini infatti conferma che le idee educative di Cicerone, di Seneca, e specialmente di Quintiliano, da lui esaminate in una precedente monografia (1), (della quale fece anche a suo tempo l'omaggio alla nostra Accademia) hanno ispirato gli scrittori pedagogici del secolo decimoquinto.

" Benchè non si dia autore, che abbia in qualche modo contemplato il tema dell'educazione, di cui non ci porga il nostro autore qualche cenno, tuttavia, per tacere dei minori, quelli di cui si occupa in modo speciale sono: Pier Paolo Vergerio il Seniore, Vittorino da Feltre, Maffeo Vegio, Enea Silvio Piccolomini, Leon Battista Alberti, Matteo Palmieri, Francesco Filelfo, Guarino Veronese, Leonardo Bruni, ecc.

" Di questi e degli altri il Gerini narra la vita ed accenna le opere, attingendo le notizie dai più autorevoli scrittori sincroni, pur tenendo conto degli studi più recenti.

" Tratteggiata quindi la vita, e fatta menzione delle opere di ciascuno scrittore, egli si fa ad esporne le idee educative, accompagnandole con poche riflessioni, perchè il pensiero dello scrittore, tolto ad esaminare, apparisca nella sua schiettezza.

" Certo questo libro non mancherà di difetti, ma considerando che niuno in Italia, e forse anche all'estero, ha discorso

(1) *Le dottrine pedagogiche di M. T. Cicerone, di L. Anneo Seneca, M. Fabio Quintiliano e Plinio il Giovane*, preceduto da uno studio sull'educazione presso i Romani. Un vol. in-8° di pp. VII-198.

siffatto argomento in tutta la sua ampiezza, sebbene si abbia qualche pregevole monografia su taluno dei molti scrittori studiati dall'autore, io penso che gli si debba una parola di lode e di incoraggiamento, parola, che gli rivolse testè la " Rivista italiana di Filosofia „ (anno XI, vol. 2°, Luglio-Agosto 1896) invitandolo ad affrettare la pubblicazione della seconda parte concernente gli scrittori pedagogici del secolo XVI, parte che il Gerini nella prefazione del suo lavoro dichiara di tenere già in pronto „.

Il Socio Cipolla legge una nota su " *P. M. Perret ed i suoi studi storici franco-veneziani* „.

Il Socio Segretario Ferrero legge un suo scritto " *Sul corredo dei sepolcreti di Ornavasso* „.

Il Socio Nani legge una nota del Socio Corrispondente Prof. Federico Patetta: " *Vacella giureconsulto mantovano del secolo XII* „.

Queste note sono pubblicate negli *Atti*.

LETTURE

ERNESTO CURTIUS

Parole commemorative del Socio ERMANNO FERRERO.

Uno dei grandi rinnovatori degli studii sul mondo classico è scomparso, Ernesto Curtius, nostro Socio corrispondente dal 20 di marzo 1881, poi accademico straniero dal 28 di aprile 1895.

La Grecia fu l'amore costante di tutta la lunga sua vita (1); la Grecia, ch'egli amò con cuore di artista, studiò con pazienza di erudito, con intelletto di critico; la Grecia da lui visitata, per la prima volta, a ventitrè anni nel 1837, preparato a comprenderla dai forti insegnamenti di tre sommi maestri, ch'ebbe a Bonna, a Gottinga, a Berlino, Federico Gottlieb Welcker, Carlo Otofredo Müller, Augusto Boeckh.

Alla Grecia egli rivolse tutte le sue forze di ricercatore e di scrittore: la topografia, la storia, l'arte della Grecia furono il soggetto di molti e dotti lavori, su cui torreggia un'opera famosa, la *Storia greca*. Essa, non ostante i difetti, che la critica vi ha potuto scrutare, è una rappresentazione colorita e vivace, se non compiuta in ogni parte, delle vicende del popolo ellenico e della multiforme attività del suo genio nel periodo più bello e più puro della sua vita; è opera, la cui lettura dà il diletto, che un grande storico, il Ranke, diceva aversi diritto di chiedere al libro di storia, quello cioè, ch'è procurato dall'opera d'arte.

La *Storia greca* porta in fronte la dedicazione a quel principe Federico Guglielmo di Prussia, che, pur troppo, solo per fuggevole istante fu Federico III sul trono. All'educazione del principe giovanetto era stato scelto il Curtius nel 1844, in grazia

(1) Nacque a Lubecca il 2 di settembre 1814; morì a Berlino l'11 di luglio 1896.

ad una conferenza sull'acropoli di Atene, ammirata dalla madre di quello, la principessa Augusta. Discepolo e maestro, entrambi anime nobili, menti elette, fatte per intendersi, si stimarono, si amarono, si onorarono sempre a vicenda: il discepolo divenuto l'erede della corona del nuovo impero di Germania, si adoprò pure perchè si effettuasse la grande impresa proposta e caldeggiata dal maestro, gli scavi di Olimpia. Questi scavi, che diedero così splendidi risultamenti, che fecero tornare alla luce le rovine degli edifizii, che adornavano quel luogo di tanta importanza per il mondo greco e da cui si ricuperarono insigni opere d'arte, di cui una sola, l'Erme di Prassitele, basterebbe a celebrarli ed a farli benedire per tutti i secoli; questi scavi furono una gloria del Curtius, ma saranno pure sempre una grande gloria del suo paese, dove l'ammirazione per la scienza ed il rispetto per gli scienziati non sono soltanto vane parole, dove governo e parlamento fornirono largamente i mezzi per aggiungere ai recenti trionfi delle armi questo trionfo più duraturo della scienza e dell'arte.

Ernesto Curtius insegnò a Gottinga, poi a Berlino, fu segretario dell'Accademia delle scienze, direttore del Museo di antichità di questa capitale: il suo entusiasmo per la Grecia egli seppe trasfondere in allievi, che fecero e fanno onore alla sua scuola.

P. M. Perret e i suoi studi sulla storia franco-veneziana nell'evo medio.

Nota del Socio CARLO CIPOLLA.

Invitato gentilmente dalla nostra Presidenza, mi reco ad onore di presentare alla Classe due grossi volumi, ricchi di soda e ben rara erudizione, che costituiscono il prodotto migliore di un simpatico giovane francese, rapito nell' aprile della vita alla sua patria e agli studi comuni. L'autore dei due volumi in discorso è P. M. Perret (1), le cui dissertazioni, sempre

(1) *Histoire des relations de la France avec Venise du XIIIe siècle à l'avènement de Charles VIII, précédée d'une notice sur l'auteur par* M. Paul Meyer *de l'Institut*. Paris, Walter, 1896, 2 voll. di pp. xxxii-596 e 469.

ricche di novità, si leggono in questi ultimi anni con molta frequenza sulle riviste storiche francesi. Quest'opera adunque esce in pubblico postuma, e la presenta agli amatori delle discipline storiche un insigne cultore degli studi eruditi, Paolo Meyer, il quale si giovò, in qualche parte, della collaborazione di un giovane valente, Alfredo Spont.

In testa all'opera il Meyer premise un cenno biografico sul Perret. Sono poche pagine, sgorgate dal cuore, nelle quali vediamo esposta la sua vita semplice e schietta, tutta dedicata agli studi. Essa va dal 21 giugno 1861 al 24 aprile 1893, nel qual giorno — tristissimo giorno — il povero Perret, consunto dalla tubercolosi, spirò in braccio alla desolata sua madre. Il Perret continuò a lavorare sino ai suoi ultimi momenti, trascurando la propria salute. Anzi quanto peggio il male incalzava, tanto più egli applicavasi assiduamente allo studio, volendo guadagnare coll'intensità del lavoro il tempo, che gli sfuggiva inesorabilmente. Allievo della *École des chartes*, il Perret coi suoi scritti eruditi accrebbe di non poco le molte benemerenze, che quella nobile istituzione ha verso la scienza.

Il discorso del Meyer contiene alcuni particolari che veramente destano una viva emozione nel lettore. Non si può restare indifferenti dinanzi ad un giovane, nel quale la gagliardia dello spirito apparisce in così vivo contrasto colla debolezza del corpo (1).

Chi ha seguito le dissertazioni che il Perret, specialmente verso il 1890 e il 1891, andava pubblicando in parecchie riviste, e sopratutto nella *Bibliothèque de l'École des chartes*, conosce gli intendimenti e molti tra i principali risultati degli studi di quel giovane valoroso. Egli si era proposto di mettere in chiaro le relazioni passate fra Luigi XI e la repubblica di Venezia; a tale scopo viaggiò parecchie volte in Italia, e visitò gli archivi e le biblioteche di Torino, di Genova, di Milano, di Firenze, di Bologna, di Modena e di Mantova; ma sopratutto fermossi a

(1) Buona parte di questo schizzo biografico, il Meyer l'aveva pubblicato nel 1893 nella *Bibliothèque de l'École des chartes*, LIV, 535 sgg., col titolo *P.-M. Perret*. Allora il Meyer fece tirare alcune copie a parte di quel suo breve, ma ottimo articolo, al quale, negli estratti, premise il ritratto del Perret. Una di queste copie a parte mi fu gentilmente mostrata dal barone E. Bollati di St.-Pièrre.

Venezia. A Parigi egli era assiduo frequentatore della *Bibliothèque nationale* e dei tesori preziosi, che quella biblioteca possiede, rispetto alla storia italiana, egli era conoscitore sicuro.

Gli articoli inserti nelle riviste erano la naturale e immediata preparazione al grande lavoro d'insieme, che potè condurre sino al 1480, lasciando per morte tronco il lavoro, a breve distanza dalla meta. Nel centro dei suoi lavori, in mezzo ai suoi libri, egli venne meno. Dal letto di morte consegnò il manoscritto al Meyer, suo maestro ed amico, affinchè ne curasse la stampa. Come il Meyer adempiesse al delicato incarico lo si è in parte già detto. Ora soggiungo che lo Spont credette bene di chiudere l'opera riproducendo l'articolo che il Perret stampò l'anno 1890 nel vol. LI della *Bibliothèque de l'école des chartes*, nel quale si narra di qual maniera Carlo VIII riuscisse nel 1484 a rinnovare la lega, che un dì aveva legato Luigi XI alla Francia. Sembrava al Meyer e allo Spont cosa opportuna prolungare la narrazione sino a raggiungere un avvenimento importante nella storia franco-veneziana, mentre se il discorso fosse rimasto tronco al 1480, l'opera avrebbe mancato di una giusta conclusione. Anzi collo scopo di congiungere la fine del manoscritto, che si arresta al 1480, col citato articolo, lo Spont aggiunse poche pagine, alcune delle quali sono tolte da altri scritti del Perret medesimo.

Essendo morto il Perret nel 1893, la sua opera non si avvantaggia delle più recenti ricerche storiche. Nè al Meyer e allo Spont parve opportuno ritoccare menomamente il lavoro del valoroso loro amico, neppure con un cenno qualsiasi, di natura anche meramente bibliografica. Non io certo moverò loro per tal cagione alcun rimprovero, anzi ne darò loro lode.

Le prime relazioni tra la Francia e Venezia furono vincoli di commercio. La politica o non vi entrava per nulla, o vi teneva una posizione secondaria. Al tempo di S. Luigi IX, la crociata progettata da questo re introdusse nelle relazioni fra i due paesi un elemento diverso dal commercio. Ma fu cosa passeggera. Le vere relazioni politiche tra Venezia e la Francia hanno principio al tempo della spedizione di Luigi d'Angiò per la riconquista del Napolitano: esse assunsero poi un carattere ben definito al principiare del sec. XV, quando il Boucicaut divenne governatore di Genova in nome della Francia, e inaugurò in Italia una pericolosa politica d'avventure. Venezia,

sempre guardinga, si scosse al pericolo, e tentò di evitarlo. Giocò d'astuzia diplomatica più volentieri che non si opponesse agli ostacoli con la resistenza aperta. Il Perrens (1) osserva che la politica di Venezia in faccia al Boucicaut spiega anche la politica posteriore della Serenissima. Venezia si dimostrò cordiale e amichevole verso i Francesi finchè essi restavano fuori d'Italia: in caso diverso, essa fu loro sempre ostile, sistematicamente ostile.

Quando Sigismondo imperatore mosse guerra a Venezia per il possesso di Zara, la Francia, retta da re Carlo VII, si offerse mediatrice fra i contendenti. Allorchè Renato d'Angiò campeggiava nel Napoletano, Venezia mantenne verso di lui una condotta riservatissima. Negli ultimi tempi di Filippo Maria Visconti e durante i pochi anni che restò in piedi la repubblica Ambrosiana, Venezia non disdegnò l'amicizia della Francia, guidata anche dall'intento di tagliare così la via a Francesco Sforza, che mirava alla conquista di Milano. Lo Sforza, fatto duca di Milano, calcheggiò l'amicizia di Carlo VII, e Venezia stette cogli altri Stati italiani. Alla seconda occupazione di Genova da parte dei Francesi, parve indifferente Venezia; la quale non intervenne neppure alla guerra di Giovanni d'Angiò nel Napoletano. Come Luigi XI nel 1461 salì sul trono di Francia, i Veneziani ricercarono la sua amicizia, senza che tuttavia avessero in animo di seguirne la politica. Due anni più tardi, nel 1463, spaventata dai progressi continui dei Turchi, la Signoria chiese al re di Francia, che favorisse la crociata proposta e predicata da Pio II. Ma indarno. Poco dopo, nel 1466, Luigi XI mandò un'ambasciata a Venezia, ma essa fu accolta freddamente. Intanto si levò alta la potenza di Carlo il Temerario, duca di Borgogna, e Venezia per un momento temette che egli volesse, ai suoi danni, unirsi al monarca francese. In seguito avvenne il contrario, e arse la guerra tra Luigi XI e il Temerario. Il Temerario destava in questo momento molta simpatia negli Stati della vallata Padana. Venezia, persuasa che era necessario metter fine alla crescente influenza francese in Italia, cercò aiuto in quegli Stati italiani, che non erano ancora ligi alla fortuna francese. Dapprima procedeva con qualche esitazione, anzi, come le era solito, proprio coi piedi di

(1) Vol. I, pag. 113.

piombo; ma poco appresso, spaventata dai Turchi, che avevano conquistato Negroponte, si decise ad una politica aperta e chiara, e il 18 giugno 1472 strinse alleanza con Carlo il Temerario.

Di qui in poi la politica degli Stati italiani si arruffa, e Luigi XI con mediocre riuscita si studia di trar profitto della confusione delle cose nostre, per impedire l'unione degli Stati italiani fra loro e imporre a tutti la sua volontà. Egli aveva compreso che la violenza non gli giovava, ed erasi appigliato alla sagacia politica, volendo esercitare sull'Italia una vera influenza morale, nel mentre rinunciava al pensiero di conquista.

L'attenzione delle Signorie d'Italia, e specialmente di quelle tra esse che trovavansi nel settentrione della penisola, era da lungo tempo attratta verso le imprese arditissime del duca di Borgogna. La Savoia e il Milanese furono i due Stati che più direttamente parteciparono alle guerre oltremontane, e sentirono meglio l'azione della rivalità tra Luigi XI e Carlo il Temerario. Venezia, approfittando della sua posizione geografica, aveva saputo destreggiarsi meravigliosamente di mezzo a tante difficoltà. Sicchè, dopo che le battaglie di Granson e di Morat (1476) affransero le forze del Temerario, al duca di Borgogna venne meno l'amicizia dei nostri. E perciò, quando questo finalmente morì sotto le mura di Nancy, il 5 gennaio 1477, la Signoria non si trovava chiusa ogni strada per accordarsi col re di Francia, ritornato potente. A Tours, il 9 gennaio 1478 venne segnata l'alleanza tra la Francia e Venezia.

Questo trattato riuscì favorevole alla monarchia francese, ma non forse in quella misura che il Perret lascia supporre. Per vero, i maneggi continuati con meravigliosa costanza da Luigi XI, non condussero a modificare sostanzialmente la condotta politica dei nostri Stati, i quali spesso strinsero o ruppero alleanze e nodi politici, quasi indipendentemente dai consigli francesi. Ciò vale sopratutto per la repubblica Veneziana. Neppure l'accordo del 24 agosto 1480 tra Milano, Firenze e Napoli, indusse Venezia ad uscire dal suo riserbo. Essa respinse le profferte di Luigi XI, e solo più tardi, nel 1484, dopo lunghe trattative, aderì a rinnovare con Carlo VIII l'antica alleanza.

Il Perret scrisse con lucidità rara, e con erudizione non meno rara, una pagina gravissima della storia italiana, penetrando bene addentro nei consigli e negli intenti della Sere-

nicina. Venezia guardava da lungi i pericoli, e studiavasi di allontanarli da se, prima che si facessero gravi. A poco a poco avvezzata alla politica dello schermirsi continuo, finì per concentrarsi in se stessa. E i fatti narrati dal Perret spiegano perfettamente l'attitudine assunta dalla Signoria al momento della discesa di Carlo VIII, nel 1494: anzi essi spiegano anche come e perchè, incalzando gli avvenimenti, Venezia, partecipasse poi con animo risoluto alla " lega italiana " del 1496, e mandasse il suo esercito a combattere nella gloriosa, ma non fortunata battaglia del Taro.

Il Perret conosceva assai bene l'Archivio di Stato di Venezia, e usufruiva con larghezza dei documenti esistenti a Parigi. L'opera (p. 311 sgg.) si chiude con 45 documenti (1491-1481) tolti da Milano e da Parigi, ma sopratutto da Venezia. Questi sono i documenti dall'autore riguardati come più importanti, ma senza numero sono quelli citati quasi ad ogni pagina dei due volumi. Nella pubblicazione dei documenti veneziani, il Perret tralasciò una indicazione, che sarebbe stata forse necessaria, di certo utilissima. Non è facile, neppure ponendo attenta riflessione al numero dei voti favorevoli e contrari raccolti da una *parte* (proposta) discussa nei Consigli di Venezia, sapere se sia stata o meno approvata. Il calcolo dei voti è così inviluppato, da lasciare sempre qualche posto all'incertezza. Ma per nostra buona ventura i cancellieri veneziani usavano contrassegnare con una croce la deliberazione presa e scrivere *Capta* sulla proposta approvata. Or bene, di questa croce e della formola *Capta* il Perret, per quanto pare, non fece giusta stima.

Importanza non piccola ha l'aneddoto, che qui leggiamo a p. 237 sgg. del II volume. Trattasi di una serie di estratti da un Trattato sul governo veneziano, compilato in antico francese, che si conserva in parecchi manoscritti di Francia. Il più antico tra questi manoscritti, è della fine del XV secolo e trovasi a Chantilly, nella biblioteca del duca D'Aumale. Questo *Traicté du gouvernement de Venise* parla sopratutto dei magistrati e delle corporazioni di Venezia, e quindi sostanzialmente appartiene ad una nota classe di manuali, tra i quali un posto precipuo tiene l'opuscolo di Marino Sanudo, pubblicato in occasione nuziale, non pochi anni fa, dal compianto prof. Rinaldo Fulin.

Il Meyer, che aggiunse le sue cure a quelle del Perret

nella pubblicazione di questo aneddoto, fece ad esso precedere la riproduzione fotografica di una miniatura, che adorna il manoscritto di Chantilly. Essa rappresenta una parte della piazza, insieme colla piazzetta di S. Marco, lasciando esposta di prospetto la basilica di S. Marco, la " porta della paglia ", il palazzo ducale, il campanile. Questa tavola viene opportuna a meglio chiarire la topografia del centro di Venezia, che presenta tuttora molti punti oscuri e questionabili.

Se l'argomento principale dell'opera del Perret riguarda le relazioni tra Venezia e la Francia, ciò non esclude che larga parte della storia italiana ritragga luce dall'amplissimo materiale archivistico che quel giovane erudito cavò dall'obblio. Anzi può con verità asserirsi che la storia d'Italia dal 1440 al 1480 incirca ne riesca largamente illustrata. Molto ne possono ricavare gli studiosi della politica dei papi, di Filippo Maria Visconti, della repubblica Ambrosiana, degli Sforza, di Firenze, di Mantova. Anche gli storici piemontesi se ne possono avvantaggiare.

Nè voglio dimenticare che la storia curiosa dei corsari Colombo, i quali al servizio della Francia più volte molestarono le navi veneziane, trova qui nuove e buone notizie (1), ma di data più antica che non siano quelle che servirono ad Alberto Salvagnini per iscrivere la sua bella memoria *Cristoforo Colombo e i corsari Colombo suoi contemporanei* (2).

Un libro che reca tanto vantaggio alla scienza vuol essere accolto con benevolenza dalla nostra Accademia, la quale non sarà avara di rimpianto verso uno studioso, che morì vittima del proprio lavoro indefesso, quando gli si schiudeva dinnanzi, colle più liete promesse, il fiore della gioventù.

(1) Vol. I, pp. 524-5, 530, 532-3; vol. II, pp. 18-9, 47, 84.

(2) *Raccolta di documenti e studi pubblicati dalla R. Commissione Colombiana*, parte II, vol. III, pp. 127 sgg., Roma, 1894. — Si riferisce ad epoca posteriore a quella studiata nei due volumi in discorso l'articolo inserto dal Perret, nel vol. LI (anno 1891) della *Bibliot. de l'école des chartes*, col titolo: *La mission de Péron de Baschi à Venise d'après des documents vénitiens 1495*. Questa breve monografia, sulla quale richiamo la mia attenzione il ch. barone Bellati di St.-Pierre, si compone quasi unicamente dei testi di quattro deliberazioni veneziane del 1495. Anche in questo caso il Perret non ci dice se tali documenti nei registri originali portino o meno croce, o la formula *Capta*.

Sul corredo dei sepolcreti di Ornavasso;

Osservazioni del Socio ERMANNO FERRERO.

L'opera, in cui Enrico Bianchetti descrisse ed illustrò i sepolcreti da lui scavati ad Ornavasso (1), lietamente accolta dagli archeologi (2), fu pure testè presa ad esame dal professore Castelfranco (3), il quale espose altresì alcune osservazioni sul corredo di quei sepolcreti da lui attribuiti ai Galli per analogia con tombe di tal popolo. Questa analogia non era neppure sfuggita al Bianchetti, che più volte confrontò le proprie scoperte con quelle della necropoli atestina (IV periodo), della Brianza, del Bolognese, ecc. (v. pag. 18, 24, 37, ecc.). Acquista valore il confronto ripetuto da chi ebbe il merito di aprire la via a ricercare i resti della civiltà gallica nell'Italia superiore (4).

Le tombe di Ornavasso, per l'abbondanza e la varietà della suppellettile e, come ben avverte il prof. Castelfranco, per la possibilità di stabilirne la cronologia, offrono utile materia di studio e di paragone. Spero quindi non sia tenuto del tutto inutile ch'io noti alcune divergenze dalle conclusioni, a cui giunge il ch. professore nell'esame del corredo, ed unisca, dacchè mi si presenta occasione, qualche altra deduzione, non prima

(1) *I sepolcreti di Ornavasso scoperti e descritti* (*Atti della Società di archeologia e belle arti per la provincia di Torino*, vol. VI, 1895).

(2) La lodarono, fra altri, i ch. Naue nei *Prähistorische Blätter*, VII, 1895, p. 91 e seg., e Schumacher nel *Korrespondenzblatt der Westdeutschen Zeitschrift für Geschichte und Kunst*, XIV, 1895, col. 165 e segg.

(3) *Atti e Memorie della R. Deputazione di storia patria per le provincie di Romagna*, 3ª serie, vol. XIV, 1896, p. 64-75.

(4) Il Bianchetti, prudentemente, a mio avviso, non sentenziò senz'altro che fossero Galli i sepolti di Ornavasso, perchè nel corredo delle loro tombe si scorge influenza di civiltà gallica, che può essere penetrata nel paese dei Leponzii, a cui l'Ossola appartenne, anche senza che vi penetrasse una vera e propria immigrazione di Galli.

però di avergli reso grazie per la lode data all'opera postuma del compianto mio amico.

Dopo aver rilevato che le spade non furono spezzate mai nell'atto dell'inumazione, e che non esiste alcun dubbio nell'assegnare a guerrieri le tombe con spade e con cuspidi di lancia, il prof. Castelfranco parte appunto da questo fatto per esaminare il resto del corredo e giungere a conoscere quali fossero gli ornamenti particolari degli uomini e quali delle donne.

Notata la comunanza ai due sessi (1) delle fibule da lui chiamate *a due vermiglioni* e dal Bianchetti, con altri, *a lunga molla spirale*, il prof. Castelfranco afferma che: " *i braccialetti* " *di metallo a cerchio semplice*, quelli a *viticci*, le lame ritenute " *rasoi* e le *forbici a molla* si trovano per lo più nelle tombe " con armi, e ne viene la conseguenza che, ove si rinvengono, " se non sono tombe di guerrieri sono però sempre tombe di " maschi ". Verissima l'osservazione per i pochi rasoi, per le forbici più comuni e per i braccialetti, assai rari, di semplice cerchio di argento: da dirsi altrettanto per i braccialetti a viticci se si potesse sapere che fu un maschio il fanciullo, a cui appartenne il più piccolo dei tre scoperti (diam. int. 0,043: tomba 2 del sepolcreto di San Bernardo), dei quali gli altri due si rinvennero in sepolture di guerrieri (S. Bern. tomba 1: Persona t. 97).

" I *braccialetti a fiorami*, quelli *a corda e nodi*, quelli di un " *semplice filo di argento*, le *armille serpentiformi di più giri*, le " *fibuline ad arpa*, tutto ciò che in fatto di gingilli è formato " di *vetro* o di *pasta vitrea*, anelli, braccialetti, perline, ciondoli, " non si rinvengono *se non in tombe che non contengono armi*, " e sono perciò con ogni probabilità ornamenti muliebri ". L'affermazione in corsivo, vera in generale, è troppo assoluta, poichè un braccialetto di argento a spire è stato dato da una tomba con spada (S. Bern. t. 17) e due fibule di argento ad arpa da un'altra tomba pure provvista di spada (S. Bern. t. 6).

(1) " ...salvo forse qualche differenza nelle dimensioni ", differenza, che non mi sembra poter trovare, dacchè parecchie delle più grosse di tali fibule provengono da tombe, che credo di donne, per la presenza della fusaiola, come osserverò appresso (per es. dalle tombe 91, 92, 149 del sepolcreto in Persona).

" Anche gli *anelli digitali di più giri di filo* sono assai più " frequenti nelle tombe ove non vi sono armi. Giova qui notare " che il Bianchetti chiama talora anelli e talora braccialetti " certe armille di filo troppo strette per essere infilate nel " braccio, o troppo larghe (e talora troppo strette) per essere " infilate nel dito; si può ritenere perciò che si tratti di vere " *armille cricoli*, ornamenti muliebri; gioverebbe cercare nelle " accurate annotazioni del Bianchetti, quelle non pubblicate, se " tali armille si rinvenissero talvolta presso il capo del se- " polto ". Il Bianchetti distingue nettamente (pag. 35 e 40) le *armille a spirali* del diametro interno di 42 a 80 millimetri dagli *anelli digitali a spire* del diametro interno da 9 a 22 millimetri. Dei nove esemplari interi delle prime (il decimo è rotto, ed è quello già accennato dato dalla tomba di guerriero, S. Bern. 17) sei hanno un diametro superiore ai 60 millimetri, sufficiente per essere infilati in braccia muliebri.

Il Bianchetti poi nelle note, prese nell'atto della scoperta, e che gli servirono per comporre il suo volume, non poteva indicare la posizione precisa di ciascun oggetto sul cadavere dal momento che il cadavere era affatto consumato (cf. pag. 12): si dovette appagare di descrivere gli oggetti nell'ordine, con cui si estrassero " a cominciare dalla testata presso cui presu- " mibilmente posava il capo del cadavere " (pag. 80, nota 1). Ogni volta che si trovò un qualche avanzo di essa, non manco di segnarlo non solo nelle sue note, ma altresì nel libro stampato, poichè egli, attentissimo esploratore e scrupoloso descrittore, non volle privare i suoi lettori della benchè minima notizia, che a loro potesse giovare. Ciò posto, di queste sei armille di più di 60 millimetri di diametro una si trovò coi primi oggetti scavati disordinatamente prima dell'intervento del Bianchetti (p. 94), delle cinque rimanenti una era sola (S. Bern. t. 127-128), quattro con altri braccialetti di foggia diversa, e di queste tre li precedevano (S. Bern. t. 3, 15, 69), una li seguiva (S. Bern. t. 8). Per le altre tre dei diametri assai piccoli di 48, 46, 42 millimetri, rinvenute nei sepolcri 14, 4, 10 di San Bernardo, la piccolezza pure degli altri ornamenti della persona, ond'erano accompagnate, sopra tutto le due prime, la credere abbiano servito a persone assai giovani. Non vedo quindi motivo per ammettere che in luogo di veri braccialetti esse

siano state *anelli crinali*. Così pure escluderei la stessa ipotesi per gli *anelli a spirali*, che il Bianchetti con proprietà, a mio giudizio, chiama sempre *digitali*. Di cinquantacinque, che furono trovati, sedici erano presso ed anche in mezzo ad altri anelli digitali a sigillo o a viera o di semplice cerchietto (S. Bern. t. 4, 8, 10, 15, 17, 25, 56, 114, 127-128, 136, 137, 161; Pers. t. 35, 94, 102, 110), sette erano l'unico ornamento del defunto (S. Bern. t. 72, 93, 106, 108, 112, 135, 154), otto con una fibula sola (S. Bern. t. 5, 28, 43, 95, 96, 132, 138; Pers. t. 108), due nella stessa tomba pure con una sola fibula (S. Bern. t. 33) e due altri con due fibule (S. Bern. t. 82); in tre tombe il cadavere era stato deposto con due fibule ed uno di questi anelli (S. Bern. t. 74, 87; Pers. t. 5).

I rimanenti erano con più altri oggetti di ornamento personale; per essi, salvo forse per uno (S. Bern. t. 62), nulla pure si oppone a credere che si siano trovati in dito ai cadaveri. Ed ove pure non fossero stati nella tomba al loro posto, non si avrebbe argomento per non crederli anelli digitali, dappoiche si osservò che gli ornamenti personali, quand'erano più, si ponevano anche altrove, presso il capo, sul ventre, ai piedi, soventissimo sopra un'assicella di legno, un pezzo di corteccia di albero o di cuoio (Bianchetti, pag. 9). Sei soli di questi anelli hanno diametro interno inferiore ai 15 millimetri (S. Bern. t. 8, 16, 34; Pers. t. 35, 102, 110); ma questi, rinvenuti con altri oggetti parimente piccoli od in tombe di minore grandezza, hanno dovuto, con tutta probabilità, appartenere ad individui non adulti.

Tali anelli non erano portati soltanto dalle donne; nove si scoprirono in tombe con armi (S. Bern. t. 7, 11, 17, 44, 137, 154, 161, 162, 164), e questi hanno anche diametro maggiore, da 18 a 22 millimetri.

" Nelle tombe che, per le osservazioni di cui sopra, si ri-
" tengono spettare a maschi, si rinvengono generalmente *due*
" *assi* i quali, secondo nota il Bianchetti, o sono " corrosi „ o
" consumati „ o " illeggibili „ o " irriconoscibili „. A me pare
" di vedere la conferma del fatto già varie volte osservato, ed
" anche da me parlando delle tombe del Soldo, di Mezzano, ecc.
" che cioè quelli antichi Galli usassero collocare nelle tombe
" assi unciali contusi espressamente e guastati col martello.

" Vediamo ora, dagli scavi di Ornavasso, che tali monete guaste " spettano a tombe di uomini. Rito notevole ". La consumazione delle monete di bronzo è dovuta alla natura del terreno, che ha corroso profondamente i metalli e distrutto gli adiniéri (cf. Bianchetti, pag. 12). Ebbi nelle mani queste monete di bronzo coperte di ossido, per intanto, e ci riuscì a determinarne un certo numero: posso assicurare che nè il Bianchetti nè io ci avvedemmo che fossero state guastate altrimenti che da azione naturale (1).

" Per contrario, nelle tombe da attribuirsi a donne, invece " degli assi contusi, si rinvengono quasi sempre *due vittoriati* " *romani*, per lo più senza rivestito. Delle otto monete galliche, " imitazione delle massaliote, sette ritrovarono chiuse in tomba " di donna; una in tomba probabilmente di donna: le due di " *potin* in tomba di dubbia attribuzione. Si capisce che nelle " tombe di femmine si sono usato dapprima ordinare monetine " galliche, o d'argento o simili all'argento; più tardi, quando " mancarono le monete galliche, i vittoriati avranno tolto le " veci delle prime ". Non mi sembra così netta la distinzione fra le monete sepolte con gli uomini e quelle con le donne. Assi e vittoriati si trovarono insieme in tombe di guerrieri (S. Bern. t. 31, 161) ed in altre (S. Bern. t. 3, 4, 10, 28, 34, 37, 56, 62, 69, 82, 87, 88, 114, 136, 138, 155), delle quali le più sembrano muliebri: un asse ed un quinario di argento (tipo) in un sepolcro di guerriero (Pers. t. 59); altri assi e quinari pure insieme (S. Bern. t. 24, Pers. t. 73); vittoriati con denarii, senza assi, in tombe di uomini armati (S. Bern. t. 7, 11). I denarii, di cui tace il prof. Castelfranco, oltre che in queste due, si rinvennero pure un'altra volta con soli vittoriati (S. Bern. t. 8); più spesso con vittoriati e con assi nella maggior parte delle tombe già ricordate (S. Bern. t. 3, 4, 10, 14, 31, 34, 69, 82, 136, 161), con soli assi in sepolcri con armi (S. Bern. t. 1, 17, 105, 154) o senza (S. Bern. t. 127-128, 130, 165), con un asse e con una moneta gallica di argento (Pers. t. 57) ed anche soli (Pers. t. 58). Nè assolutamente esatto è il dire che si rin-

(1) Nella tomba 102 di Persona si trovarono due mezzani bronzi irriconoscibili tagliati per metà: di ciò si hanno altri esempii indipendenti da riti funebri.

vengono generalmente due assi. Ciò è vero per ventidue tombe (S. Bern. t. 4, 10, 13, 14, 18, 30, 31, 35, 46, 56, 62, 82, 85, 88, 105, 120, 127-128, 130, 138, 141, 145; Pers. t. 33); ma in ben trenta altre si trovò un solo asse (S. Bern. t. 1, 3, 24, 28, 29, 34, 37, 50, 67, 69, 76, 79, 87, 96, 102, 104, 106, 114, 118, 126, 136, 147, 151, 155, 158, 159, 162; Pers. t. 35, 57, 59), in sette se ne scoprirono tre (S. Bern. t. 83, 117, 137, 140, 149, 154, 164), in una quattro (S. Bern. t. 17) ed in due cinque (S. Bern. t. 161, 165). Nemmeno si può dire che i vittoriati fossero quasi sempre due. Quattordici sepolture ne diedero due (S. Bern. t. 2, 5, 6, 7, 10, 11, 16, 28, 33, 37, 82, 87, 114, 161) ed anche in queste, salvo in quattro (2, 5, 16, 33), non erano soli, ma accompagnati da assi (28, 37, 87, 114), e per lo più da denarii: in una erano cinque (S. Bern. t. 56), in due quattro (S. Bern. t. 3, 81; nove tombe non avevano che un solo vittoriato (S. Bern. t. 4, 34, 62, 77, 88, 138, 155, 157; Pers. t. 11); una un mezzo vittoriato (Pers. t. 3); cinque un quinario per ciascuna (S. Bern. t. 24; Pers. t. 2, 33, 59, 134). Anche le monete imperiali (mai di argento, poche di gran bronzo) si trovarono nel sepolcreto di Persona in numero, che varia da una a sei per sepoltura.

Quanto alle monete galliche, due di *potin* erano insieme in una tomba (S. Bern. t. 49); delle altre sei (non otto), imitazioni delle emidramme di Massalia, tre stavano pure in una sola tomba (S. Bern. t. 15), tre in tre tombe (S. Bern. t. 84; Pers. t. 35, 37), di cui la seconda conteneva un asse illeggibile, la terza parimente un asse corroso e due denarii degli anni 88 e 84 circa av. C.: prova che tali monete indigene dell'alta Italia non mancavano ancora quando già nelle valli alpine erano in corso le romane di argento.

La maggiore o minore ricchezza della tomba determinava ordinariamente il numero e la qualità delle monete collocatevi. Ne queste esistevano in tutte o quasi tutte le sepolture; poichè di 165 di San Bernardo 75 ne sono prive; nelle 165 di Persona mancano in 84, non contando nel numero 13 tombe del primo e 10 del secondo sepolcreto, che apparvero frugate da tempo antico.

Il prof. Castelfranco in ultimo osserva che certe tombe " fra le più ricche e le più grandi potrebbero aver contenuto

" i resti di due persone „ il che non pare probabile e per la forma delle tombe e per la collocazione degli oggetti. Solo le tombe 25 e 26 del sepolcreto di San Bernardo erano " appaiate " e divise fra loro da un solo tramezzo di pietra, che formava " una parete comune alle due. Soltanto nel n. 25 si trovarono " oggetti: la tomba n. 26 ne era affatto priva „. Così il Bianchetti (pag. 115, nota 1), che descrive pure le tombe 127 e 128 del medesimo sepolcreto " appaiate e separate soltanto da " un tramezzo. Dalla parte dei piedi erano riunite da un loculo " o nicchia, comune ad ambedue..... La maggior parte degli " oggetti stavano riposti entro la nicchia „ (pag. 105, nota 1). Una nicchia uguale si trova pure in fondo alla ricca sepoltura n. 6, " per ripervi oggetti che non avrebbero potuto tutti ca- " pire nella tomba semplice „ (pag. 95, nota 1). Il prof. Castelfranco si duole che tali oggetti collocati nei loculi non siano stati specificatamente indicati: devono essere però soltanto vaga enunciati in fine della descrizione delle tombe sia nelle note (che esistono sempre presso la famiglia del Bianchetti) sia nel libro pubblicato.

Aggiungo alcune altre osservazioni sul corredo di queste tombe:

1° Delle fibule, sia a lunga molla spirale sia di altra forma e di varia grandezza, si portava più spesso una sola, tanto dagli uomini quanto dalle donne, come è attestato da ben 93 sepolcri (S. Bern. t. 1, 4, 5, 10, 20, 23, 28, 33, 37, 40, 43, 44, 45, 46, 51, 53, 56, 57, 58, 59, 61, 64, 68, 71, 77, 78, 86, 91, 95, 96, 102, 105, 114, 115, 117, 118, 120, 126, 130, 132, 133, 134, 137, 138, 139, 141, 147, 149, 159, 164; Pers. t. 2, 3, 4, 8, 10, 11, 14, 18, 19, 21, 23, 24, 27, 28, 35, 36, 39, 44, 50, 51, 54, 56, 58, 59, 63, 67, 69, 70, 83, 84, 85, 87, 90, 104, 106, 107, 108, 116, 117, 129, 144, 147, 158); in 32, essi pure maschili e femminili, una fibula a lunga molla spirale è accompagnata da altra fibula minore di foggia diversa (S. Bern. 3, 7, 8, 17, 18, 29, 30, 31, 35, 39, 49, 50, 69, 74, 82, 109, 161; Pers. t. 1, 5, 29, 53, 65, 81, 91, 92, 98, 112, 114, 122, 123, 139, 149), quella sulla spalla sinistra, questa sulla destra, come si apprese chiaramente da un sepolcro, in cui si trovò ancora il teschio (Pers. t. 1; tav. XI). In sette la fibula con molla a spire è insieme con uno di quegli anelli di argento curvati, che

il Bianchetti chiama *omerali*, supponendo abbiano servito a tenere indumenti presso le spalle (pag. 33 e seg.) (S. Bern. t. 2, 11, 84, 162; Pers. t. 15, 95, 100 (tomba violata in parte)). In una sepoltura, oltre a questi due ornamenti, trovavasi ancora una fibula minore (S. Bern. t. 24). In vece della fibula più grossa a spirale si ebbe in altre tombe una fibula più piccola con l'anello omerale (S. Bern. t. 34, 136; Pers. t. 88, 102, 134), ovvero due fibule minori (S. Bern. t. 14, 16, 25, 32, 54, 87, 88; Pers. t. 89, 110, 118, 120, 125, 146), in due casi insieme pure con l'anello omerale (Pers. t. 96, 97). Una tomba di guerriero (S. Bern. t. 6) conteneva una fibula di bronzo a lunga molla spirale e due di argento ad arpa; tre tombe avevano ciascuna due fibule della prima specie con altra diversa (Pers. t. 53, 94, 132): dalla prima di queste si estrasse ancora un anello omerale. Muliebri soltanto erano le sepolture che fornirono una fibula a lunga molla con quattro piccole (Pers. t. 57, 111) o con cinque (S. Bern. t. 15); maschili e muliebri le 59 di S. Bernardo e le 75 di Persona, che non avevano tale ornamento.

2° Gli anelli *omerali* ora menzionati erano pure comuni ai due sessi, come fanno fede quelli trovati in tombe con armi (S. Bern. t. 11, 17, 162, 164; Pers. t. 15, 88, 95, 96, 100, 112, 134), con uno specchio (Pers. t. 121), con una fusaiola (S. Bern. t. 136). Corpi di donne devono pure essere stati racchiusi in altre, che diedero anelli sì fatti, di cui due furono raccolti eziandio in sepolcri di fanciulli (S. Bern. t. 2; Pers. t. 102).

3° Anche gli anelli-sigilli con gemme o con paste vitree incise) erano portati tanto dagli uomini, quanto dalle donne; è certamente puro caso che quelli degli armati siano sempre di ferro (S. Bern. t. 1, 17, 137, 161; Pers. t. 29, 100, 134) e che il solo d'oro e quelli d'argento appartengano a sepolcri, che sembrano per lo più di donne; mentre i primi hanno pure altri anelli argentei di diversa foggia come a spirali, di cui già si è fatta parola.

4° I braccialetti, non tanto comuni a San Bernardo, rarissimi a Persona, si trovano sempre soli nelle poche tombe di guerrieri, che ne erano provvedute (S. Bern. t. 1, 17, 81, 137, 140, 161; Pers. t. 95, 97); in altre, di cui parecchie di apparenza muliebre, sono pure soli (S. Bern. t. 2 (fanciullo), 4, 18 (però manomessa in parte anticamente), 77, 127-128, 155, 159;

Pers. t. 35, 58). Sono, con molta probabilità, sepolture di donne quelle, che ne fornirono due (S. Bern. t. 14, 69), tre (S. Bern. t. 3, 8, 10), quattro (S. Bern. t. 15).

5° Solo nel sepolcreto di Persona si trovarono avanzi di calzature con chiodetti di ferro; prova che in quello, più antico, di San Bernardo i defunti si deponevano scalzi o con calzatura leggera, di cui ogni traccia andò perduta. Nel sepolcreto di Persona la calzatura ferrata è propria di sette individui con armi (t. 2, 15, 54, 82, 88, 112, 134); ma non è esclusiva degli armati, non essendo apparsa in dieci od undici altre tombe con spade e con lancie (t. 29, 52, 58, 68, 69, 83, 95, 97, 100 (manomessa in parte), 115, 133) ed, all'opposto, trovandosi in quattordici dove queste mancano (t. 1, 61, 64, 74, 89, 116, 117, 124, 138, 141, 144, 155, 158, 159). Niuna di queste ultime può con sicurezza esser creduta femminile; ond'è probabile che si continuasse a seppellire [illegible] [illegible] [illegible].

6° L'armamento degli uomini del sepolcreto di San Bernardo è costituito dalla sola spada del tipo La Tène con fodero di ferro o di bronzo (t. 1, 7, 11, 30, 32, 46, 50, 52, 53, 67, 105, 117, 126, 145, 153 (tomba manomessa), 162, 164), talvolta accompagnata da un [illegible] [illegible] nel [illegible] del sepolto (t. 6, 17, 35), o da un pugnale (t. 137) o da una scure, posta sovr'essa e di aspetto più guerresco che fabbrile (t. 161). Una sola spada, più breve ed acuminata, di tipo avvicinantesi al romano e con fodero di legno (t. 31), fu data da questo sepolcreto, ove raramente s'incontrò la lancia (t. 44, 140, 154), una volta così corta da crederla piuttosto un giavellotto (t. 81). Si rinvennero pure, oltre all'accennata, che stava con la spada, tre altre scuri con larga lama dal taglio lunato, forse piuttosto arsi che utensili (t. 24, 109, 120).

Al contrario nel sepolcreto di Persona le spade giacenti del tipo La Tène, sempre di quelle somiglianti al romano e con fodero di legno, apparvero solamente in cinque tombe: quattro non avevano altre armi (t. B. 50 (delle più antiche del sepolcreto), 97, 100, quest'ultima in frammenti); una diede pure una lancia (t. 95, non anteriore al 14 di C.). Predomina in questo sepolcreto la lancia quasi sempre sola (t. 15, 29, 50, 52, 54, 68, 82, 88, 96, 107, 115, 133, 134). Una tomba ne aveva due (t. 2); in un'altra la lancia era insieme con un pugnale (t. 112); in

una terza con una scure uguale alla menzionata di San Bernardo (t. 69). Le monete delle tombe anzidette sono di Augusto, qualcuna anche di Tiberio e di Claudio.

Di armi difensive niuna fu scoperta salvo uno scudo, se, come pare, è un umbone il ferro trovato in una sepoltura di Persona, in parte manomessa (t. 100). Tanto qui poi quanto a San Bernardo le armi erano non solo in tombe ricche, ma anche in altre modestamente allestite ed in alcune molto povere.

7° Le scuri diverse dalle precedenti e con apparenza di strumento fabbrile si osservarono una volta a San Bernardo (t. 117) e tre a Persona (t. 59, 95, 96) insieme con spade o con lancie. In una tomba del primo sepolcreto (t. 109) una scure si fatta era insieme con altra dal taglio lunato. Le rimanenti si ricuperarono per lo più in tombe non ricche ed anche povere: una piccolissima, a mo' di giocattolo, era stata interrata col corpo di un fanciullo (S. Bern. t. 118).

8° Le falci a San Bernardo non si trovano mai con armi (t. 5, 12 (tomba violata), 73, 78, 84, 87, 90, 102, 103, 111, 119, 163 (tomba violata)); in Persona tre volte solo in tombe contenenti pure una lancia (t. 82, 112, 133); otto in altre senza armi (t. 61, 72, 79, 86, 99, 106, 137, 155). Nell'uno e nell'altro sepolcreto sono sempre in tombe di mediocre, povero o poverissimo corredo, delle quali parecchie paiono appartenenti a donne (S. Bern. t. 5, 90; Pers. t. 99).

9° All'opposto, i coltelli si trovano più sovente e senza distinzione di ricchezza di tombe. Li abbiamo in tombe di guerrieri (S. Bern. t. 6, 11, 17, 31, 35, 46, 81, 164; Pers. t. B, 29, 50, 59, 97, 133) e di donne (p. es. S. Bern., t. 82, 87, 308; Pers., t. 44, 121): più grossi ordinariamente quelli, che stavano co' primi. In tre sepolture, come già fu osservato, dovevano essere sul ventre del cadavere fornito pure di spada (S. Bern. t. 6, 17, 35), e quindi veri coltellacci da guerra: nelle altre sempre ai piedi, mai più d'uno per tomba, salvo in due, che ne avevano un paio per ciascuna (S. Bern. t. 11, 108).

10° Le fusaiole di pietra, di terra cotta, in due casi di piombo, si rinvennero in sepolcri, che si possono benissimo tenere per femminili, sia per l'assenza di ogni cosa propria di quelli maschili, sia per l'aspetto degli ornamenti personali, allorchè anche questi si sono rinvenuti. Non restano perciò contraddetti

il loro nome e la loro destinazione. In niuna tomba se ne trovò più d'una (1): erano nelle povere ed in quelle parcamente provveduto; qualche volta in tombe piuttosto ricche: mai nelle più doviziose. Dei pochi specchi metallici niuno era insieme con fusaiole. Con una di queste era uno di quei bastoncini di vetro striati, comuni nelle sepolture dell'alta Italia del principio dell'impero (P. t. 11), omai giudicati cose spettanti alle donne di quel tempo.

Possiamo quindi raffigurarci com'erano vestiti, adornati, armati gli abitanti di quella regione negli ultimi secoli avanti e nel primo dopo l'èra volgare.

Gli uomini portano un saio fermato per lo più da una sola fibula di bronzo o di ferro sulla spalla sinistra: questa fibula è spesso grossa e con lunga molla spirale; talora un'altra fibula più piccola e sulla spalla destra: talora essi hanno un anello omerale di argento. Raramente hanno nel braccio un'armilla di argento o di bronzo, più spesso le loro mani sono ornate di anelli di varia foggia, di argento, di bronzo o di ferro. Parecchi, nel tempo più antico, portano al fianco lunga spada dal manico di legno entro fodero metallico, a cui più tardi è sostituita altra più corta ed acuminata con guaina di legno. Qualcuno dei guerrieri più antichi, la maggior parte dei più recenti ha per arma principale una lancia, che supera di qualche poco i due metri, con lunga cuspide e calzuolo di ferro. Fra gli uomini di questo tempo meno antico un certo numero ha calzature con chiodetti di ferro.

Le donne hanno sul loro abito ordinariamente una, od anche due fibule, di argento o di men nobile metallo; usano anch'esse l'anello omerale; un po' più frequentemente che gli uomini portano uno o più braccialetti; com'essi hanno in dito uno o più anelli. Si adornano ancora con collane, con pendagliotti, con altri oggetti, mai con orecchini, forse mai con aghi crinali (2): sono senza calzari o li hanno leggeri; qualcuna già usa di mirarsi nello specchio.

(1) Nella tomba 127-128 se ne rinvennero due: ma si tratta di doppia sepoltura con loculo in basso.

(2) Quello scoperto in tomba non determinata, prima degli scavi del Bianchetti (pag. 132 e n. 41), potrebbe anch'essere una spatola per unguenti

Vacella, giureconsulto mantovano del secolo XII.

Nota del Socio Corrispondente FEDERICO PATETTA.

Nell'importante studio, che il dott. F. Liebermann ha dedicato recentemente alla biografia del celebre giureconsulto Vacario (1), è ripetuto un antico e grave errore, che un caso fortunato mi permette di rettificare, e credo in modo definitivo.

Il Liebermann attribuisce a Vacario un'operetta sul diritto longobardo, che si trova nel ms. Chigiano E. VII. 218, f. 65r-66r col titolo *Incipiunt contraria a domino vacc. facta legis longobardorum* (2), ed in un ms. della raccolta di Haenel colla sottoscrizione *Expliciunt contraria legum longob. secundum vac. mantuanum* (3). Da questa sottoscrizione egli è poi condotto naturalmente ad affermare, che Vacario fosse mantovano di nascita, o almeno d'origine (4).

L'attribuzione dei *Contraria* a Vacario non è nuova: ma non è però stata ammessa da tutti senza esitazione.

A Vacario pensava già il Blume (5), il quale conosceva il solo ms. Chigiano, e registrò i *Contraria* a pag. 177 della sua *Bibliotheca manuscriptorum italica.*

---

(1) *Magister Vacarius* in " The english histor. Review „, XI, 1896, p. 305-314: *Vacarius Mantuanus*, ibid., p. 514. Aggiunse un piccolo contributo Jessop, *Master Vacarius*, ibid., p. 747-748.

(2) La descrizione più particolareggiata del ms. Chigiano è quella data da Rossello nel primo fascicolo (unico comparso) delle " Dissensiones domi- " norum sive controversiae veterum iuris romani interpretum..... „, Lanciano, 1890. A pag. 55, a proposito dei *Contraria*, il Rossello scrive, che è dubbio chi possa esserne l'autore.

(3) Il ms. Haeneliano è descritto da Fitting, *Iuristische Schriften*, 1876, p. 26-27.

(4) Liebermann, Loc. cit., p. 514: " Vacarius was born at (or at least came from) Mantua... „.

(5) Merkel, *Die Geschichte des Langobardenrechts*, 1850, p. 62, n. 57 (trad. di Bollati in *Memorie e docum. inediti spettanti alla storia del dir. ital. nel M. E.*, 1857, p. 46, n. 66).

Invece Merkel, avendo trovato un passo dei *Contraria* segnato *Vaccel.* fra le glosse alla Lombarda del ms. Cassinese 168, riconobbe che l'autore dell'operetta in questione doveva essere un *Vaccella* o *Vaccellus*, giureconsulto ignoto, che però avrebbe potuto, a parer suo, identificarsi con Vacario, quando si ammettesse che la forma *Vaccella* sia un semplice diminutivo di *Vacarius* (1).

Poco dopo l'Anschütz, nella prefazione all'edizione dello Pseudo-Ariprando e Pseudo-Alberto (2), osservava, che i *Contraria* sono passati in forma di glosse in parecchi mss. della Lombarda e nominatamente nel ms. Marciano e nel Parmense, già Cremonese, nel qual ms. invece di *vacc.* si troverebbe anche una volta la sigla *vaca*. Questo fatto, aggiunge l'Anschütz, verrebbe a confermare l'antica ipotesi del Blume, ma i *Contraria* nella loro forma attuale non possono invece essere attribuiti a Vacario, il quale già prima del 1149 era partito per l'Inghilterra. Solo si potrebbe credere, che egli, prima della sua partenza, avesse scritto glosse alla Lombarda.

La ragione, per cui l'Anschütz riteneva che i *Contraria* non possano essere stati scritti prima del 1149, è evidentemente questa, che essi, a suo avviso, contengono estratti del commento dello Pseudo-Alberto, compilato, [illegible] a parer suo (3), nella seconda metà del secolo duodecimo.

La questione era rimasta a questo punto, quando nel 1876 l'Fitting pubblicò i suoi *Juristische Schriften des frühern Mittelalters*, nei quali ebbe occasione di descrivere il ms. Hamburgense ignoto ai precedenti scrittori. Il Fitting, alla sua volta, non conoscendo la letteratura anteriore sull'argomento ed ignorando quindi l'esistenza della sigla *vacell.*, non esitò a ravvisare Vacario nel ms. *vacatuagus*, ed insistè più in tale opinione, tacendo

(1) Merkel, Op. cit., p. 39 e p. 62, n. 57 (trad. loc. cit.).

(2) *Die Lombarda-Commentare des Ariprand und Albertus*, 1855, p. xxiv.

(3) Op. cit., p. xxi. Anschütz, p. xv, parla di una particolare redazione del commento di Alberto, *welche dem Werke Vacella's zu Grunde liegt*, ed è conosciuta solo in parte, cioè per le aggiunte al ms. Vaticano Reg. 1060. Questo ms. in principio del sec. XIV era posseduto da un *Gualt. Alberti* chierico Milanese, almeno se, come credo, invece di *clerici Mt.* va letto nella descrizione dell'Anschütz, *clerici Mt'*.

sua l'ipotesi del Merkel, che *Vacell.* possa essere un diminutivo di Vacario (1).

Senonchè la identità di *Vacella* e *Vacario*, già di per sè molto improbabile, è esclusa dal fatto che l'esistenza di un Vacella, giudice mantovano della fine del secolo duodecimo, ci è attestata dal documento del 1189, che pubblico qui appresso.

Questo *Vacella iudex Mantuanus* è, secondo ogni probabilità, l'autore dei *Contrarie* e non può in nessun modo confondersi con Vacario, il quale, forse da più di quaranta anni, aveva abbandonato l'Italia per l'Inghilterra.

Nel 1189 Vacella doveva essere relativamente giovane, poichè è nominato, nel documento, penultimo fra i giudici Mantovani.

Ciò sembra escludere la possibilità, che in esso si abbia a riconoscere il *Mantuanus*, aspramente combattuto, coi suoi seguaci, da Ugo (2) e poi da Rofredo (3). Ugo, infatti, morì prima del 1171.

È noto del resto, che Merkel (4) volle identificare il *Mantuanus* in questione con Aliprando, autore della *Summula de feudis* pubblicata dall'Anschütz (5), opinione questa che Ficker (6) dichiarava con ragione dubbiosa, riconoscendo d'altra parte pro-

(1) Liebermann, Loc. cit., p. 514: " Fitting also inclines to consider " *Vaccell.* as a diminutive from Vacarius ".

(2) *Summula de pugna*, pubblicata ora dal Palmieri nella *Bibl. iurid. Medii Aevi*, t. I. Cfr. Merkel in Savigny, *Storia del dir. rom. nel Medio Evo*, trad. Bollati, III, 412 e segg.

(3) *Summa de pugna*, pubblicata da me nella citata *Bibl. iurid. Medii Aevi*, t. II. Rofredo nel titolo III ripete una frase caratteristica dello scritto di Ugo " Sileat ergo cum suis sequacibus Mantuanus... ". Questi seguaci, in una aggiunta del ms. Parigino 4614, sono chiamati essi pure *Mantuani* (cfr. *Bibliot.* cit., II, p. 80, n. 24). In altra aggiunta dello stesso ms. si leggono le parole *ex se. man.*, che congetturai si possano interpretare *ex sententia mantuanorum* (ibid., p. 82, n. 2).

(4) In Savigny, Loc. cit.

(5) *Die Lombarda-Commentare* cit., p. 194 e segg.

(6) *Forschungen zur Reichs- und Rechtsgesch. Italiens*, aggiunta al § 492 (t. III, p. 463). Ficker osserva che *Mantuanus* può essere anche nome di persona, e ne adduce alcuni esempi. Aggiungo che in un documento del 1192, a mio avviso apocrifo, ma coi nomi dei presenti tolti da documenti autentici (cfr. in seguito p. 9, n. 3), è ricordato un *Ubaldus domini Mantuani*.

babile, che Mantova sia stata nella prima metà del secolo duodecimo uno dei centri della giurisprudenza longobardistica.

Vacella, per quanto finora è noto, è l'ultimo rappresentante di questa scuola Mantovana.

Del valore dei *Contraria* non posso giudicare, non avendo mai avuto occasione di esaminarli. Lattuc (1) li qualifica " *eine höchst interessante Sammlung von Antinomieen und Streitfragen des longobardischen Rechtes nach der Titelfolge der Lombarda* ".

Merkel ed Anschütz attribuiscono a Vacella anche gli *argumenta Lombarde*, che si trovano nel ms. Chigiano in seguito ai *Contraria* e ad un breve trattatello sul duello giudiziario. Forse tale attribuzione sarà giustificata dal contesto degli *argumenta*, poichè il ms. Chigiano ci dà questa breve operetta senza nome d'autore, almeno nel titolo e nella sottoscrizione.

È poi probabile, che i mss. della Lombarda contengano glosse di Vacella, anche indipendentemente da quelle, che sono raccolte nei *Contraria* (2).

Infine Vacella è pure citato in glosse stampate insieme coll'apparato di Carlo di Tocco, ma che, secondo Merkel (3), non ne fanno parte.

Ed ora, a proposito del documento del 1189 relativo a Vacella, non saranno disgiunti agli studiosi alcuni cenni sulla Storia, dalla quale ne ebbi conoscenza, cioè sul *Registrum* ossia Cartulario del Monastero di S. Benedetto di Polirone, rinvenuto, credo, ignoto, almeno agli eruditi moderni.

Questo Cartulario, che, fino a pochi anni or sono, faceva parte della biblioteca dei conti Bella-Negrini di Mantova, fu acquistato da me nell'anno 1895.

È un codice membranaceo di mm. 380 per 265, e constava in origine di undici fascicoli di dieci fogli ciascuno, ossia complessivamente di 210 fogli. In seguito nell'ultimo fascicolo von-

(1) *Iuristische Schriften*, Loc. cit.

(2) Besta, *Irnerio*, I, 1896, p. 107 ricorda il ms. Marciano della Lombarda (Z, L. CCX), " contenente l'apparato di Ariprando, Ariperto e Vac- " cella ". Ho poi ragione di credere, per notizie avute dal prof. Gaudenzi, che la sigla *Vaccell.*, e forse anche il nome intiero, si trovi, oltrecchè nel ms. Cassinese, anche nel Marciano.

(3) In Savigny, Op. cit., II, 328.

nero recisi i fogli terz'ultimo e penultimo rimasti in bianco, come il foglio seguente e gran parte del precedente.

La rilegatura, in cuoio con impressioni e con fermagli in ottone, risale al secolo scorso o al principio del nostro. In alto del dorso è tracciata in inchiostro nero la lettera *A*.

Il codice fu scritto a 55 linee per pagina, con grande regolarità e nettezza, nella seconda metà e probabilmente nel settimo decennio del secolo decimoquinto, ed è di una sola mano, salvo per un documento del 1508 aggiunto in fine. Le linee ed i margini sono tracciati con materia colorante.

Il primo foglio del ms. è rimasto in bianco: i sei successivi, scritti in inchiostro rosso, contengono l'indice dei documenti preceduto da questo titolo:

" In nomine domini dei nostri gloriosque uirginis marie
" matris eius sanctissimique benedicti patris nostri, sancti mi-
" chaelis archangeli ac sancti petri apostoli, in quorum honore
" fundatum est et dotatum monasterium sancti benedicti per
" theudaldum marchionem auum Nobilissime comitisse matildis,
" que etiam multa elargita est monasterio predicto vna cum
" bonifatio comite genitore suo pro ut in isto registro continetur.

" Infrascripta est tabula omnium priuillegiorum tam sum-
" morum pontificum quam aliorum imperatorum seu regum con-
" cessorum monasterio sancti benedicti, ex originalibus autenticis
" transumptorum de uerbo ad uerbum, pro ut inferius continetur,
" videlicet . . . . . ".

L'ottavo e nono foglio rimasero in bianco, e così pure il decimo, salvo nelle ultime sette linee, che ci dànno il titolo del Cartulario:

" Hec sunt exempla et seu (!) transumpta quamplurimorum
" priuilegiorum, bullarum papalium et imperialium, testamen-
" torum, Instrumentorum, donationum, renuntiationum, quietatio-
" num, cessionum, concessionum, confirmationum, sententiarum,
" testium examinatorum, litterarum et aliarum multarum scriptu-
" rarum Iurium venerabilis Monasterij sancti Benedicti de pado-
" lirone diocesis mantue, ab eorum et earum publicis et aucten-
" ticis originalibus uiuis et non cancellatis neque in aliquibus
" eorum et earum partibus suspectis exemplata et transumpta.
" Quorum et quarum tenor est talis, ut infra sequitur ".

Col foglio successivo incomincia il testo dei documenti, preceduti sempre da una rubrica in inchiostro rosso. Con esso incominciano pure due diverse numerazioni dei fogli. La prima, in lettere romane ed inchiostro rosso, proviene dallo stesso amanuense del codice: è per fogli e si arresta al f. CLXXXXVI. La seconda, in cifre arabiche ed inchiostro nero di mano del sec. XVII-XVIII, è per pagine e spesso danneggiata per essere stato il codice smarginato dal rilegatore. L'autore di questa seconda numerazione tagliò, in errore, saltando dopo il 290 il numero 291 e continuando invece con 292, 293 ecc. Perciò la prima pagina dell'ultimo fascio porta il numero 400 anzichè 399.

I documenti non sono disposti nel ms. in ordine rigorosamente cronologico, e si possono inoltre distinguere in esso quattro due parti. La prima incomincia al f. 1 coi pochi documenti del secolo X ed XI e finisce a f. 126 con documenti del 1462: la seconda incomincia con documenti del principio del secolo XII e finisce con documenti del 1464. Seguono ancora due documenti del secolo XII, poi un documento della fine del 1464 registrato all'ufficio del comune di Mantova solo nel 1465, anno nel quale probabilmente fu compiuto il nostro Cartulario.

I documenti trascritti sono più di 250. Il trascrittore che era, a quanto pare, persona abile e molto diligente, ci dà anche il facsimile dei monogrammi, delle bolle e dei segni di tabellionato.

Inutile dire che il Cartulario deve essere stato compilato nel Monastero di S. Benedetto e per uso del Monastero stesso, dove rimase certo fino ad epoca relativamente recente. Infatti in principio di quasi tutti i documenti è segnato a margine, da mano del sec. XVII o XVIII, il loro luogo di collocazione nell'archivio, per es. nella forma seguente: " *Originale habetur Arm. B: Caps. 1 : Fasc. 1: Num. 3* ". Più tardi, evidentemente in conseguenza di un nuovo ordinamento dell'archivio, si incominciò a raschiare le antiche indicazioni per sostituirne delle nuove: ma questo lavoro fu subito interrotto, estendendosi (salve eccezioni) solo ai primi quindici documenti. Notevole è che a cinque di essi si sia dovuto in tale occasione porre l'avvertenza *Originale deperditum*, mentre gli originali dovevan esistere non molto tempo prima, vedendosi ancora sotto la nuova scrittura le antiche note di collocazione, o almeno traccia di esse.

Pensavo dapprima che il ms. avesse servito al Bacchini per la sua " Istoria del Monastero di S. Benedetto di Polirone ", stampata, come è noto, a Modena nel 1696. Ciò perchè nei documenti stampati in appendice dal Bacchini aveva notato alcuni evidenti errori di trascrizione comuni col manoscritto (1).

Ora però trovo che il Bacchini a pag. 143 mostra evidentemente di non conoscere il testo di una donazione fatta al Monastero nel 1104 da Ugo vescovo di Mantova, ricordandola solo per la testimonianza del Donesmondi (2), benchè sia trascritta nel Cartulario al n° CLXXI, f. 127-128. Inoltre al n° CCXLVIII (f. 193-94) è trascritto un altro documento di donazione, che sarebbe stata fatta dallo stesso Ugo nel 1102, ma che ritengo una falsificazione (3) fatta colla scorta della do-

(1) Così, per limitarmi ad un solo documento, il cui originale, secondo l'annotazione a margine del Cartulario, sarebbe stato perduto, nella donazione della Contessa Matilde trascritta al n. VII e stampata dal Bacchini a pag. 46 della raccolta di documenti, noto questi errori comuni al ms. ed all'edizione. Nella data *millesimo centesimo Indictione decima Kal. Iunii* l'anno non concorda coll'indizione. Poco dopo si legge: *Ego quis Mathilda comitissa dono* ecc., invece di *Ego quidem* ecc. Infine troviamo anche la seguente sottoscrizione di testimoni, che sembra poco corretta: " *Signum manibus..... Opizonis atque Regnerio Camerario namque Ricardi Capellano rogati testes* ". Innumerevoli sono poi, in questo e negli altri documenti, gli errori dell'edizione, che si potrebbero correggere coll'aiuto del ms. e spesso anche di congettura.

(2) " .....il Donesmondi ci assicura di certa Pergamena, con cui del 1104 " (*Ugo vescovo di Mantova*) dono, trovandosi in Piatina Terra del Cremonese, " le decime dell'Isola di S. Benedetto al medesimo Monastero... ". Cfr. anche pag. 144.

(3) Anche a non voler tener conto della stranezza ed irregolarità di forma e della mancanza delle sottoscrizioni dei testimoni e del notaio, la pretesa donazione del 1102 appare apocrifa, perchè molto più ampia di quella del 1104 ed evidentemente compilata allo scopo di estendere ad altri possedimenti, anche acquistati in seguito dal monastero, la esenzione dalle decime, che il documento autentico concedeva solo per l'isola di S. Benedetto. Del resto nel documento apocrifo è ricordata una donazione precedente di Ubaldo vescovo di Mantova, morto appunto nel 1102 e sepolto nel monastero, e si nominano, come presenti all'atto, la contessa Matilde, il cardinale Bernardo vicario di Pasquale II in Lombardia, Bonsignore vescovo di Reggio, Arnaldo canonico Mantovano, Olderico giudice e Anselmo (causidico), notizie e nomi tolti dal documento autentico, aggiungendo altri nomi non inventati ma presi, almeno in gran parte, da altri documenti dell'epoca.

nazione del 1104. Ad ogni modo il Bacchini non ebbe conoscenza neppure di questo secondo documento, cosicchè ammettendo che abbia avuto tra mano il nostro Cartulario, si dovrebbe ritenere che si sia limitato ad esaminare e trascrivere i primi documenti, senza avvedersi, che altri della stessa epoca da lui studiata si trovano in seguito dopo i più recenti.

Come e quando il Cartulario di Polirone sia passato in proprietà di privati non saprei congetturare. È noto che i mss. di Polirone si conservano in gran parte nella biblioteca di Mantova (1), e che alcuni passarono nella biblioteca del seminario di Padova (2). L'Archivio, secondo le notizie date da Bethmann, si sarebbe trovato nel 1854 presso l'abate Marchi in Modena. Non so se tale notizia sia attendibile, o debba intendersi solo di parte dell'Archivio. Certo quanto resta dell'Archivio di Polirone si conserva ora nell'Archivio di Stato di Milano, dove potrebbe facilmente trovarsi anche l'originale del documento relativo a Vacella, che nel Cartulario porta il n° LXIII (f. 42-43) con a margine l'indicazione *Arm. II: Caps. LL: n° 31.*

Questo documento è la sentenza, che un *dominus Agnellus* giudice mantovano pronunciò, *prudentum virorum habito consilio*, nella sua qualità di arbitro fra il Monastero e Sigifredo vescovo di Mantova, del quale si hanno notizie dal 1187 al 1190. Alla sentenza, pronunciata nel palazzo del comune di Mantova, si trovavano presenti: " Iordanus de Pisa, Malvicius, Henricus, " Bonus, Vacella et Bartholomeus iudices Mantuani, Albertus " advocatus ", ed altri testimoni.

Un lunghissimo documento, dello stesso anno 1189, segnato nel Cartulario col n° LX (f. 37-42), ci ha conservato le deposizioni, che i testimoni presentati dal Monastero fecero in presenza di Agnello.

Questi è inoltre ricordato molte volte nei documenti del Cartulario. Compare, qualificato *Agnellus Mantuanus consiliarius*, in due documenti del 1178 (n° LVII e LVIII) arbitro, insieme a

(1) Blume, *Iter italicum*, I, 1824, p. 194-195; Bethmann in " Archiv der Gesell. für ältere d. Geschichtkunde ", XII, p. 627.

(2) Fra essi il noto manoscritto del *Liber Papiensis*, che è probabilmente quello designato in un inventario del 1425 " *liber unus de statutis langobardorum* " (Cartulario di Polirone, n° CXXXII, f. 87r).

Iacopo arcidiacono della chiesa di Reggio, in una lite del Monastero con Manzone arciprete di S. Lorenzo di Pegognaga. Nel 1187 Agnellus iudex, ricordato primo e col titolo di *dominus*, assiste coi giudici Enrico, Ventura e Adamo da Crema ad una sentenza pronunciata, *una cum sociis suis*, da *Malricius iudex et consul iusticie Mantuanorum* in favore del Monastero *contra universitatem ronchirolandi* (doc. nº LVIIII).

Infine nel 1199 Agnello, sempre qualificato *dominus* e *iudex*, compare in tre documenti, come testimonio, come procuratore, e come vassallo del vescovo di Mantova (nⁱ LXII, LXIII e CLXX).

Fra i personaggi presenti alla sentenza, Giordano da Pisa probabilmente non è un giudice, benchè il luogo in cui è nominato possa farne nascere il dubbio; Malvicius ed Enrico compaiono anche nel citato documento del 1187; Bono (1) è ricordato fra i vassalli del vescovo di Mantova in uno dei citati documenti del 1199 (nⁱ CLXX); di Vacella, Bartolomeo ed *Albertus advocatus* non trovo nel Cartulario altro ricordo (2).

Ecco, finalmente, il testo del documento.

---

(1) Il testo del documento " presentia et parabola... Boni (*ms.* Bono) " domini Boni iudicis ", lascia veramente in dubbio se si tratti del nostro Bono o di un suo figlio d'egual nome. Nello stesso documento è ricordato fra i vassalli del vescovo anche un *dominus Bonaventura iudex*.

(2) Bartolomeo è ricordato invece con Bonaventura, Malvicio e Agnello (detto una volta per errore di stampa Angelo) nel documento del 1193 pubblicato dal Verci, *Storia degli Ecelini*, III, 1779, p. 115 e segg., nº LX. Spogliando il Cartulario ho notato ancora, fra altri, un *Petrus Regine ecclesiae magister scolarum*, il quale sottoscrisse una donazione fatta il 15 giugno 1132 da Gualtiero arcivescovo di Ravenna, *iuxta ecclesiam episcopii sancte Marie infra Reginam civitatem* (nº XXXVII, f. 21ᵃ-22ᵃ), e un *Guido Papiensis iuris professor*, che nel palazzo vescovile di Ferrara assistè con *Donusdeus iudex*, con *Magister Negredus*, *Magister Albertus grammaticus*, *Magister Robertus Bomballatus* ed altri alla pubblicazione di una sentenza pronunciata nel luglio 1205 dal vescovo Uguccione (il celebre canonista) e dal preposto Manardino. Non saprei se Guido Papiense possa essere il Guido ricordato una volta nelle *Dissensiones Dominorum* del ms. Chigiano E, VII, 218, § 141 (cfr. la nota di Haenel a p. 233-234 della sua edizione delle *Dissensiones*). Tanto meno oserei identificarlo col Guido *causidicus* di un documento del 1169 in Muratori, *Antichità estensi*, I, 336. Il documento ferrarese del 1205 è trascritto nel Cartulario due volte, dall'originale cioè e da una copia autentica, ai nⁱ LXXXII e LXXXIII, f. 53ᵛ-54ᵛ.

Instrumentum sententie late contra episcopum mantuanum de insula, quam ipse possidebat prope gubernulum.

In nomine domini nostri yhesu christi . Die sabati qui fuit nonus intrante decembre . de litibus que uertebantur inter domnum albertum abbatem monasterij sancti benedicti pro ipso monasterio ex vna parte et dominum Si(gifredum) mantuane ecclesie episcopum ex altera . quarum dominus agnellus iudex, arbiter electus a predictis partibus et cognitor, talem sententiam in scriptis protulit sic dicens . In nomine domini, Ego agnellus arbiter ellectus a domino S. mantue episcopo et a domino alberto abbate monasterij sancti benedicti de pado larione ad cognoscendas et terminandas quasdam lites que uertuntur inter eos . que lites tales sunt . Petit dominus abbas domino episcopo polesinum et piscariam et totum quod habet dominus episcopus in insula sancti benedicti, et ut domus in polesino circa denuntiationem (1) facte diruantur, et ne homines domini episcopi et eorum animalia predictam insulam usus alicuius gratia ingrediantur . Item ne aliquas exactiones uel seruitia ab hominibus monasterij in insula reneris (2) constitutis exigat uel exigi faciat, et quod ablatum est restituat uel restitui faciat, et de damno dato ab hominibus illius in supradictis locis et ab animalibus eius et suorum hominum . E contrario dominus episcopus petit a domino abbate iusticiam de fossato sancti siri , quod clausum est et debet esse apertum a pado usque ad paludem, et de damno quod sibi contingit pro clausura fossati . Item petit iusticiam de nemore inciso et pascuo arato, vnde usus incidendi buscandi pasculandi impeditus est, secundum quod designari faciet ex utraque parte fossati anguilarij (3).

(1) Anche nelle deposizioni dei testimoni è ricordata questa denunzia fatta " per iactum lapilli ex parte domini imperatoris et apostolici et po- " testatis mantue et monasterij sancti benedicti, ne aliquid noui ibi supra " hedificarent " (f. 41r: cfr. 40v). Il *iactus lapilli* nella *operis nori nunciatio* è uso romano, ricordato non solo in Dig. 39, 1, 5, § 10, come erroneamente ritiene Grimm, *Rechtsalterthümer*, p. 181, ma anche in Dig. 8, 5, 6, § 1: 43, 24, 1, § 6 e 20, § 1. Sull'uso di questa formalità nel Medio Evo, cfr. Grimm, loc. cit.; Du Cange, alla v. *nuntiatio*; Zdekauer, *Il costituto del comune di Siena dell'anno 1262*, Milano, 1897, p. ix, n. 3.

(2) *Revere*, noto paese del Mantovano. Per questo e gli altri paesi, di cui è parola nel documento, si può vedere la carta topografica dello stato di Mantova all'epoca repubblicana, in calce dell'opera di Carlo D'Arco, *Dell'economia politica del municipio di Mantova*, ecc. Mantova, 1842.

(3) Nelle deposizioni dei testimoni si legge *fossato anguilanio*.

et de domibus supra hedificatis et sepibus que impediunt eum in pasculando, in via publica in eundo, et in ageribus similiter. Item petit omnes remotas (1) et polesina, que quondam in aluo padi erant, et specialiter polesinum constantini (2), ubicunque sint in insula sancti benedicti secundum quod designabit. Item petit iusticiam de terris omnibus quas habet ecclesia sancti benedicti in capite uel in membris (3) in insula reueris, et de damnis datis in supradictis rebus propter supradictas causas, visis et cognitis rationibus, attestationibus, cartis, priuilegiis predictarum litium ab utraque parte prolatis et diligenter inspectis, et prudentum uirorum habito conscilio; de polesino et piscaria et de omni eo quod habet episcopus in insula sancti benedicti, Absoluo dominum episcopum a petitione domini abbatis; de domibus hedificatis in polesino circa denuntiationem, totum quod hedificatum est post denuntiationem (et hoc cognito per sacramentum denuntiantis) condemno dominum episcopum ad destructionem: et ne homines domini episcopi, videlicet gubernuli (4), ingrediantur in insulam sancti benedicti gratia

(1) Così il ms. in questo luogo, ma in seguito, forse per errore, si legge " *a peticione remontarum et polesinorum*..... „. Che cosa precisamente s'intenda per *remota*, non saprei, non facendo al caso nostro quanto si legge in Du Cange-Henschel, *ad h. v.*

(2) Detto nelle deposizioni dei testimoni anche *glara constantini*. Cfr. Du Cange-Henschel alle v. *glara* e *polesinus* (!).

(3) L'espressione *habere in capite uel in membris*, che ricorre anche in fine del documento, serve forse a distinguere i feudi dai subfeudi. Quali fossero le pretese del vescovo, si desume dalle interrogazioni fatte ai testimoni, per es. " si scit homines habitantes supra tenutas sancti bene" dicti in insula reueris fecisse uel debere facere albergarias uel alias con" dictiones domino episcopo „. Il glossario di Du Cange-Henschel (II, 165) alla v. *caput* ha " *in capite tenere:* abs Rege feudum tenere, nullo medio „ e dà un esempio del 1379. Alla v. *membrum* si legge invece " *tenir par* " *membre* dicitur cum feudum inter plures dividitur „; ma la carta di Filippo il Bello, citata in appoggio di questa interpretazione, non è veramente molto chiara.

(4) *Governolo*. Le deposizioni dei testimoni erano state recisamente contrarie alle pretese degli uomini di Governolo. Interessante è, fra gli altri, il seguente passo, nel quale un testimonio narra dei pignoramenti fatti e dell'uccisione di una vacca (cfr. Brunner, *Deutsche Rechtsgeschichte*, II, 1892, p. 531 e segg.): " Pelesela iuratus dixit a uigintiquinque annis infra ipse " testis expullit per sex uices animalia hominum gubernuli, que uenerant " ultra in insula sancti benedicti causa pasculandi, et semel cum aliis homi" nibus interfecit uacam vnam et comedit ex ea; et sepe abstulit bestiariis " mantelos, et etiam de bobus usque ad monasterium duxit... „. Non meno

alicuius usus, dico homines gubernuli non habere aliquod ius ingrediendi predictam insulam gratia alicuius usus et condempno dominum episcopum ne homines dicti gubernuli dictam insulam gratia alicuius usus ingrediantur . Item de eo quod dicit dominus abbas ne episcopus uel homines similiter predictam insulam gratia alicuius usus ingrediantur. Dico homines nubilarij (1) non habere aliquod ius ingrediendi predictam insulam causa piscandi uel pasculandi et condemno dominum episcopum ne homines de nubilario predictam insulam ingrediantur gratia piscandi uel pasculandi; de iure buscandi dico homines de nubilario ad suum solummodo usum utantur siccis lignis in silua, que est in insula sancti benedicti per medium nubilare, ita quod solitum [illegible] (2) [illegible] utendi in dicta insula siccis lignis ad comburendum in castro nubilarij sufficienter et ad uegetes (3) faciendas et ad domos fabricandas in predicto castro secundum tenorem cartule bernardi cardinalis (4), et ut porchos suos donicales (5) tempore glandium possit mittere causa pascendi in predictam siluam . et condemno dominum episcopum ne ipse uel homines [illegible] gratia dicti usus ingrediantur predictam insulam; et a petitione predicti usus, Absoluo dominum episcopum a peti-

energicamente si procedeva nel caso di violazione dei diritti di pesca, sequestrando e distruggendo non solo le reti, ma anche le barche (*...incidere de nauibus ...abstulit ei nauem et retia et pisces ...et abstulit ei bertauellos et instrumenta sua, que posuerat, et incalciavit eum, et incidit nauem suam...* ecc.).

(1) *Nurolato?*

(2) Da questo passo si vede chiaramente, che lo *stirpaticum* è un diritto, che si paga al proprietario della selva. Non è quindi esatto quanto si trova in Du Cange-Henschel, *ad h. v.*

(3) *Veges* = botte. Cfr. Du Cange-Henschel, *ad h. v.*

(4) Il cardinale Bernardo legato pontificio, spesso ricordato nei documenti del Cartulario, e [illegible] negli atti della [illegible] Matilde.

(5) Cioè *dominicales*, i porci del vescovo. A proposito dei quali, la deposizione di uno dei testimoni ci fa assistere ad una scenetta caratteristica. " Item (*Johannes de Sancto Siro*) dicit quod quadam uice porci domini episcopi G(*arsendonii*) uenerant in insulam sancti benedicti per medium nubilare et intrauerant in quodam campo fabe ecclesie sancti siri et ipse testis uidit eos, et quando uidit eos in faba accepit duos canes et fecit eos expellere de campo, et [illegible] expellerunt et [illegible] aderat per medium castri nubilarij et dixit: ' quis expellit porchos? ' et homines, qui erant ibi, dixerunt: ' Johannes de sancto siro ', et dominus episcopus dixit ibi testi: ' [illegible] ' et Johannes dixit: ' quia [illegible] ', et dominus episcopus dixit: ' male uenient porcharij hodie ad manus meas ' ..... ".

tione domini abbatis . Item quod dicit dominus abbas ne dominus episcopus aliquas exactiones uel seruitia exigat ab hominibus monasterij in insula reueris constitutis uel exigi faciat, et quod ablatum est restituat uel restitui faciat, et de damno dato ab hominibus illius in supradictis locis et ab animalibus eius et suorum hominum. Absoluo dominum episcopum ab hiis petitionibus . De fossato sancti siri , quod dicit dominus episcopus debere esse apertum a pado usque ad paludem et habere ius nauigandi et eundi per predictum fossatum ad paludes suas causa piscandi, condemno dominum abbatem ut licentiam prestet domino episcopo cauandi et aperiendi dictum fossatum. Ita quod ipse et homines eius possint nauigare per dictum fossatum ad paludes suas, nulla instrumenta piscationis in predicto fossato a domino episcopo uel suis hominibus ponendo. A petitione damni pro clausura fossati, quod dicebat dominus episcopus habere, absoluo dominum abbatem (1). De nemore inciso (2) et pascuo arato (3) et de domibus et sepibus supra heditificatis et de ageribus absoluo dominum abbatem a petitione domini episcopi. A peticione remontarum et polesinorum, que quondam in aluo padi erant, et specialiter polesini constantini, ubicumque sint in insula sancti benedicti, et a peticione terrarum quas habet ecclesia sancti benedicti in capite uel in membris in insula reueris, et de damnis datis in supradictis locis propter supradictas causas, absoluo dominum abbatem a petitione domini episcopi.

Data fuit hec in palatio comunis mantue in M.° C.° LXXX° VIIIJ°. Indictione septima (4) . Ibi fuere iordanus de pisa . Maluicius . Henricus . Bonus . Vacella . et Bartholomeus iudices mantuani . Piscator blandini .

(1) Infatti i testimoni concordi avevano deposto, che il fossato si era riempito molti anni prima in conseguenza delle piene del Po.

(2) Un bosco di quercie, del quale nessun testimonio più si ricordava.

(3) I testimoni deposero, che la quantità di terra coltivata era anticamente maggiore che non all'epoca della deposizione, benchè " si ronchata " terra reuertebatur ad nemus propter plenas „, gli uomini del monastero *cessante plena* cercassero di nuovo di ridurla a campo.

(4) Essendo il documento del dicembre 1189, è evidente che l'indizione è la Romana, non la Costantinopolitana. Così è pure negli altri documenti di S. Benedetto, per es. al n° LVIII ed LXXX del Cartulario " millesimo " centesimo septuagesimo octavo Indictione vndecima... Die iouis, qui fuit " secundus dies Intrante mense nouembris „: " die mercurij . v . exeunte " decembre... ...M°C°LXXXX°VJ Indictione XIIIJ° „. In quest'ultimo caso l'indicazione del giorno del mese non concorda però con quella del giorno della settimana.

Albertus aduocatus . Zenellus henrici anzuli . albertinus de pazone . Richerius de gubernulo . et grimoldus . et alij multi.

(*S. T.*) Ego persona sacri palacij notarius huic sententie interfui et aliud instrumentum inde composui; set illo ammisso, ut a priore maiore (1), videlicet domno iohanne, dicti monasterij coram domino maluicio Iudice et consule comunis mantue dictum fuit, hoc instrumentum iussu dicti domini M. consulis denuo scripsi.

---

(1) Un documento del 1196 (Cartulario n° LXXX, f. 53°) ricorda, in ordine gerarchico, l'abate del monastero, il *prior maior*, due *priores claustrales*, un *secrestanus*, un *sindicus* e poi i monaci. Cfr. Du Cange-Henschel, alle v. *prior maior* e *prior claustralis*.

L'Accademico Segretario
Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 21 Giugno al 15 Novembre 1896.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

** **Abhandlungen** der k. Preussischen geologischen Landesanstalt. N. F., Heft 21. Berlin, 1896; 8°.

* **Abhandlungen** der k. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1895; 4°.

* **Abhandlungen** herausg. von der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft. Bd. XXII; Heft (Anhang). Frankfurt a. M., 1896; 4°.

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XXIII, n.i II-III. Leipzig, 1896; 8°.

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. bayerischen Akademie der Wissenschaften. Bd. XIX, 1 Abth. München, 1896; 4°.

* **Abhandlungen** der Naturhistorischen Gesellschaft zu Nürnberg. X Bd., IV Heft. 1896; 8°.

* **Abhandlungen** der k. k. Geologischen Reichsanstalt. Bd. XVIII, Heft 1. Wien, 1895.

Anales de la Oficina Meteorológica Argentina por suo Director G. G. Davis, vol. X, Buenos Aires, 1896; 4°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega VI, t. XLI; I-III, t. XLII. Buenos Aires, 1896; 8°.

Anales del Museo Nacional de Montevideo, V, 1896; 4°.

* **Anales** de la Universidad (*República Oriental del Uruguay*). Tomo VII, Entr. 6ª; VIII, Entr. 1ª. Montevideo, 1896; 8°.

* **Annales** de la Société Entomologique de Belgique. T. 22°, 36°, 39°. Bruxelles, 1879-1895; 8°.

* **Annales** de la Société géologique de Belgique. T. XXIII, 1° livraison. Liège, 1895-96; 8°.

* **Annales** de la Société d'Agriculture, Sciences et Industrie de Lyon. 7ème série, t. II-III, 1894. Lyon, 1895-96; 8°.

* **Annales** de la Société Linnéenne de Lyon. Nouvelle sér., t. 41°, 42°. Lyon, 1894-95; 8°.

* **Annales** de la Faculté des sciences de Marseille. T. V, fasc. 4me; T. VI, fasc. 1-3; T. VII. Marseille, 1896; 4°.
* **Annales** des Mines. 9e série, t. IX, livr. 4-5. Paris, 1896.
* **Annali** del Museo Civico di Genova. Serie 2ª, vol. XIV-XVI, 1894-1896; 8°.
Annali delle Università Toscane. T. XX. Pisa, 1896; 4°.
* **Annali** dell'Ufficio centrale meteorologico e geodinamico italiano. Serie 2ª, v. XIII, p. II, 1891. Roma, 1896; 4°.
* **Annual** Report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution. .....for the year ending june 30, 1893; Report of the U. S. National Museum. Washington, 1895; 8°.
* **Archives** du Musée Teyler, série II, vol. V, fasc. 1. Haarlem, 1896; 8°.
* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem, tome XXX, livr. 2. Harlem, 1896; 8°.
* **Archives** (Nouvelles) du Muséum d'histoire naturelle. IIIe sér., t. 7e, fasc. 2. Paris, 1895; 4°.
* **Atti** dell'Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania. An. LXXIII, 1896; ser. 4ª, vol. IX. Catania, 1896; 4°.
* **Atti** della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze, 4ª serie, vol. XXIX, disp. 2ª, 1896; 8°.
* **Atti** della Società Italiana di Scienze naturali. Vol. XXXVI, fasc. 2°. Milano, 1896; 8°.
* **Atti** della Società dei naturalisti di Modena; serie III, vol. XIV, fasc. I-II. Modena, 1895; 8°.
* **Atti** dell'Accademia Pontaniana. Vol. VII, p. II, fasc. 1-3; VIII, Appendice; XIII, p. II, XIV-XVIII. Annuario pel 1892. Napoli, 1858-1888, 1892.
* **Atti** della R. Accademia medico-chirurgica di Napoli. Anno L; N. S., n. 1, 2. Napoli, 1896; 8°.
* **Atti** e **Rendiconti** dell'Accad. Medico-chirurgica di Perugia; vol. VIII, fasc. 1-2, 1896.
* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno XLIX, sess. V-VII. Roma, 1896; 4°.
* **Atti** della R. Accad. dei Fisiocritici in Siena. Serie IV, vol. VIII, fasc. 2-3. Siena, 1896; 8°.
* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LIV, disp. 7-9. Venezia, 1895-96; 8°.
Australian Museum. Report of Trustees for the year 1895. Sydney, 1896, 4°.
Beobachtungen des Tiflisser physikalischen Observatoriums im Jahre 1891. Tiflis, 1896; 4°.
Beobachtungen der Temperatur des Erdbodens im Tiflisser physikalischen Observatorium im Jahre 1890. Tiflis, 1895; 8°.
* **Bericht** über die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft in Frankfurt am Mein, 1896; 8°.
* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathem. Phys. Classe, 1896, II. III. Leipzig; 8°.
* **Bihang** till Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar. Bd 21 Afdelning I-IV. Stockholm, 1896; 8°.

Boletin de la Comision Geológica de México. N. 3. Mexico, 1896; 4°.

Boletin del Observatorio Astronomico Nacional de Tacubaya. Tom. I, n. 25. Mexico, 1896; 4°.

Boletin mensual del Observatorio Meteorologico central de Mexico; marzo-junio, 1896. Mexico, 1896; 4°.

* **Bollettino** del R. Comitato Geologico d'Italia. Anno 1896, n. 2. Roma; 8°.

* **Bollettino** del Club Alpino italiano per l'anno 1895-96. Vol. XXIX, n. 62. Torino, 1896; 8°.

* **Bollettino** mensuale della Società meteorologica italiana. Serie 2ª, vol. XVI, n. 7-9. Torino, 1896.

* **British-Museum** (Natural History):
Catalogue of Birds, vol. XXIV; Catalogue of Snaches, vol. III; Catalogue of Corals, vol. II; Catalogue of Jurassic Bryozoa. London, 1896; 3 vol. 8°, e 1 4°.

* **Bulletin** de la Société d'études scientifiques d'Angers. XXIVᵉ année, 1894. Angers, 1895; 8°.

* **Bulletin** de la Societe Belge de Geologie, de Paleontologie et d'Hydrologie. Tom. VIII. Bruxelles, 1894-95; 8°.

Bulletin de la Société belge de Microscopie. XXIIᵉ an., 1895-96, n° 10. Bruxelles, 1896.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXIX, n. 3-6. Cambridge, 1896; 8°.

* **Bulletin** de la Société Physico-Mathematique; 2ᵉᵐᵉ série, tome V, n. 3-4. Kasan, 1896; 8°.

Bulletin of the Agricultural Experiment Station of Nebraska. Vol. VIII, Art. III, IV. Lincoln Nebraska, 1896; 8° (*dall'Univ. di Nebraska*).

* **Bulletin** de la Société impériale des Naturalistes de Moscou. Ann. 1895, n. 4. Moscou, 1896; 8°.

Bulletin de la Société des Sciences naturelles de l'Ouest de la France. T. V, 4ᵉ trimestre 1895 et 1ʳ 1896. Nantes; 8°.

* **Bulletin** du Muséum d'histoire naturelle. Année 1896, n. 2-5. Paris, 1896; 8°.

* **Bulletin** de la Société géologique de France. 3ᵉ série, t. XXIIIᵉ, n. 8 (1895); XXIVᵉ, n. 1-3. Paris, 1895; 8°.

* **Bulletin** de la Société zoologique de France pour l'année 1895. T. XX, n. 1-9. Paris, 1895; 8°.

* **Bulletin** on the United States National Museum, n. 48. Washington, 1895; 8° (*dalla Smithsonian Institution*).

* **Bullettino** delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società medico-chirurgica, ecc. Serie VII, vol. VIII, fasc. 6-10. Bologna, 1896; 8°.

* **Bulletins** du Comité géologique de St-Pétersbourg, 1896; t. XIV, n. 6-9; XV, n. 1-2. St-Pétersbourg, 1896; 8°.

* **Città di Torino.** Ufficio d'igiene. Relazione per l'anno 1894. Torino, 1896; 4°.

* **Congrès** scientifique à l'occasion de l'Exposition nationale de 1895. Angers, 1895; 8° (*dalla Société d'Études scientifiques d'Angers*).

* **Catalogo** della Biblioteca del Club Alpino Italiano. Sede Centrale e sezione di Torino. Torino, 1896; 8°.

Comptes-Rendus des séances de la Commission permanente de l'Association géodésique internationale. Berlin, 1896; 4° (*dono della Commissione*).

* **Comptes-Rendus** des séances de l'Académie des Sciences de Cracovie, mai-juillet, 1896; 8°.

* **Denkschriften** der medicinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Jena. Bd. V; Liefg. II-III; VIII, Liefg. II. 1896; 4°.

** **Erläuterungen** zur geologischen Specialkarte von Prussen und Thüringischen Staaten. LXI Lief. n. 44-46, 52, 58: LXVIII; n. 4-6, 10-12: LXXIII: n. 22, 23, 28, 29: LXXIV; n. 49-51, 55-57. Berlin, 1895-96. Testo e Atl[t].

* **Forhandlinger** i Videnskabs-selskabet i Christiania Aar 1894. Christiania, 1895; 8°.

** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1890, Bd. XLVI; I, III Abt. Braunschweig, 1896; 8°.

* **Giornale** della R. Accademia di medicina. A. LIX, n. 5-9. Torino, 1896; 8°.

* **Index** (General) to vol. XXX to LII of the Monthly Notices of the R. Astronomical Society 1869-1892. London, 1896; 8°.

* **Index** (General) to the first twenty volumes of the Journal (Zoology) and the zoological portion of the proceedings November 1838 to 1890 of the Linnean Society. London, 1896; 8°.

** **Index** général et systématique des matières contenues dans les vingt premiers volumes du Journal de Conchyliologie. Paris, 1878; 8°.

* **Jahrbuch** über die Fortschritte der Mathematik. Bd. XXV, Heft 2. Berlin, 1896; 8°.

* **Jahrbuch** der k. k. geologischen Reichsanstalt zu Wien. Jahrg. 1895. XLV Bd., 2 u. 4; XLVI, 1 Heft. Wien, 1896; 8°.

* **Jahres-Berichte** der Naturwissenschaftlichen Vereins zu Elberfeld. VIII Heft. Elberfeld, 1896; 8°.

* **Jahreshefte** des Vereins für vaterländische Naturkunde in Württemberg. 52 Jahrgang. Stuttgart, 1896; 8°.

* **Jenaische** Zeitschrift für Naturwissenschaft herausg. von der medicinisch-naturw. Gesellschaft zu Jena. N. F. Bd. XXIII, Heft 2-3. Jena, 1896; 8°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXIV, Title page and Index. Vol. LXV, part II, Natural Science, n. 1-2. Calcutta, 1896; 8°.

* **Journal** of Linnean Society. Botany, vol. XXX, n. 211; XXXI, n. 212-217. Zoology, vol. XXV, n. 161-162. London, 1895-96; 8°.

* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1896, part 3-5. London; 8°.

* **Journal** de l'École Polytechnique: II serie, premier cahier. Paris, 1895; 4°.

* **Kongliga-Svenska** Vetenskaps-Akademiens. Handlingar Ny Följd. Bd. 27. Stockholm, 1895-96; 4°.

* **List** of Linnean Society of London, 1895-96. London, 1896; 8°.

* **List** of the Members of the Royal Irish Academy, 1896. London; 8°.

* **Memorias** y Revista de la Sociedad Científica "Antonio Alzate". T. IX (1895-96), N. 7 y 10. Mexico, 1896; 8°.

* **Mémoires** de la Société entomologique de Belgique. III-V. Bruxelles, 1895-96; 3 vol. 8°.

* **Mémoires** de l'Académie des Sciences et des Lettres de Danemark. 6e série. Section des sciences, t. VIII, n. 2. Copenhague, 1896; 4°.

* **Mémoires** de la Société zoologique de France pour l'année 1895. Tome VII. Paris, 1895; 8°.

* **Mémoires** du Comité géologique de Russie. T. XIII, n. 2. St-Petersbourg, 1896; 4°.

* **Memorie** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Classe di scienze matematiche e naturali. Vol. XVII, fasc. 6; XVIII, fasc. I e II. Milano, 1896; 4°.

* **Memorie** di matematica e di fisica della Società italiana delle Scienze. Serie 3ª, t. X. Roma, 1896; 4°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXV, disp. 6ª-9ª. Roma, 1896; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LVI, n. 9. London, 1896; 8°.

** **Morphologische** Arbeiten. Herausg. von Dr G. Schwalbe. 6 Bd., 2 u. 3 Heft. Jena, 1896; 8°.

* **Nachrichten** von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physik. Klasse, 1896, n. 2. Göttingen, 1896; 8°.

* **Nieuw Archief** voor Wiskunde. Thweede Reeks. Deel III. Amsterdam, 1896; 8° (*dalla Società matematica*).

North American Fauna. N. 11-12. Washington, 1896; 8° (*dall'U. S. Department of Agriculture*).

* **Notizie** sui terremoti avvenuti in Italia durante l'anno 1895. Roma, 1896, pp. 217-230; 8° (*dal R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica*).

* **Notulen** van de Algemeene en Bestuurs vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel XXXIII, Afl. 3-4. Batavia, 1896; 8°.

* **Observations** made at the magnetical and meteorological Observatory at Batavia. Vol. XVII, 1894. Batavia, 1895; f°.

* **Observations** publiées par l'Institut météorologique central de la Société des Sciences de Finlande, vol. 14e, 1re livr. Observ. météorologiques faites à Helsingfors en 1895. Helsingfors, 1896; 4°.

* **Observations** météorologiques publiées par l'Institut météorologique central de la Société des Sciences de Finlande, 1891. Tome supplémentaire. Kuopio, 1896.

Peabody Institute, of the city of Baltimore. Twenty-Ninth Annual Report. June 1, 1896. Baltimore, 1896; 8°.

* **Proceedings** of the Cambridge philosophical Society: vol. IX, p. 3ª. 1895.

* **Proceedings** of the Royal Society of Edinburgh. Vol. XX, sess. 1894-95; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Irish Academy. Third series, vol. III, n. 5. Dublin, 1896; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LIX, n. 357-358; LX, 359-362. London, 1896; 8°.

* **Proceedings** of the Zoological Society of London for the year 1896. Part I, II. London; 8°.

* **Proceedings** of the Linnean Society of London. From November 1894 to June 1895. London, 1896; 8°.
* **Proceedings** of the American Philosophical Society held at Philadelphia. Vol. XXXIV, n. 149. Philadelphia, 1895; 8°.
* **Proceedings** of the United States National Museum. Vol. XVII, 1894. Washington, 1895; 8° (*dalla Smithsonian Institution*).
* **Processi Verbali** delle adunanze della R. Accademia dei Fisiocritici in Siena. Anno accad. 205; n. 3, 4, 1896; 8°.
* **Quarterly** [illegible]
* **Records** of the Geological Survey of India. Vol. XXIX, part 2-3. Calcutta, 1896; 8°.
* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXIX, fasc. 13-16. Milano, 1896; 8°.
* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tom. X, fasc. IV. 1896; 8°.
* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3ª, vol. II, fasc. 5-7. Napoli, 1896; 8°.
* **Rapport** annuel de la Commission de Géologie du Canadà. Vol. VI, 1892-93. Ottawa, 1896; 8°.

Report of the Sixth Meeting of the Australasian Association for the Advancement of Science, held at Brisbane, Queensland, January, 1895; 8°.

Report on the Geodetic Survey of South Africa Cape Town, 1896; 1° (*dalla Direzione dell'Osservatorio di Cape of Good Hope*).

Report for the Year 1895-96, presented by the Board of Managers of the Observatory of Yale Univers. to the President and Fellows. New-Hawen; 8°.

Résultats des Campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert I, Prince de Monaco; fasc. X. Monaco, 1895; 4° (*dono di S. A. M.re il Principe Alberto I di Monaco*).

* **Results** of Astronomical and Meteorological Observations made at the Radcliffe Observatory, Oxford, in the years 1888-89, vol. XLVI. Oxford, 1896; 8°.
* **Rozprawy** [illegible] Ser. II, t. VII-IX. Krakowie, 1895; 8°.
* **Schriften** der Physikalisch-Oekonomischen Gesellschaft zu Königsberg in Pr., XXXVI Jahrg., 1895. Königsberg, 1895; 4°.
* **Scientific Proceedings** of the R. Dublin Society. Vol. VIII, N. S., p. 3-4. Dublin, 1895-96; 8°.
* **Scientific Transactions** of the Roy. Dublin Society. Vol. V, Series II, n° 5-12; VI, n° 1. Dublin, 1896; 4°.
* **Sitzungsberichte** der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München, 1896, Heft I, II. München, 1896; 8°.
* **Sitzungsberichte** [illegible] I. 9 Januar; XXXIX, 30 Juli, 1896; 8°.
* **Skrifter** udgivne af Videnskabsselskabet i Christiania. 1894. I Mathematisk-naturvidenskabelig Klasse. Kristiania, 1894; 8°.
* **Société** R. des Sciences naturelles des Indes Néerlandaises à Batavia: T. LV du Natuurkundig Tijdschrift. Bockwerken etc. 1895. Catalogue supplémentaire 1883/1893. 3 vol.; 8°.

Spelunca. Bulletin de la Societe de Spéléologie. 1re année, n. 6-7. Paris, 1896; 8°.

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXIX, fasc. 6-9. Modena, 1896; 8°.

Studie from the Yale Psychological Laboratory; vol. III, 1895 (*dalla Yale University*). New Haven; 8°.

* **Thätigkeit** der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in der Zeit vom 1 April 1895 bis 1 Februar 1896. Berlin, 1896; 4° (*dall'Istituto Fisico-Tecnico in Charlottenburg*).

* **Tijdschrift** voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen etc.; Deel XXXIX, Aflev. 2. Batavia, 1896.

* **Transactions** of the Royal Society of South Australia. Vol. XVI, Part 2ª e XX, Part 1ª. Adelaide, 1896; 8°.

* **Transactions** of the Cambridge Philosophical Society. Vol. XVI, parte 1ª. Cambridge, 1896.

* **Transactions** of the R. Irish Acad. Vol. XXX, part XVIII-XX. Dublin, 1896; 4°.

* **Transactions** of the Royal Society of Edinburgh. Vol. XXVII, part III, IV; vol. XXVIII, part. I, III, 1893-94; 1894-95; 4°.

* **Transactions** of the Linnean Society of London. Botany, vol. IV, p. 3, 4; vol. V, p. 2-4. — Zoology, vol. VI, p. 4, 5. London, 1896; 4°.

* **Transactions** of the Manchester Geological Society. Vol. XXIV, n. 9ª, 1895-96; 8°.

Transactions of the astronomical Observatory of Yale University. Vol. I, p. v. New Haven, 1896; 4°.

* **Transactions** of the Canadian Institute. Vol. IV, p. 2. Toronto, 1895; 8°.

United States Coast and Geodetic Survey. Bulletin N. 35. Washington, 1896; 8°.

** **Verhandlungen** der physikalischen Gesellschaft zu Berlin. XV Jahrg., n. 1. 1896; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Sitzung. N. 6-12, 1896. Wien, 1896; 8°.

* **Verhandlungen** physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1895, N. F., XXX Bd., n. 1-5; 8°.

* **Wissenschaftliche** Meeresuntersuchungen herausg. von der Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchung der deutschen Meere in Kiel und der Biologischen Anstalt auf Helgoland. N. F. I Bd. Heft 2. Kiel u. Leipzig, 1896; 4°.

** **Xenia Orchidacea.** Beitrage zur Kenntnis der Orchideen von H. G. Reichenbach Filetc... Bd. III, Heft 9. Leipzig, 1896; 4°.

* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXVIII, n. 4-6. 1896.

Вѣстникъ опытной физики и элементарной математики. N. 233-240. Одесса, 1896; 8°.

** Dall'Università di Basilea:*

Aubert (A.). Ueber einige phenylierte Amidine der Essigsäurereihe. Basel, 1895; 8°.

Bärri (E.). Experimentelle Keratitis parenchymatosa hervorgerufen durch Einwirkung auf das Endothel der Hornhaut. Basel, 1895; 8°.

Baur (O.). Beiträge zur Kenntnis einiger Derivate der symmetrischen Dinitrodiphenylamine. Bonn, 1895; 8°.

Bener (R. C.). Ueber Complicationen bei Masern. Chur, 1895; 8°.

Bertelsmann (H. W.). Ueber einige Derivate der Isonicotinsäure sowie über das γ-Aminopyridin und das γ-Methylpyridylketon. Gadderbaum, 1895; 8°.

Bial [illegible] aether. Uster-Zurich, 1895; 8°.

Bider (M.). Echinococcus multilocularis des Gehirns; nebst Notiz über das Vorkommen von Echinococcus in Basel. Berlin, 1895; 8°.

Bienz (A.). Dermatemys Mavii Gray eine osteologische Studie mit Beiträgen zur Kenntniss vom Baue der Schildkröten. Genève, 1895; 8°.

Blaskopf (C.). Zur Kenntnis des β-Phenylhydroxylamins. Wien, 1896; 8°.

Bothof (H.). Zur Kenntniss der Amido Phenylsulfide. Mainz, 1895; 8°.

Bourry (H.). Sur la Butylation du Paraxylène. Sur quelques Cétones aromatiques mixtes. Mulhouse, 1896; 8°.

Brauer (M.). Beiträge zur Kenntnis des O-p-Dichlor-m-nitro-o-Toluidins und seiner Derivate. Basel, 1896; 8°.

Breitenstein (A.). Beiträge zur Kenntnis der Wirkung kühler Bäder, auf den Kreislauf Gesunder und Fieberkranker. Leipzig, 1896; 8°.

Dedichen (J.). Ueber einige Derivate des Diphenyls und m-Ditolyls. Basel, 1896; 8°.

Dill (E. O.). Die Gattung Chlamydomonas und ihre nächsten Verwandten. Berlin, 1895; 8°.

Ecklin (T.). Ueber das Verhalten der Gallenblase bei dauerndem Verschluss des Ductus choledochus. Basel, 1896; 8°.

Geering [illegible] das Verhalten des vordern Kammerwinkels. Basel, 1896; 8°.

Goldberg (M.). Beitrag zur Frage von der aseptischen und antiseptischen Wundbehandlung. Basel, 1896; 8°.

Grünsaft (F.). Ueber Condensation des m-Nitrobenzaldehyds mit Autophenon und mit α-Methylpyridylketon. Odessa, 1895; 8°.

Gurwitsch (L.). Zur Kenntniss der Indazolbildung. Freiburg i. B., 1895; 8°.

Helbach (G.). Ueber Nitranilinsulfosäure. Basel, 1896; 8°.

Hepburn (G. G.). Zur Kenntnis des Di-Methyl-para-Toluidins.

Ueber die Kondensation von Phenanthrenchinon mit Phenylhydrazin. Basel, 1894; 8°.

Hess (W.). Beitrag zur Kenntnis der tertiären Agrioniden: Eine neue Lestes-Art aus dem plattigen Steinmergel von Brunstatt bei Mülhausen i. E. Mülhausen, 1895; 4°.

Jess (P.). Beiträge zur vergleichenden Anatomie der Haut der Haussäugetiere. Leipzig, 1896; 8°.

Käppeli (A.). Ueber den Krebs des Gebärmutterkörpers und Impfrecidive. Luzern, 1896; 8°.

Katz (F.). Ueber einige Meta-Derivate der Naphtalinreihe. Karlsruhe, 1896; 8°.

Klebs (A.). Ueber ödematöse Veränderungen des vorderen Hornhaut-Epithels. Jena, 1895; 8°.

Krafft (F.). Ueber die Bildung von Diphenylderivaten aus Diazokörpern. Basel, 1896; 8°.

Lichtenstein (S.). Ueber einige isomere Naphtalinderivate. Karlsruhe, 1896; 8°.

Linge (A. R. Van). Ueber die Einwirkung von Kaliumhypobromit in Alkalischer Lösung auf Amide. Groningen, 1896; 8°.

Loewinsky (L.). Zur Geschichte der Orthonitrobenzylchlorids. Berlin, 1895; 8°.

Lubowski (J. H.). Beitrag zur Kenntnis des β-Dinaphtylharnstoffchlorides und des Piperidylharnstoffchlorides und über die Einwirkung von Phosgen auf Acetanilid und α-Acetnaphtalid. Basel, 1895; 8°.

Luebeck (C.). Beitrag zur Behandlung complicierter Schädeldachfrakturen. Tübingen, 1896; 8°.

Marckwald (E.). Ueber die Molybdate des Kobalts, Nickels, Mangans, Eisens, Aluminiums und Chroms. Berlin, 1895; 8°.

Markees (E.). Beitrag zur operativen Behandlung gebrochener Knochen. Tübingen, 1896; 8°.

Mauderli (J.). Ueber Sarcombildung im Kindesalter. Basel, 1895; 8°.

Maurach (H.). Ueber die Abhängigkeit des durch Hysteresis bedingten Effectverlustes im Eisen von der Stärke der Magnetisirung. Zurich, 1896; 8°.

Messing (S.). Beitrag zur Kenntnis der Oxyazofarbstoffe. Basel, 1895; 8°.

Meyer (A.). Neue Nematoden unter den Parasiten ceylonesischer Säugetiere und eine Oxyuris, eine neue Schmarotzerspecies in Julus (Ceylon). Barmen, 1896; 8°.

Michel (A.). Zur Kenntnis der Gürber'schen Serumalbumin-Krystalle. Würzburg, 1896; 8°.

Morell (A.). Anatomisch-histologische Studien an Vogeltänien. Berlin, 1895; 8°.

Müller (H.). Beitrag zur Bodenkunde im Chiemgau unter spezieller Berücksichtigung der Umgegend von Bernau. München, 1896; 8°.

Neubert (A.). Beiträge zur Kenntnis der Benzylidenverbindungen. Dresden, 1896; 8°.

Nienhaus (E.). Zur Frage der Prostatektomie. Tubingen, 1895; 8°.

Ochs (K. F.). Ueber Oxydations- und Reduktionsketten, nebst einem Beitrag zur Sauerstoffkatalyse der schwefligen Säure. Göttingen, 1895; 8°.

Peinemann (K.). Beiträge zur pharmakognostichen und chemischen Kenntnis der Cubeben und der als Verfälschung derselben beobachteten Piperaceenfrüchte; 8°.

Philippi (H.). Ueber Vaginofixation der Gebärmutter. Basel, 1896; 8°.

Pollak (F.). Ueber die Condensation der drei Nitrobenzaldehyde mit Acetylaceton. Budapest, 1895; 8°.

Preiswerk (G.). Beiträge zur Kenntniss der Schmelzstructur bei Säugethieren mit besonderer Berücksichtigung der Ungulaten. Basel, 1895; 8°.

Rosdalsky (G.). Ueber Abkömmlinge des Piperazins. Dresden, 1895; 8°.

Schäfer (J.). Ueber einige alkylirte Azokörper. Barmen, 1895; 8°.

Schless (W.). Ueber umbilicale Gallenblasenfisteln und ihre Behandlung. Wien, 1895; 8°.

Schlosser (H.). Ueber einige seltenere Vorkommnisse nach akuter Arsenvergiftung. Basel, 1896; 8°.

Schmoll (E.). Experimentelle Beiträge zur Therapie des Diabetes. Basel, 1896; 8°.

Schneider (J. G.). Nematodenembryonen in der Haut des Hundes. Ludwigshafen a. Rh., 1895; 8°.

Schneider (F.). Zum Studium der β Halogenketone. — Untersuchungen über Derivate des β Chlor ω benzylacetophenons. Strassburg, 1895; 8°.

Schostakowitsch (W.). [illegible] Russthaupilzen. München, 1895; 8°.

Schreiber (E.). [illegible] einer Wöchnerin des 5. Tages. Basel, 1895; 8°.

Seucker (A.). Ueber Derivate der Benzylaethyanilinsulfosäure. Rudesheim a. Rh., 1895; 8°.

Siman (L.). [illegible] dehyd-α Naphtylbrom. [illegible] und [illegible] Derivate derselben. München, 1896; 8°.

Simson (L.). Ueber Diphenylaminderivate und Azine. Basel, 1895; 8°.

Steinberg (H.). [illegible] mit Orthoameisenester und Ameisenester. Dresden, 1896; 8°.

Stingelin (Th.). Die Cladoceren der Umgebung von Basel. Genf, 1895; 8°.

Thiele (H.). Die Atomgewichtsbestimmung des Kobalts. Basel, 1895; 8°.

Tobler (A.). Der Jura im Südosten der oberrheinischen Tiefebene. Basel, 8°.

Toepper (P.). [illegible] Hilfe der Corrosions-Anatomie. Berlin, 1896; 8°.

Uhlmann (K.). [illegible] 1895; 8°.

Wagner (F. H.). Die im Kindesalter am häufigsten vorkommenden [illegible] gebrechen. Basel, 1896; 8°.

Wegelin (F.). Sur quelques nouveaux [illegible] et de l'orthoamidoazotoluène. Moulhouse, 1896; 8°.

Wehrle (R.). Die Behandlung der [illegible] an der [illegible] Ophthalmologischen Klinik. Basel, 1896; 8°.

Weissberg (L.). Ueber einige 1,4-Naphtalinderivate. Karlsruhe, 1896; 8°.

Wille (H.). Ueber secundäre Veränderungen im Rückenmarke nach Oberarmexarticulationen. Berlin, 1895; 8°.

Wirths (W.). Ueber Derivate des P. Amidophenols. Cassel, 1896; 8°.

Zinberg (S.). Ueber einige 1,7-Naphtalinderivate. Posen, 1896; 8°.

* *Dall'Università di California:*

Adresses at the inauguration of W. T. Reid; Horace Davis a. Martin Kellogg, as President of the University of California. 1881, 1888, 1893. Berkeley, 1881-1893; 8°.

Adresses delivered before the California Teacher's Association at Riverside December 28-31, 1891, by Profs. in the University of California. Berkeley, 1892; 8°.

Agricultural experiment Station. Bulletin No 105-109. Berkeley, 1894-95; 8°.

Biennal Report of the President of the University on behalf of the Board of Regents, to his excell. the Governor of the State. Sacramento, 1895; 8°.

Bulletin of the Department of Geology. Vol. I, No 1-7, 10, 11. Berkeley, 1893-1895; 8°.

Directory of the Grape Growers, Wine Makers and Distillers of California etc... Sacramento, 1891; 8°.

Outlines of the Addresses at the fifty-second regular Meeting, August 30, 1895; 8°.

Register of the University of California 1894-95. Berkeley, 1895; 8°.

Report (First) of the Board of State Horticultural Commissioners of California. Sacramento, 1882; 8°.

Report (Annual) of the Board of State Viticultural Commissioners; 1882-3 and 1883-4; 1888; 1889-90; 1891-92; 1893-94. San-Francisco, 1881; Sacramento, 1882-1894. 7 vol.; 8°.

Rivers (J. J.). Contributions to the larval History of pacific Coast Coleoptera. Sacramento, 1886; 8°.

— The Oaks of Berkeley and some of heir insect Inhabitants. Sacramento, 1887; 8°.

— The species of Amblychila. San-Francisco, 1893; 8°.

University of California Studies. Vol. I, No. 1. Berkeley, 1893; 8°.

Wetmore (Ch. A.). Treatise on Wine Production and Special Report on Wine Examinations, the Tariff and Internal Revenue Taxes and Chemical Analyses. Sacramento, 1894; 8°.

* *Dal Politecnico di Karlsruhe:*

Bertelsmann (H. W.). Ueber einige Derivate der Isonicotinsäure sowie über das γ-Aminopyridin und das γ-Mithylpyridylketon. Gadderbaum, 1895; 8°.

Burmeister (R.). Wirtschaftliche Aufgaben des Ingenieurs. Karlsruhe, 1895; 8°.

Haber (F.). Experimental-Untersuchungen über Zersetzung und Verbrennung von Kohlenwasserstoffen. München, 1896; 8°.

Hausrath (H.). Die Waldwegbauten des Forstbezirks St. Blasien. Langensalza, 1895, 8°.

Mac Garvey (F.). Ueber den Stickstoffgehalt des Bitumens in seiner Beziehung zur Frage der Bildung des Erdöls. ..... Heidelberg, 1896; 8°.

Pollak (F.). Ueber die Condensation der drei Nitrobenzaldehyde mit Acetilaceton. Budapest, 1895; 8°.

Programm der Grossherzoglich Badischen Technischen Hochschule zu Karlsruhe für das Studienjahr 1896/97. Karlsruhe, 1896; 8°.

Samoylowicz (H.). Studien über pyrogene Zersetzung des Hexans. München, 1896; 8°.

Schmidt (C.). Ueber einen Brandschiefer aus dem Luganer Kohlenbecken. Barr, 1895; 8°.

Schreiber (W.). Ueber einige Nitroderivate des Naphtalins. Karlsruhe, 1895; 8°.

Wild (W.). Ueber Oxime aus α-Halogenisierten Aldehyden, Ketonen und Säuren sowie über Oximessigsäuren. Wurzburg, 1895; 8°.

Zinberg (S.). Ueber den Einfluss der Carbonylgruppe bei der Bromirung Methylhaltiger aromatischer Kentone. Karlsruhe, 1895; 8°.

* *Dall'Università di Erlangen:*

Aichel (O.). Zur Kenntnis des histologischen Baues der Retina embryonaler Teleostier. Erlangen, 1896; 8°.

Amsberg (A. von). Ueber alkoholische Nephritis. Diessen, 1895; 8°.

Apitzsch (H.). Beitrag zur Kenntnis der Nitrosobasen. Erlangen, 1895; 8°.

Auer (M.). Ein Beitrag zur Kenntnis der Cervixmyome. Erlangen, 1896; 8°.

Aust (P.). Beiträge zur Kenntnis der metamorphen Kalke des Fichtelgebirges. Erlangen, 1896; 8°.

Baer (G.). [illegible] Erlangen, 1896; 8°.

Baumstark (A.). [illegible] Karlsruhe, 1895; 8°.

Birk (R.). [illegible] Erlangen, 1896; 8°.

Böflinger (L.). Zur Kenntnis des [illegible] Erlangen, 1896; 8°.

Boluminski (O.). Beiträge zur [illegible] Berlin, 1895; 8°.

Bolza (C.). Beitrag zur Kenntnis der Umlagerung [illegible] Oxime. Erlangen, 1896; 8°.

Bormann (E.). Beiträge zur Pharmakognosie der Cortex Oxyta. München, 1895; 8°.

Bothe (E.). Die Amputationen und Exartikulationen der Erlangen chirurgischen Klinik für die Jahre 1884 bis Mitte 1892. Wurzburg, 1892; 8°.

Bötticher (W.). Beiträge zur vergleichenden Anatomie der Gentianaceen. Erlangen, 1895; 8°.

Bräutigam (G.). Ein Fall von multiplen Missbildungen an einer unteren Extremität. Erlangen, 1895; 8°.

Bröckerhoff (E.). Improvisierte Laparotomien, ihre Indikationen und Prognose. Erlangen, 1896; 8°.

Brockmann (R.). Ueber die Tuberkulose des Peritoneums und der weiblichen Genitalien. Erlangen, 1895; 8°.

Brodmeier (A.). Ueber die Beziehung des Proteus vulgaris Hsr. zur Amoniakalischen Harnstoffzersetzung. Hamburg, 1896; 8°.

Busch (C.). Beiträge zur Kenntnis von Gymnema silvestre und der Wirkung der Gymnemasäure nebst einem Vergleich der Anatomie von Gymnema silvestre mit Gymnema hirsutum und anderen Gymnemaceen. 1895; 8°.

Buttermilch (M.). Ueber den Radialistypus der spinalen progressiven Muskeltrophie. Berlin, 1895; 8°.

Christ (C. L.). Studien über die Durchlässigkeit der bekannteren Membranen. Erlangen, 1896; 8°.

Commerell (O.). Beitrag zur Kenntnis des Thiocumazons und über seine Umwandlung in Thiochinazoline sowie über Synthesen von Cumothiazonderivaten. Erlangen, 1896; 8°.

Dörr (A.). Beitrag zur chemischen Kenntnis der Basalte des Fichtelgebirges. Erlangen, 1895; 8°.

Ebner (O.). Ueber wiederholte Laparotomien an ein und derselben Person. Erlangen, 1896; 8°.

Elsner (O.). 1. Ueberführung von Gelatine und Eiweiss in unlösliche Modification. — 2. Konservierende Wirkung des Formaldehyds. Erlangen, 1895; 8°.

Engelhardt (F.). Vergleichende Untersuchungen über Proteus vulgaris, Bacterium Zopfii und Bacyllus mycoides. Erlangen, 1895; 8°.

Faber (A.). Ueber subdiaphragmatische Abscesse. Erlangen, 1896; 8°.

Fleischauer (E.). Chirurgisches Nathmaterial zu Ligaturen und verlornen Nähten mit besonderer Berücksichtigung der Seide. Erlangen, 1896; 8°.

Fritz (F.). Ueber die Einwirkung von o-Nitrobenzylchlorid auf asymmetrische Hydrazine und über einige Derivate des Phenyldihydrochinazolins. Erlangen, 1895; 8°.

Fuchs (A.). Zur Kenntnis des Phenolphtaleins. Erlangen, 1896; 8°.

Fürnrohr (W.). Erfolge der Exstirpation tuberkulöser Lymphdrüsen. Erlangen, 1896; 8°.

Geissler (G.). Ueber neue Saurierfunde aus dem Muschelkalk von Bayreuth. Berlin, 1895; 8°.

Gengler (J.). Der Einfluss der Ventilation auf den Kohlensäuregehalt der Luft geschlossener Räume. Erlangen, 1896; 8°.

Glatzel (F.). Ein Beitrag zur Bestimmung des Alkalscenz des Blutes. Erlangen, 1896; 8°.

Goldberg (L.). Ueber das Harnsediment normaler und vaccinierter Kinder. Berlin, 1895; 8°.

Grandweg (A.). Ueber einen Fall von traumatischer Aorteninsufficienz. Erlangen, 1895; 8°.

Hahn (A.). Studien über die verschiedene Flüchtigkeit einiger stellungsisomerer Benzolderivate. Erlangen, 1896; 8°.

Häntzschel (G.). Beiträge zur Pharmacognosie der Morrenia brachystephana Gr. (Tasi.). Dresden, 1895; 8°.

Hauck (F.). Ueber extraperitonale Stielbehandlung bei Hysteromyomektomie. Erlangen, 1895; 8°.

Heilborn (K.). Ueber den schnellenden Finger. Berlin, 1895; 8°.

Heiss (A.). Ueber Vulvitis pruriginosa. Starnberg, 1895; 8°.

Heller (L.). Ueber zwei Fälle von medicinaler Mutterkornvergiftung und den gegenwärtigen Standpunkt betreffs Anwendung von Mutterkornpräparaten in der Geburtshülfe. Erlangen, 1896; 8°.

Herteldt (H.). [illegible] 1896; 8°.

Höchstetter (F.). Einwirkung der Bewegung auf die Temperatur des fieberfreien Lungentuberkulosen. München, 1895; 8°.

Hock (V.). Ueber syphilitische Trachealstenose. Würzburg, 1895; 8°.

Jacobi (F.). Zur Casuistik der Ichtyosis palmaris et plantaris cornea familiaris. Erlangen, 1896; 8°.

Jänicke (H.). Einwirkung von Amidosulfonsäure auf aromatische Basen. Berlin, 1896; 8°.

Janotta (W.). Ueber amniotische Bänder und Fäden. Leobschütz, 1894; 8°.

Jung (W.). Ueber die Oxime des Anisils. Erlangen, 1896; 8°.

Kahlenberg (H.). [illegible] organe und des Darmkanales bei der Honigbiene. München, 1895; 8°.

Kirchner (H.). Epileptisches Irresein. Würzburg, 1896; 8°.

Klose (B.). Ueber das spätere Schicksal der wegen Tuberkulose Amputierten. Erlangen, 1896; 8°.

Kohler (K.). Ueber Halogenderivate einiger Amidine. Erlangen, 1895; 8°.

Koppen (A.). Ueber die Einwirkung von Säurechloriden auf Ketoxime. Erlangen, 1896; 8°.

Kotte (R.). Zur Kenntnis der [illegible] Wirkung der Schilddrüsenpräparate. Erlangen, 1896; 8°.

Kromschröder (G.). Synthetische Versuche in der Chinazolinreihe und Beiträge zur Kenntnis des p-Oxy-m-dibrom-benzaldehyds. Erlangen, 1896; 8°.

Lauk (J.). [illegible] 1895; 8°.

Lohmann (J.). Drei Fall von Sarkom des Oberschenkels. Erlangen, 1895; 8°.

Maisel (W.). Kritische Studien über den Nachweis der Cyanverbindungen in forensen Fällen. München, 1895; 4°.

Marggraff (G.). Vergleichende Anatomie der Carex-Arten mit ihren Bastarden. Leipzig, 1896; 8°.

Melzer (H.). [illegible] und die Synthese des p-Aminobenzylsulfids. Erlangen, 1896; 8°.

Merkel (P.). Die Basalte des Grossen und Kleinen Teuchelberg und des Langholz. Erlangen, 1895; 8°.

Meyer (G.). Ueber den Gehalt der Kartoffeln an Solanin und über die Bildung desselben während der Keimung. Leipzig, 1895; 8°.

Michaëlis (P.). Beiträge zur vergleichenden Anatomie der Gattungen Echinocactus, Mamillaria und Anhalonium, ... Halle a. S., 1896; 8°.

Mittermaier (K.). Beitrag zur Kenntnis der Mikrofauna der Oberen Kreideschichten von Transkaukasien. Erlangen, 1896; 8°.

Moritz (T.). Die neueren [illegible] Oberfranken. Erlangen, 1895; 8°.

Maller (R.). Beiträge zur Untersuchung des Honigs. Erlangen, 1896; 8°.

Munker (H.). Zur Kenntnis der Bisabolene. Erlangen, 1896; 8°.

Neudeck (F. von). Beitrage zur Kenntnis der Saccharomyceten. Stuttgart, 1895; 8°.

Noeuen (F. van). Die Anatomie der Umbelliferenachse in ihrer Beziehung zum System. Erlangen, 1895; 8°.

Parschau (E.). Ueber Hydrops essentialis. Rössel Ostpr., 1895; 8°.

Peschges (W.). Beitrag zur Kenntnis der Amidine. Erlangen, 1896; 8°.

Pflaumer (E.). Ueber Wirkungen und Schicksale des bromwasserstoffsauren Glutinpeptons im tierischen und menschlichen Organismus. Erlangen, 1896; 8°.

Piorkowski (M.). Ueber das Differenzirungsvermogen von Bacterium coli commune und Bacillus Typhi abdom. auf Harn-Nahrsubstraten. Berlin, 1896; 8°.

Redlich (W.). Ueber den Gefassbündelverlauf bei den Plumbaginaceen. Berlin, 1896; 8°.

Reichold (H.). Ueber Digitalium verum. Wurzburg, 1895; 8°.

Rieder (J.). Ueber Syringomyelie mit bulbären Symptomen. Speyer, 1895; 8°.

Roepke (Otto). Ueber Morbiditat und Mortalitat in der Erlanger Entbindungsanstalt in den Jahren 1890 bis 1894. Greifswald, 1895; 8°.

Sabirowsky (C.). Ein Fall von Pachymeningitis interna haemorrhagica. Erlangen, 1895; 8°.

Sänger (R.). Beitrag zur Statistik über Aneurysmen an der Gehirnbasis. Schwab. Hall., 1895; 8°.

Schaefer (A.). Ein Fall von Parotissarkom. Erlangen, 1896; 8°.

Schaeffer (Ed.). Ueber p-Nitrosoamlin. Ulm, 1895; 8°.

Scharff (H.). Ueber den aetiologischen Zusammenhang von Traumen mit der Entstehung. Wurzburg, 1895; 8°.

Schattenmann (T.). Beitrag zur Kenntnis der Wurst- und Fleischvergiftungen. München, 1895; 8°.

Schlesinger (K.). Beitrage zur vergleichenden Anatomie des Blattes der Marentaceae und Zingiberaceae. Breslau, 1895; 8°.

Schmidt (Dr. G. C.). Beiträge zur Kenntniss der Fluorescenz. Leipzig, 1896; 8°.

Schönermark (F.). Zur Charakteristik des β-Benzylhydroxylamins. Erlangen, 1895; 8°.

Schöttler (A.). Zur Kenntnis der Carbamlido-N-Aldoxime. Erlangen, 1896; 8°.

Schroeder (A.). Ueber die Arbeitsleistung der Kaumuskeln. Greifswald, 1896; 8°.

Schulten (C.). Beitrage zur Kenntnis fester Lösungen. Erlangen, 1896; 8°.

Sertz (H.). Verhalten von Formalin gegen Eiweisskörper, Gelatine und Peptone..... Ansbach, 1895; 8°.

Simon (Dr. H. Th.). Ueber ein neues photographisches Photometrierverfahren und seine Anwendung auf die Photometrie des ultravioletten Spektralgebietes. Leipzig, 1896; 8°.

Sonntag (A.). Ueber die Infolge von Aether- und Chloroformnarkosen nach Laparotomien entstehenden Pneumonien. Erlangen, 1896; 8°.

Spohn (G.). Chemisch-geologische Studien in der Umgegend von Forchheim. Stuttgart, 1896; 8°.

Spuler (A.). Ueber Bau und Entstehung des elastischen Knorpels. Erlangen, 1895; 8°.

Spuler (Dr. A.). Beiträge zur Histologie und Histiogenese der Binde- und Stützsubstanz. Wiesbaden, 1896; 8°.

Stramer (W.). Zur Kenntnis der Biazolone. Fürth, 1895; 8°.

Straub (A.). Beiträge zur Kenntnis der Producte der alkoholischen Gärung der Bierwürze mit besonderer Berücksichtigung der Bildung von Bernsteinsäure. München, 1895; 8°.

Svoboda (H.). Ueber das Verhalten des basisch essigsauren Bleioxyds zu Zuckerlösungen. Berlin, 1896; 8°.

Thomae (K.). Ueber m-p-Diamidotriphenylmethan. Erlangen, 1896; 8°.

Vogel (S.). Zur Casuistik der Aneurysmen an den Arterien der Gehirnbasis. Neustadt, 1895; 8°.

Waltz (L.). Ueber die Ursachen der Knochennekrose. Ludwigshafen a. R., 1896; 8°.

Wartenberg (W.). [illegible] Breslau, 1895; 8°.

Weigt (M.). [illegible] nisches Pfeilgift. Berlin, 1895; 8°.

Weil (J.). Ueber zwei Fälle von hysterisch traumatischen Tremor. Erlangen, 1896; 8°.

Weiss (H.). Ueber die Bedeutung der Werdünnung des Urins bei der Untersuchung auf Eiweiss, Zucker und Gallenfarbstoff. Nürnberg; 8°.

Werner (O.). Beiträge zur Kenntnis der neueren Droguen Cortex Comocladiae integrifoliae, Cortex Oroxyli indici und Euchresta Horsfieldii Benn. Erlangen, 1896; 8°.

Wiedeburg (P.). Entwicklung des Carcinoms auf einem alten Geschwüre. Strassburg, 1895; 8°.

Wolfrum (L.). Ueber Quantitative Bestimmungen, welche auf Messung von Wasserstoffgas beruhen. Augsburg, 1896; 8°.

Zehnter (F.). Ein Fall von angeborener allgemeiner Enge der Aorta mit einem Defekt in der Ventrikelscheidewand. Erlangen, 1896; 8°.

Ziegele (E.). [illegible] azolonsulfhydrat. Erlangen, 1896; 8°.

Ziegler (H.). [illegible] culaceen. Erlangen, 1895; 8°.

Zschirnt (A.). Ueber Larinyxkrisen bei Tabes dorsalis. Erlangen, 1895; 8°.

* *Dall'Università di Giessen:*

Arnheim (A.). Zur Casuistik der Zwerchfellshernien. Giessen, 1896; 8°.

Avédissian (O.). [illegible] keits-Minimum und- Maximum gegenüber. Giessen, 1895; 8°.

Beckmann (E.). [illegible] Auges. Giessen, 1895; 8°.

Benni (S.). Ueber die Entstehung des Humus. Giessen, 1896; 8°.

Bose (Dr. H.). Das Behring'sche Diphtherie-Heilserum und die Erfolge, welche mit demselben in der chirurgischen Klinik in Giessen..... Giessen, 1895; 4°.

Braun (K.). Ueber die Abschnürung der Ovarien. Giessen, 1896; 8°.

Breuer (H.). Zur Lehre von der parenchymatösen Keratitis. Giessen, 1895; 8°.

Dalquen (L.). Ein Fall von Narbenkeloid der Cornea. Giessen, 1896; 8°.

Deibert (J.). Ein Beitrag zur Symphyseotomie-Frage. Worms, 1896; 8°.

Driessen (D. P. F.). Ueber der Tierseuchen besonders über die Rinderpest in Niederländisch Ostindien. Venlo, 1895; 8°.

Eckhardt (F.). Beitrag zur Kenntnis der Reduktion homologer Anthrachinone. Giessen, 1896; 8°.

Gaffky (Dr. G.). Die experimentelle Hygiene im Dienste der öffentlichen Gesundheitspflege. Giessen, 1895; 4°.

Ippen (J. A.). Petrographische Untersuchungen an krystallinen Schiefern der Mittelsteiermark. Graz, 1896; 8°.

Jost (J.). Zur Casuistik der angeborenen Fehler des linken Herzens. Giessen, 1896; 8°.

Knoblauch (E.). Oekologische Anatomie der Holzpflanzen der südafrikanischen immergrünen Buschregion. Tübingen, 1896; 8°.

Koch (R.). Zur Casuistik der traubigen Sarcome der Cervix uteri. Giessen, 1896; 8°.

Kratz (K.). Ueber Derivate des M-Nitro-O-Amidobenzamids und M-Nitro-O-Amidobenzhydrazids. Leipzig, 1896; 8°.

Lettermann (W.). Versuche über Erzeugung von Wasserstoff aus Eisen und Wasser. Darmstadt, 1895; 8°.

Loos (W.). Analytische Behandlung einiger Grundprobleme der projektiven Geometrie. Giessen, 1896; 8°.

Monreal (J. J.). Ueber die Fädchenkeratitis. Giessen, 1895; 8°.

Schmitz (C.). Ueber die Darstellung von Pinakonen durch Reduktion aromatischer Ketone. Giessen, 1896; 8°.

Schmitz (L.). Ueber Blutungen in der Nachgeburtsperiode. Giessen, 1896; 8°.

Seiderer (F.). Casuistiche Beiträge zur Kenntnis der praecornealen Sarkome. Freising, 1895; 8°.

Stempel (H.). Die physiologische und pathologische Athmungskruve. Giessen, 1895; 4°.

Winter (A.). Ergebnisse der in der Giessener Frauenklinik von 1888 bis 1896 ausgeführten Ovario- und Parovariotomieen. Darmstadt, 1896; 8°.

* *Dall'Università di Upsala:*

Damm (L.). Bidrag till läran om kongruenser med primtalsmodul. Upsala, 1896; 8°.

Floderus (O. M.). Ueber die Bildung der Follikelhüllen bei den Ascidien. Upsala (Leipzig), 1896; 8°.

Fries (Th. M.). Bidrag till en lefnadsteckning öfver Carl von Linné. III-IV. Upsala, 1895-1896; 8°.

Johansson (J. L.). Bidrag till kännedomen om Sveriges ichthyobdellider. Upsala, 1896; 8°.

Josephson (I. O. S.). Studier [illegible] rotatoriaparpara [illegible]. Upsala, 1896; 8°.

Langlet (N. A.). Undersökningar inom azthinserien. Upsala, 1896; 8°.

Nyman (E. O. A.). Om byggnaden och utvecklingen af Oedipodium Griffithianum (Dicks.) Schwægr. Upsala, 1896; 8°.

Sjöstedt (G. Y.). Zur Ornithologie [illegible]. Ueber die Säugetiere des Landes. Stockholm, 1896; 4°.

Strömman (P. H.). [illegible] in the University zoological museum at Upsala. Upsala, 1896; 8°.

Sundin (E. R.). [illegible] rikedag. Upsala, 1896; 8°.

Svedelius (N. E.). [illegible] Upsala, 1896; 4°.

Wiman (C. J. J. E.). Ueber die Graptoliten. Upsala, 1895; 8°.

---

* **Cayley** (A.). The collected mathematical papers. Vol. X. Cambridge, 1896; 4°.

Corinaldi (G.). La questione dei gran carbonati. Studi e relazioni. Trani, 1896; 8° (*dall'A.*).

* **Crainiceanu** (G.). Igiena Teraiului Romin. Bucureşti, 1896; 8° (*dall'Accademia Rumena*).

Favaro (A.). Per la [illegible] nazionale delle opere di Galileo Galilei sotto gli auspici di S. M. il Re d'Italia. Indice cronologico del carteggio Galileiano. Firenze, 1896; 4° (*dall'A.*).

Friedlaender (Dr. B.) u. (J.). Absolute oder relative Bewegung? Berlin, 1896; 8° (*dagli AA.*).

Galilei (G.). Opere. Edizione Nazionale sotto gli auspicii di S. M. il Re d'Italia. Vol. VI. Firenze, 1896; 4° (*dono del Ministero dell'Istruzione Pubblica*).

Gallizia (P.). Resistenza delle lastre piane curve. Roma, 1896; 8° (*dall'A.*).

Gambera (P.). Dal calcolo specifico assoluto e delle leggi di Dulong e Petit e di Woestyn. Salerno, 1896; 8° (*Id.*).

Haeckel (E.). Systematische Phylogenie der Wirbellosen (Inverte-brata). Zweiter Theil des Entwurfs einer systematischen Philogenie. Berlin, 1896; 8° (*Id.*).

— Die Asphoriaceen und Cystoideen. Beiträge zur Morphologie und Phylogenie der Echinodermen. Leipzig, 1896; 4° (*Id.*).

Heinrihs (A.). **Biese** (E.). Meteorologie et Magnétisme terrestre. Helsingfors, 8° (*dagli AA.*).

* **Helmholtz** (H. von). Vorträge und Reden. 4ª Auflage. Braunschweig, 1896, 2 vol. 8°.

Kammermann (A.). Résumé météorologique de l'année 1895 pour Genève et le Grand Saint-Bernard. Genève, 1896; 8° (*dall'A.*).

Keller (T.). Frammenti concernenti la [illegible] dei pressi di Roma, N. 4. Roma, 1896; 8° (*Id.*).

— **Koelliker** (A.). Handbuch der Gewebelehre des Menschen. 6ª Auflage. Leipzig, 1896; 8°.

— Ueber den Fornix longus sive superior des Menschen. Zurich, 1896; 8° (*dall'A.*).

Kuhn (M.). Unmittelbare und sinngemasse Aufstellung der " Energie „ als mechanischen Hauptbegriffes. Wien, 1896; 8° (*Id.*).

Laplace (de). Œuvres complètes, t. onzième; 4° (*dal Governo francese*).

Loria (Gino). Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche. Seconda edizione. Torino, 1896; 8° (*dall'A.*).

Lussana (S.). Una esperienza da scuola sulla Diatermaneità. Pisa, 1896; 8° (*Id.*).

Lussana (S.) e **Cinelli** (M.). Sopra un metodo per la misura della velocità di propagazione dei raggi Röntgen. Siena, 1896; 8° (*Id.*).

— Sulla propagazione dei raggi Röntgen. Siena, 1896; 8° (*Id.*).

— **Manolescu** (N.). Igiena Teranului. Bucuresci. 1895; 8° (*dall'Accad. Romena*).

Moschen (L.). Una centuria di crani umbri moderni. Roma. 1896; 8° (*dall'A.*).

Omboni (G.). Di un criterio facile proposto dal prof. J. Agostini per i pronostici del tempo. Padova, 1896; 8° (*Id.*).

Philippi (R. A.). Plantas nuevas Chilenas. Santiago de Chile, 1896; 8° (*Id.*).

— **Poggendorff's** (J. C.). Biographisch-Literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der Exacten Wissenschaften... III Bd. Lief. 2, 3. Leipzig, 1896.

Pomba (C.). Sur la construction des globes. London, 1896; 8° (*dall'A.*).

Raspail (X.). Observations complémentaires sur la ponte et les mœurs du Hanneton. Paris, 1896; 8° (*Id.*).

Réponse au Questionnaire d'histoire naturelle systématique de la Société scientifique " Antonio Alzate „, s. i.; 8° (*Id.*).

— **Reichenbach** (L.) et (H. G.). Icones Florae germanicae et helveticae simul terrarum adjacentium ergo Mediae Europae. Tom. 23. Decos II-IV. Lipsiae, 1896; 4°.

Riccò (A.). Righe spettrali atmosferiche osservate sull'Etna, a Nicolosi, in Catania. Roma, 1896; 4° (*dall'A.*).

Righi (A.). Sul trasporto dell'elettricità secondo le linee di forza prodotto dai raggi Röntgen. Roma, 1896; 8° (*Id.*).

Rosenbusch (H.). Mikroskopische Physiographie der Mineralien und Gesteine. Bd. II. Stuttgart, 1896; 8° (*Id.*).

Saint-Lager. Les merveilles Flores de France. Etude bibliographique. Paris, 1894; 8° (*Id.*).

— Les Gentianella du groupe Grandiflora. Lyon; 8° (*Id.*).

— La vigne du Mont Ida et le Vaccinium. Paris, 1896; 8° (*Id.*).

Salvioni (E.). Un metodo per confrontare gli schermi fluorescenti ai raggi X. Perugia, 1896; 8° (*Id.*).

Saya (G.). Nuova proiezione polare per planisferi celesti, e sue applicazioni. Roma, 1896; 8° (*Id.*).

Schiaparelli (G. V.). Sulle anomalie della gravità. Milano, 1896; 8° (*Id.*).

— Rubra Canicula. Considerazioni sulla mutazione di colore che si dice avvenuta in Sirio. Rovereto, 1896 (*Id.*).

** **Stoll** (C.). Représentation exactement colorée d'après nature des spectres ou phasmes, des mantes, des sauterelles, des grillons, des criquets et des blattes. Amsterdam, 1813; 4°.

Tannert (A. C.). Der Sonnenstoff als Zukunftslicht und Kraftquelle. Neisse, 1896; 8° (*dall'A.*).

Trabucco (G.). Sulla posizione ed età delle argille galestrine e scagliose del Hysch etc..... Firenze, 1896; 4° (*Id.*).

Venturi (A.). Orbita definitiva della cometa 1890. IV (zona). Palermo; 4°.

Villari [illegible]

— Del modo col quale i raggi X scaricano i corpi elettrizzati, e della maniera con la quale i tubi opachi ne scemano l'efficacia. Napoli, 1896; 8° (*Id.*).

— Della scarica provocata dai raggi X dai conduttori circondati da coibenti solidi, liquidi o gassosi. Napoli, 1896; 8° (*Id.*).

— Del ripiegarsi dei raggi X dietro i corpi opachi. Roma, 1896; 8° (*Id.*).

— Sul modo col quale i raggi X facilitano la scarica dei corpi elettrizzati. Roma, 1896; 8° (*Id.*).

— Dell'azione dei tubi opachi sui raggi X. Roma, 1896; 8° (*Id.*).

** **Vinci** (Leonardo da). Il Codice Atlantico; fasc. IX e X. Milano, 1896; f°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 28 Giugno al 22 Novembre 1896.

* **Abhandlungen** der [illegible] Wissenschaften. Bd. XXI, 2 Abth. München, 1896; 4°.

* **Acte si Documente** relative la istoria renascerei Romaniei. Bucuresci, 1888-96. 7 vol.; 8°.

** **Allgemeine** Deutsche Biographie. Bd. XLI, Lief. 202-205. Leipzig, 1896; 8°.

* **Analele** Academiei Romane. Seria II. Tomulu XV-XVII. Memoriile Secțiunei istorice, XV-XVII. Partea administrativă și desbaterile. Tomulu XVII; 1894-95. Bucuresci, 1895; 4°.

Annales de l'Université de Lyon.

Renel (Ch.). L'Évolution d'un Mythe. Açvins et Dioscures. Paris, 1896; 8°.

* **Annales** du Musée Guimet. T. XXVIIe, 1e partie. Paris, 1894; 4°.

— Revue de l'Histoire des Religions, t. XXII, n. 2 et 3. Paris, 1895; 8°.

* **Annales** de la Société d'Archéologie de Bruxelles. T. X, liv. 1e. Bruxelles, 1896; 8°.

* **Annali** dell'Università di Perugia. Pubblicazioni periodiche della Facoltà di Giurisprudenza. N. S. Vol. VI, fasc. 1° e 3°. Perugia, 1896; 8°.

* **Annuaire** de la Société d'Archéologie de Bruxelles, 1896, tome septième. Bruxelles, 1896; 8°.

Annuaire statistique de la ville de Buenos-Ayres. 5e année, 1895; 8°.

Annual report delivered to the Asiatic Society of Bengal. Calcutta, 5 th., February, 1896; 8°.

Anuario demografico de la Republica Oriental del Uruguay, Año VI-1895. Montevideo, 1896; 8°.

* **Archivio** storico Lombardo. Indici. Anni I-XX (1874-1893). Milano, 1896; 8°.

* **Arsskrift,** Upsala Universitets, 1895; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Scienze morali, storiche e filologiche; vol. IV, p. 2ª. Notizie degli Scavi. Aprile-settembre 1896. Roma, 1896; 4°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Rendiconto dell'Adunanza solenne del 7 giugno 1896; 4°.

* **Atti** della R. Accademia di archeologia, lettere e belle arti della Societa R. di Napoli. Vol. XVII, 1893-96; 4°.

* **Atti** dell'Accademia Olimpica di Vicenza Vol. XXVII-XXIX, 1893-95; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig (Philolog.-hist. Classe), 1896, I. Leipzig; 8°.

* **Bibliotheca** Indica: A Collection of Oriental Works published by the Asiatic Society of Bengal. New series, 872-876, 878, 879. Calcutta, 1896; 8°.

** **Bibliotheca** Philologica Classica. 23 Jahrgang, 1896. 2. 3. Quartal. Berlin, 1896; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la Historia; t. XXIX, cuad. 1-4. Madrid, 1896; 8°.

Bollettino della Società Umbra di Storia Patria. Vol. II, fasc. II-III. Perugia, 1896; 8° (*dalla Società*).

* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark. Copenhague, 1896, n. 4. Copenhague, 1896; 8°.

* **Bulletin** de la Société d'Études des Hautes-Alpes. IIe série, n. 16-18, 1895-96 et Table des matieres contenues dans les dix premières années. Gap, 1895-96; 8°.

* **Bulletin** et **Mémoires** de la Société Nationale des Antiquaires de France. VIe série, t. III. Mémoires 1893. Paris; 8°.

* **Bulletin** de la Société Nation. des Antiquaires de France, 1894. Paris; 8°.

* **Bulletin** de la Société de Géographie. 7me série, 4e trimestre 1895; 1er-2e trim. 1896. Paris, 1896; 8°.

* **Bulletin** d'Histoire ecclésiastique et d'Archéologie religieuse des Dioceses de Valence, Gap, Grenoble et Viviers. XVe année, 1895. Romans; 8°.

Bulletin de l'Institut International de Statistique. Tom. VIII; IX, deuxieme et dernière livr. Rome, 1896; 8°.

Bulletin de la Société pour la conservation des monuments historiques d'Alsace. II sér., t. XVIII, livr. 1. Strassburg, 1896; 8°.

* **Bullettino** dell'Istituto di Diritto Romano. Anno IX, fasc. I-II. Roma, 1896; 8°.

Catalogo cronologico, alfabetico-critico sistematico e per soggetti delle edizioni Hoepli 1872-1896 con introduzione di Gaetano Negri. Milano, 1896; 8° (*dall'edit. sig. Hoepli*).

* **Catalogus** der Numismatische Verzameling van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia, 1894; 8°.

* **Föreläsningar** och öfningar vid Kongl. Universitetet i Upsala höst-terminen 1895-1896. Upsala, 1895-96; 8°.

* **Giornale** della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XVII, fasc. II. Genova, 1896; 8°.

Informe presentado al señor Secretario de Estado en el despacho de Fomento. San José, 1896; 8° (*dal Museo Nazionale di Costa Rica*).

* **Institut de France**:

Annuaire pour 1896. 8°.

Mémoires de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, t. XXXIV, 2e partie; XXXV, 2e partie.

Notices et Extraits des manuscrits de la Bibliothèque nationale et d'autres par l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, t. XXXVe, 1e partie. Paris, 1895-96; 4°.

Inventaire sommaire des Archives Départementales antérieure à 1790:

Var — Affaires civiles; sér. A-B. T. 1r. Draguignan, 1895.

Aube, Orne, Rhône et *Seine*-Inférieure; Archives ecclésiastiques. Sér. G, H, H et G; t. 2e, 2e, 1r, 6e. Paris, Alençon, Lyon et Rouen, 1894-96.

Meurthe-et-Moselle: t. 7e, série E. Supplément, t. 1r. Arrondissement de Briey Nancy, 1896, 6 vol.; 4° (*dal Governo della Rep. Francese*).

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXIV. Part I, History Literature, n. 4. LXV, n. 1, 2. Calcutta, 1896; 8°.

Istruzione secondaria classica e tecnica e Convitti maschili e femminili. Anno scolastico 1893-94. Roma, 1896; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

* **Jugoslavenske Akademie** [illegible] (Deseti svezak). Djela. — Knjiga, XVII.

Monumenta spectantia historiam Slavorum meridionalium. Vol. XXVIII. Rad.-Knjiga CXXV. Filol.-histor. etc. XLIV. Zagrebu, 1896.

* **Mémoires** de l'Académie des sciences morales et politiques de l'Institut de France. T. XIX. Paris, 1896; 4°.

* **Mémoires** de l'Académie des sciences, belles-lettres et arts de Lyon. Sciences et Lettres, 3ème série, t. III. Lyon, 1895; 8°.

Mémoires [illegible] au Caire. T. XVIII, 1e livr. et Atlas; XIX, 2e fasc. Paris, 1895; 4° (*dal Ministero dell'Istruzione Pubblica e di Belle Arti di Francia*).

* **Mémoires** et **Documents** [illegible] T. IX. Thonon, 1895; 8°.

* **Memorie** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Classe di lettere e scienze storiche e morali. Vol. XX, XI della ser. III, fasc. II-III. Milano, 1896; 4°.

* **Mitteilungen** [illegible] Leipzig, 1896; 8°.

** **Monumenta Germaniae historica** [illegible] XIII pars III. Chronica minora saec. IV, V, VI, VIII edidit Theod. Mommsen. Legum Sectio IV. Constitutiones et Acta publica imperatorum et regum. T. II. Berolini, 1896; 4°.

Movimento [illegible] (*dal Ministero delle Finanze, Direzione generale delle Gabelle*).

Movimento della navigazione 1895. Roma, 1896; 4° (*dal Ministero delle Finanze, Direzione generale delle Gabelle*).

* **Nachrichten** von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Philologisch-historische Klasse, 1895, Heft 1; 1896, Heft 2. Göttingen; 8°.

** **Nuovo Bullettino** di Archeologia cristiana. Anno I, 1895. Roma; 8°.

Primera Exposicion Centroamericana de Guatemala. Documentos relativos a la participacion de Costa Rica en dicho certamen. N. 1. San José, 1896; 8° (*dal Governo di Guatemala*).

* **Proceedings** of the Asiatic Society of Bengal. N. IX, X, November and December 1895. I-V, January-May 1896. Calcutta, 1896; 8°.

* **Publications** de l'École des Lettres d'Alger. E. Jacottet: Études sur les langues du Haut-Zambèze, 1e partie: Grammaires Soubiya et Louyi. Paris, 1895; 8°.

** **Raccolta** ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia. 1896, dalla pp. 709-2816; 8°.

* **Rendiconto** delle Tornate e dei Lavori dell'Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti della Società Reale di Napoli. N. S., Anno X, aprile a giugno 1896. Napoli; 8°.

* **Rozprawy** Akademii Umiejętności wydział Filozoficzny. Ser. II, t. IX. Krakowie, 1895; 8°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der k. b. Akademie der Wissens. zu München. 1896, Heft II; 8°.

* **Skrifter** udgivne af Videnskabsselskabet i Christiania 1894. II. Historisk-filosofisk Klasse. Kristiania, 1895; 8°.

Statistica della Stampa periodica nell'anno 1895. Roma, 1896; 8°.

* **Statistica** della Istruzione elementare per l'anno scolastico 1893-94. Roma, 1895; 8° (*dalla Direzione Generale della Statistica*).

Statistica dell'Emigrazione italiana avvenuta nell'anno 1893. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero di Agr., Ind. e Comm., Direzione Gen. della Statistica*).

Statistica delle Biblioteche. Parte II. Roma, 1896; 8° (*Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

Statistica degli Scioperi avvenuti nell'Industria e nell'Agricoltura durante l'anno 1894; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

Statistica giudiziaria civile e commerciale per l'anno 1894. Roma 1896; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

Statistica giudiziaria penale per l'anno 1894. Roma, 1896; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

* **Studi** e Documenti di storia e diritto. Anno XVIII, fasc. 3°. Roma, 1896; 4° (*dall'Accademia di Conferenze storico-giuridiche*).

* **Table** alphabétique des publications de l'Académie Celtique et de la Société des Antiquaires de France (1807 à 1889). Paris, 1894; 8°.

* **Temi** di premio proclamati dal R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. Venezia, 1896; 8°.

Verhandelingen uitgegeven door Teyler's Tweede Genootschap. N. R. V Deel. 2e Stuk. Haarlem, 1896; 8°.

* **Vocabolario** degli Accademici della Crusca. 5ª impressione. Vol. VIII, fasc. 3°. Firenze, 1896; 4°.

* **Wissenschaftliche** Veröffentlichungen des Vereins für Erdkunde zu Leipzig. III Bd., Erstes Heft. Leipzig, 1896; 8°.

* *Dall'Università di Basilea:*

Buser (H.). Das Bistum Basel und die Französische Revolution 1789-1793. Basel, 1896; 8°.

Cornelius (C.). Jacopo Della Quercia. Halle a. S., 1896; 8°.

Die Universität Basel in den fünfzig Jahren seit ihrer Reorganisation im Jahre 1835. Basel, 1885; 4°.

Die Universität Basel in ihrer Entwicklung in den Jahren 1885-1895. Basel, 1896; 4°.

Duemmler (E.). [illegible]

Gerber (U.). Beiträge zur Kritik und Reform des Arbeiterversicherungswesens in Deutschland. Halle a. S., 1895; 8°.

Personal-Verzeichnis der Universität Basel für das Wintersemester 1895-96, Sommersemester 1896. Basel, 1895-96; 8°.

Swoboda (H.). Die Entwicklung der Petroleumindustrie in Völkerstatistischer Beleuchtung. Tübingen, 1895; 8°.

Verzeichnis der Vorlesungen an der Universität Basel im Sommer-Semester 1896. Basel, 1895-96; 4°.

* *Dall'Università di Erlangen:*

Adelmann (K.). Ueber die bei Sicherungsabtretung von Akzeptanspruchen hervorgehenden Rechtsverhältnisse. München, 1893; 8.

Alber (H.). Wie ist der Forderung auf Grund eines Indossaments juristisch zu erklären? Hamburg, 1895; 8°.

Alzinger (L.). Studia in Aetnam collata. Lipsiae, 1896; 8°.

Arnold (E.). Ueber den Transportvertrag und insbesondere das Verhältniss zur Verkauskommission. Oberhausen, 1896; 8°.

Bamberger (F.). Ein Vergleich zwischen Kommanditgesellschaft und stiller Gesellschaft. München, 1896; 8°.

Barkhausen (A.). Voraussetzungen und Wirkungen des Abandon bei der Seeversicherung. Bremen, 1895; 8°.

Baum (P.). Der accessorische Charakter des Pfandrechts im römischen Recht und nach modernen deutschen Hypothekenordnungen. Bonn, 1895; 8°.

Bellerstein (L.). Die Rückgabe der verkauften Sache in Fällen der Actio redhibitoria. M. Gladbach, 1896; 8°.

Bettmann (H.). Die Mahnung. Bonn, 1896; 8°.

Bezold (Dr. F.). Festrede zur Feier der vor 21 Jahren erfolgten Gründung des Deutschen Reiches im Auftrage des Akad. Senates der K. Universität Erlangen am 17 Januar 1896. Erlangen, 4°.

Bintz (W.). Die Teilnahme bei fahrlässig begangenen Handlungen. Hamburg, 1895; 8°.

Blecken (F.). Das Alimentationsrecht der an der Ehescheidung unschuldigen Frau. München, 1895; 8°.

Block (W.). Das Hannoversche Höferecht. Erlangen, 1896; 8°.

Brinck (C.). Das furtum usus. Bonn, 1895; 8°.

Broecker (J.). Die Ungültigkeit der lex commissoria beim Pfandrechte. Hamburg, 1896; 8°.

Buttenberg (F.). Hat ein unter den Parteien bestehendes Vertragsverhaltnis einen Einfluss auf die actio legis Aquiliae? Magdeburg, 1896; 8°.

Cærrens (M.). Evictionspflicht bei der dos. Köln, 1895; 8°.

Coppel (A.). Das Pfandrecht und Retentionsrecht des Trachtführers. Wurzburg, 1896; 8°.

Dreykluft (E.). Der § 289 St. G.-B.'s und sein Verhältnis zu anderen Strafbestimmungen. Hannover, 1896; 8°.

Ehrenpreis (M.). Die Entwickelung der Emanationslehre in der Kabbala des XIII. Jahrhunderts. Frankfurt a/M., 1896; 8°.

Eich (F.). Gewohnheitsrecht und Gewohnheitsrechtstheorien. Geldern, 1896; 8°.

Einwag (G.). Unterhaltung und Nutzung des sog. Bürgersteiges nach preussischem Landrecht. Amberg, 1896; 8°.

Eiswaldt (O.). Rücktritt und Zurückweisung. Berlin; 8°.

Elbert (J.). Streitfragen aus dem bayerischen Volksschulrechte. Frankfurt a/M., 1896; 8°.

Englaender (S.). Ueber die Rechtseigenart des Connossements. Pleschen, 1896; 8°.

Fischer (J.). Die Pflichten der Aktionäre mit besonderer Berücksichtigung, der Frage, ... Pfarrkirchen, 1895; 8°.

Fluhme (W.). Die Theorieen der Passio-Succession. Dortmund, 1896; 8°.

Framhein (E.). Cessibilität der Konventionalstrafe. Erlangen, 1895; 8°.

Gertz (E.). Die Haftung des Reders aus fremdem Verschulden. Essen, 1895. 8°.

Gewallig (W.). Die gesetzlichen Bestrebungen des deutschen Reiches zur Bekampfung des unlautern Wettbewerbs. München, 1895; 8°.

Geyer (C.). Die Nördlinger evangelischen Kirchenordnungen des XVI. Jahrhunderts. Nördlingen, 1896; 8°.

Gillischewski (H.). De Aetolorum praetoribus intra annos 221 et 168 a. Chr. n. munere functis. Berolini, 1896; 8°.

Goldschmidt (A.). Die rechtliche Natur des Bodmerei-Vertrages. Hamburg, 1895; 8°.

Gottschalk (P.). Beiträge zur Lehre vom Vorvertrag. Minden, 1895; 8°.

Grienke (G.). Die Kraft der Rechtsgewohnheit ein älteres entgegenstehendes Gesetz aufzuheben. Halle a. S., 1896; 8°.

Gumpert (E.). Der Verlust des juristichen Besitzes an den Detentor. Berlin, 1896; 8°.

Halben (H.). Ueber den Schadenersatz aus nichtigen Verträgen. Hamburg, 1895; 8°.

Hallensleben (P. W.). Das vitium furti und seine purgatio im römischen Recht. Aachen, 1895; 8°.

Hähn (H.). Die herrschende und die Iheringsche Theorie des Besitzes. Braunschweig, 1896; 8°.

Hartmann (C.). Die Bedeutung der contumacia des Beklagten für die

Zuständigkeit des Gerichts im hinblick auf die Prorogatio Fori. Freiburg im Breisgau, 1895; 8°.

Heinsius (A.). Der Eintritt des dritten Vermächtnisses, denen ein dies hinzugefügt ist. Berlin, 1895; 8°.

Hellwig (Dr. K.). Ueber die Grenzen der Vertragsmöglichkeit. Erlangen, 1895; 4°.

Hemmer (C.). Die rechtliche Stellung des Gastwirts zum Publicum. Weilheim, 1895; 8°.

Heydrich (W.). Bemerkungen zu Artikel 83 der deutschen Mechselordnung. Bayreuth, 1895; 8°.

Hoche (H.). Die Servitutenconfusion. Freienwalde a. O., 1895; 8°.

Hoffnger (E.). Euripides und seine Sentenzen. Schwäbisch Hall, 1896; 8°.

Holfelder (C.). Ueber die rechtliche Natur des Einkindschaftsvertrages. Regensburg, 1895; 8°.

Horst (K. A. Freiherr v. d.). Pfändung von Früchten. Lubbecke 1896; 8°.

Hümpel (E.). Nicetas, Bischof von Remesiana. Bonn, 1895; 8°.

Isay (H.). Der Concursus duarum causarum lucrativum. Strassburg, 1895; 8°.

Jacoby (S.). Die Rechtsnatur des Illationsvertrages von der Aktiengesellschaft. Leipzig, 1896; 8°.

Jaenicke (E.). Die Rechte des Staates in Bezug auf die Verwaltung und Verwendung des Kirchenvermögens im Königreich Bayern diesseit des Rheins. Erlangen, 1896; 8°.

Jörissen (A.). Das Oralbeweisverfahren unter der Herrschaft der Reichszivilprozessordnung. Aachen, 1896; 8°.

Kappes (C.). Die Widerspruchsklage nach § 686 C. P.-O. mit besonderer Berücksichtigung der Rechtswohlthat des Inventars. Aachen; 8°.

Kellerhoff (A.). Das pactum de mutuo dando. Warburg, 1896; 8°.

Kiesselbach (G. A.). Die rechtliche Natur der Postanweisung. Erlangen, 1896; 8°.

Köberle (J.). De Elchistae Pentateuchici prioris, qui vocatur, Ethica. Erlangen, 1896; 8°.

Kühles (C.). Fragen der Causalität. München, 1895; 8°.

Kürschner (G.). Ueber das *ius accrescendi* bei der Intestat- und testamentarischen Erbfolge. Freienwalde a. O., 1896; 8°.

Lange (G.). Das Vergehen des Hausfriensbruches. Neu-Ruppin; 8°.

Leeb (J.). Rechtliche Studie über den Eisenbahn-Personentransport-Vertrag nach der Verkehrsordnung für die Eisenbahnen Deutschlands vom 15. November 1892. München, 1895; 8°.

Lewit (J.). Darstellung der theoretischen und praktischen Pädagogik im jüdischen Altertume nach talmudischen Quellen..... Berlin, 1895; 8°.

Luckhans (A.). Die unbestellte Waare. Mülheim a. d. Ruhr, 1896; 8°.

Malkmus (F.). Klagänderung und Parteirolle. Erlangen, 1896; 8°.

Mann (R.). Die eigentümlichen Endigungsgründe des Mandats bezw. der Vollmacht. Erlangen, 1896; 8°.

Metz (R.). Haftung für Evikition bei Schenkung und Vermächtnis. Bonn, 1895; 8°.

Michel (A.). Der Umfang des Erforderlichkeitsses ministerieller Gegenzeichnung nach bayerischem Recht. München, 1896; 8°.

Mühlenpfordt (E.). Die Widerruflichkeit correspectiver Testamente. Hamburg, 1896; 8°.

Müller (F.). Das badische Enteignungsrecht. Würzburg, 1896; 8°.

Müller (R.). Die rechtlichen Wandlungen der " advocatia ecclesiae " des römischen Kaiser deutscher Nation. Kaiserslautern, 1895; 8°.

Mutzenbecher (K. v.). Beiträge zur Lehre von der culpa in concreto innerhalb obligatorischer Rechtsverhältnisse. Berlin, 1896; 8°.

Nagel (H.). Das Verhältnis des Gerichtsvollziehers zur Partei. Hamburg, 1895; 8°.

Neresheimer (A.). Das kaufmännische Zurückbehaltungsrecht. München, 1895; 8°.

Neuburger (L.). Das fortgesetzte Verbrechen nach der Rechtsprechung des deutschen Reichsgerichtes. Erlangen, 1896; 8°.

Oppenheimer (A.). Der privatrechtliche Schutz der Fischereiberechtigten in öffentlichen Flüssen gegen Verunreinigung des Fischwassers durch die Abwässer der chemischen Fabriken nach gemeinem Rechte. Würzburg, 1896; 8°.

Pauls (A.). Die theilweise Genehmigung bei negotiorum gestio. Düsseldorf, 1895; 4°.

Peltzer (F.). Begriff und Stellung des Verschwenders nach gemeinem Recht unter Berücksichtigung des Altpreussischen und Französischen Rechts. Bonn, 1896; 8°.

Pferdmenges (H.). Die rechtliche Natur der Klage des Schiffsgläubigers. Hamburg, 1895; 8°.

Pflug (K.). Das Prinzip der Publicität in Deutschland. Nürnberg, 1895; 8°.

Philippi (O.) Ueber Vertragschluss durch Telephon. Breslau, 1896; 8°.

Priester (O.). Compensatio culpae. Würzburg, 1896; 8°.

Remy (J.). Der Begriff des jus singulare und seine praktische Verwendbarkeit. Wesel, 1895; 8°.

Reinhardt (F.). Beiträge zur Lehre von der Kommanditgesellschaft. Berlin, 1896; 8°.

Reinhardt (K.). Die rechtliche Stellung des Nebenintervenienten nach der deutschen Civilprocessordnung. Strassburg, 1895; 8°.

Rensburg (E. H.). Die Anwendungsfälle der actio ad exhibendum. Bonn, 1896; 8°.

Rheinheimer (J.). Zur Interpretation des § 244 der Reichsstrafprozessordnung. Kaiserslautern, 1895; 8°.

Rosenfeld (E.). Die rechtliche Natur des durch die Einkindschaft für die unierten Kinder begründeten Erbrechts. Erlangen, 1895; 8°.

Rothe (F.). Die Schlüsselgewalt der Ehefrau. Berlin, 1896; 8°.

Rothkirch-Trach (C.). Welche Grundsätze entscheiden den Widerstreit mehrerer Connossemente? Leipzig, 1895; 8°.

Schack (W. von). Unter welchen Voraussetzungen haftet nach gemeinem Rechte der Mandant für Schaden, welcher dem Mandatar bei Ausführung seines Mandats erwächst? Berlin, 1895; 8°.

Schäfer (F.). Lotzes Lehre vom Absoluten. Erlangen, 1895; 8°.

Schneider (R.). Die conditio ob causam datorum bei Verträgen. Bonn, 1895; 8°.

Schmitt (L.). Beiträge zur Frage der autorrechtlichen Beurteilung und Behandlung der Uebersetzungen. München, 1896; 8°.

Schmitz (W.). Ueber den Vorvertrag bei den Kaufmannsgeschäften. Köln, 1895; 8°.

Schneider (E.). Von welchem Moment datirt die Kreditunfähigkeit des gemeinen Rechts? „ Essen, 1895; 8°.

Schreiber (A.). Das Schadensersatzrecht des Kommissionärs bei Kommissionsgeschäft. Wiesbaden, 1896; 8°.

Schwickerath (L.). Der Beweisbeschluss nach § 426 C.-P.-O. bei Beweisantritten der Parteien über die Erheblichkeit und die Norm des Eides: Die Feststellung seiner Wirksamkeit in der Beweisfrage mit ganz besonderer Berücksichtigung zur Beweislast. Dusseldorf, 1896; 8°.

Seubelt (G. F. L.). Die Erwerbs- und Wirtschaftsgenossenschaft insbesondere die Rechte der einzelnen Genossenschafter- verglichen mit der Aktien-Gesellschaft. Gerolzhofen, 1896; 8°.

Sieveking (A.). Der Finder und die gefundene Sache unter besonderer Berücksichtigung der hauptsächlichen materiell rechtlichen Streitfragen. Erlangen, 1896; 8°.

Sieveking (I.). Das Füllhorn bei den Römern. München, 1895; 8°.

Siller (A.). Der accessorische Charakter des Pfandrechts nach römischem Recht und den modernen deutschen Hypothekenordnungen. Warberg, 1895; 8°.

Spitta (T.). Die geschichtliche Entwicklung des [illegible] Erlangen, 1896; 8°.

Springorum (W.). Die über die bewegliche Okkupation fremder Sachen und ihre Folgen nach gemeinem Rechte geltenden Grundsätze. Bonn, 1895; 8°.

Starker (H.). Inwiefern umfasst die *actio redhibitoria* auch Ersatz von Schaden? Dusseldorf, 1895; 8°.

Steininger (H.). Die rechtliche Stellung des Volksschul-Lehrers nach österreichischem Staatsrecht. München, 1896; 8°.

Stiegler (H.). Zur Lehre vom durchstrichenen Accepte. Erlangen, 1896; 8°.

Strube (A.). Inwiefern stehen die Einreden des Hauptschuldners dem Bürgen zu? Erlangen, 1895; 8°.

Thywissen (T.). Ueber die Wirkung der Verjährung bei Obligationen. Bonn, 1896; 8°.

Tuchmann (P.). Die Mitglieder und Organe der Gesellschaften mit beschränkter Haftung. Nürnberg, 1896; 8°.

Uebersicht des Personal-Standes bei der K. Bayerischen Friedrich-Alexanders-Universität Erlangen nebst dem Verzeichnisse der Studierenden im Winter-Semester 1895-96; Sommer-Semester 1896; 8°.

Varnhagen (H.). Praemissa sunt Prolegomena ad poetam italicum Francisci Mantuani de Lautreco Marescallo et de bello in Italia superiori a. d. 1522 gesto. Erlangen, 1895; 4°.

Verzeichniss der Vorlesungen, welche an der K. Bayerischen Friedrich-

Alexanders-Universität Erlangen im Winter-Semester 1895/96; Sommer-Semester 1896; 8°.

Viefhaus (H.). Das Selbstkontrahiren des Stellvertreters nach gemeinem Recht. Erlangen, 1895; 8°.

Volmer (M.). Ueber den Unterscheid des Kaufmännischen Retentionsrechtes von dem des gemeinen Rechtes. Berlin, 1895; 8°.

Vonachten (B.). Die Verjährung im Strafrecht. Aachen, 1895; 8°.

Vowinckel (E.). Das Verhältnis des einheitlichen Wesen der Religion historischen Mannigfaltigkeit der Religionen bei Schleiermacher und Hegel. Erlangen, 1896; 8°.

Werner (K.). Jeder Herr ist Kaiser in seinem Lande. München, 1896; 8°.

Witthoff (G.). Hat das rechtskräftige Urteil in einer Privatrechtsstreitsache einen absoluten Charakter, so dass es weder durch Verzicht des Obsiegenden noch durch Vergleich der Parteien ganz oder teilweise abgeändert oder aufgehoben werden kann? Bonn, 1896; 8°.

Wolf (H.). Die Strafrechtliche Haftbarkeit der Aerzte. Rheydt, 1895; 8°.

Wossen (L.). Die Contrebande des Krieges. Aachen, 1896; 8°.

Zais (W.). Ueber den Verzicht beim Niessbrauch. Bonn, 1895; 8°.

Zoder (I.). Ueber den Eigentums- Erwerb and Geld durch ununterscheidbare Vermischung und Verausgabung. Erlangen, 1896; 8°.

* *Dall' Università di Giessen:*

Abelesz (A.). Die syrische Uebersetzung der Klagelieder und ihr Verhältniss zu Targum und LXX. Privigye, 1895; 8°.

Bader (C.). Beiträge zur Geschichte des Kölner Verbundbriefes von 1396. Darmstadt, 1896; 8°.

Betz (H.). Das Forum delicti commissi und der Ort der That im Sinne des Strafgesetzbuches. Mainz, 1896; 8°.

Blum (R.). Statistische Untersuchungen über die Entwicklung und Ausbreitung des Giro-Verkehrs der deutschen Reichsbank. München, 1896; 8°.

Bopp (Dr. A.). Die Adminicula der Jura in re aliena nach römischem Recht. Mainz, 1896; 8°.

Diehl (W.). Das Pronomen personale Suffixum 2. und 3. pers. plur. des Hebraischen in der alttestamentlichen Ueberlieferung. Giessen, 1895; 8°.

Dieterich (Dr. J.). Die Polenkriege Konrads II. und der Friede von Merseburg. Giessen, 1895; 8°.

Fromm (E.). Frankfurts Textigelwerbe im Mittelalter. Frankfurt a. M., 1895; 8°.

Gall (A. Freiherrn). Die Einheitlichkeit des Buches Daniel. Giessen, 1895; 8°.

Gaszner (E.). Das Erbrecht der Ehegatten in den beiden rechtsrheinschen Provinzen des Groszherzogtums Hessen. Mainz, 1896; 8°.

Kellermann (B.). Der Midrasch zum I. Buche Samuelis und seine Spuren bei Kirchenvätern und in der orientalischen Sage. Frankfurt a. M., 1896; 8°.

Liebermann (A.). Das Pronomen und das Adverbium des babylonisch-talmudischen Dialektes. Berlin, 1895; 8°.

Personal-Bestand der Grossherzoglich Hessischen Ludwigs-Universität zu Giessen. Sommerhalbjahr 1896; Winterhalbjahr 1895-96; 8°.

Schenck (C. A.). Die Bestandesordnung des deutschen Fichtenhochwaldes. Darmstadt, 1896; 8°.

Verhandlungen der Grossherzoglich. Hessischen Ludwigs-Universität zu Giessen. Winterhalbjahr 1895-96; Sommerhalbjahr 1896; 8°.

Wege (B.). Der Prozess Calas im Briefwechsel Voltaires. Berlin, 1896; 8°.

Wittekind (H.). Scriptor Sophocleus quatenus cum scriptoribus Latinis comparatus gruat differat ab Atticis. Budingae, 1895; 8°.

* *Dall'Università di Upsala:*

Aberstén (S. L.). Gittin: den Babylonska Talmud per I. Oefversättning med förklarande anmärkningar. Göteborg, 1896; 8°.

Arosenius (E. H. N.). Om sätten för grundlagsändring under tiden 1809—1866. Stockholm, 1895; 8°.

Björkman (E.). Smålandslagens handlingar. Upsala (Stockholm), 1896; 8°.

Björling (C. G. E.). Den svenska rättens exstinktiva lagafång till lösen på grund af god tro. Upsala (Lund), 1896; 8°.

Eklund (O. A.). Tronföljande till människans etiska lifsyttringar. Borås, 1896; 8°.

Haller (E. M.). Svenska kyrkans mission i Lappmarken under Frihetstiden. Stockholm, 1896; 8°.

Hamnström (K. A. M.). Om realisationsträgan vid riksdagen i Norrköping år 1800. Hernösand, 1896; 8°.

Hylén (J. E.). De Tantalo. Upsala, 1896; 8°.

Lange (P. A.). Ueber die Sprache der Gottschedin in ihren Briefen. I. Upsala, 1896; 8° (Schluss wird nachgeliefert werden).

Levin (H. O.). Religionstvång och religionsfrihet i Sverige 1686—1782. Bidrag till den svenska religionslagstiftningens historia. Stockholm, 1896; 8°.

Lindström (P. E.). Die Palatale der lateinischen Lehnwörter im Althochdeutschen. Stockholm, 1895; 8°.

Loftman (K. A.). Oefversättning och kommentar till profeten Hosea i k. Linköping, 1896; 8°.

Nordenstam (G. H. E.). Studia syntactica. II. De structura verborum cum præpositionibus compositorum quæ exstant apud M. Annæum Lucanum. Göteborg, 1896; 4°.

Nordlander (K. G. A.). Die Inschrift des Königs Mesa von Moab. Leipzig, 1896; 8°.

Oeström (O. A.). Det nytestamentliga logosbegreppets förutsättningar och hufvuddrag. Falun, 1896; 8°.

Palmgren (J. F.). An essay on the use in present english prose of *when, after, since, as* introducing temporal clauses. Stockholm, 1896; 8°.

Philp (H. W.). Le subjonctif et les grammairiens français du XVI siècle. Stockholm, 1895; 8°.

Pira (K.). Svensk-danska förhandlingar 1598—1600. Stockholm, 1895; 8°.

Staaff (E. S.). Le suffixe *-arius* dans les langues romanes. Upsala, 1896; 8°.

Täckholm (R. V.). Études sur la phonétique de l'ancien dialecte sous-selvan. Upsala, 1895; 8°.

Wiklund (K. B.). Entwurf einer Urlappischen Lautlehre. I. Einleitung, Quantitätsgesetze, Accent, Geschichte der hauptbetonten Vokale. Helsingfors, 1896; 8°.

Alfaro (A.). Antigüedades de Costa Rica. 1ª Entrega. San José, 1896; 8° (*dall'A.*).

** **Baraudon** (A.). La Maison de Savoie et la Triple Alliance (1713-1722). Paris, 1896; 8°.

Bechmann (A. v.). Der churbayerische Kanzler Alois Freiherr von Kreittmayr. München, 1896 (*dall'Accademia Bavarese delle Scienze*).

Bonanni (G.). Domenico Pughesi. Cenni biografici. Chieti, 1896; 8° (*dall'A.*).

Boyle (D.). Archeological Report 1894-95. Toronto, 1896; 8° (*Id.*).

Clark (J. M.). The functions of a Gerat University. Toronto, 1895; 8° (*Id.*).

Giri (G.). Il suicidio di T. Lucrezio. La questione dell'emendatore ed editore della *Natura*. Palermo, 1896; 8° (*Id.*).

— Ancora del suicidio di Lucrezio. Palermo, 1896; 8° (*Id.*).

Gotta (C.). La scienza e il socialismo. Torino, 1896; 8° (*Id.*).

Landucci (L.). Storia del diritto romano dalle origini fino alla morte di Giustiniano. 2ª ediz., vol. I, parte II: Storia del diritto pubblico. Padova, 1896; 8° (*Id.*).

Laviosa (G.). La filosofia scientifica del diritto in Inghilterra. Studio storico-critico. Torino, 1897 (*Id.*).

Maddio (G.). Notizie storiche del Comune di Gassino. Torino, 1896; 8° (*Id.*).

Marzi (D.). Notizie storiche di Monsummano e Montevettolini. Firenze, 1894; 8° (*Id.*).

— Una questione libraria fra i Giunti ed Aldo Manuzio il vecchio. Milano, 1896; 8° (*Id.*).

Pelizzari (V.). Il delitto e la scienza moderna. Treviso, 1896; 8° (*Id.*).

** **Percy** (L.). Une princesse romaine au XVIIe siècle: Marie Mancini Colonna, d'après des documents inédits. Paris, 1896; 8°.

** **Poggendorff's** biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften. III Bd. Lief. I. Leipzig, 1896; 8°.

** **Sanuto** (M.). I Diarii, t. XLVI, fasc. 199-202. Venezia, 1896; 4°.

Sapienza (G.). Cicerone Retore. Parte I: Le teorie retoriche nel *De Oratore*. Studio critico. Catania, 1896 (*dall'A.*).

Sgulmero (P.). La Casa di Torello Saraina. Verona, 1896; 8° (*Id.*).

Strickland (J.). Documents and Maps on the Boundary question between Venezuela and British Guyana from the Capuchin Archives in Rome. Rome, 1896; 4° (*Id.*).

Volante (A.). Il più grande avvenimento del secolo. Torino, 1896; 8° (*Id.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

Of Sciences

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

N. Y. ACADEMY
JUL 10 1897
OF SCIENCES

Adunanza del 29 Novembre 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Cossa, Vice-Presidente dell'Accademia, D'Ovidio, Direttore della Classe, Berruti, Mosso, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre, Volterra, Jadanza, Guareschi, Guidi, Fileti e Naccari Segretario.

Il Segretario dà lettura del processo verbale della Seduta precedente che viene approvato.

Il Presidente dà notizia della morte avvenuta durante le vacanze dei Soci Corrispondenti Augusto Kekulé ed Adolfo Bartoli, ed incarica respettivamente i Soci Fileti e Naccari di scriverne un cenno necrologico che verrà inserito negli *Atti*.

Fra le pubblicazioni inviate in dono il Segretario segnala la traduzione tedesca fatta dal signor Kunz Krause dell'opera del Socio Guareschi, " *Introduzione allo studio degli alcaloidi* ", le memorie dei Soci Schiaparelli e Righi e tre volumi delle pubblicazioni dell'Istituto geodetico prussiano inviate dal Socio Helmert.

Vengono accolte per gli *Atti* le due note seguenti:

1° " *Sul calcolo delle travi a parete piena* ", nota del Socio Guidi.

2° " *Sulle perturbazioni prodotte dai piccoli pianeti* ", nota del signor Gustavo Ravesi presentata dal Socio Volterra.

Il Socio Camerano presenta una memoria del D.r Ermanno Giglio-Tos intitolata: " *La struttura e l'evoluzione dei corpuscoli rossi del sangue dei vertebrati* " che è la continuazione d'altro lavoro pubblicato nei volumi delle *Memorie*. Il Presidente ne affida l'esame ad una Commissione.

Il Socio Naccari legge a nome del Socio Ferraris la relazione sulla memoria dell'Ing. Luigi Lombardi intitolata: " *Ricerche sopra sostanze diamagnetiche e debolmente magnetiche* ". Essendo favorevole la relazione, la memoria viene accolta nei volumi accademici. La relazione si stampera negli *Atti*.

LETTURE

Sul calcolo delle travi a parete piena;

Nota del Socio CAMILLO GUIDI.

È noto che nelle applicazioni della teoria dell'elasticità e resistenza dei materiali allo studio delle travi staticamente indeterminate, rettilinee o curvilinee (travi continue, archi ecc.), quando si procede alla ricerca delle quantità staticamente incognite, si trascurano generalmente, nelle travi piene, le deformazioni elastiche prodotte dalla sollecitazione al taglio rispetto a quelle prodotte dallo sforzo normale e dal momento flettente, e, nelle travi reticolari, le deformazioni delle aste di parete rispetto a quelle delle aste di contorno; è noto altresì che la stessa semplificazione viene generalmente ammessa per le travi ad arco, quando si procede al calcolo delle deformazioni per le prove di collaudo di un'opera eseguita. È anche noto che per le travi piene ad arco impiegate nella costruzione dei ponti e delle tettoie, per ogni punto dell'asse geometrico dell'arco, il raggio di curvatura è notevolmente grande rispetto all'altezza della sezione trasversale dell'arco stesso, talchè si può, con approssimazione sufficiente, considerare come elementi di trave rettilinea gli elementi Δs in cui l'arco viene scomposto, quando trattisi d'integrare approssimativamente le equazioni di elasticità.

Ammesse le semplificazioni ora ricordate, vogliamo colla presente Nota porre in rilievo che il calcolo delle quantità staticamente indeterminate per una trave piena rettilinea o ad arco, come pure il calcolo delle deformazioni per le prove di collaudo di una trave piena ad arco, possono ricondursi completamente ai calcoli analoghi relativi a travi reticolari.

Sia Δs (fig. 1) un elemento di trave piena ad asse rettilineo od anche curvilineo piano, purchè di piccola curvatura, per modo che l'elemento suddetto possa riguardarsi come rettilineo. Siano N ed M rispettivamente lo sforzo normale ed il momento flettente prodotti nella sezione trasversale S media dell'elemento considerato dalle forze esterne applicate alla porzione di trave che rimane da una parte della sezione suddetta, per es. a sinistra nel caso della figura; dello sforzo di taglio non occorre qui tener conto per le condizioni sopra poste.

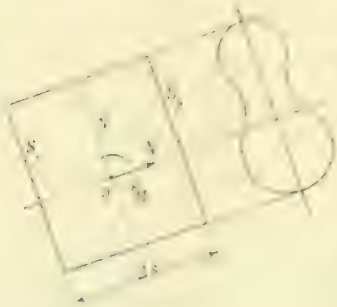


Fig. 1.

La dilatazione longitudinale $\epsilon\Delta s$ elastica e termica subìta dall'elemento di trave, e la rotazione $\Delta\theta$ della sezione S_1 rispetto alla S_1 sono notoriamente espresse dalle:

$$\epsilon\Delta s = -\frac{N\Delta s}{EF} + \alpha t\Delta s, \tag{1}$$

$$\Delta\theta = \frac{M\Delta s}{EI}, \tag{2}$$

nelle quali:

E = modulo di elasticità normale del materiale di cui è formata la trave,

α = coefficiente di dilatazione termica (id. id.),

t = numero di gradi di cui varia la temperatura,

F = area della sezione trasversale S,

I = momento d'inerzia della sezione S rispetto all'asse di flessione.

Ciò posto, siano $u_1 u_2$, $v_1 v_2$ (Fig. 2) gli assi geometrici di due aste di contorno di una travatura reticolare ideale (di cui

non importa qui considerare le aste di parete) aventi ciascuna per sezione $\frac{F}{2}$, e dello stesso materiale della trave data; le rette $u_1 u_2$, $v_1 v_2$ giacciano nel piano di sollecitazione, siano parallele all'asse geometrico dell'elemento di trave, e ne distino della quantità $\rho = \sqrt{\frac{I}{F}}$. Si ponga il polo dell'asta $u_1 u_2$ nel punto medio v dell'asta $v_1 v_2$, come se le aste di parete fossero $u_1 v$, $v u_2$, ed il polo dell'asta $v_1 v_2$ nel punto medio u dell'asta $u_1 u_2$, come se le aste di parete fossero $v_1 u$, $u v_2$; per tal modo gli sforzi nelle aste $u_1 u_2$, $v_1 v_2$ prodotti dalle stesse sollecitazioni N ed M del dato elemento di trave sono rispettivamente:

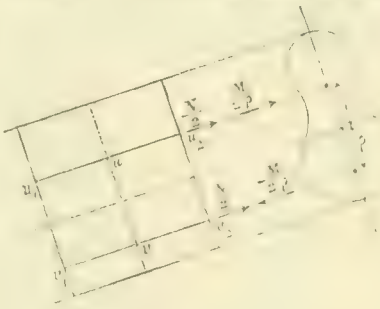


Fig. 10

$$-\frac{N}{2} - \frac{M}{2\rho}, \qquad -\frac{N}{2} + \frac{M}{2\rho},$$

e le deformazioni del pannello $u_1 v_1 v_2 u_2$ sono appunto quelle dell'elemento di trave. Infatti per lo sforzo normale N e per la variazione di temperatura i punti u_2 e v_2 si spostano rispetto ai punti u_1 e v_1, nella direzione dell'asse geometrico dell'elemento, della quantità

$$-\frac{\frac{N}{2}\Delta s}{E\frac{F}{2}} + \alpha t \Delta s = -\frac{N\Delta s}{EF} + \alpha t \Delta s = \epsilon \Delta s,$$

e per effetto del momento M la congiungente $u_2 v_2$ ruota rispetto alla $u_1 v_1$, intorno al suo punto di mezzo, dell'angolo

$$\frac{1}{\rho}\,\frac{\frac{M}{2}\Delta s}{E\frac{F}{2}} = \frac{M\Delta s}{EI} = \Delta\theta;$$

dal che si deduce che per la ricerca delle quantità staticamente

indeterminato, come pure per il calcolo delle deformazioni, quando trattisi di una trave ad arco (nel qual caso si può prescindere dalle deformazioni prodotte dal taglio), la trave piena può essere sostituita dalle aste di contorno della travatura ideale suddetta.

Esempio I. — La *linea d'influenza* della spinta orizzontale di un arco reticolare con cerniere d'imposta situate sull'asse x (Fig. 3), quando si prescinda dalle deformazioni delle aste di parete, è rappresentata, come è noto (1), da una poligonale avente i vertici sulle verticali dei montanti che trasmettono il carico all'arco, ed inscritta nel diagramma del momento flettente di una trave orizzontale semplicemente appoggiata ai suoi estremi, situati sulle verticali delle cerniere, sollecitata dai *pesi elastici* $w_m = \frac{s_m y_m}{r^2_m} \frac{F_0}{F_m}$, qualora si prenda per base di riduzione dei momenti la sommatoria $\sum s \frac{y^2_m}{r^2_m} \frac{F_0}{F_m}$; nelle quali espressioni:

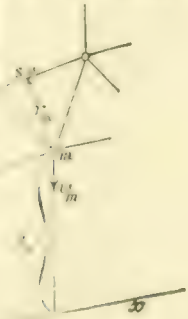


Fig. 3.

s_m = lunghezza dell'asta di contorno che ha per polo il nodo m,

r_m = distanza di m da s_m,

y_m = ordinata verticale del nodo m contata dall'asse x,

F_m = area della sezione trasversale dell'asta s_m,

F_0 = area arbitraria.

Orbene, se l'arco invece di essere reticolare è pieno, lo si divida in elementi Δs (Fig. 4) di uguale lunghezza, si segni per ciascuno di essi la sezione media e su di essa i punti u e v, ai quali si applicheranno i pesi elastici

(1) Cfr. H. F. B. Müller-Breslau, *Die graphische Statik der Baukonstruktionen*, Band II. Leipzig, 1892. — C. Guidi, *Lezioni sulla scienza delle costruzioni*, Parte IV. Torino, 1894.

$$\frac{\Delta s y_u}{4\rho^2}\,\frac{F_0}{\frac{F}{2}}, \qquad \frac{\Delta s y_v}{4\rho^2}\,\frac{F_0}{\frac{F}{2}} \quad \text{ossia} \quad \frac{\Delta s y_u}{2I}F_0, \quad \frac{\Delta s y_v}{2I}F_0,$$

e si disegni il diagramma del momento flettente per la trave orizzontale sopra detta, prendendo per base di riduzione la sommatoria $\sum \frac{\Delta s y^2}{2I} F_0$ estesa a tutte le coppie di punti u e v;

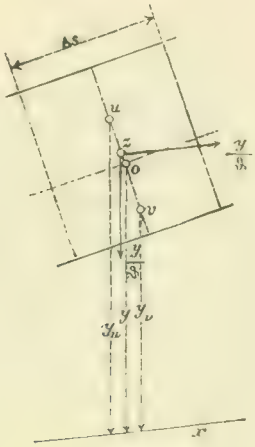


Fig. 4.

o, più semplicemente, si prendano per pesi elastici i termini $\frac{y_u}{\vartheta}$, $\frac{y_v}{\vartheta}$ e per base di riduzione la sommatoria $\sum \frac{y^2}{\vartheta}$, dove

$$\vartheta = \frac{I}{I_0} = \frac{I}{F_0 \rho^2_0} = \frac{\text{momento d'inerzia della sezione corrente dell'arco}}{\text{momento d'inerzia di una determinata sezione dell'arco}},$$

o, meglio ancora, si determini prima il baricentro z dei punti u e v affetti dai coefficienti $\frac{y_u}{\vartheta}$, $\frac{y_v}{\vartheta}$ (il che si riduce a dividere il segmento uv in parti inversamente proporzionali alle ordinate y_u ed y_v), si applichi a tale baricentro il peso elastico $\frac{y}{\vartheta}$ (dove $y = \frac{y_u + y_v}{2}$ = ordinata del baricentro o della sezione) e si prenda come base di riduzione dei momenti la somma-

toria $\sum \frac{y}{z} y_z$. Tali le operazioni grafiche, dopo aver determinati i baricentri z e calcolate le forze $\frac{y}{z}$, si riducono

a) a collegare le forze $\frac{y}{z}$, disposte parallelamente all'asse x con un poligono funicolare di distanza polare arbitraria λ, parallela all'asse x, in modo da ottenere sul detto asse, nel segmento compreso fra i lati estremi, la lunghezza ζ tale che

$$\sum \frac{y}{z} y_z = \lambda \zeta;$$

b) a collegare le stesse forze $\frac{y}{z}$, disposte verticalmente, con un secondo poligono funicolare di distanza polare orizzontale ζ. Le ordinate η della poligonale inscritta in questo secondo poligono funicolare, ed avente i vertici sulle verticali dei montanti che trasmettono il carico all'arco, lette sulla verticale del carico concentrato mobile P, e contate dalla corda (congiungente i punti d'intersezione dei lati estremi del secondo poligono funicolare colle verticali delle cerniere) risulteranno proporzionali alla spinta orizzontale H prodotta dal detto carico, e precisamente si avrà:

$$H = \frac{\eta}{\zeta} P,$$

e, se si rappresenta con λ un carico unitario ($P = 1$), la poligonale suddetta sarà senz'altro la linea d'influenza della H. Se l'arco è simmetrico si potranno evidentemente limitare le costruzioni grafiche ad una metà di esso; in tal caso, in luogo del segmento ζ si otterrà un segmento $\frac{\zeta}{2}$, e l'unità di carico resterà rappresentata da 2λ invece che da λ.

Questo metodo semplicissimo di costruire la linea d'influenza della H, che qui abbiamo dedotto da quello relativo alle travi reticolari, venne già da noi ricavato per altra via, trattando direttamente l'arco a parete piena (1).

(1) C. Guidi, *Lezioni* ecc., l. c.

Esempio 2°. — Sia R_A la reazione d'imposta sinistra (Fig. 5) di un arco reticolare sollecitato al vertice da un carico concentrato unitario: se ai diversi nodi della metà sinistra della travatura si applicano i pesi elastici verticali

$$w_m = -\frac{\Delta s_m}{r_m} = -\frac{H}{EF_0}\frac{y_m}{r^2_m} s_m \frac{F_0}{F_m},$$

$$w_{m+1} = +\frac{\Delta s_{m+1}}{r_{m+1}} = -\frac{H}{EF_0}\frac{y_{m+1}}{r^2_{m+1}} s_{m+1} \frac{F_0}{F_{m+1}},$$

ed altrettanto si fa per la metà destra, e si collegano queste forze con un poligono funicolare di distanza polare unitaria, le ordinate di tale poligono contate dalla corda che passa per gli estremi rappresentano, come è noto, gli abbassamenti dei varii nodi per la data condizione di carico, qualora venga trascurata la deformazione delle aste di parete.

Similmente, se per un arco a parete piena e per la stessa condizione di carico si applicano alle coppie di punti u e v

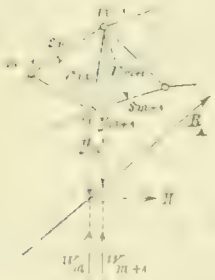


Fig. 5.

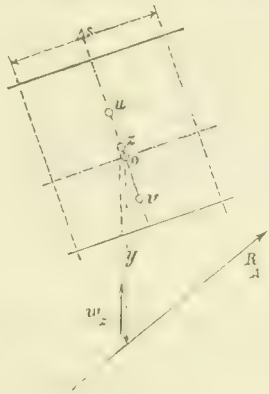


Fig. 6.

delle sezioni medie dei varii elementi Δs (Fig. 6) i pesi elastici verticali:

$$w_u = -\frac{H}{EF_0}\frac{y_u}{4\rho^2}\Delta s \frac{F_0}{\frac{F}{2}} = -\frac{H\Delta s}{2EI_0}\frac{y_u}{\xi},$$

$$w_v = -\frac{H\Delta s}{2EI_0}\frac{y_v}{\xi},$$

le medie aritmetiche delle ordinate del corrispondente poligono funicolare situate sulle verticali dei punti u e v, ossia le ordinate sulle verticali dei baricentri o delle sezioni medie dei varii elementi daranno gli abbassamenti dei baricentri suddetti. Allo stesso risultato si giunge più semplicemente applicando ai baricentri o dei punti u e v affetti dai coefficienti $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ i pesi elastici verticali

$$w = -\frac{y}{2}.$$

(dove $y = \frac{y_u + y_v}{2}$ = ordinata verticale del baricentro o della sezione media dell'elemento Δs, contata dalla R_A) e connettendoli con un poligono funicolare di distanza polare $\frac{\mathrm{EI}_0}{\mathrm{H}\Delta s}$, od una frazione soltanto di questo valore onde ottenere gli abbassamenti in iscala maggiore di quella delle ascisse.

Se l'arco è simmetrico, si può naturalmente limitare la costruzione grafica soltanto ad una metà di esso.

Il poligono funicolare così costruito rappresenta il *poligono di deformazione* dell'asse geometrico dell'arco per la data condizione di carico, od anche, per il teorema di Maxwell, la *linea d'influenza* dell'abbassamento del vertice dell'arco.

Sulle perturbazioni prodotte dai piccoli pianeti;

Nota di GUSTAVO RAVENÉ.

§ 1. Considerazioni generali. — Uno dei problemi della Meccanica Celeste il quale col tempo esigerà una considerevole attenzione è quello delle ineguaglianze nei movimenti dei grandi pianeti dovute alla forza perturbatrice dei pianeti minori. L'importanza di questo effetto non è generalmente riconosciuta al

giorno d'oggi, di fatti l'opinione prevalente è che l'azione dei piccoli pianeti possa essere completamente trascurata, poichè fino ad ora le misure fotometriche paiono indicare che i loro diametri, quindi anche la loro massa totale e le perturbazioni resultanti, sieno delle quantità troppo piccole per potersi prendere in considerazione.

Dietro le ultime ricerche questa opinione non può più essere mantenuta. Prima di tutto noi abbiamo l'evidenza prodotta dalle misure micrometriche fatte da Barnard (1) al grande equatoriale dell'osservatorio di Lick, secondo le quali il solo pianeta Cerere ① ha un diametro uguale, se non maggiore, di quello che finora si supponeva essere il diametro di tutti i piccoli pianeti concentrati in un corpo solo.

Ecco i risultati di quelle misure micrometriche:

Diametro di	Cerere	①	485	miglia inglesi	= 780	km
„	Pallade	②	304	„ „	= 489	„
„	Giunone	③	118	„ „	= 190	„
„	Vesta	④	243	„ „	= 391	„

In secondo luogo noi abbiamo i risultati delle ricerche fatte dal Prof. Newcomb (2), dai quali appare evidente che nel movimento del perielio del pianeta Marte esista una variazione secolare non spiegata dalla teoria. Tenendo conto dell'attrazione di tutti i pianeti maggiori, non basta quest'attrazione a rappresentare i luoghi osservati di Marte, e quindi rimangono soltanto due ipotesi, o che la legge di gravitazione universale non basta a spiegare tutti i fenomeni presentati dal movimento planetario, o che esistono delle influenze perturbanti non considerate nella teoria e nel calcolo. Quest'ultimo modo di considerazione è il più naturale e meno ripugnante dei due, perchè finora, i fatti sono troppo in favore dell'esattezza della legge di gravitazione formulata da Newton.

---

(1) " Monthly Notices „ (LVI, n. 2, 1895).

(2) Newcomb S., *The Elements of the four inner Planets and the fundamental constants of Astronomy.* Washington, 1895.

A prima vista è naturale e giustificato di attribuire questa perturbazione non spiegata nel perielio di Marte all'azione perturbante dei piccoli pianeti. I calcoli relativi a quest'ipotesi furono fatti da me ed indipendentemente dal prof. Harzer, Direttore dell'Osservatorio di Gotha.

Il prof. Harzer nella sua estesa memoria " Die säcularen Veränderungen der Bahnen der grossen Planeten " (Leipzig 1890) deduce la massa di un pianeta " fittizio " posto fra le orbite di Marte e di Giove, supponendo che questo corpo muova in un'orbita circolare nel piano dell'eclittica. Egli arriva al risultato che la massa di questo pianeta ipotetico sia circa una volta e mezzo più grande della massa di Marte, e considera questo valore come molto probabile, nonostante che sia enormemente più grande di qualsiasi valore finora dedotto.

Parecchi anni prima che uscisse la citata memoria di Harzer mi occupai di simili ricerche sulle variazioni secolari degli elementi dei pianeti maggiori, e non soddisfatto di una prima approssimazione del calcolo delle perturbazioni prodotte dai piccoli pianeti, ho fatto uno studio approfondito della distribuzione di essi, e nella teoria di queste perturbazioni ho spinto il calcolo numerico fino agli ordini superiori di approssimazione, prendendo come metodo di calcolo quello più esatto finora proposto.

§ 2. L'evidenza statistica del sistema dei pianeti minori. — L'evidenza statistica mostra che i minori pianeti sono distribuiti in un certo numero di zone concentriche, la più gran parte però occupando soltanto due di queste zone. Indubitatamente i piccoli pianeti scoperti finora sono soltanto una parte dei corpi esistenti tra le orbite di Marte e di Giove, ma è estremamente probabile, e dalle considerazioni teoriche quasi certo, che i rimanenti saranno distribuiti conforme alla medesima legge della distribuzione per zone (1).

L'evidenza statistica da un risultato certo in quanto alla regolarità della distribuzione delle distanze, ma nessuna rego-

(1) Vedasi su questo argomento: Tisserand, *Traité de Mécanique céleste*. Tome IV, chapitre XXV, p. 417 etc. — Kirkwood, *The Asteroids*.

larità si trova nella distribuzione di due elementi orbitali molto importanti: la longitudine del nodo ascendente e l'inclinazione sul piano dell'eclittica. Qui le inclinazioni variano da pochi minuti a 35°, e per quanto riguarda i nodi, è quasi impossibile di trovare un valore medio.

Impiegando un metodo simile a quello adoperato da Svedstrup (1), io ho dedotto un sistema di elementi per l'orbita media dei piccoli pianeti, ma i resultati non si possono dire conclusivi, anzi io ho l'opinione che questo problema sarà risolto in un modo affatto diverso per ogni zona dei minori pianeti; di questo metodo e dei risultati spero presto di dare un'esposizione in una estesa memoria.

La grande varietà nella distribuzione delle inclinazioni rende difficile l'arrivare a dei risultati medii, ma in questo caso noi abbiamo almeno un criterio col quale possiamo formarci un giudizio. Si può mostrare colla teoria, e questo fu fatto da Leverrier (2), che nella zona occupata dai piccoli pianeti le attrazioni dei pianeti maggiori, in modo cospicuo Giove, producono considerevoli variazioni secolari nelle inclinazioni: e mentre nel caso dei pianeti principali le variazioni delle inclinazioni sono confinate entro limiti vicini, nel caso dei pianeti minori l'inclinazione massima può eccedere anche la più grande finora conosciuta cioè 35°. Dietro queste considerazioni io venni alla conclusione che l'inclinazione media possa essere compresa tra 6°—8°, i valori più grandi essendo casi eccezionali. La variazione secolare può produrre un massimo di 15° circa, e un minimo di 0°. In ogni caso però, l'orbita media dei piccoli pianeti non è, nè può essere nel piano dell'eclittica, e qualunque supposizione di questo genere introdotta nel calcolo delle perturbazioni è erronea.

Le medesime considerazioni possono applicarsi alle eccentricità delle orbite dei piccoli pianeti. Il valore più probabile per un'eccentricità media è 0,15.

Quando noi studiamo statisticamente la distribuzione dei

(1) Svedstrup, *Les petites planètes entre Mars et Jupiter*, " Astronomische Nachrichten ", Band 115, N. 2740-41.

(2) " Annales de l'Observatoire de Paris " (Mém.), T. II, Add. III.

perielii, noi incontriamo subito una singolare regolarità, poichè essi per lo più sono entro i limiti del quarto e del primo quadrante. Questo è un fatto molto importante nella teoria delle perturbazioni secolari del perielio e dell'eccentricità, le quali dipendono in prima linea dalle masse, dalle distanze, e poi principalmente dalle differenze tra il perielio del corpo perturbato ed i perielii dei corpi perturbanti.

Ecco i risultati di questo studio statistico degli elementi dei piccoli pianeti contenuti nel *Berliner Astronomisches Jahrbuch 1897*.

Longitudine del Perielio	48° 6′
Longitudine del nodo ascendente .	150° 0′
Inclinazione sull'eclittica	6° 0′
Eccentricità	0.15
Logaritmo della distanza media . .	0.431500.

§ 3. **Derivazione della massa complessiva dei piccoli pianeti.** — Supponendo l'intera massa dei piccoli pianeti distribuita in un anello ellittico avente gli elementi sopra dati, si può calcolare le perturbazioni secolari che essi esercitano su gli elementi degli altri pianeti per mezzo del metodo di Gauss, il quale metodo è il più rigoroso finora inventato pei calcoli numerici della Meccanica celeste. La teoria di questo metodo è data da Gauss nella sua Memoria: *Determinatio attractionis quam in punctum quadris positionis datae exerceret planeta si ejus massa per totam orbitam ratione temporis quo singulae partes describuntur uniformiter esset dispertita* (1). L'esposizione pratica si trova nella Memoria di Hill: *On Gauss's Method of computing secular perturbations* (2).

Corrispondentemente ai dati numerici fondamentali, io trovai per tutti i piccoli pianeti una massa di circa $^1/_{[illegible]}$ di quella della Terra, o, espressa nel modo usuale, di circa $^1/_{[illegible]}$ della massa del Sole.

(1) Gauss, *Werke*, Band III, s. 331.
(2) *Astronomical Papers of the American Ephemeris*, Vol. I.

Questo valore è considerevolmente in eccesso su quello che risulterebbe dalle misure fotometriche, ma esso sembra essere in armonia coll'osservazione; per riassumerlo, essendo 500 i piccoli pianeti finora scoperti; il medio diametro di un pianeta minore si trova essere circa 200 km, un valore che corrisponderebbe all'ultima determinazione del diametro di Giunone (3). In questa determinazione noi supponiamo la densità del pianeta eguale a quella della Terra.

È molto probabile tuttavia che la gran maggioranza dei piccoli pianeti sieno molto più piccoli di Giunone (1).

§ 4. Considerazioni analitiche sulle perturbazioni secolari. — Siano:

$\bar{\omega}$ la longitudine del perielio di Marte
e l'eccentricità dell'orbita „
a il semi-asse maggiore „
n movimento medio annuo „
ω' la longitudine del perielio di un corpo perturbatore
e' l'eccentricità dell'orbita „ „ „
a' il semi-asse maggiore „ „ „
m' la massa del corpo perturbatore.

La variazione del perielio è data dalla formola fondamentale:

$$\delta\bar{\omega} = m'na\frac{\sqrt{1-e^2}}{e}\cdot\frac{\partial\Omega}{\partial e}$$

nella quale Ω è la funzione perturbatrice. Noi abbiamo per Ω, ritenendo soltanto termini di primo e secondo ordine (2)

(1) Che si sia vicini ormai ad esaurire il numero dei piccoli pianeti conosciuti, è provato dal fatto che sulle fotografie di Wolf a Heidelberg e di Charlois a Nizza, i pianeti già noti figurano in numero assai maggiore che quelli di nuova scoperta.

(2) " Annales de l'Observatoire de Paris „ (Mém.), T. II, chap. IX.

$$\Omega = \frac{1}{2}\,A(0) + \frac{1}{4}\,(e^2 + e'^2)\left\{a\,\frac{\partial A(0)}{\partial a} + \frac{1}{2}\,a^2\,\frac{\partial^2 A(0)}{\partial a^2}\right\}$$

$$+ \frac{1}{2}\left(A(1) - a\,\frac{\partial A(1)}{\partial a} - \frac{1}{2}\,a^2\,\frac{\partial^2 A(1)}{\partial a^2}\right) ee'\cos(\overline{\omega}' - \overline{\omega})$$

In questa espressione, gli A sono i coefficienti nella serie

$$\{a^2 + a'^2 - 2aa'\cos(a, a')\}^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\sum_{-\infty}^{+\infty} A(i)\cos i(a, a')\,,$$

e dalle note relazioni fra questi coefficienti ed i coefficienti $\alpha(i)$ di Laplace, si ha

$$a'\left\{a\,\frac{\partial A(0)}{\partial a} + \frac{1}{2}\,a^2\,\frac{\partial^2 A}{\partial a^2}\right\} = \alpha\,\frac{db(0)}{d\alpha} - \frac{1}{2}\,\alpha^2\,\frac{d^2 b(0)}{d\alpha^2}$$

$$a'\left\{A(1) - a\,\frac{\partial A(1)}{\partial a} - \frac{1}{2}\,a^2\,\frac{\partial^2 A(1)}{\partial a^2}\right\} = b(1) - \alpha\,\frac{db(1)}{d\alpha} - \frac{1}{2}\,\alpha^2\,\frac{d^2 b(1)}{d\alpha^2} \tag{I}$$

Per calcolare i $b(0)$ e $b(1)$ si può far uso delle serie date dal Leverrier, cioè

$$\frac{1}{2}\,b(0) = 1 + \left\{\frac{1}{2}\right\}^2\alpha^2 + \left\{\frac{1.3}{2.4}\right\}^2\alpha^4 + \ldots + \left\{\frac{1.3\ldots(2i-1)}{2.4\ldots 2i}\right\}^2\alpha^{2i} + \ldots$$

$$b(1) = \alpha\left\{1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\,\alpha^2 + \ldots\,\frac{1.3\ldots(2i-1)}{2.4\ldots 2i}\cdot\frac{3.5\ldots(2i+1)}{4.6\ldots(2i+2)}\,\alpha^{2i+1} + \ldots\right\}$$

Introducendo queste serie nelle espressioni (I), si trova

$$a'\Omega = \frac{1}{2}\,A(0)$$

$$+ \frac{3}{8}\,\alpha^2\left[1 + \frac{3}{2}\cdot\frac{5}{4}\,\alpha^2 + \ldots\,\frac{3.5\ldots(2i+1)}{2.4\ldots 2i}\cdot\frac{5.7\ldots(2i+3)}{4.6\ldots(2i+2)}\,\alpha^{2i} + \ldots\right](e^2 + e'^2)$$

$$- \frac{1}{2}\cdot\frac{3.5}{2.4}\,\alpha^3\left[1 + \frac{3}{2}\cdot\frac{7}{6}\,\alpha^2 + \ldots\,\frac{3.5\ldots(2i+1)}{2.4\ldots 2i}\cdot\frac{7.9\ldots(2i+5)}{6.8\ldots(2i+4)}\,\alpha^{2i} + \ldots\right] ee'\cos(\overline{\omega}' - \ldots)$$

Differenziando in riguardo ad α, ed introducendo nella equazione per $\delta\overline{\omega}$, si avrà, notando che $\alpha = \frac{a}{a'}$:

$$\delta\omega = m' n \left\{ \left[\frac{3}{4}\alpha^3 \left(1 + \frac{3}{2}\cdot\frac{5}{4}\alpha^2 + \ldots \frac{3.5\ldots(2i-1)}{2.4\ldots 2i} \cdot \frac{5.7\ldots(2i+3)}{4.6\ldots(2i+4)}\alpha^{2i} \ldots\right)\right] \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}\cdot\frac{3.5}{2.4}\alpha^4\left(1 + \frac{3}{2}\cdot\frac{7}{6}\alpha^2 + \ldots \frac{3.5\ldots(2i+1)}{2.4\ldots 2i} \cdot \frac{7.9\ldots(2i+5)}{6.8\ldots(2i+4)}\alpha^{2i} + \ldots\right)\frac{e'}{e}\cos(\overline{\omega}' - \overline{\omega})\right\}$$

Questa espressione dipende soltanto dalla differenza di ω' e ω, e dall'eccentricità e dalla relazione fra le distanze medie.

Quando il valore di $\alpha = \frac{1}{2}$, o sia molto vicino a questo valore, le serie sopra date non sono convenienti per il calcolo numerico, e conviene far uso dei coefficienti $b_{\frac{n}{2}}^{(i)}$ determinati dalle tavole degli integrali ellittici o ritornando a formole ben cono-

---

Nota. — Volendo spingere il calcolo ai termini superiori, conviene esprimere i coefficienti $b(i)$ per mezzo degli integrali ellittici e di far uso della serie ipergeometrica di Gauss.

Noi abbiamo

$$(1 + \alpha^2 - 2\alpha\cos\Psi)^{-\frac{n}{2}} = \frac{1}{2}b(0) + b(1)\cos\Psi + b(2)\cos 2\Psi + \ldots\ldots$$

Moltiplicando per $d\Psi$, ed integrando fra 0 e 2π, si trova

$$b\left(i, \frac{n}{2}\right) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\cos i\Psi\, d\Psi}{(1 + \alpha^2 - 2\alpha\cos\Psi)^{\frac{n}{2}}} = \frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\cos i\Psi\, d\Psi}{[(1 + \alpha)^2\cos^2\Psi + (1 - \alpha)^2\operatorname{sen}^2\Psi]^{\frac{1}{2}}}.$$

Per $i = 0$, $n = 1$, l'espressione diventa il medio aritmetico-geometrico

$$\frac{\pi}{\mu(1 + \alpha, 1 - \alpha)}.$$

Le altre espressioni sono poi date da $b\left(0, \frac{n}{2}\right)p_i$! dove p_i è determinato dalla serie ipergeometrica.

scritte dalle relazioni date da Laplace (1) introducendo i coefficienti $b^{(0)}_{-\frac{1}{2}}$ e $b^{(1)}_{-\frac{1}{2}}$.

Dalla *Mécanique Céleste* (Liv. II. chap. VIII. § 55, 58), noi abbiamo

$$(0.1) = -\frac{3\alpha m' n\, b^{(0)}_{-\frac{1}{2}}}{4(1-\alpha^2)^2}.$$

$$\left[\overline{0.1}\right] = -\frac{3\alpha m' n\left[(1+\alpha^2) b^{(1)}_{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\alpha b^{(0)}_{-\frac{1}{2}}\right]}{2(1-\alpha^2)^2}$$

$$\delta\omega = (0.1) - \left[\overline{0.1}\right]\frac{e'}{e}\cos(\overline{\omega}' - \overline{\ }).$$

Ponendo

$$z(0) = -\frac{3}{4(1-\alpha^2)^2}$$

$$z(1) = -\frac{3}{4(1-\alpha^2)^2}$$

$$\begin{aligned}
\beta(0) &= z(0)\, b(0) \\
\beta(1) &= z(1)\, b(1) \\
\Phi(m') &= \beta(1)\, n \\
\Psi(m') &= \beta(0)\, n
\end{aligned}$$

si ha

$$\delta\overline{\omega} = m'\left\{\Phi(m') - \Psi(m')\frac{e'}{e}\cos(\overline{\omega}' - \overline{\omega})\right\}.$$

Il coefficiente $b(1)$ è identico col coefficiente $\alpha^2 b^{(1)}_{-\frac{1}{2}}$, il coefficiente $b^{(0)}$ però è dato dalla relazione

$$b(0)' = \left\{(1+\alpha^2) b^{(1)}_{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} a b^{(0)}_{-\frac{1}{2}}\right\}\alpha.$$

(1) Laplace, *Œuvres*, I, p. 296, 319 sc. 333.

Per determinarli abbiamo le serie, notate in logaritmi

$$b(0) = -\alpha^4 \left| \begin{array}{l} 0.625 - [9.1938200]\alpha^2 - [8.3876400]\alpha^4 \\ \quad - [7.9317080]\alpha^6 - [7.6026493]\alpha^8 \\ \quad - [7.3430119]\alpha^{10} - [7.1278964]\alpha^{12} \\ \quad - [6.9439800]\alpha^{14} - [6.7832222]\alpha^{16} \\ \quad - \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right.$$

$$b(1) = -\alpha^3 \left| \begin{array}{l} 1 - [9.0969100]\alpha^2 - [8.1938200]\alpha^4 \\ \quad - [7.6886700]\alpha^6 - [7.3296480]\alpha^8 \\ \quad - [7.0498073]\alpha^{10} - [6.8201332]\alpha^{12} \\ \quad - [6.6252212]\alpha^{14} - [6.4558633]\alpha^{16} \\ \quad - \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right.$$

§ 4. **Parte numerica.** — Procediamo ora nel calcolo numerico e per questo proposito assegneremo differenti valori alla differenza $\omega' - \omega$), assumendo $e' = 0.15$. Il valore di δ_ω essendo conosciuto dietro le investigazioni di Newcomb, noi possiamo determinare il valore di m'.

Come costanti numerici fondamentali noi adoperiamo i seguenti elementi:

Marte (Epoca 1850.0)	Pianeta ipotetico
$\bar{\omega} = 333^\circ\, 17'\, 53$	
$e = 0.093261$	$e' = 0.15$
$\log a = 0.182893$	$\log a' = 0.431500$
$n = 689050''.80$	

$$\delta\bar{\omega} = +\, 5''.55 \text{ in un secolo}$$

Prima facciamo la supposizione che e' svanisca, cioè che il

piccolo pianeta sia situato in un'orbita circolare, in questo caso noi troviamo il valore della massa collettiva essere

$$m' = 1 \div 3{,}448{,}000$$

un poco più piccolo della massa di Marte, la quale è:

$$m' = 1 \div 3{,}090{,}000.$$

Nella tavola seguente sono dati tutti i valori di m' corrispondenti al valore $e = 0.15$, e a un dato valore di $\varpi' - \varpi$ da 0° a 180°.

$\varpi' - \varpi$	ϖ'	
0°	333° 17	1 ÷ negativo
10	343 18	-
20	353 18	-
30	3 18	1 ÷ 212,130
40	13 18	1 ÷ 585,770
50	23 18	1 ÷ 1,046,400
60	33 18	1 ÷ 1,580,100
70	43 18	1 ÷ 2,170,400
80	53 18	1 ÷ 2,799,600
90	63 18	1 ÷ 3,448,500
100	73 18	1 ÷ 4,097,500
110	83 18	1 ÷ 4,726,700
120	93 18	1 ÷ 5,317,000
130	103 18	1 ÷ 5,850,700
140	113 18	1 ÷ 6,311,400
150	123 18	1 ÷ 6,685,000
160	133 18	1 ÷ 6,960,300
170	143 18	1 ÷ 7,129,000
180	153 18	1 ÷ 7,185,600

L'ispezione della tavola data mostra evidentemente che la

longitudine del perielio dell'orbita media del pianeta minore deve trovarsi nel 1° o 2° quadrante, e così si trova essere in armonia col valore medio ricavato dall'evidenza statistica, la quale assegna per ϖ' il valore 18° 6'; ma ancora più chiaramente ci dimostra che il valore di m' non può essere ben determinato senza un accurato valore di ϖ'.

È vero che i perielii dei piccoli pianeti sono situati quasi tutti entro limiti del tutto vicini, per cui è permesso dire che $(\varpi' - \varpi)$ cade entro i limiti $+ 30°$ e $+ 130°$, ma entro questi limiti la massa degli asteroidi può assumere tutti i valori da $1 - 212.000$ (cioè a dire, una volta e mezza la massa della Terra!) e $1 + 5.850.070$, circa due terzi la massa di Marte. Se noi spingiamo l'approssimazione oltre il primo ordine della eccentricità, il valore di m' diventa di più in più ben definito ed anche più piccolo, ma la quantità del lavoro sarebbe in questo caso intieramente fuori della proporzione della certezza del risultato.

Dato un valore di ϖ' e di e' noi possiamo calcolare rigorosamente col metodo di Gauss il valore di m', ciò che ho fatto nel mio lavoro pubblicato nelle " Memorie degli Spettroscopisti " (1), e vedendo che dai risultati sopra dati si può concludere che il metodo superiormente dato — in principio identico con quello adoperato da Harzer — non possa dare dei risultati certi, mi credo giustificato in assumere che la massa totale dei piccoli pianeti sia molto minore del valore dato dal prof. Harzer, e che il valore $\frac{1}{11}$ della massa terrestre, da me calcolato, si possa ritenere più attendibile, oltre trovarsi in armonia colle osservazioni.

(1) Vol. XXV, n. 2.

Relazione sulla Memoria del Dott. Ing. Leo Lombardi, avente per titolo:

Ricerche sulle sostanze diamagnetiche o debolmente magnetiche.

Le ricerche, che formano l'oggetto della Memoria presentata dall'Ing. Lombardi, hanno essenzialmente lo scopo di completare quelle di molti altri sperimentatori, estendendosi ad un numero notevole di corpi diamagnetici solidi, per cui la misura assoluta della costante diamagnetica non era ancora stata eseguita, e mettendo in chiaro per questi, e per alcune soluzioni magnetiche di sali puri di ferro, l'invariabilità del coefficiente di magnetizzazione fra limiti larghi di forza magnetizzante, e l'assenza di fenomeni analoghi a quelli d'isteresi magnetica. L'Autore premette un cenno sommario dei metodi principali finora adoperati ed escogitati per misure diamagnetiche; e, scartati quelli ove intervengono azioni a distanza dei corpi polarizzati, o variazioni di induzione magnetica, per la esiguità delle grandezze da misurare, egli dà la preferenza ai metodi fondati sull'azione di campi non uniformi. L'azione di campi uniformi non è inaccessibile alle misure coi mezzi ordinari di osservazione: ma può essere completamente mascherata da azioni dovute ad inomogeneità di campo, difficilmente evitabili. Dei metodi ove misuransi le forze che i corpi diamagnetici o debolmente magnetici subiscono in campo non uniforme, sono realizzabili colla massima approssimazione quelli dove la distribuzione della forza magnetica può essere esattamente calcolata, generandosi mediante spirali di forma determinata: quindi il Lombardi preferisce i metodi di Boltzmann a quelli di Rowland e Stefan, dove la forma del campo è definita mediante una funzione, i cui coefficienti richiedono la determinazione sperimen-

tale. E siccome l'azione di due spirali eguali e opposte sopra un cilindro diamagnetico, sospeso col centro nel punto di mezzo della linea dei loro assi, è troppo esigua per permettere la misura assoluta della costante diamagnetica con spirali di dimensioni ordinarie; e la misura dei momenti che una spirale esercita sopra un cilindro diamagnetico, sospeso col centro sull'asse di essa in un punto esterno, può essere complicata da momenti dovuti a cause secondarie, così egli adotta solamente i due altri metodi proposti da Boltzmann. Dalla misura della forza esercitata da una spirale su un cilindro diamagnetico o debolmente magnetico, sospeso coassialmente col suo centro nel piano frontale di essa, egli deduce i valori assoluti dei coefficienti di magnetizzazione; i momenti che subiscono cilindri analoghi, sospesi al centro di spirali di lunghezza limitata, gli servono alla misura relativa tra limiti molto ampii di variazione della forza (alcune decine e alcune migliaia di unità), e pei liquidi di costante notevole gli servono anche a verificare l'indipendenza della magnetizzazione dai valori precedenti della forza. Pei corpi di costante più esigua egli modifica il metodo mediante l'impiego di elettromagneti, per conseguire una conveniente sensibilità, senza introdurre nel campo le parti estranee della sospensione; rileva però con cura la variazione ciclica della forza quando varia la eccitazione, e mostra che quella e questa non sono in genere proporzionali, e che la trascuranza di tal misura già condusse ad una falsa interpretazione di fenomeni attribuiti ad isteresi diamagnetica. Nelle sue ricerche l'Autore contraddice a misure recenti, che misero in dubbio l'invariabilità del coefficiente di magnetizzazione per forze molto esigue, assoggettando sostanze diamagnetiche e debolmente magnetiche all'azione del campo generato da due spirali contigue opposte, l'intensità del quale è nulla al punto medio, ed agli estremi dello spazio, in cui i cilindri da esaminare si muovono, non supera alcune unità. Parimenti egli esclude che il comportamento di queste sostanze varii sensibilmente sotto l'azione di forze rapidamente alternanti, confrontando i momenti esercitati da un sistema di spirali percorso da corrente continua e da corrente alternata di frequenza ordinaria. Egli aggiunge finalmente una breve nota sui momenti subìti da elissoidi fortemente magnetici in un campo uniforme, la cui misura speri-

mentale conferma le deduzioni dalla teoria della polarizzazione magnetica, e serve di complemento allo studio dei fenomeni di polarizzazione in un campo elettrostatico uniforme.

Questo rapido tanto del poderoso lavoro del Lombardi basta a far vedere quanta copia di utili risultati esso contenga. I vostri commissari ritengono che il lavoro sia veramente importante e propongono che esso venga letto davanti alla Classe.

G. Ferraris, *Relatore.*
A. Naccari.

L'Accademico Segretario
Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 6 Dicembre 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: CLARETTA, Direttore della Classe, PLYRON, ROSSI, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, PEZZI, NANI, CIPOLLA, BRUSA, PERRERO, ALLIEVO e FERRERO Segretario.

Il Presidente presenta il volume: " *Il Montenegro da relazioni dei provveditori veneti (1687-1735)* ", stampato per ordine di S. M. il Re in occasione delle nozze di S. A. R. il Principe di Napoli con S. A. la Principessa Elena di Montenegro.

La Classe accoglie con gratitudine il dono dell'Augusto Sovrano.

Offre poi, a nome dell'autore, il Prof. Giacomo LAVIOSA dell'Università di Parma, la parte I. dell'opera: " *La filosofia scientifica del diritto in Inghilterra* " (Torino, 1897).

Il Socio Segretario presenta un opuscolo, mandato in dono dall'autrice, la signora Romea BROZZI: " *Linati e le sue opere. Memorie autobiografiche del Conte e Senatore Filippo Linati e compendiosa rassegna de' suoi scritti* " (Parma, 1896).

Il Direttore della Classe CLARETTA offre a nome dell'au-

tore, Dott. Eugenio Casanova, un opuscolo: " *Trattato del comune di San Gimignano con Clemente IV dopo Benevento* " (Castelfiorentino, 1896).

Il Socio Cipolla legge una nota del Dott. P. D. Giuseppe Borrito: " *Albigesi a Genova nel secolo XIII* " ed un'altra nota del Dott. Arturo Segre: " *Una questione tra Carlo III, duca di Savoia, e don Ferrante Gonzaga, luogotenente imperiale in Italia nel 1559* ". Queste note sono pubblicate negli *Atti* accademici

LETTURE

Albigesi a Genova nel secolo XIII;

Nota del Dott. P. D. GIUSEPPE BOFFITO.

Il Semeria (1) a più riprese afferma che le sètte eretiche non fecero mai seguaci a Genova. Appena un'eccezione egli fa per un certo maestro Luchino *sospetto o convinto di società coi Patareni*. Ma anche così, la sua asserzione ha tutta l'aria di non esser vera, chi ha un po' di pratica dei moti ereticali dei tempi andati, segnatamente del secolo XIII: che sia poi apertamente falsa, rilevo da due nuovi documenti che mi son venuti alle mani e da un fatto a cui pure accenna il medesimo Semeria.

Il documento più antico risale al 12 ottobre del 1221, all'anno che abbraccia quasi tutta la terza legazione del cardinal Ugolino d'Ostia, illustrata ormai dal compianto Guido Levi, come meglio non si potrebbe, con la pubblicazione del registro stesso legatizio (2). Ma nell'opera del Levi manca il documento cui alludo e che proviene dall'archivio di S. Lorenzo (P. A. f° 121, P. B. f° 38). Di lì lo trascrisse nelle sue Miscellanee mss. (t. V, p. 431 e segg.), non ultima ricchezza della biblioteca civica di Genova, quel valentissimo orientalista genovese del secolo scorso che fu Bernardo Poch (3). A me che attendevo a uno studio sull'eresia in Piemonte, fu comunicato dalla cortesia somma del

(1) *Storia ecclesiastica di Genova e della Liguria*, Torino, 1838, pp. 29 sgg. Altri storici genovesi son qui d'accordo col Semeria (M. Rosi, *La Riforma religiosa in Liguria*, in " Atti della Società ligure di Storia patria ", XXIV, 555 segg.

(2) *Registro dei cardinali Ugolino d'Ostia e Ottaviano degli Ubaldini*, Roma, Senato, 1899. Costituisce uno dei volumi editi fra le " Fonti per la storia d'Italia ", che va pubblicando l'Istituto Storico italiano.

(3) Qualche notizia di lui dà il Labouderie in *Biografia Universale* vol. XLV, p. 23, Venezia, Missiaglia, 1828.

comm. Cornelio Desimoni, a cui m'è caro, mentre m'esalto in me stesso a considerarlo come una gloria di Gavi, mio paese natale, esprimere pure pubblicamente tutta la mia riconoscenza.

Il 28 settembre del 1221 il pontificio e imperial legato Ugolino (che già aveva percorsa la Toscana e l'Emilia ed aveva toccata la Lombardia, si trovava a Piacenza in compagnia, tra gli altri, di Pietro Buronio, vescovo di Tortona fin dall'anno antecedente (1). Di là probabilmente fu questi destinato dal cardinale, qual suo ambasciatore, alla città di Genova, oltrechè a quelle di Albenga e di Savona. Non sappiamo a che approdasse l'opera di Pietro in queste ultime città; ma di ciò che avvenne a Genova ci dà minuto conto il nostro documento. Forse non furon soltanto i troppi affari (2) che indussero il cardinale ad affidare a un altro una parte della sua missione, ma anche la speranza che i genovesi, trovati da lui con dodici dì anni avanti nella prima sua legazione in Lombardia (1216-1219) (3), non avrebbero opposto alcuna resistenza a un suo delegato. In questo però la sua solita perspicacia doveva andar fallita.

La missione vescovile non poteva certo che esser conforme nello scopo alla legazione cardinalizia: doveva cioè bandire la crociata, compponendo anzi tutto ogni discordia; tutelare i privilegi della Chiesa ed estirpare l'eresia, a norma delle decisioni del Concilio Lateranense IV, confermate da Federico II. Quest'imperatore che sempre, anche quando era già sceso a aperta lotta con la Chiesa, si mostrò spietato cogli eretici (4), aveva intimato con una costituzione del 1220 la pena della confisca ai Catari, ai Patareni, ai Leonisti e ad ogni altra sorta d'ere-

(1) G. Levi, Op. cit., p. 96.

(2) " Quampluribus negotiis praepediti „ egli dice nella sua lettera.

(3) Ogerius Panis, *Annales* in *M. G. H. Script.*, XVIII, 138. " In mense " Madii (1217) venit in civitate Janue Hostiensis et Vellitrensis episcopus, " cardinalis legatus domini pape Honorii qui de pace inter nos et Pisanos " monuit; et habito consilio iuravit potestas stare mandatis ipsius car- " dinalis „.

(4) I. Havet, *L'hérésie et le bras séculier au moyen âge*, in " Bibl. de l'Éc. des Ch. „, XLI, 590 e in *Œuvres*, II, 174. Egli, riferendosi alla monografia di G. Ficker (" Mitth. des Instit. für österr. Geschichtsforsch. „, I [1880], p. 177 segg.), mostra come la pena del fuoco non sia stata comminata legalmente agli eretici prima delle costituzioni, 1224-9, di Federico II.

tici (1), come già prima avea fatto il Concilio Lateranense del 1215 (2).

Venuto Pietro a Genova, lo vediam subito adoperarsi per dar compimento alla sua missione: raccolto clero e popolo nella maggior chiesa, presenti l'Arcivescovo e il Podestà, ingiunge solennemente che s'inseriscano negli Statuti della repubblica le costituzioni imperiali e conciliari in favore della libertà della Chiesa e sull'espulsione degli eretici, sotto pena di scomunica, ch'egli di già intanto scaglia contro tutti gli eretici e i loro fautori. Fiera fu davvero la risposta del podestà alla domanda fattagli dal vescovo legato di mostrargli il libro degli statuti. Ma Pietro non ne fu sgomento, e al declinare dello stesso giorno nel palazzo arcivescovile, ufficialmente dichiarava aboliti quei capi dei Capitolari ch'egli avea saputo contrari alla libertà della Chiesa, e che combinano quasi interamente con quelli che altrove volle pure abrogati il cardinal Ugolino (3). Nessuna difficoltà pare invece che incontrasse l'inserzione delle deliberazioni conciliari e delle costituzioni imperiali contro gli eretici. Nel 1253 il sunnominato Luchino o, a meglio dire, Luca, ne ebbe a sentire gli effetti, quando, secondo che narra l'annalista anonimo di Genova, " per fratres Predicatores de heresi condempnatus de civitate aufugit et bona ipsius iuxta formam constitutionum confiscata fuerunt et destructa „ (4).

L'atto ufficiale della legazione di Pietro, quale il Poch trascrisse, è il seguente (5):

In Christi nomine. Anno Dominicae Nativitatis 1221, Indictione nona, die veneris 15 (6) intrante octubrio, in maiori Ecclesia Ianuensi, presentibus Clero et Populo eiusdem civitatis.

Petrus miseratione divina Terdonensis episcopus, destinatus a Ve-

---

(1) *M. G. H., Leges*, II, 244.

(2) Mansi, *Ampl. Conc. Coll.*, XXII, col. 954 e segg.

(3) Levi, Op. cit., p. ix.

(4) *Annales Ianuenses* in *M. G. H.*, Loc. cit., p. 231.

(5) Non tolgo che le abbreviazioni, che il Poch invece ha creduto di conservare, e aggiungo soltanto qualche segno d'interpunzione.

(6) Forse è sbaglio del copista, per 12: più avanti si parla di un " die " duodecimo exeunte „.

nerabili Patre Domino Hugone Divina Providentia Hostiensi et Velletrensi Episcopo Apostolicae et Ιμπεριαλις Sedis Legato ad eandem civitatem Ianue pro iis intimandis et exequendis que dicto domino Legato fuerant ex officio Legationis iniuncta super facto terre sancte et super statutis sancti Concilii et novis constitutionibus I(mperialibus) publicandis et servandis que sunt constitute in favorem libertatis Ecclesie nec non super hereticis expellendis, secundum quod apparet per litteras Domini Legati infrascripti quarum tenor talis est:

Hugo Divina miseratione Hostiensis et Velletrensis episcopus Apostolicae Sedis Legatus dilectis in Christo fratribus Ianuensi archiepiscopo et Albiganensi et Saonensi episcopo et electam salutem et in Domino karitatem.

Quam pluribus negotiis prepediti vos et civitates vestras visitare personaliter impedimur, Venerabilem Fratrem nostrum Terdonensem episcopum ad vos transmittimus vice nostra pro iis intimandis et exequendis que nobis fuerunt ex officio legationis iniuncta. Quocirca fraternitati vestre mandamus quatinus ea que vobis et populis vestris proposuerit tam super facto Terre Sancte quam super hereticis expellendis nec non super statutis Sancti Concilii et constitutionibus Ιμπεριαλιβους circa libertatem Ecclesie institutis debeatis recipere et servare ipsumque recipiatis tanquam nuncium karum fratrem nostrum

presente domino Archiepiscopo (1) et eiusdem civitatis Potestate viva voce praecepit dictis archiepiscopo et potestati et clero et populo tunc presenti quod ipsi prefatas constitutiones deberent recipere in suis Capitularibus et servare de cetero, et, si quid contrarium esset Ecclesie libertati insertum in capitularibus istis, precepit quod illud deberet abradi et tolli ex toto et de cetero non recipi neque aliquid aliud simile contra prefatam Ecclesie libertatem, et si ita non adimplerent ibidem candelis accensis et pulsatis campanis excommunicavit omnes contradictores et eos universos qui hoc adimpleri vetarent nisi hec omnia essent adimpleta usque ad duos menses, subiiciendo eidem sententie omnes hereticos et receptatores ipsorum; et ibidem easdem constitutiones publicavit et legit prefatus episcopus Terdonensis.
Interfuerunt testes: Magister Otto Terdonensis Canonicus, Dominus Rubaldus Carrarius, Obertinus de Buxeto et multi alii

(1) Era arcivescovo, dal 23 sett. 1203, Ottone (T. Belgrano, *Registro della Curia Arcivescovile di Genova*, in " Atti della Società Ligure di Storia patria ", XVIII, 14 e segg.).

Suprascripto anno et mense, duodecimo die exeunte, in palacio Domini Archiepiscopi Ianuensis. Dominus Petrus Dei gratia Terdonensis episcopus, delegatus ad Ianuam et ad alias quasdam maritimas civitates pro libertate Ecclesie et aliis quibusdam capitulis a Domino Hugone Dei gratia Hostiensi et Velletrensi episcopo Apostolice sedis Legato, sicut continetur in rescripto eiusdem Legati superius notato, dictus episcopus Terdonensis ita dixit diffinivit et pronunciavit quia ego in persona propria interpellavi Dominum Lorengum de Martinengo (1) Potestatem Ianue ut exiberet mihi secum inspecturo capitularia eiusdem civitatis probaturo vel improbaturo si qua essent ibi capitula libertati Ecclesie contraria: et ipse respondit quod nulla erant ibi contraria libertati Ecclesie et quod non pertinebat ad Dominum Papam vel eius Nuncios ipsa inspicere probare vel improbare, et ideo exibere nolebat: idcirco ego Petrus Terdonensis episcopus cognoscens infrascripta Capitula libertati Ecclesie fore contraria et in Capitularibus civitatis inserta, ideo pronuncio Capitula infrascripta non valere et precipio de Capitularibus civitatis esse tollenda nec ultra illa vel alia libertati Ecclesie contraria inserenda nec Ianue nec in eius districtu quoquo modo utenda nec aliquam vim habitura. Primum est de lamentatione Clericorum non recipienda nisi prius dederit pignus vel debitorem quod sententiam que feretur ratam habebit, et incipit capitulum: Si quis clericus etc.; secundum est de clericis non recipiendis in testimonium pro Ecclesiis suis, quod sic incipit: Si quis minister etc.: tertium est de possessionibus in Ecclesiis vel clericos transeuntis compellendis ad expensas et collectas comunis, quod sic incipit: Ego de toto posse etc.

Excommunicando Potestates, Consules, Consiliarios, Emendatores qui contra predicta fecerint vel facere procuraverint vel usi fuerint eis: precipientes prelatis ecclesiarum et ministris ut dictam sententiam et Capitula sepius in ecclesiis suis et maxime in solempnibus diebus recitent tam viris quam mulieribus, et quod denuncient quod qui contra fecerit sit excommunicatus

Interfuerunt testes: Magister Oto Terdonensis canonicus, Presbiter Gulielmi et Presbiter Facius de ordine Predicatorum. — Ego Lantelmus de Cassilis Not. Sacri Palatii interfui et iussu infrascripti Episcopi Terdonensis scripsi.

---

(1) È abbreviazione per Loterengo. — Di questo podestà B. Scriba, annalista genovese, fa questo elogio (in *M. G. H.*, Loc. cit., p. 146): " nobilis et " strenuus Brixiensis civis qui cum multa legalitate vigeret Januensem ci- " vitatem rexit et laudabiliter gubernavit ".

L'altro documento porta la data del 10 gennaio 1278. L'ho ricavato dal ms. parigino XXV della collezione Doat (1), il quale a sua volta è copia, come il titolo avvisa, d'un volume pergamenaceo molto più antico, fatta eseguire nel 1669 da quel Giovanni di Doat, che riunì in se sotto Luigi XIV l'ufficio di consigliere reale a quello di presidente della camera dei conti di Navarra e fu deputato dal suo sovrano alla ricerca dei titoli della corona sulla Linguadoca e sulla Provenza (2).

Nella prima metà del secolo XIII non pochi trovatori avevan lasciato, com'è ben noto, la Francia per l'Italia. Non era solo la crociata contro gli Albigesi che li spaventasse o il tribunale dell'Inquisizione che si può dir definitivamente costituito nel 1229 per opera del concilio di Tolosa (3). Gli è che si trovavano a disagio in Francia, dove lo spirito cavalleresco dei signori del mezzodì veniva mancando in un col sistema feudale (4), e lor faceva in cambio dolce invito al cuore l'Italia, dove intanto si trapiantava la poesia cavalleresca per avervi la vita d'un giorno solo, ma splendido di sole. Coi trovatori, e prima e dopo di loro, ci vennero altresì gli eretici, se pure qualche eretico non fu anche tra di essi (5); e si sparsero per la bassa Italia, nelle Puglie, donde li snidò poi Manfredi, e per l'Alta Italia, a Cuneo (6), a Sirmione (7), a Milano, riboccante

(1) Ringrazio vivamente i preposti alla Biblioteca di Parigi che mi permisero di tener qui a Torino, presso la biblioteca Nazionale, questo volume.

(2) C. Schmidt, *Hist. des Cath. ou Albigeois*, I, 382. Paris, 1849.

(3) Hefelé, *Le Card. Ximenes franç. et la situation de l'Égl. en Esp. à la fin du XV et au commenc. du XVI siècle, avec une dissertation sur l'inquisition*, trad. de Sainte-Foi, Paris, 1856. La dissertazione tradotta in italiano, fu stampata a parte dal Boniardi-Pogliani di Milano, 1858, p. 15.

(4) Diez, *Die Poesie der Troubadours*, p. 63-4. Cfr. Paul Meyer, *Les derniers Troubadours de la Provence*, in " Bibl. de l'Éc. des chartes ", s. VI, t. V, p. 245.

(5) Cfr. in " Giornale Storico della Lett. It. ", 1896, fasc. 4°, un mio articoletto, a compilar il quale mi fu largo di consiglio e di libri il valoroso prof. Renier, di cui a tutti sono ormai noti i molti meriti verso la nostra storia letteraria.

(6) Cfr. " Bollettino Stor.-Bibliograf. Subalpino ", diretto da F. Gabotto, 1896, n. VI.

(7) C. Cipolla, *Nuove notizie sugli eretici veronesi*, in " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei ", vol. V, fasc. 8 e 9, p. 340. — Da lui è pur descritto il volume citato della collezione Doat.

allora d'eretici (1), ed altrove. Furono tanti, che se n'impensierirono gl'inquisitori della Francia e Carlo d'Angiò ordinava nel '69 a tutti i suoi dipendenti che s'adoperassero a farli ritornar nella loro terra natale (2).

Uno degli eretici " credenti ", ch'era fuggito di Francia ed avea dimorato a lungo, forse in qualità di mercante, nella Lombardia, fu un certo Pietro Beuville d'Avignone. Tornato poi che fu in patria verso il '78, e preso e condotto a Tolosa, veniva sottoposto a un lungo interrogatorio da parte degli inquisitori. Sappiamo così, tra l'altro, che a Genova, in un palazzo preso in affitto alle Vigne, e fuori di Genova, a San Quirico, abitavano nel '74 alcuni eretici albigesi, e che in quelle vicinanze si trovava perfino il vescovo degli eretici di Tolosa, Bernardo Oliba, venutovi, come pare, da Sirmione, dove lo incontriamo l'anno prima (3).

Anno quo supra (1278) quarto idus Ianuarii Petrus de Beuvila de Avinione qui stetit diu fugitivus in Lombardia ..... apud Avinionem captus, adductus Tholosae, testis iuratus et requisitus ..... dixit quod apud Papiam in domo ipsius testis steterunt per tres menses vel circa Pontius Boerii et Guillelmus Rafardi de Rocafort (4) haeretici et erat aegrotus dictus Pontius aegritudine qua decessit ..... dixit etiam quod dictus Pontius Boerii steterat in Pisa cum Ioanne del Azeraul haeretico socio suo qui decessit ibi, post cuius obitum idem Pontius venit ad Ianuam ubi stetit cum Petro Fazenda de Agennesio (5) qui fuerat haereticus in quodam palacio extra in vineis quod cumduxerant per annum pro quindecim libris Ianuensibus.
Item dixit quod ipse testis vidit in dicto palacio predictum Pontium Boerii haereticum et cum eo predictum Petrum Fazenda qui ostendit sibi locum et ibi ipse testis adoravit (6) dictum haereticum; dixit etiam

(1) C. Schmidt, Op. cit., I, 62.

(2) H. Ch. Lea, *A history of the Inquisition of the middle ages*, II, 584, New York, 1887.

(3) Cipolla, Loc. cit.

(4) Delle molte città francesi che han questo nome, non saprei quale scegliere: forse si tratta di Rochefort-sur-mer nel dipartimento della Charente Inferiore.

(5) La città di Agen sulla Garonna e nella Guienna.

(6) Era un segno di rispetto che i *credenti* dovevan prestare ai ministri della setta all'avvicinarsi e al partirsi da loro. Consisteva nel piegar tre

quod Arnaldus Copa qui fuit de Tholosa et solet morari apud Ianuam et erat de humiliatis (1) duxit ipsum testem ad prædictum palacium et ad dictum hæreticum et adoravit eum una cum ipso teste et sunt quatuor anni vel circa.

Item dixit quod vidit apud sanctum Ciricum in Ianua prædictum Pontium Boerii, et cum eo Petrum Pellicerii de Placentia qui moratur [illegible] (2) Pellicerii [illegible] Pontius Boerii [illegible] adoravit dicto Petro Pellicerii quod quinquaginta libras ianuenses quas idem P. Pellicerii debebat prædicto hæretico solveret ipsi testi recepturo nomine suo, quod et fecit, sed ibi non adoravit dictum hæreticum nec vidit adorare, et sunt quatuor anni vel circa.

. . . . . .

Item dixit quod ante festum omnium sanctorum proxime transacto per octo dies vel circa ipse testis recedens de Papia venit Raulatinæ ad partes istas; sed fuit apud Cuneum per quinque septimanas infirmus et debilis: et ibi non vidit aliquem hæreticum, sed vidit morantes Iohannem Radulphi qui fuit de Vauro, ...

Item audivit dici quod B. [illegible] Episcopus [illegible] et quidam iuvenis socius eius factus de novo diachonus, quia episcopus non debet esse sine diachono, et Raimundus de Baucio et Guillelmus Audoyni socius eius de terra Sancti Felicis et Petrus Maurelli qui fugit de carcere Inquisitorum et posuit de novo ad abstinentiam hæreticorum (3) morantur apud Ianuam

Item dixit se audivisse, [illegible] Guillelmus Cirum quod [illegible] miserant nuntium suum ad Cuneum pro Petro Regis textore quod veniret ad Ianuam cum uxore sua conducturus ibi domum ut possent morari cum eo. Item dixit quod de Cuneo venit et continuavit (4) . . . . .

---

volte il ginocchio a terra dicendo " benedicite „; al che il ministro rispondeva " Diaus vos benesiga „. Cfr. Lea, Op. cit., I, 95-96 e 450.

(1) Gli Umiliati avrebbero quindi dato qualche contingente anche agli Albigesi, i quali soltanto eran chiamati dagli Inquisitori asciuttamente *haeretici* (Lea, Op. cit., II, 579), oltrechè, come già sostennero il Preger (cit., ma combattuto, dal Tocco, *L'eresia nel medio evo*, p. 183, Firenze, Sansoni, 1884) e il Müller (*Die Waldenser*, ecc. in " Revue histor. „, 1887), ai Valdesi.

(2) Strada carreggiabile. Cfr. Migne, *Lexicon ad scr. med. et inf. latinit.*, col. 411, Parigi, 1858.

(3) Allude forse al *consolamentum*, cerimonia catara per mezzo della quale il " credente „ diventava " perfetto „ e gli si aggiungeva perciò l'obbligo dell'astinenza (Cfr. F. Tocco, Op. cit., 93).

(4) Nel ms., al posto di questa lacuna, vi ha solo: " dictas suas „.

prout potuit usque ad Avinionem in Provincia ubi vendidit quasdam merces quas portabat (1) . . . . . .
Item dixit quod ipse testis vidit apud lanuam in domo Petri Pellicerii de Placentia Raymundum de Brutio et Guillelmum Andovni (2) hæreticos et vidit ibi cum eis Iacobum de Martesana et Ric. de Ribaura de Lasen. Rogerium Argenti iuvenem (3) Obertus Constanti et Ambrosium Consar omnes de Mediolano et dictum P. Pellicerii et ibi ipse et omnes prædicti adoraverunt dictos hæreticos et sunt sex anni vel circa (4) . . . . .

Il fatto, a cui sopra accennavo, onde si potrebbe anche desumere che a Genova gli eretici non erano in piccol numero nè poco potenti, consiste tutto negli ostacoli che incontrò la costituzione papale *Ad extirpanda* contro l'eresia, quando nel 1256 l'inquisitore Anselmo si presentò davanti agli ufficiali della Repubblica, ingiungendo loro di trascriverla negli statuti (5). Per indurveli non bastò la scomunica e l'interdetto inquisitoriale; e solo a stento si piegarono più tardi all'obbedienza. Questo almeno ci dicono gli Annali Genovesi (6), e il medesimo ci vengon pure

(1) Coll. Doat, XXV, f° 310 segg.

(2) Ms. ha Andorni.

(3) Così il ms.: forse per " iuvenes „.

(4) Doat, XXV, f° 329.

(5) H. Ch. Lea, Op. cit., I, 339. — Uberti, *Tavola delli Inquisitori*, all'a. 1256, Novara, Sesalli, 1586. — Il Semeria (Op. cit., p. 31) inventa di sana pianta una compilazione delle costituzioni del Santo Uffizio fatta per opera del P. Anselmo. In quest'errore non cade il Serra (*Storia dell'antica Liguria e di Genova*, IV, 115, Capolago, 1835) che pure il Semeria seguiva copiandolo quasi alla lettera.

(6) *Annales Jan.*, Loc. cit., p. 235-236: " In ipso anno (1256) frater Anselmus ordinis fratrum Predicatorum a sede apostolica in Italia deputatus ad hereticos sequendos, in potestatem consiliarios excommunicationis, in civitatem et suburbia auctoritate qua fungebatur interdicti sententiam promulgavit, eo quod ad ipsius mandata constitutiones edite contra hereticos in statutarios comunis Janue prout volebat non ponebantur; fueruntque missi ambaxatores .....ad sedem apostolicam .....ibique obtinuerunt..... quod sententia lata per ipsum fratrem usque ad festum pasche suspenderetur sub hac condicione, ut si infra illud tempus constitutiones in capitulis Janue ponerentur viribus sententia carere deberet; et si non ponerentur deberet suas vires habere; et positis infra dictum tempus constitutionibus in libro capitulorum Janue sententia ex preceptu papali viribus caruit et effectu „.

a dire di per se quelle riformagioni posteriori, nelle quali è rimasta qualche traccia dei provvedimenti, già in pieno vigore, contro gli eretici (1).

Una questione tra Carlo III, duca di Savoia, e don Ferrante Gonzaga, luogotenente imperiale in Italia, nel 1550;

Nota del Dott. ARTURO SEGRE.

Nel 1550, proprio quando le condizioni politiche e finanziarie del duca Carlo III erano disperate, causa la pace di Crespy, del settembre 1544, che assicurava ai Francesi buona parte del Piemonte, la mala disposizione di don Ferrante Gonzaga, luogotenente imperiale in Italia, verso la casa di Savoia, mancò poco non desse l'ultimo crollo al ducato colpendolo nei suoi

(1) Una riformagione del 10 febbr. 1408 (*Statuta et decreta comunis Januae*, Bologna, Caligola, 1498, parte I, capo 100, c. 85 v. e segg. oppure *Statuto Januae* ms. della Reale, segnato col n° 610, Capitula extraordinaria f° XXV *v*) ha: " Ne quispiam laicus ab alio laico possit vocari ad forum " ecclesiasticum nisi in quinque casibus .... in causa matrimoniali... .. in causa " seu crimine heresis, etc. etc. ". — Il capo 89, *Delli statuti criminali di Genova* (Genova, Bartoli, 1590, pag. 109) comincia: " Si giudicano degni di gran " castigo li heretici li quali ricercano di dividere la *inconsutile tunica* d'Id.io, " et si sforzano d'introdurre divisione nella Chiesa cattolica, ecc., ecc..... . Negli Statuti anteriori che ci rimangono, esaminati da me, parte direttamente nell'Archivio di Genova e nella Reale di Torino, e parte sull'opera del Rossi (*Gli Statuti della Liguria*, in " Atti della Soc. lig. di st. patria ", XIV, pp. 66 sgg.), non trovai altra parola che riguardasse l'eresia; ma essi non risalgono molto in su nel tempo. Nel *Liber Jurium Reip. Gen.* (II, 414, in *M. H. P.*) appare per la prima e l'ultima volta, il nome d'un inquisitore genovese tra le varie firme d'un atto del 2 giugno 1300. Più tardi, cioè, se ben m'appongo, nel sec. XVI, fuori a Genova la milizia di S. Pietro martire, ossia dei crocesignati (cfr. Lea, Op. cit., II, 217), come ricavo da un Eymeric (*Directorium Inquisitorum*) ms.

interessi economici. Dopo tante perdite territoriali restava a Carlo III un'entrata di molta importanza: la gabella del sale di Nizza. Questa gabella, che i duchi di Savoia solevano dare in appalto e si fondava sul loro diritto di impedire nel Piemonte l'ingresso del sale che non veniva da Nizza, rendeva in tempi floridi 7400 scudi annui (1). Ora i Genovesi vedevano di mal occhio questo privilegio, e adocchiavano l'occasione propizia per attirare a sè quel ricco cespite d'entrata. Avevano già tentato la cosa vivente il marchese del Vasto, predecessore del Gonzaga nella luogotenenza, ma il colpo non era riuscito (2). Parve che il momento opportuno si presentasse al principio del 1550, quando buona parte del Piemonte ubbidiva alla Francia, ed il resto dipendeva da don Ferrante, amico molto equivoco agli interessi di Carlo III, causa le differenze sempre vive tra i Gonzaga e la casa Sabauda pel Monferrato. I Francesi spalleggiavano in questo tentativo i Genovesi, desiderosi di ridurre agli estremi il duca di Savoia per assoggettare più facilmente il resto delle sue terre. Ed è precisamente questo appoggio manifesto dei Francesi che accresce la colpa di don Ferrante, il quale avrebbe dovuto, come rappresentante di Carlo V, avversarli per sostenere con ogni mezzo il duca di Savoia, tanto sventurato già per la sua alleanza e per la sua fedeltà verso l'imperatore (3).

Il 7 gennaio 1550 la Signoria genovese scriveva a don Ferrante, chiedendogli formalmente " che non sij impedito questo negotio e trafico [del sale] in alchun loco e specialmente in la città di Aste e giurisdition sua, talchè la condutta habbi il suo

(1) Archivio di Stato di Torino. Lettere particolari. Ottaviano Cacherano d'Osasco ad Emanuele Filiberto. Vercelli 16 settembre 1553. Dice che la gabella di Nizza era la principale entrata dello stato, e che colla sua rovina " v. Alt. veneria a perdere il più bello redito che l'habbi cio e sc. 7400 ".

(2) Archivio di Stato di Milano. Potenze estere. Torino e Savoia dal 1538 al 1560. Carlo III a D. Ferrante. Vercelli 23 febbraio 1550 " Et ... al tempo della buona memoria dil s^r Marchese dil Vasto (quando ebbe principio questa prattica) fu data repulsa a colloro che la manegiavano ... "

(3) Il Ricotti, *Storia della mon. piemontese,* I, 277, dice senz'altro che D. Ferrante permise l'ingresso del sale genovese in Piemonte. La cosa è esatta; solo, come vedremo, non potè fortunatamente effettuarsi.

solito e debito corso in Piemonte et altri lochi con la consueta libertà » (1). Contemporaneamente il luogotenente del re di Francia in Italia, Giovanni Caracciolo, principe di Melfi, faceva l'identica domanda a don Ferrante, chiedendo anzi che il sale genovese si potesse condurre a Torino e nelle terre piemontesi sotto il suo governo. Don Ferrante senza alcuna considerazione, nè rispetto al duca, concesse quanto gli veniva domandato. Carlo III, non appena seppe il fatto, mandò a Milano Tommaso Valperga, commissario, e Ottaviano Cacherano d'Osasco, collaterale del Senato, personaggi di molta riputazione, perchè protestassero e facessero intendere la ragione al Gonzaga. Don Ferrante mostrò di arrendersi alle osservazioni dei due inviati, e diede ordine di scrivere a Genova che l'autorizzazione data si doveva considerare nulla (2).

Ma i Genovesi non se ne stettero paghi. Mentre da un lato volgevano gli occhi a Francia, ed ottenevano che Enrico II scrivesse a D. Ferrante per domandare il passo al sale genovese nelle sue terre di Piemonte, d'altro canto mandavano a Milano attorno al luogotenente cesareo un Giuliano Salvago, genovese di molta attività.

D. Ferrante tenne ogni cosa nascosta, ma il duca di Savoia, informato per altra via, fece dal colonnello Battista Dell'Isola, avvertire di tutto il principe di Piemonte, allora nel seguito di

(1) V. Appendice, Documento 1°.

(2) Archivio di stato di Torino. Milano. Lettere ministri, mazzo I. Battista dell'Isola al principe di Piemonte. Vercelli 22 gennaio 1550. Leo Illmo et Exmo Sig^{r} Duca nostro m'ha ordinato ch'io scriva a v. Ex^{cia} alcune pratiche, quali fanno Francesi et Genoesi a danno del patrimonio di sua Ex^{a} et a la royna de la gabella de Nizza. V. Ex^{cia} li giorni passati almanco per duplicate lettere fu advisata da l'Illmo s^{or} Duca et da me, come francesi et genoesi accordati insieme procurorno apresso lo Illmo s^{r} D. Ferrante che li concedesse il passo per l'Astesana et altri Dominii di v. Ex^{cie} di poter condur il sal genoese a Turino et altre terre, quali occupano francesi. Il che senza altra consideratione il s^{r} Don Ferrante li concesse. La qual cosa intesa da l'Illmo s^{r} Duca, li mandò li s^{ri} Thomaso Valperga e Collatral d'Ozasco con farli cognoscere le sue raggione, et che nol poteva, nè doveva far. Le quali cose intese dal predatto s^{r} Don Ferrante concluse che non li daria passo alcuno, et ordinò di scriver a Genoesi che non si valesseno de le litere et passo che li haveva concesso, perchè non li sarebe permesso che potessino condur sal in Piemonte ».

Carlo V in Germania, perchè sentisse qual era la mente dell'imperatore nella presente questione, e vedesse con ogni mezzo di risparmiare tanta sciagura allo stato sabaudo (1).

Il 23 gennaio arrivò al duca una lettera di don Ferrante, dove, a quanto pare, il Gonzaga faceva capire di trovar giuste le pretese dei Genovesi, o almeno mostrava di ritenere necessario un esame delle ragioni ducali. Carlo III, vedendo il luogotenente cesareo accostarsi apertamente ai Genovesi, inviò per mezzo del Dell'Isola al principe di Piemonte copia di quella lettera, mentre nel tempo stesso il Valperga e l'Osasco s'affrettavano dinuovo per Milano (2).

(1) id. lett. cit. " Hor par che alchuni Temerarij Genoesi non forsi senza consiglio de alchuni habiano mandato in Franza et capitulato col Re per conto di esso salle, et hano fatto ch'el detto Re ha scritto al s^or Don Ferrante ch'el voglia concedere il passo da condur il sal Genoese in Piemonte. Li quali Genoesi hano mandato ms. Giuliano Salvago a Milano dal s^r Don Ferrante per solicitar di haver detto passo, per'ho il s^r Don Ferrante non ne ha dato adviso alcuno qua a sua Ex^cia. Il che fa dubitare di qualche inteligencia et che il s^or Don Ferrante haverà mandato le lettere dil Re a la M^tà Ces^ea per ottenere di là ordine di darli esso passo. La qual cosa saria la total royna e destrutione de la Gabella de Nizza, qual per l'advenire non varria un soldo et veneriano v. Ex^cie a perdere la più bella pezza et la più bella Intratta che habiano nel suo patrimonio, a grandissimo danno de tuttj li statti Di v. Ex^cie tanto di Nizza quanto del Piemonte. — Pertanto, Illmo s^or, è più che necessario che v. Ex^cia proveda a simile inconveniente et che subito quella ne parli largamente con soa M^tà et ancora a M^or D'Aras, aciò so. M^tà con lettere scriva al s^or Don Ferrante che a partito alcuno non voglia concedere il detto passo, et far che horamai si meta perpetuo silentio a detta pratica et dar da Intendere al detto s^r Don Ferrante che non si deve levar il patrimonio a v. Ex^cie per darlo a li hereditarij Nemici di so. M^tà et farli scrivere di sorte che per l'advenire il s^or Don Ferrante non li daga audientia alcuna, dando subito adviso a l'Illmo s^r Duca di quanto sarà seguito, aciò si sappia quello si havera da fare ".

(2) id. lett. cit. Poscritta " Siamo allj 23 Genaro, et lo Illmo s^or Don Ferrante ha scritto una lettera al Illmo s^or Duca nostro del tenor della qui alligata copia, per la qual cosa sua Exª manda li s^r Coletral d'Ozascho et Thomaso Valperga dal s^r Don Ferrante, non gia ch'el vogli metter le sue cose in disputa de giusticia, perchè sono tropo chiare, nè mancho vuole sua Ex. ch'el s^or Don Ferrante li sia giudice, et se Francesi et Genoesi pretendeno cosa alchuna, che mandano qua, che S. Ex. li farà far giusticia, ma manda per chiarir il s^or Don Ferrante della giusticia sua, et per far

Colà ebbero da don Ferrante promessa che alla cosa non verrebbe dato seguito, e che in ogni caso egli nulla avrebbe operato senza avvertirne prima il Duca. Ma i Francesi ed i Genovesi non tranquillaronsi; volendo spuntarla profusero oro per corrompere vari ministri imperiali, ed inoltre il principe di Melfi mandò nei primi del febbraio un suo segretario a Milano, mentre quel Giuliano Salvago genovese, che dal mese precedente era colà, univa alle insistenze del francese le sue. Don Ferrante, inchinevole com'era a soddisfarli, spedì a Vercelli l'avvocato Filippo Caccia allo scopo di persuadere il Duca che era impossibile respingere la domanda del luogotenente francese, sia perchè un principe non può impedire che passino le mercanzie altrui per strade pubbliche, da un paese ad un altro, sia per la consuetudine che favoriva la domanda, sia per la tregua che allora s'aveva con Francia. Il presidente del Senato, Niccolò Balbo, uomo di molto senno e dottrina, confutò le ragioni addotte dal Caccia, dimostrando luminosamente i diritti del Duca. Sicchè il Caccia dovette tornarsene senza replica. In quei giorni Don Ferrante era trattenuto a Mantova per affari di famiglia; quindi mandò ordine al Caccia di fare la relazione dell'ambasciata al Senato (1). Il Senato milanese, corpo sempre autorevole e com-

ch'el non daga audientia a simil cose, et che li metta perpetuo silentio, atteso che sua Exª non può nè vuol consentir che Francesi nè genoesi conducano sal alchuno in Piemonte. V. Ex. non manchi di parlarne a S. M^{ta} et far che subito se li proveda „.

(1) id. id. Battista dell'Isola al principe di Piemonte. Milano 3 marzo 1550. I Francesi ed i Genovesi " ... con grandissime promesse di danaro hanno quasi contaminato il mondo, et la maggior parte delli ministri de sua M^{ta} condescendeno in favor di francesi, et Genoesi a danno de v. Ex^{a}. La qual ha da saper ch'el principe De Melfi, governator per francesi in Piemonte ha mandato qua un suo secretario dal s^{or} Don Ferrante con richiederli che li dia il passo per il paese di v. Ex. per condur il sal genoese a Turino, con dir che per vigor de la tregua non se li puote obviar. De più è qua un Giuliano Salvaigo-Genoese, il qual di compagnia del detto secretario et anchora separatamente con danari et promesse ha praticato tanto che qua si consente alla loro voluntà, et il s^{or} Don Ferrante ha mandato il s^{or} Filipo Caccia fiscal a Vercelli dal Illmo s^{or} Duca nostro, con proponer tre argumenti per le quali diceva non si puoter negar il detto passo a francesi et genoesi di condur il sal in Piemonte. Il primo he che per la raggion comune un principe non può vedar che non si passi per le strade

posto d'uomini degni, agì con molta equanimità e criterio. Si rifiutò di giudicare la questione (1), e dichiarò al gran cancelliere dello stato, Francesco Taverna, il quale per ordine del Gonzaga cercava di smuoverlo dal proposito, " che per esser detta cosa de grandissima importanza, li pareva che il s^r don

---

publiche et si conduca da un paese a l'altro le mercantie et cose necessarie, e per l'altro alegano la Costuma, et il Tercio la capitulatione della Trega. Alli quali tre ponti fu benissimo risposto per il s^r presidente Balbo et altri del senato del Illmo s^or Duca nostro, et gli risolseno li detti tre ponti tutti in favor di sua Ex. Di modo chel detto s^or fiscal Cacia non li sepe replicar; il qual Cacia se ne ritornò qua a Milano et trovò chel s^or Don Ferrante hera andato a Mantova per la morte del s^or Duca di Mantoa, il qual s^or Don Ferrante ha scritto qua al detto Cacia chel facia la relazione nel senato di Milano di quello ha fatto in Vercelj per il transito dil detto sale. Il che ha fatto, et hoggi il senato ne argumentava. Pur non credo che debia dar nè dir il loro parer, como il s^or Don Ferrante voria. Di quello resolverano ne darò aviso a v. Ex., alla quale conviene subito et caldamente parlarne con s. M^tà et far che Incontinente la scriva al s^r Don Ferrante, ch'el non si intrometta in questo negocio. Per che altramente io vedo che le promesse di Genoesi sono onnipotente qua, et si va a camino di dar detto transito et passo di condur il sal genoese in Piemonte liberamente. La qual cosa seguendo v. Ex. perdarà la più bella Intrata chel habia nel suo patrimonio; et Dio sape, se la si perde una volta, se mai più si recuperarà, nè la gabella di Nizza varà a v. Ex. cosa alchuna, sì chel bisogna che v. Ex. li facia far subito provisione. Nè posso creder che s. M^tà debia voler per l'interesse et utile de alchuni particulari levar a sua et v. Ex. quello poco patrimonio et emolumento che li resta anchora per vivere, come dirà a v. Ex. il s^or dottor Barca, il qual sua Ex. ha espedito et il manda per questo effeto da v. Illma s^ria, al qual mi remetto „.

(1) id. id. Battista dell'Isola al duca Carlo III. Milano 6 marzo 1550 " ... et habiando il s^or Don Ferrante ordinato al s^or Gio. Filipo Caccia chel refferise quà in senato il reporto li havia fatto da v. Ex. et ordinato al p^o Senato dovessi sopra di questo dir il parer suo, habiando il s^or Caccia fato in senato la relatione, fu comessa la cosa a doi senatori, quali refferseno, et il senato non ha voluto dar parer alcuno, nè io li ho perso tempo, di modo che la cosa resta Intercetta, nè per questo mancano francesi et genoesi di travagliar più che maj, et sperano di ottener il passo da condur il detto sal. Nè per questo v. Ex. ha da temer cosa alcuna, anzi stia ferma, et non li daga una bona parola nè audiencia, per che con questi mezi v. Illma et Exma s^a ne haverà la indubitata vitoria „. Come ben si scorge da questa e da altre lettere precedenti, il Dell'Isola s'era recato a Milano per sorvegliare direttamente le mosse del Gonzaga.

Ferrante la rimettesse a la M^tà Ces^ra (1). Inoltre il Duca, non appena Filippo Caccia partì da Vercelli mandò a don Ferrante un sommario delle ragioni dette al Caccia, insistendo perchè non si parlasse più di simili cose (2).

Il segretario del principe di Melfi allora corse a Mantova dal Gonzaga, e questi invece d'attenersi strettamente al parere del Senato, fece dal gran cancelliere consegnare al francese una patente, in cui accordava il passo richiesto per tre mesi, riserbandosi però nel frattempo di avvertirne l'imperatore. Il segretario, contento, ripartì prontamente (3).

—

(1) id. B. dell'Isola al principe di Piemonte. Vercelli 12 marzo 1550. Il senato non solo non " volse dar parer alchuno, anzi disseno al Gran canzelero Taverna, qual solicitava per il s^r don Ferrante, che per esser detta cosa de grandissima importanza, li pareva che il s^r don Ferrante la rimettesse a la M^tà Ces^ra ".

(2) lett. cit. di Carlo III al Gonzaga. Vercelli 23 febbraio 1550 " Et mi assicuro che l'Ecc. V. a questa volta ci metterà perpetuo silentio, et non consentirà ad alcuna cosa che in questo caso mi sia dannevole, come anche per modo alcuno non ci voglio consentire. Et perchè al tempo della buona memoria dil s^r Marchese dil Vasto (quando hebbe principio questa prattica) fu data repulsa a colloro che la manegiavano, molto pur mi prometto che lo farà v. Ecc^a per havergli continuamente piaciuto tener et me et le cose mie in protettione ".

(3) lett. cit. del Dell'Isola del 12 marzo. " ... et essendo in Milano uno secretario del s. Principe de Melphi qual per parte de francesi solicitava di havere il passo per condur il sal Genoese a Turino, Inteso la rissolutione del senato, subito cavalcò a Mantova dal s^r Don Ferrante. Dal quale ha ottenuto patente per tre mesi di poter condur il detto sal a Turino, come più amplamente potrà v. Ex^tia veder per la copia de le patente, quale lo Illmo s^r Duca gli manda nel qui allegato pacheto, dove haverà ancora tutte le altre scritture, per le quali v. Ex^cia potrà veder come se sia proceduto nel detto negocio ".

Arch. di stato di Milano. Potenze estere. Torino e Savoia (1538-1560). D. Ferrante Gonzaga al principe di Melfi. Mantova 7 marzo 1550.

" Al Principe de Melphi. — Ritornando da v. S. il secr^o suo, la intendarà da esso la provisione fatta sopra il transito dil sale ricercato, nel che anchora che se gli siano ritrovati molti fondamenti (?) a raggione et in contrario, di le quali ne darò notitia a Sua Ces^a M^tà, nondimeno tra tánto non ho voluto mancar de sopperir ..... per le patente sopra ciò espedite ..... come più particolarmente gli potrà referir a bocca el detto suo secr^o ".

id. id. Il segretario Rozono a D. Ferrante. Milano 8 marzo 1550

" A soa Ecc^a. — Questa matina si sono expedite le patenti opportune

Battista Dell'Isola, dando da Vercelli notizia di questa calamità al principe di Piemonte, lo scongiurava di farvi provvedere dall'imperatore al più presto, perchè i tre mesi sarebbero bastati ai Genovesi per trasportare in Torino ed altrove tanto sale quanto bisognasse per due anni. E questo avrebbe recato tanto discredito alla gabella di Nizza, che per l'avvenire non si sarebbe trovato alcun appaltatore. Egli riteneva per cosa sicura che i Francesi in queste loro mosse miravano a porre " il contado di Nizza a mal termine et in desperatione „ coll'intenzione di " farlo ammottinar et ridurlo a lor mano „, essendo insolita l'alleanza loro coi Genovesi, i quali da tanto tempo stavano uniti invece coll'imperatore. Accresceva poi il sospetto del Dell'Isola la considerazione che i Francesi non avevano punto bisogno di sale in Piemonte essendone forniti in copia dai gabellieri ducali. " Io non so pensar „ conchiudeva il fedele colonnello, " come il s^r don Ferrante non habbia fatto miglior consideratione in questo negocio, nel quale sua M^tà il s^r Duca nostro et il s^r don Ferrante perdono la reputacione et declinano de auttorità, parendo per le patente del s^r don Ferrante che li habbia concesso detto transito di sale per paura et timor che li movessero la guerra. Del che già Franceisi se ne rideno, et tutti li nostri ne restano stupeffatti sapendossi certamente che Franceisi creppano de timor che la M^tà C^ea gli voglia muover guerra, et se dice apertamente che il s^r don Ferrante non cerca nè fa altro che instar et permover sua M^tà a far la guerra a Franceisi „. Certo non essendo don Ferrante spinto da timore di guerra la sua condotta riusciva strana (1).

Egli però comprese subito di avere agito troppo arbitrariamente, e cercò di diminuire l'impressione che l'opera sua

per il transito dil sale dal Genoese in Piamonte conforme al ordine et mente di v. Ecc^a, et il secr^o dil s^r Principe de Melphi si n'è subito partito ben satisfato „

id. id. Istruzione di D. Ferrante al segretario Rozono. Mantova 5 marzo 1550. v. Appendice, Documento 2°.

(1) lett. cit. di B. Dell' Isola del 12 marzo. D. Ferrante mostrava bensì timore di rappresaglie da parte dei Francesi, quando avesse respinto la loro domanda, come vedremo, ma era una finzione ed uno stratagemma per coprire la sua responsabilità.

aveva prodotto sul Duca. Perciò incaricò il suo segretario Girolamo Rozono di recarsi a Vercelli per esporre a Carlo III le ragioni che l'avevano spinto ad accordare quel passo, lasciandogli facoltà di promettere al medesimo, se non si appagava, un compenso in danaro per il danno che potrebbe averne, sebbene aggiungesse che il Duca non poteva ricevere danno, per essere la gabella di Nizza già affittata per tre anni: quasi che la sua patente non facesse perdere al Duca il credito, e non rendesse poi difficilissimo riaffittare la detta gabella (1). Il 5 marzo il Rozono partì per Vercelli (2). Appena giunto colà si recò presso il commissario Valperga, che l'accolse freddamente, e l'avvertì che il Duca già conosceva tutto, e n'era molto sdegnato. Dopo una lunga anticamera il Rozono fu introdotto alla presenza del Duca, il quale era fiancheggiato dal suo consiglio, e gli presentò le credenziali. Come furono lette, Carlo III, in tono incollerito ed a voce alta, gli ingiunse recisamente di tornare subito dal Gonzaga, per fargli intendere che egli molto si doleva del torto ricevuto. Don Ferrante infatti aveva a suo giudizio agito non solo contro ogni ragione e disposizione espressa nei capitoli della pace con Francia, ma contro alle stesse promesse fatte al Valperga ed all'Ossaseo, quando ripetutamente erano andati a Milano: suo dovere era di revocare senza reticenza ne considerazione alcuna la patente: quanto a se, aggiungeva il Duca, egli non avrebbe mai tollerato simile spogliazione dei suoi diritti: già aveva proibito sotto pena di morte ai suoi sudditi di coadiuvare al transito di sale genovese. Doveva ancora riferire il Rozono al Gonzaga, che il timore di disordini espresso da Don Ferrante, nel caso che egli, il Duca, rifiutasse la patente, avrebbe invece avuto ragion d'essere colla concessione della medesima. In conclusione Carlo III, dichiarava che avrebbe fatto alla patente ogni opposizione. Cercò il Rozono di calmarlo, esponendogli tutte le magre ragioni del suo signore.

(1) Istruzione al Rozono. v. Appendice, Documento 2°. v. anche lettera del Gonzaga a Carlo III. Mantova 7 marzo 1550. Appendice, Documento 3°.

(2) lett. cit. del Rozono a D. Ferrante. Milano 8 marzo 1550 " ... et io in quest'hora parimente mi parto per Vercelli ad exequir con l'Illmo Sr Duca la commissione che tengo da quella [V. E.] [illegible] gli ne darò poi noticia al ritorno mio ,

ed accennando anche ai compensi che il Gonzaga si diceva disposto a sborsare, ma il Duca non si lasciò piegare, ed il Rozono partì, lasciando la corte di Vercelli in preda alla più viva agitazione. Giunto a Milano il 10 marzo, fece la relazione scritta della sua poco felice missione (1). Del resto gli stessi Spagnuoli disapprovavano l'opera del Gonzaga, ed il maestro di campo Sanmichele, che trovavasi a Vercelli durante la presenza del Rozono, mostrò egli pure molto dispiacere, ed andò subito a Mantova per indurre il Gonzaga a non permettere quel transito e rivocare la patente (2).

In Fiandra intanto il principe di Piemonte e l'ambasciator savoino, Gio. Tommaso Langosco di Stroppiana, s'adoperavano attivamente perchè Carlo V mandasse al Gonzaga la sua disapprovazione. Il conte di Stroppiana si trovava a Bruxelles, quando giunsero le lettere del Dell'Isola. Allora egli tenne d'occhio le pratiche di Don Ferrante e potè accorgersi degli sforzi che Don Ferrante appunto faceva per ottenere l'approvazione imperiale (3). Ebbe la soddisfazione ai 10 di maggio, di annunziare che Carlo V aveva biasimato l'opera del suo luogotenente, e fin dal 3 aprile aveva mandato per mezzo del segretario Vargas ordine di rom-

---

(1) v. Appendice, Documento 4°.

(2) lett. cit. del Dell' Isola del 12 marzo " Et il s^r m^stro di campo San Michele si ritrovò qua quando il secr^o Jeronimo Rossone, mandato dal s^r Don Ferrante fece intendere a l' Illmo s^r Duca che l'havia concesso il Transito del sal a Franceisi et genoesi. Il qual considerato li scandali ne possano avenire, gli ne despiacque et subito si partì per Mantoa in posta per far ch'Il s^r Don Ferrante non admeta detto Transito et patente, et che li proveda. Iddio voglia ch'el facia bono riporto. Del successo advisero v. Ex^cia ".

(3) Archivio di stato di Torino. Vienna, Lettere ministri mazzo II. Lettere di Gio. Tommaso Langosco di Stroppiana al duca di Savoia ed al principe di Piemonte (1546-53). Stroppiana al duca. Bruxelles 10 maggio 1550 , . . . Più li [all'ambasc. imperiale in Francia Simon Renard] feci asapere come il s^r Don Ferrante havia mandato qua un corriero a posta per raguagliare sua m^tà qualmente francesi e genovesi havevano trovato un novo camino per condure il sale fuora delli stati di V. E. et il s^r principe alla volta d'Albenga, Sacarrello, Monferrato et del Mondevì, et che essendo statto interpellato dal s^r principe di Melphi per virtù dille capitulatione, tregua e di pace era sphorzato a concederli detto transito e fargliene patente de posserlo usare ".

pere le trattative tutte e rivocare la patente (1). Il Gonzaga s'affrettò ad abbadire Cerco lo Stroppiana, secondo l'ordine avuto dal Duca, di aver copia della lettera imperiale, e dopo qualche difficoltà l'ottenne (2). Eccola:

(1) lett. cit. dello Stroppiana. " Adesso questa sarà per advisar v. Ecc^{za} che sua m^{tà}, a qual insieme con li ministri s'he fatto intendere venirebbe il medesimo pregiudicio e danno a sua gabella de Nizza passando il sal fuora dil dominio di loro ecc^{za} che sopra dil medemo stato. Et in ciò restatta ben capace s'he risolta non voler che il predetto s^{r} Don Ferrante permetti detto transito et per tenere ella un pocco di gotta have imposto al segret. Vargas de scriverglielo, qual già l'ha fatto. Subbito che ho inteso questa provisione sono andato dal predetto Vargas per haverne la copia, qual m'ha detto che heri subito che sua M^{tà} gli ne dette l'ordine, scrisse et expedì dal prefato s^{r} don Ferrante, et che di sue lettere non tene copia. Ma che sopra la fede sua da cavalliero et homo da bene mi posso asicurare che li ha scritto di buona tinta, dicendo che non permetta passare alchun sale in pregiudicio di V. E. tanto per il suo dominio che fuori, et che revochi ogni concessione fatta a francesi mantenendola in suo antiquo possessorio, facendoli di più intendere che debba rispondere al principe di Melphi, come ha mandato giustificare le bone raggione di V. E. apresso dil Re per via dil suo Imbassatore. Se havesse possuto havere la copia de ditta lettera me troveria d'assai più contento che non sono. Ma con tutto questo la voglio ben asicurare che il segretario Vargas he tanto homo da bene, che non me diria una cosa per un'altra ".

(2) id. Stroppiana al Duca. Bruxelles 25 maggio 1550. " Hora la presente sarà per dirli sì come ho riceputo una di V. E. delli 27 dil passato alli 16 di questo, et non he bisognato che monsegnor il principe habbia parlato a sua m^{tà} per la revocatione dilla seconda patente conceduta dal s^{r} Don Ferrante alli adversarij. Imperò che mentre che il predetto s^{r} principe induggiava un o dua para de giorni che sua m^{tà} si trovasse meglio della gotta per parlarliene sono arrivate lettere, che esso s^{r} Don Ferrante ha revocato ambe le patente, et di questo Monsr de Arras medemo m'ha asicurato monsig^{r} il principe et me per avanti, et così ha fatto il segretario Vargas; quai m'hano ditto d'avantaggio che il s^{r} Don Ferrante haveva conceduto patente in favore di V. E., et che non mancheria da mo avanti di assisterli et mantenerla nel suo possesso conforme all'ordine di sua m^{tà}, sì che non resta far altro fuorchè aspettare la risposta di Franza qual anderà più alla longa che non si pensava per rispetto che il Re he ito a visitar Bollogna [Boulogne-sur-Mer], et l'imbassatore non haverà così preso audientia. Cercha a quel che V. E. dice che la trova ben estraneo ch'io non li mandasse la copia di la littera che sua ma^{tà} scrisse il venerdì santo al s^{r} Don Ferrante per falta di qual esso s^{r} non haveva voluto far cosa alcuna per lei, rispondo che di questo non ne tengo colpa. Imperochè io

" Despues desta firmada nos ha tornado á hablar el principe de Piamonte sobre lo dela gabella, deziendo como tiene aviso mas fresco del preservicio que recibe en sur derechos, supplicandonos le mandassemos proveer de breve remedio (y por que teniendo sus cosas y del duque su padre en la estimacion y cuenta que es razon, holgaremos que assí lo conozcan), os encargamos mucho que cuesta que tanto les Importa proveays de manera y con tal effecto que no se le haga perservicio en lo que pretenden, antes todo el favor que de nos teneys entendido merescen por tantos respectos (1). (Esto se scriiró al s^r fer^do en carta de negocios á tres de abril 1550) „.

Così furono troncate le mosse dei Francesi e dei Genovesi contro la gabella di Nizza, almeno per l'anno 1550. Ma non si può negare, che il Gonzaga in questa grave questione non abbia agito in modo poco corretto ed apertamente ostile al Duca di Savoia, mentre la sua carica gli imponeva un contegno ben diverso. In altre occasioni, quando egli mostrò scarso zelo e nessuna cura delle cose piemontesi, si potrà scusare in parte per la mancanza di mezzi, che purtroppo era estrema anche nello stato di Milano, ma in questa bisogna assolutamente riconoscere un'avversione manifesta agli interessi del povero Carlo III (2).

---

gli la dimandai et gli ne fece instantia di haverla im presentia del Barcha et dil conterolor Michiau et di mons^r di Boschet, che si trovoreno presenti alhora, et da poi quando gli l'ho più volte ricerchata, ma l'una volta era occupato in scrivere, l'altra in qualche altro negotio, sempre dicendomi che io mi fidassi sopra la fede sua, che haveva scritto come mi disse. Alfin pur l'hebbi et la mando a V. E. a fin che la cognosca, che il s^r Vargas he persona di verità et grande et affettionato servitore suo, che l'ha ben monstrato in questa prattiche. - segue la lettera di Carlo V in un foglietto.

(1) Questa è senza dubbio solo una poscritta (" Despues *desta firmada* ... „) ad una lettera imperiale a D. Ferrante, di cui lo Stroppiana non ebbe copia, perchè probabilmente non riguardava l'affare della gabella.

(2) Il residente veneto a Milano, mal informato, nulla conosce dopo la seconda andata del Valperga e dell'Osasco in quella città, e da solo queste scarse notizie sui fatti narrati. - Arch. di stato di Venezia. Milano. Dispacci n. 1 (1547-1569) registro senza il nome del residente) Milano 27 marzo 1550 " Li gi.rni passati alcunj mercatanti Genovesi fecero disegno de fornir de sali li locki del Piemonte, de Francesi, che seria loro stato di molta utilita, e n'hebbero pratica con il P^e di Melphi, e perchè bisognava haverne il transito per il paese del Duca di Savoia, operorono, ch'el s^r D. F. [Don

APPENDICE

Documento 1°.

(Archivio di stato di Genova, *Litterarum 64, 1540. N. Francesco Nego Pasqua Cancelarius).*

Genova 7 gennaio 1550

Allo Illmo et Exmo s^or il s^or Don Fernando Gonzaga, Governator del stato di Milano e logotenente general di sua M^tà in Italia.

Illmo et Exmo S^or,

È stata sempre consuetudine osservata che la condutta del sale che esce de qui per il stato di Millano et Piemonte non habbia impedimento in loco alcuno e sempre i conduttieri d'esso son passati per tuto liberamente senza impasio. E dubitandosi hora per quel che ne venuto à noticia che si possi alterar quest'ordine e tanto antiqua libertà, massime in la città di Aste, cosa che porterebbe grosso preiudicio e dano al ufficio del sale che è di somma importantia alla Repu^ca nostra, non habbiam potuto non ricorrere da v. Ecc^za e pregarla con quanta potemo instanza che vogli provedere che non sij impedito questo tragetto e transito in alchun loco e specialmente in la detta città di Aste e giurisdition sua, talchè la condutta habbi il suo solito e debito corso in Piemonte et altri lochi con la consueta libertà, e per tale effetto ordinar a soi

---

Fer.ante] ne scrivesse al esso Duca, si come fece, pensand'invero sua Ex^za per l'information che n'haveva havuta, che ciò non fusse di suo interesse, e li scrisse similmente il P° di Melphi, et volea sustener in certo modo, che ciò non si dovea negare di ragione, essendo lecito di condur vittuarie da un paese a l'altro in tempo di pace. Il Duca p^ne il qual affitta una sal gabella a Nizza, et è forse la maggior entrata che s'habbia, e la qual è da credere che patiria s'el concedesse questo transito e questa conduta, non ha voluto a modo alcuno assentire, et á disposto e mostrato non esser a ciò tenuto, senza però lassarsi intendere della Gabella, ma con altra ragione et con la consuetudine propria di questo stato, dal quale non si conduce apertamente vittuarie alli lochi de Francesi, e ch'el sale non è compreso, come cosa necessaria, tra esse vittuarie, et ha mandato soi gentil'homenj á sua ex^za, la quale havendo loro uditj è restata satisfatta, et n'ha resposto cortesemente ad esso Duca (!) ,.

capitani soldati e ministri che non lassino dare impachio in alchun loco à condutori di esso sale, sì come è antiquissima usanza et ogni honesta e giusticia porta, dil che oltra che serà cosa degna di v. Ecc^{tia} conforme a giusticia et al mutuo commercio, noi accumuleremo questa obligatione e gratia con molte altre che li tenemo, alla quale con tuto il cuore sempre si offerimo e raccomanderemo, da Genova ad VII di Genaro del MDC. Di v. Ecc^{tia}

Duca etc.

DOCUMENTO 2°.

(Archivio di stato di Milano, *Potenze estere, Torino e Savoia 1538-60).*

Mantova 5 marzo 1550

Instructione al Secr° Rozono,

Havendo inteso per le lettere del s^{or} Gran Canz^{ro} [Francesco Taverna] de III dil presente, qual sij stato l'aparer dil senato circa il negotio dil transito dil sale ricercato per Francesi, se siamo risoluti, conforme a quello di consultarlo con sua M^{tà} prima che si venghi ad altra deliberatione, ma per che dal altro canto si ha d'haver in consideratione ogni disordine che in ciò potesse seguir in deservitio di soa M^{tà}, negando a Francesi il detto transito, m'è parso permetterglilo per tre mesi, senza consentir alla dimanda loro et senza preiuditio de le raggioni di soa Ces^{a} M^{tà} et l'Illmo s^{or} Duca di Savoya. Fra quel tempo si haverà la mente et ordine di soa M^{tà} circa detto negotio; et però per puoter così effectuar vi transferirete voi a Millano, et fatto saper quanto di sopra al p^{to} s^{or} Gran Canz^{ro}, gli direte in nome nostro che facia formar la patente opportuna in conformità dil sopra scritto. A qual effetto se vi dà uno foglio bianco, in quale si haverà da extender detta patente, advertendosi di accomodarla in manera che habbia da esser più satisfatoria sarà possibile al p^{to} s^{or} Duca, mentre però anche non habba da dar a' Francesi occasione di alberatione. Et fatta la detta expeditione vi transferirete dal p^{to} s^{or} Duca et sotto le credentiali nostre gli exponerete il temperamento tolto nel negotio predetto, tratanto che Soa M^{tà} se risolverà et comandarà quanto si haverà da far pregando soa Ecc^{a} ad acettar per bene la resolutione predetta, causata solo per non dar occasione a Francesi di ullo disordine, sapendo che non potria esser oltra il deservitio di soa M^{tà} se non in particolar danno, et mala satisfatione di soa Ecc^{a}.

Parimente doppo fatta la sopradetta expeditione si haverà di darne noticia al Principe de Melphi in nome nostro, mediante il foglio bianco, che a questo fine se vi dà. In Mantova alli V di Martio MDL.

Fernando Gonzaga.

Quando Il s^or^ Duca non si aquietasse alle raggioni sopradette gli subiungerete che noi di nostra borsa resarciremo il danno che per questo puoco tempo puotesse patire, qual però intendemo non puoter esser suo, per esser locata la gabella per tre anni avenir senza altro suo obligo.

DOCUMENTO 3°.

(loc. cit.).

Mantova 7 marzo 1550

Al s^or^ Duca di Savoya

Anchora che sij desiderosiss^o^ d'ogni comodo et satisfatione di v. Ecc^a^ et non altrimente che la potria esser lei istessa, nondimeno essendomi parso la cosa dil transito dil sale ricercato per Francesi di tanta importantia, mi sono risoluto per non dargli occasione di ullo [illegible] che v. Ecc^a^ intendarà dal secret^o^ Rozono exibitor presente, al qual gli piacerà prestar fede, como a me istesso, et persuadersi che il tutto si facia a buon fine, et a particolar beneficio di v. Ecc^a^ alla qual ecc....

DOCUMENTO 4°.

(loc. cit.).

Milano 10 marzo 1550

Relazione del seg^rio^ Girolamo Rozono a D. Ferrante Gonzaga

A Soa Ecc^a^. — Havendo io al arivar mio a Vercelli fatto capo al comiss^o^ Valperga, l'ho ritrovato di molta mala voglia, facendomi intendere chel s^or^ Duca già sapeva la commissione che io portava, et la expeditione de la patente fatta per v. Ecc^a^ a Francesi o sij a Genovesi dil transito dil sale, et che di ciò ne restava con tanta mala satisfatione, che non si potria dir di più. Così dappoi essendo andato per exequir col p^to^ s^or^ Duca l'ordine teneva da v. Ecc^a^ et doppo aspettato un gran pezo di esser admesso, fui introdutto nella Camera, dove l'era con molti de suoi principali, et havendogli presentato le credentiali di v. Ecc^a^ et fatesili leger, me disse in molta colera et in voce tale che era inteso da tutti li presenti, quali credo fossero dimandati lì a questo effetto, che non accadeva intendesse ulla cosa gli havesse da dir circa questo negotio per esserni già informato, ma che dovesse retornarmene, et far intender a v. Ecc^a^ che molto si doleva dil torto gli faceva in volergli levar quella puoca sostantia et patrimonio gli restava, et questo non solo contra ogni raggione et dispositione expressa de li capitoli de la tregua et pace, ma de le istesse et proprie parolle per lei dette al Valperga, et suo Collaterale, quali essendosi doluti diverse volte da lei de questa richiesta si faceva dil transito dil sale, et ditoli che esso era per farne querella apresso soa M^tà^, v. Ecc^a^ gli rispose che non accadeva farne altra opera, per che la reputava non esser bisogno, ma che quando

pur occorresse et cognosesse si havesse da far in ciò ulla provisione gli ne advertiria anticipatamente. Et che ora senza alcuna cognitione ne consideratione la debba haver fatto expedir la patente per il detto transito et volerlo levar dal suo antiquissimo possesso, gli pare tanto strano, che la non è per tollerarlo, et che havendo già di ciò havuto noticia, a datto ordine per publici editti, che alcuno non ardisca far detto transito sotto pena de la vita, et comandato a' suoi feudatarij et subditi sotto grave pene che gli lo habbino da prohibir et che se v. Ecc^{a} si è mossa, come lo dice, a conceder a Francesi il transito predetto per levargli l'occasione de disordine quale certo non saria seguito più hora di quello è parso per il passato non obstante diverse volte si sia tentato questa medema pratica, magiormente deve pensar hora di revocarlo per non lassar che segua il disordine che indubitatamente sarà per seguir tra li subditi suoi et quelli vorrano far il detto transito et così ne prega v. Ecc^{a} se potendo farli questa compiuta ..... et danno, como per obviare alli inconvenienti che de qui seguirano, concludendomi in summa che in modo alcuno non è per tolerar che si facia detto transito, come sciò che parimente ne deve scriver per la qui alligata a v. Ecc^{a}. Io anchora che me dicesse non voler intender ulla cosa che gli havesse da dire, non ho però lassato di exponerli accomodatamente quanto è stato ordine et mente di v. Ecc^{a} et particolarmente de la exhibitione dil resarcirli il danno ne puotesse patir nel termine limitato. Et sopra tutto sforzatami di levarli di mente che quanto ha fatto v. Ecc^{a} sij ad altro fine principalmente che il puro servitio di sua m^{ta} per il carico la tiene, et poi del beneficio suo. Et tutto replicatolo etiamdio a quelli suoi agenti con haverli datto copia della patente expedita acciò vedino come ben è giustificata, de quali parimente ..... ma nulla è valso, chè prometto a v. Ecc^{a} che se in ciò gli andasse la perdita del proprio figliolo et di tutto il resto dil stato che tiene, non credo ne havesse egli et tutti soi potuto dimostrare maggior cordoglio et dispiacere, et farsi magior consulto di quello si è fatto, nel qual intendo essersi deliberato mandar alla Corte a farvi querella apresso soa M^{ta}. Dil tutto mi è parso dover mio subito dar particolar raguaglio a v. Ecc^{a} come facio. In bona gratia della qual humell. me rac^{do}, pregando N. S. dio gli doni ciò che desidera.

L'Accademico Segretario

ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 15 al 29 Novembre 1896.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **American** [illegible] Journal. Vol. XVII, n. 8-10. XVIII, n. 1-6. Baltimore, 1895-96; 8° (*dall'Università John Hopkins di Baltimora*).

* **American** Journal of Mathem. Vol. XVII, n. 4; XVIII, n. 1-2. Baltimore, 1895-96; 4° (*Id.*).

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega IV, t. XLII. Buenos Aires, 1896; 8°.

Annuario publicado pelo Observatorio do Rio de Janeiro para o anno de 1896. Rio de Janeiro, 1895; 8°.

Bestimmung der Polhöhe und der Intensität der Schwerkraft auf zwei und zwanzig Stationen von der Ostsee bei Kolberg bis zur Schneekoppe. Berlin, 1896; 8° (*dono dell'I. Istituto Geodetico di Prussia*).

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXX, n. 1. Cambridge, Mass., 1896; 8°.

Bulletin of the United States Geological Survey, n. 123-126, 128-129, 131-134. Washington, 1895-96; 8° (*dal Department of U. S. Geological Survey*).

* **Denkschriften** der k. Akademie der Wissenschaften. Mathem.-naturwissenschaftliche Classe. Bd. 62. Wien, 1895; 4°.

Europäische Gradmessung in 52 Grad Breite von Greenwich bis Warschau. I Heft. *Helmert* (F. R.), Hauptdreiecke und Grundlinienanschlüsse von England bis Polen. II Heft. *Börsch* (A.) und *Krüger* (L.), Geodätische Linien, Parallelbogen und Lothabweichungen zwischen Feaghmain und Warschau. Berlin, 1896; 4° (*dall'Imp. Istituto Geodetico di Prussia*).

Jahresbericht des Direktoriums des k. Geodätischen Instituts für die Zeit von April 1895 bis April 1896. Potsdam, 1896; 8°.

* **John Hopkins Hospital** Reports. Vol. V. Baltimore, 1895; 8°.

* **Journal** of the Academy of Natural sciences of Philadelphia. Second series, vol. X, p. 3. Philadelphia, 1896; 4°.
* **Journal** and **Proceedings** of the R. Society of New South Wales. Vol. XXIX. 1895. Sydney, 1896; 8°.
* **Memoirs,** New York Academy of Sciences. P. 1ª, 1896; 4°.
* **Memoirs** of the California Academy of Sciences. Vol. II, n. 5. San Francisco, 1896; 4°.
* **Memoirs** of the National Academy of Sciences. Vol. VII. Washington, 1895; 4°.
* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LVI, n. 10. London, 1896; 8°.
* **Nieuwe** Opgaven. (Deel VII, n. 96-125); 8°.
* **Observations** météorologiques Suedoises publiées par l'Acad. R. des Sciences de Suède. Vol. 33 (1891). Stockholm, 1895; 4°.
* **Proceedings** of the Boston Society of Natural history. Vol. XXVII, pag. 1-74. Boston, 1896; 8°.
* **Proceedings** of the Academy of Natural Science of Philadelphia. Part I, 1896; 8°.
* **Proceedings** of the California Academy of Sciences. 2ª Ser., vol. V, part 2. San Francisco, 1896; 8°.

Publications of the Washburn Observatory of the University of Wisconsin. Vol. IX. Madison, Wis., 1896; 4°.

* **Register** for 1895-96. The Johns Hopkins University of Baltimore. 1896; 8°.
* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tom. X, fasc. V. Palermo, 1896; 8°.

Répertoire bibliographique des sciences mathématiques. 2ᵉ, 3ᵉ et 4ᵉ série. Fiches 101-400 (a schede). Paris, 1895-96 (*Dono dell'ed. Gauthier-Villars*).

** **Repertorium** zum Neuen Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Paleontologie für die Jahrgänge 1890-94 und die Beilage-Bände VII-VIII. Stuttgart, 1896; 8°.

* **Report** (Thirteenth Annual) of the Bureau of Ethnology to the Secretary of the Smithsonian Institution 1891-'92. Washington, 1896; 4°.

Report (Fifteenth Annual), 1893-'94 (Complete); Report (Sixteenth Annual) 1894-95 Parts 2, 3, 4. Washington, 1895; 4 vol. in-4° (*dal Department of the United States Geological Survey*).

* **Sitzungsberichte** der K. Akademie der Wissenschaften. Mathem.-naturwissenschaftliche Classe. Jahrgang 1895. CIV Bd., I Abth. 1-10; II a. Abth. 1-10; II b. Abth. 1-10; III Abth. 1-10. Wien, 1895; 8°.
* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXIX, fasc. 10°. Modena, 1896; 8°.
* **Transactions** of the Manchester Geological Society. Vol. XXIV, p. x; 1896.
* **Transactions** of the Wagner Free Institute of Science of Philadelphia. Vol. IV, 1896; 8°.
* **Verhandelingen** der k. Akademie van Wetenschappen. I Sectie, Deel III, n. 5-9; V, n. 1, 2; II Sectie. Deel IV, n. 7-9; V, n. 1-3. Amsterdam, 1895-96; 8°.
* **Verslagen** van der Zittingen der Wis- en Natuurkundige Afdeeling der k. Akad. van Wetenschappen van 25 Mei 1895 tot 18 April 1896. Amsterdam, 1896; 8°.

* **Wiskundige** Opgaven met de Oplossingen, door de Leden van het Wiskundig Genootschap, ter sepreuke voerende: VII Deel. 2 Stuk. Amsterdam, 1896; 8°.

Boggio (C.). Gli architetti Carlo ed Amedeo di Castellamonte e lo sviluppo edilizio di Torino nel secolo XVII. Torino, 1896; 8° (*dall'A.*).

Giacomini (C.). IV. Die Probleme, welche sich aus dem Studium der Entwickelungsanomalien des menschlichen Embryos ergeben. Wiesbaden, 1896; 8° (*Id.*).

Gallizia (P.). Il teorema del minimo lavoro applicato alla resistenza delle piastre di corazzatura e delle armi da fuoco. Roma, 1896; 8° (*Id.*).

Guareschi (I.). Einführung in das Studium der Alkaloide mit besonderer Berücksichtigung der vegetabilischen Alkaloide und der Ptomaine I Hälfte. Berlin, 1896; 4° (*Id.*).

Helmholtz (H. von). Handbuch der physiologischen Optik. Lfg 13-17. Hamburg und Leipzig, 1896 (*dall'editore*).

Righi (A.). Sulla propagazione dell'elettricità nei gas attraversati dai raggi di Röntgen. Bologna, 1896; 4° (*dall'A.*).

Schiaparelli (G. V.). Osservazioni astronomiche e fisiche sull'asse di rotazione e sulla topografia del pianeta Marte..... Roma, 1896; 4° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 22 Novembre al 6 Dicembre 1896.

* **American** Journal of Philology. Vol. XVI, n. 2-4. Baltimore 1895, 8° (*dall'l'Università John Hopkins di Baltimora*).

* **Archiv** für österreichische Geschichte. Herausg. von der zur Pflege vaterlandischer Geschichte aufgestellten Commission der k. Akad. der Wissenschaften, v. 82; 83, 1 Hälfte. Wien, 1895-96; 8°.

Atti dell'Accademia ligustica di Belle Arti. MDCCCXCIV-MDCCCXCVI. Genova, 1896; 8° (*dal sig. V. Poggi Socio Corrispondente*).

Atti della conferenza bibliografica italiana. Firenze, settembre 1896. Milano, 1896; 8° (*dall'Associazione tipografica di Milano*).

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Sc. mor., stor. e filol., ser. V, vol. IV. Notizie degli Scavi: ottobre 1896; 4°.

* **Boletin** de la R. Acad. de la historia. T. XXIX. cuad. V. Madrid, 1896, 8°.

École pratique des hautes études. Annuaire 1897. Paris 1896, 8° (*dal Socio Straniero Maspero*).

* **Fontes rerum austriacarum.** (Österreichische Geschichts-Quellen. Herausg. von der Commission der k. Akad. der Wissenschaften in Wien. XLVIII Bd., zweite Hälfte. Wien, 1896; 8°.
* **Jaarboek** van de k. Akad. van Wetenschappen gevestigd te Amsterdam over het jaar 1895. Amsterdam, 1896; 8°.
* **Johns Hopkins University Studies** in Historical and Political Science. Fourteenth Series, I-XII. Baltimore, 1896; 8°.
Onoranze centenarie a Galileo Galilei. Dicembre 1892. Padova, 1896; 4° (*dalla R. Università*).
* **Sitzungsberichte** der k. Akademie der Wissenschaften. Philosophisch-Historische Classe. CXXXII, CXXXIII Bd., Jahr. 1895. Wien, 1895; 8°.
Transactions of the American Philological Association, 1895. Vol. XXVI. Boston, Mass.; 8°.
* **Transactions** of the American Philosophical Society held at Philadelphia. Vol. XVIII, N. S., Part III, 1896; 4°.
Uebersicht der Akademische Behörden Professoren Privatdocenten, Lehrer, Beamten etc. an der k. k. Leopold-Franzens-Universität zu Innsbruck für das Studienjahr 1896/97; 8°.
* **Verhandelingen** der k. Akademie van wetenschappen. Afdeeling Letterkunde. I Deel, n. 5, 6. Amsterdam, 1896; 8°.

Basile (M.). Saggi di letteratura e politica. Messina, 1893; 8° (*dall'A.*).
Camus (J.). Notices et extraits des manuscrits français de Modène antérieurs au XVe siècle. Modène, 1891; 8° (*Id.*).
— Les noms des plantes du *Livre d'heures* d'Anne de Bretagne. Paris, 1894; 8° (*Id.*).
— Historique des premiers herbiers. Gênes, 1895; 8° (*Id.*).
— Un manuscrit Namurois du XVe siècle. Montpellier, 1895; 8° (*Id.*).
— Les songes au moyen âge d'après un manuscrit du XVe siècle. Liège, 1895; 8° (*Id.*).
— Notice d'une traduction française du Végèce faite en 1380. Paris, 1896; 8° (*Id.*).
— Un herbier composé en 1838 pour Victor Emmanuel et le Duc de Gênes. Gênes, 1896; 8° (*Id.*).
Ellèno Siculo. Se potessi rinascere! Libro di esperienza della vita. Palermo, 1896; 8° (*dal prof. Michele Basile*).
Gerini (G. B.). Gli scrittori pedagogici italiani del secolo decimoquinto. Torino, 1896; 8° (*dall'A.*).
Landucci (L.). Saverio Scolari. Commemorazione. Palermo, 1896; 8° (*Id.*).
— Indissolubilità del matrimonio conferreato. Bologna, 1896; 8° (*Id.*).
Laviosa (G.). La filosofia scientifica del diritto in Inghilterra. Studio storico-critico. Torino, 1897; 16° (*Id.*).
Manginelli (D.). Le origini del pensiero nazionale nella Casa di Savoia. Conferenza. Napoli, 1896; 8° (*Id.*).
Marre (A.). De l'introduction de termes chinois dans le vocabulaire des Malais. Leide, 1896; 4° (*Id.*).

Morando (G.). Il problema del libero arbitrio. Milano, 1896; 8° (*dall'A.*).

Nadaillac (Marq. de). Les archives de Drepanore. Paris, 1896; 8° (*Id.*).

— Discours prononcé à l'assemblée générale de la Société de l'histoire de France le 5 mai 1896. Nogent-le-Retrou, 1896; 8° (*Id.*).

Nigra (C.) e **Orsi** (D.). Il Gradizze Universale in Canavese. Torino, 1896; 8° (*dal conte C. Nigra Socio Corrispondente*).

Pascoli (G.). Cena in Candiano Nervae. Amsterdam, 1896; 8° (*dall'Accad. delle Scienze*).

Perret (P. M.). Histoire des relations de la France avec Venise du XIIIe siècle à l'avènement de Charles, précédée d'une notice sur l'auteur par M. Paul Meyer. Paris, 1896; 2 vol. 8° (*dal Socio Straniero P. Meyer*).

Poggi (V.). Il Museo civico del palazzo Bianco. Genova, 1896; 8° (*dall'A.*).

Pollini (G.). Notizie storiche, statuti antichi, documenti e antichità romane di Malesco comune della valle Vigezzo nell'Ossola. Torino, 1896; 8° (*dall'A.*).

Ratto (L.). Sociologia e filosofia del diritto. Roma, 1894; 8° (*Id.*).

Raulich (I.). Storia di Carlo Emanuele I Duca di Savoia con documenti degli Archivi italiani e stranieri, 1° vol. Milano, 1896; 8° (*Id.*).

Sala (E.). Psicologia esposta con metodo critico-storico coll'aggiunta di un trattatello sull'evoluzionismo. Como, 1895; 16° (*Id.*).

— La logica antica e moderna esposta con metodo storico-critico. Parma, 1892; 12° (*Id.*).

** **Sanuto** (M.). I Diarii. T. XLVII, fasc. 203. Venezia, 1896; 4°.

Zuccante (G.). La dottrina della coscienza morale nello Spencer. Lecce, 1895; 8° (*dall'A.*).

— Morale ed empirismo. Prolusione. Torino, 1894; 8° (*Id.*).

— L'aspetto biologico della condotta secondo lo Spencer. Roma, 1896; 8° (*Id.*).

— La storia della filosofia e i rapporti suoi colla storia della coltura e della civiltà. Prolusione. Roma, 1896; 8° (*Id.*).

— Saggi filosofici. Torino, 1892; 8° (*Id.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

JUL 10 1

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

1897

Adunanza del 13 Dicembre 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Cossa, Vice Presidente dell'Accademia, D'Ovidio, Direttore della Classe, Salvadori, Bizzozero, Ferraris, Mosso, Giacomini, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale della seduta precedente.

Il Presidente dà notizia della morte del Socio corrispondente Giuseppe Bonjean, avvenuta fin dal luglio scorso, ma partecipata in questi giorni soltanto all'Accademia.

Fra le pubblicazioni inviate in dono, il Segretario segnala due opuscoli del Socio corrispondente Emilio Villari.

Il Socio Camerano, anche a nome del Socio Salvadori, legge la relazione intorno alla memoria del Dr. Ermanno Giglio-Tos, intitolata: " *La struttura e l'evoluzione dei corpuscoli rossi del sangue nei vertebrati* ", la quale era stata loro affidata per esame. La relazione è favorevole alla lettura, e compiuta questa, la memoria viene accolta nei volumi accademici. La relazione si stamperà negli *Atti*.

Vengono accolte per gli *Atti* le note seguenti:

1° " *Su alcuni nuovi composti cuproammonici* ", nota del Socio Guareschi.

2° " *Trasformazione dei chetoni in α-dichetoni* ", nota del Socio Fileti e del Dott. Giacomo Ponzio.

3° " *Sopra un teorema del Cantor* ", nota del Prof. Cesare Burali-Forti, presentata dal Socio Peano.

LETTURE

Sopra alcuni nuovi composti cupro-ammonici;

Nota del Socio Prof. ICILIO GUARESCHI.

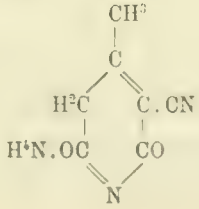
Nella mia Memoria: *Sintesi di composti piridinici dagli eteri chetonici coll'etere cianacetico in presenza dell'ammoniaca e delle amine*, ho fatto un breve cenno di alcuni composti cuproammonici che si ottengono dai derivati cianidropiridinici col solfato, o coll'acetato di rame ammoniacali. In questa nota descriverò cinque di questi bellissimi composti che io ho ottenuto ed esporrò alcune mie considerazioni riguardo i composti cuproammonici in generale.

È importante notare la facilità colla quale i composti cianidropiridinici da me ultimamente preparati dagli eteri β chetonici, dànno composti cuproammonici.

Con questo lavoro spero di portare qualche buon contributo sperimentale allo studio dei derivati ammoniacali del rame; tanto più che sono pochissimi i composti cuproammonici, sino ad ora ben studiati, derivanti da corpi organici azotati.

I.

Cianmetilglutaconimide cuprammonica $(C^7H^5N^2O^2)^2Cu \,.\, 4NH^3 \,.\, 2H^2O$. — Questo bellissimo composto si ottiene quando nella soluzione concentrata del sale ammonico della cianmetilglutaconimide:



si aggiunge una soluzione di solfato di rame ammoniacale, contenente un eccesso di ammoniaca: dopo poco tempo si depositano dei bellissimi cristalli prismatici di colore azzurro-violetto, che si ricristallizzano sciogliendoli a caldo nella soluzione acquosa di ammoniaca al 10 p. 100 di NH^3.

Si può ottenere anche sciogliendo a caldo il sale di rame $(C^4H^7NO^3)^2Cu$ nell'ammoniaca acquosa al 10 p. 100 e lasciando cristallizzare.

Questo composto è molto stabile, lasciato molto tempo sul cloruro di calcio e anche molti giorni nel vuoto a 15-20 mm. non perde di peso. Ad esempio, gr. 0.5959 di sostanza asciutta all'aria, lasciati vari giorni nel vuoto a 20 mm. sull'acido solforico, non perdettero che 0.0009. Il prodotto ottenuto in varie preparazioni, diede all'analisi i risultati seguenti:

I. Gr. 0.4862 di sale secco all'aria, scaldati a 135°-140° perdettero 0.0783 e fornirono 0.0836 di CuO ossia Cu = 0.0668 (1).

II. Gr. 0.3562 scaldati a 135°-138° perdettero 0.0536 e fornirono 0.0614 di CuO cioè Cu = 0.0490.

III. Gr. 0.3688 di sale asciutto all'aria, scaldati a 135°-140° perdettero 0.0597 e fornirono, raccogliendo l'ammoniaca sviluppatasi nell'acido cloridrico, 0.3625 di cloroplatinato di ammonio, cioè 0.02779 di NH^3.

IV. Gr. 0.4017 di sale secco fra carta e all'aria fornirono per distillazione con MgO 0.0591 di ammoniaca.

V. Gr. 0.3090 di sale asciutto bene fra carta scaldati a 140°-145° perdettero 0.0491 di acqua ed ammoniaca, e fornirono 0.0532 di CuO ossia Cu = 0,04246.

VI. Gr. 0.4759 di sostanza, distillati con MgO e vapor d'acqua diedero 0.9088 di cloroplatinato di ammonio e platino 0.4000 cioè 0.0696 di ammoniaca.

VII. Gr. 0.6742 di sale secco fra carta, scaldati a 140° perdettero 0.1100 di cui 0.05168 di ammoniaca.

(1) In queste ricerche ho adottato per il rame il peso atomico Cu = 63.3 ammesso da tutti sino ad ora come il valore più probabile. Però la media generale trovata da Richards in ricerche fatte con gran cura dal 1887 al 1891 sarebbe Cu = 63.60 (Zeits. f. anorg. Chem. „ 1891, T. I, pag. 209). Nel caso mio per pesi molecolari molto elevati questa differenza nel peso atomico del rame non porterebbe differenze molto sensibili nei risultati analitici.

VIII. Gr. 1.4313 di sale secco all'aria, scaldati prima a 100° poi a 145° perdettero 0.2157.

IX. Gr. 0.3060 di sale in bei cristalli grossi polverizzati, diedero 0.5914 di cloroplatinato di ammonio, dopo distillazione col MgO in corrente di vapore.

X. Questo sale se si scalda a lungo a 100° e poi a 120°-125° perde egualmente ($2NH^3 + 2H^2O$) ed invero: gr. 0.8809 di sale in grossi cristalli, e ridotti in polvere, furono lasciati 24 ore sul cloruro di calcio e non perdettero di peso; dopo 16 ore a 100° perdettero 0.0745 cioè 8.2 %; dopo 9 ore a 120°-125° perdettero ancora 6.8 „ cioè in totale 15.0 che corrisponde appunto alla eliminazione di ($2NH^3 + 2H^2O$).

XI. Gr. 0.5163 di sale, scaldati a 125° dopo circa 1 ½ ora, fornirono 0.0421 di H^2O e 0.0374 di ammoniaca.

XII. Gr. 0.1577 di sale secco all'aria (lo stesso campione precedente) fornirono 34.5 cm³ di azoto a 15°,5 e 729 mm.

XIII. Gr. 0.7121 di sale secco all'aria, dopo 5 a 6 ore a 125° perdettero 0.1116 di H^2O e NH^3.

Da cui la composizione centesimale seguente:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Cu =	13.73	13.76	–	—	13.74	—	—	—	—	—	–	-
$2NH^3$ =	—	—	7.52	—	-	—	7.67	–	—	-	7.24	–
($2NH^3 + 2H^2O$) =	16.1	15.04	16.18	—	15.8	—	16.27	15.07	—	15.0	15.3	-
$4NH^3$ =	—	—	—	14.71	—	14.62	-	—	14.81	—	—	--
$2H^2O$ =	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8.1	
N totale =	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	24.18

Per la formula $(C^6H^5N^2O^2)^2Cu \,.\, 4NH^3 \,.\, 2H^2O$ si calcola:

Cu	=	13.60
$2NH^3$	=	7.31
($2NH^3 + 2H^2O$)	=	15.04
$4NH^3$	=	14.61
$2H^2O$	=	7.73
N totale	=	24.07

La differenza in più che si osserva in alcune determinazioni della perdita totale a 140° non ha gran valore, perchè ho poi riconosciuto che la perdita quasi costante di peso è a 125° circa.

Questo sale cristallizza in bei prismi azzurro-violetti che a freddo si sciolgono pochissimo nell'acqua e a caldo si scompongono sviluppando ammoniaca e dando un precipitato giallo-bruno insolubile; per ebollizione con acqua sviluppa 2 mol. di ammoniaca e nel residuo si ha dell'ossido di rame ed il sale ammonico dell'acido.

Questo sale cristallizza bene dalla soluzione acquosa di ammoniaca, nella quale è poco solubile a freddo: 1 p. di sale in circa 300 p. di ammoniaca al 10 % e a temperatura di 15°.

Già verso 100° questi cristalli sviluppano acqua ed ammoniaca, ma molto lentamente; a 125° circa si eliminano $2NH^3 + 2H^2O$ e rimane un sale di color verde-oliva scuro che non si scioglie nell'acqua fredda, ma diventa più verdastro, e fatto bollire con acqua si decompone sviluppando ammoniaca. Se si scalda questo composto direttamente a 140°-145° perde $2H^2O$ e un poco più di $2NH^3$, mentre se si ha l'avvertenza di scaldare gradatamente prima a 100° poi a 125° si elimina quasi esattamente ($2NH^3 + 2H^2O$).

Dalle analisi precedenti si deduce che la composizione del composto residuo, di color verdastro, deve essere:

$$(C^7H^5N^2O^4)^2Cu \,.\, 2NH^3$$

Infatti le analisi I, II e V darebbero pel sale secco a 125°-140°:

	I	II	V	calcolato
Cu % =	16.3	16.1	16.3	16.01

Inoltre le analisi dirette sul sale secco a 125° e 145° diedero:

Gr. 0.3771 di sale stato disseccato a 145° (nell'analisi VIII precedente) fornirono 0.0775 di CuO pari a 0.0618 di Cu.

Gr. 0.2999 di sale secco a 125°, distillati con magnesia fornirono 0.2890 di cloroplatinato di ammonio cioè $NH^3 = 0.0225$.

Da cui:

	I	II	calcolato
Cu =	16.38	—	16.01
$2NH^3$ =	—	7.40	8.3

La differenza in meno nell'ammoniaca si spiega col fatto che questo sale insolubile nell'acqua difficilmente è intaccato dalla magnesia e bisogna far bollire a lungo per scacciare tutta l'ammoniaca.

Il composto $(C^7H^5N^2O^2)^2Cu . 4NH^3 . 2H^2O$ che è tanto stabile sul cloruro di calcio, e nel vuoto sull'acido solforico, si altera stando all'aria, specialmente se molto umida, e diventa a poco a poco di color verde, perdendo dell'ammoniaca.

Secondo le ricerche di Mendeleeff (1) l'ammoniaca può tenere le funzioni dell'acqua di cristallizzazione; il composto $CuSO^4 . 5NH^3$ già ottenuto da H. Rose, non dà ammoniaca stando sull'acido solforico; all'aria umida invece perde a poco a poco dell'ammoniaca che è sostituita da H^2O molecola per molecola e fornisce i due composti $CuSO^4 . 4NH^3 . H^2O$ (già noto) e $CuSO^4 . 2NH^3 . 3H^2O$.

Col mio composto precedentemente descritto ho fatto una sola esperienza lasciando un dato peso del composto per lungo tempo in un ambiente umido, ma i risultati che ho ottenuto non concorderebbero con la regola annunciata da Mendeleeff.

Dopo molti mesi in un ambiente saturo di umidità il mio composto diventò completamente verde, perdette $2NH^3$ ed il residuo conteneva $(C^7H^5N^2O^2)^2Cu . 2NH^3 . H^2O$ (o forse $2H^2O$). Ma ho fatto una esperienza sola e non voglio da questa trarre nessuna conclusione.

Forse ripeterò questa esperienza e ne farò altre con composti simili.

II.

Metilcianmetilglutaconimide cuproammonica $(C^8H^8N^2O^2)^2Cu + 4NH^3 + 4H^2O$. Nella mia Memoria sovra citata ho fatto osservare che il sale sodico od ammonico della metilcianmetilglutaconimide, col solfato di rame ammoniacale dànno lentamente un sale cuproammonico in bei cristalli. Per la preparazione di questo composto si opera esattamente come ho detto più sopra pel derivato della cianmetilglutaconimide. Anche questo sale si ricristallizza bene a caldo dall'ammoniaca acquosa.

(1) " Berichte d. deut. Chem. Gesell. „, 1870, III, pag. 422.

Questo composto scaldato a 100°-105° in bagno d'olio sviluppa delle gocciolline d'acqua e dell'ammoniaca, e si colora in rosso-scuro o rosso-violaceo.

Il composto ottenuto in varie preparazioni diede all'analisi i risultati seguenti:

I. Gr. 0.4024 di sale secco all'aria, scaldati a 100° perdono acqua e poca NH^3 e si colorarono in bruno; dopo 3 ore a 100°-105° perdettero 0.0619 e dopo 6 ½ a 125° prima e a 145° poi, perdettero in totale ancora 0.0226 e continuando a scaldare ancora 4 ½ ore a 180° non perdettero più che 0.0091; per calcinazione si ottennero 0.0601 di CuO pari a 0.0479 di Cu.

II. Gr. 0.2458 di sale secco all'aria, distillati in corrente di vapore con MgO fornirono 0.4121 di cloroplatinato di ammonio cioè 0.03157 di NH^3.

III. Gr. 0.4046 di sale secco all'aria, furono scaldati con acqua in corrente di vapore (senza aggiunta di magnesia): il sale perde il suo color azzurro, diventa scuro, da un precipitato bruno ed il liquido acquoso residuo è affatto incoloro. Dal distillato si ottennero 0.3866 di cloroplatinato di ammonio pari a 0.0296 di NH^3. Continuando però a far bollire si sviluppa ancora un poco di ammoniaca, forse per l'azione lenta dell'ossido rameico precipitato sul sale ammonico che si è formato.

IV. Gr. 0.4326 di sale secco all'aria scaldati in bagno d'olio per 2 ore a 125°-130° perdettero 0.0308 e raccolta l'ammoniaca formò 0.4753 di cloroplatinato di ammonio, pari ad $NH^3 = 0.0287$.

V. Gr. 0.4784 di sale secco all'aria, stato ricristallizzato dall'ammoniaca, fornirono a 100°-105° gr. 0.0645 di H^2O.

VI. Gr. 0.6432 di composto asciutto all'aria posti nel vuoto a 20 mm. sull'acido solforico per circa 2 giorni, cambiarono di colore, diventarono di color grigio-terro e perdettero 0.0725 cioè 11.27 %, che corrisponde a circa $3H^2O$ (si calcola 10.2 %); scaldando a 105°-110° perdettero ancora di peso, ma lentamente 0.0402 e dopo 3-4 ore ancora 125°-130° perdettero 0.0135, cioè nel vuoto e a 125°-130° perdettero in totale 0.1518.

Da cui la composizione centesimale seguente:

	I	II	III	IV	V	VI
Cu =	11.92	—	—	—	—	—
Perdita nel vuoto e a 125°-130° =	20.90	—	—	20.98	—	20.46
NH^3 totale =	—	12.83	—	—	—	—
$2NH^3$ =	—	—	7.3	6.65	—	—
H^2O =	—	—	—	—	13.48	—

Numeri che abbastanza bene concordano colla formola:

$$(C^8H^7N^2O^2)^2Cu \,.\, 4NH^3 \,.\, 4H^2O$$

per la quale si calcola:

Cu	=	11.95
$(2NH^3 + 4H^2O)$	=	20.03
$4NH^3$	=	12.84
$2NH^3$	=	6.4
$4H^2O$	=	13.60

Questo composto lasciato nel vuoto (20 mm.) sull'acido solforico perde quasi tutta l'acqua e solo pochissima ammoniaca. Già dall'esperienza precedente (VI analisi) risulta che dopo 2 giorni perde circa $3H^2O$. L'esperienza seguente fu fatta in migliori condizioni:

Gr. 0.5244 di composto secco all'aria fu lasciato sull'acido solforico nel vuoto a 20 mm.: dopo tre giorni aveva perduto 0.0673 e dopo ancora 4 giorni 0.0021 solamente; in totale 0.0694. Nel residuo, che era di color grigio-ferro, dosai l'ammoniaca e 0.2592 di sostanza fornirono 0.1578 di cloroplatinato di ammonio cioè 0.0351 di NH^3.

Da cui:

	trovato
Perdita nel vuoto ($4H^2O$)	13.25 %
Ammoniaca nel residuo	13.54 „

Per la eliminazione di $4H^2O$ dal composto $(C^7H^7N^2O^5)_2Cu$. $4NH^3.4H^2O$ si calcola:

perdita 13.6 %

e per $4NH^3$ nel residuo anidro si calcola: 14.8.

La quantità minore, ottenuta nella percentuale dell'acqua e dell'ammoniaca dimostra che anche dopo 7 giorni nel vuoto non tutta l'acqua è eliminata e che insieme alle prime tre molecole di acqua si elimina anche un poco di ammoniaca.

Il composto $(C^7H^7N^2O^5)_2Cu.2NH^3$ che disseccato nel vuoto ha colore grigio-ferro, quando si bagna con acqua riprende il colore azzurro sviluppando ammoniaca e poi scaldando si decompone: invece quello ottenuto scaldando direttamente la metilcianmetilglutaconimide cuprammonica a 125-130° ha colore caffè scuro e trattato con acqua non si colora in azzurro, e vi rimane insolubile.

III.

Etilcianmetilglutaconimide cuproammonica $(C^7H^7N^2O^5)_2Cu.4NH^3$. — Una soluzione del sale sodico $C^7H^7NaN^2O^5$ in ammoniaca fu mescolata con una soluzione ammoniacale di acetato di rame e dopo 24 ore si notò un bel precipitato azzurro che raccolto e lavato con ammoniaca fu ricristallizzato dall'ammoniaca al 10 %, bollente; per raffreddamento l'ottenni in bei cristalli azzurri, riuniti, somiglianti a quelli del solfato di rame.

Adoperando invece del sale sodico, il sale ammonico, che è poco solubile a freddo, si ottiene una miscela di sale ammonico inalterato col composto cuproammonico.

Questo composto è in bei cristalli, azzurri; è insolubile all'acqua fredda, coll'acqua calda si decompone sviluppando ammoniaca, dando dell'ossido di rame e dal filtrato per evaporazione si ottiene il sale ammonico $C^7H^7(NH^4)N^2O^5$. Scaldato anche a 150° non sviluppa vapore d'acqua.

All'analisi diede i risultati seguenti:

I. Gr. 0.2257 di sale secco all'aria, scaldati a 100° per 2 ore perdettero 0.0017, dopo 6 ore a 120°-125° solamente 0.0032 e dopo 2 ½ ore a 150° in totale 0.0072 cioè 3.15 %; dopo

10 ore a 180° perdette ancora 0.0171 cioè in totale 0.0243; poi non perdette più di peso. Il residuo calcinato fornì 0.0362 di CuO pari a 0.02889 di Cu.

II. Gr. 0.3845 di sale secco all'aria, distillati con idrato di magnesio e vapor d'acqua fornirono 0.6940 di cloroplatinato di ammonio, pari a 0.0533 di NH^3.

III. Gr. 0.4977 di composto asciutto all'aria, scaldati a 100° perdettero solamente 0,0014; dopo quasi 3 ore a 125° solamente 0.0009 e dopo 2 ore a 150° ancora solamente 0.0017; dopo 6-7 ore a 178°-180° perdettero ancora 0.0383 ma il residuo è alquanto colorato in roseo negli orli e temo si sia in parte alterato. Dopo calcinazione del residuo ottenni 0.0810 di CuO pari a 0.0646 di Cu.

IV. Gr. 0.2840 del composto secco all'aria furono tenuti vari giorni col cloruro di calcio e non perdettero di peso, così pure nel vuoto a 20 mm.; distillato con idrato di magnesio fornì 0.5460 di cloroplatinato di ammonio, cioè 0.0414 di NH^3.

Da cui la composizione centesimale seguente:

		I	II	III	IV
Cu	=	12.80	—	12.97	—
NH^3	=	—	13.83	—	14.55

Numeri che concordano bene colla formola:

$$(C^9H^9N^2O^2)^2Cu \,.\, 4\,NH^3$$

per la quale si calcola:

$$Cu = 13.05$$
$$NH^3 = 14.05$$

Ho ripetuto varie volte la preparazione di questo composto e ricristallizzato dall'ammoniaca l'ottenni sempre anidro. Questo composto cuproammonico, è, come si è visto, molto stabile all'aria, sul cloruro di calcio, nel vuoto e sull'acido solforico; è stabile molto anche riguardo l'azione del calore. Scaldato a 150° non si altera, o pochissimo, scaldato a lungo a 180° perde 8.4 (analisi III) e sino 10.7 % (analisi I) del proprio peso, il che corrisponde a circa $3\,NH^3$ ma non perde tutta l'ammoniaca senza scomporsi.

IV.

Propilcianmetilglutaconimide cuproammonica. — Se si scioglie a caldo della propilcianmetilglutaconimide, od il suo sale ammonico, in un eccesso di ammoniaca, poi s'aggiunge dell'acetato di rame ammoniacale si ottiene per raffreddamento dei cristalli che raccolti e lavati sono quasi incolori, appena rosei, non contengono rame, o solo delle traccie, e si dimostrano costituiti dal sale ammonico impiegato. Le acque azzurre non dànno composto cuproammonico.

Se invece si scioglie in poca acqua il sale sodico della propilcianmetilglutaconimide e poi s'aggiunge dell'acetato di rame ammoniacale e poca ammoniaca e si lascia a se, si depositano dei cristali azzurri, che non ho analizzato, mescolati con cristalli del sale ammonico inalterato.

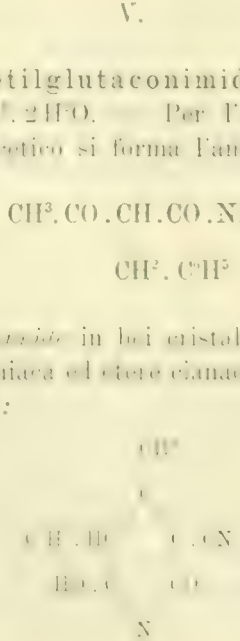
Non sono ancora riuscito ad ottenere il composto cuproammonico.

V.

Benzilcianmetilglutaconimide cuproammonica ($C^{24}H^{22}N^{3}O^{4}Cu . 4NH^{3} . 2HO$). — Per l'azione dell'ammoniaca sull'etere benzilacetacetico si forma l'amide β-chetonica

$$CH^{3}.CO.CH.CO.NH^{2}$$
$$CH^{2}.C^{6}H^{5}$$

ossia la *benzilacetacetamide* in bei cristalli fusibili a 149°-150° e da questa coll'ammoniaca ed etere cianacetico si forma la *benzilcianmetilglutaconimide:*



Questi composti descriverò in una prossima Nota insieme ad altri composti simili. Dalla benzilcianmetilglutaconimide preparai il derivato cuproammonico nel modo seguente. Sciolto il sale ammonico $C^{14}H^{11}(NH^4)N^2O^2$ della benzilcianmetilglutaconimide nella minore quantità possibile di ammoniaca al 10 % aggiungo una soluzione ammoniacale di acetato di rame. Dopo pochi istanti si deposita una massa di piccoli aghi azzurri che lavati con acqua ammoniacale, li faccio cristallizzare dall'ammoniaca al 10 % bollente. Questo composto scaldato in bagno d'olio a 100°-105° sviluppa ammoniaca e dell'acqua che si condensa in goccioline.

All'analisi diede i risultati seguenti:

I. Gr. 0.1220 di composto secco all'aria, fornirono 0.0132 di NH^3.

II. Gr. 0.2584 di composto secco all'aria, scaldati a 100°-110° perdettero 0.0289 ed il residuo calcinato fornì 0.0324 di CuO pari a 0.0258 di Cu.

III. Gr. 0.7850 di sale secco all'aria, lasciati sul cloruro di calcio non perdono di peso; 0.4482 del sale così disseccato, scaldati a 100°, dopo 4-5 ore perdettero 0.0497 cioè 11.08 %, e a 160° perdettero ancora appena 0.0038; per calcinazione fornirono 0.0554 di CuO pari a 0.0442 di Cu.

IV. Gr. 0.3307 di sale secco sul cloruro di calcio, fornirono per distillazione con MgO, 0.4554 di cloroplatinato di ammonio, pari a 0,0349 di NH^3.

V. Gr. 0.4151 di composto secco sul cloruro di calcio fornirono 0.0511 di CuO, pari a 0.04078 di Cu.

Da cui la composizione centesimale seguente:

		I	II	III	IV	V
Cu	=	—	9.98	9.86	—	9.82
NH^3 totale	=	10.77	—	—	10.55	—
Perdita a 105°-110°	=	—	11.06	11.08	—	—

Numeri che conducono alla formola:

$$(C^{14}H^{11}N^2O^2)^2Cu \,.\, 4\,NH^3 \,.\, 2H^2O$$

per la quale si calcola:

$$Cu = 9.81$$
$$4\,NH^3 = 10.53$$
$$2\,NH^3 . 2\,H^2O = 10.84$$

Questo composto cuproammonico cristallizza in aghi di un bel colore azzurro tendente al violaceo. È quasi insolubile nell'acqua fredda e poco anche nell'ammoniaca a freddo, però si scioglie bene nell'ammoniaca a caldo dando un liquido azzurro. A 15° se ne scioglie 1 p. in circa 225 p. di ammoniaca al 10 %.

Scaldato con acqua si decompone sviluppando ammoniaca e dando un residuo nero insolubile. A 100°-105° comincia a scomporsi sviluppando acqua ed ammoniaca. Il residuo del riscaldamento a 105°-110° ha la composizione $(C^{24}H^{14}N^2O^6)^2Cu . 2\,NH^3$: anche nel vuoto sull'acido solforico e a temperatura ordinaria il composto $(C^{24}H^{14}N^2O^6)^2Cu . 4\,NH^3 . 2\,H^2O$ perde, benchè lentamente, tutta l'acqua e metà dell'ammoniaca ed assume colore fior di pesco che poi si fa più intenso e diventa rosso-violaceo. Cioè si comporta come quando lo si scalda a 105°-110°. Ed invero:

I. Gr. 0.5700 di composto secco all'aria fu messo nel vuoto a 20 mm., sull'acido solforico, e a poco a poco cambiò di colore; dopo alcuni giorni era di color rosso-violaceo. Dopo 12 giorni perdette 0.0618 cioè 10.84 %, ma la maggior parte della perdita di peso ebbe luogo nei primi sette giorni.

II. Gr. 0.4481 del sale così disseccato, distillati con idrato di magnesio fornirono 0.3517 di cloroplatinato di ammonio cioè pari a 0.02696 di ammoniaca.

Da cui:

	I	II	III	calcolato per $(2NH^3 + 2H^2O)$
Perdita nel vuoto =	10.84	—	—	10.84
				calcolato per $(C^{24}H^{14}N^2O^6)^2Cu . 2NH^3$
NH^3 nel residuo =	—	6.01	—	5.91
Cu (analisi II precedente) =	—	—	11.10	11.03

VI.

Cianfenilglutaconimide cuproammonica. — Quando si scioglie a caldo la cianfenilglutaconimide pura, od il suo sale ammonico, nella minore quantità possibile di ammoniaca al 10 °/₀ poi si aggiunge un lieve eccesso di soluzione ammoniacale di acetato di rame, ottiensi quasi subito un bel precipitato cristallino di color azzurro d'oltremare costituito da $(C^{12}H^7N^2O^2)^2.Cu.4NH^3$, che lavai bene con acqua ammoniacale. Questo sale cuproammonico è pochissimo solubile nell'acqua e nell'ammoniaca. Ad esempio, da 0.5 gr. di cianfenilglutaconimide ottenni 0.62 di composto cuproammonico, cioè quasi la quantità teorica:

Questo composto è anidro ed è, come si vedrà, molto stabile. Perde l'ammoniaca solamente a temperatura molto elevata.

I. Gr. 0.2315 di sostanza, lasciati all'aria e poi scaldati a 100° per 2 ore e per 3 ore a 130° e 150° non perdettero di peso e appena diedero lievi segni di alterazione; per calcinazione fornirono 0.0338 di CuO pari a 0.02667 di Cu.

II. Gr. 0.2561 di sale secco all'aria, distillati in corrente di vapore con MgO fornirono 0.3737 di cloroplatinato di ammonio, cioè 0.02864 di NH^3.

III. Gr. 0.2696 di sale secco all'aria, dopo 24 ore sul cloruro di calcio non perdettero di peso e nemmeno dopo 2 ore a 100°-105° e 2 ½ ore a 145°-150°; solo a 175°-180° cominciarono a perdere di peso e dopo circa 6 ore perdettero 0.0173; per calcinazione lasciarono 0.0385 di CuO pari a Cu = 0.03073.

IV. Gr. 0.1953 di composto secco all'aria, distillati con MgO e vapor d'acqua, fornirono 0.3134 di cloroplatinato di ammonio, pari a 0.0240 di NH^3.

V. Gr. 0.3083 di composto secco all'aria, dopo 3 ore a 100°-105° perdettero 0.0011, dopo 1 ora a 125°-127° solamente 0.0005 e dopo 2 ore a 150°-160° appena 0.0003 ancora. Dopo 6 ore a 185° perdettero ancora 0.0313; cioè in totale 0.0332. Il residuo scaldato 5 ore a 210° perdette ancora 0.0165, ma con segni evidenti di scomposizione. Calcinato questo residuo, ottenni 0.0435 di CuO, pari a 0.0347 di Cu.

VI. Gr. 0,1805 di sostanza, per ebollizione con MgO forniscono 0,2755 di cloroplatinato di ammonio, pari a 0,0242 di NH^3.

Da cui la composizione centesimale seguente:

	I	II	III	IV	V	VI
Cu =	11.52	—	11.39	—	11.30	—
$2NH^3$ totale =	—	11.2	—	12.28	—	11.75
NH^3 a 175°-180° =	—	—	6.40	—	—	—
Perdita totale a 185° =	—	—	—	—	10.7	—

che corrisponderebbe alla formola:

$$(C^{12}H^7N^2O^2)^2Cu \,.\, 4NH^3$$

per la quale si calcola:

Cu	=	11.44
$4NH^3$	=	12.25
$2NH^3$	=	6.16
$3NH^3$	=	9.2

La deficienza di ammoniaca nell'analisi (II) dipende dal fatto che bisogna far bollire a lungo coll'ossido di magnesio per scacciare tutta l'ammoniaca essendo il composto insolubile nell'acqua.

Questo composto come si vede è molto stabile, a 175°-180° perde circa $2NH^3$ e dà un residuo $(C^{12}H^7N^2O^2)^2Cu \,.\, 2NH^3$; solo dopo molte ore di riscaldamento sopra 180° perde poco più di $3NH^3$; continuando a scaldare a 180° pare che si alteri, come si altera in modo manifesto a 210°.

Riassumendo, i cinque nuovi composti cuproammonici da me ottenuti e descritti hanno la composizione seguente:

1) $(C^7H^5N^2O^2)^2Cu \,.\, 4NH^3 \,.\, 2H^2O$.
2) $(C^8H^7N^2O^2)^2Cu \,.\, 4NH^3 \,.\, 4H^2O$.
3) $(C^9H^9N^2O^2)^2Cu \,.\, 4NH^3$.
4) $(C^{11}H^{13}N^2O^2)^2Cu \,.\, 4NH^3 \,.\, 2H^2O$.
5) $(C^{12}H^7N^2O^2)^2Cu \,.\, 4NH^3$.

Contengono tutti $4NH^3$ e sono quasi insolubili nell'acqua: due sono anidri e tre contengono acqua di cristallizzazione; relativamente all'azione del calore e dell'aria i primi sono molto più stabili dei secondi; mentre i primi non perdono ammoniaca che verso 180°, i secondi già a 100° perdono acqua ed ammoniaca. Anzi i composti 1), 2), 4) perdono tutta l'acqua e metà dell'ammoniaca a 125°. Il composto 1) però è il più stabile dei tre che contengono acqua perchè non perde acqua nè ammoniaca stando sul cloruro di calcio o nel vuoto sull'acido solforico, mentre invece i due composti 2) e 4) perdono l'acqua e metà dell'ammoniaca stando nel vuoto sull'acido solforico.

È dunque notevole l'influenza della presenza dell'acqua sulla eliminazione dell'ammoniaca. I miei due composti anidri sono stabilissimi. Che l'acqua abbia grande influenza sulla stabilità di composti cuproammonici era già noto per altre osservazioni: il cloruro anidro $CuCl^2.6NH^3$ che si ottiene per l'azione dell'ammoniaca gasosa sul cloruro di rame anidro scaldato a 150° dà $CuCl^2.4NH^3$, mentre il cloruro $CuCl^2.4NH^3.H^2O$ di Kane a questa temperatura è già decomposto.

Il solfato $CuSO^4.5NH^3$ di H. Rose non perde ammoniaca stando sull'acido solforico.

Non sarà privo di interesse l'osservare che i miei due composti anidri si formano per via umida, e che anche per ricristallizzazione dall'ammoniaca al 10 % si hanno sempre anidri. Si conoscono pochi altri casi in cui per via umida si forma un composto cuproammonico anidro; ricordo, ad esempio il *ditionato* $CuS^2O^6.4NH^3$ di Heeren. Anche il *bromato* $Cu(BrO^3)^2.4NH^3$ di Rammelsberg, il *fosfato* $Cu^3(PO^4)^2.4NH^3$ di U. Schiff, ed il *carbonato* $CuCO^3.2NH^3$ sono anidri, ma furono preparati precipitandoli con alcol.

Ora vedrò se dei composti cuproammonici si potranno ottenere da sostanze simili alle mie quali ad esempio l'acido citrazinico. Composti cuproammonici di sostanze azotate acide, o funzionanti da acido, sono piuttosto pochi. Dall'asparagina, ad esempio, e dall'acido asparatico non sono ancora riuscito ad ottenere composti cuproammonici. Sulla facilità di formare composti cuproammoniacali si deve far sentire l'influenza del gruppo cianico che trovasi nei miei composti; ed invero quasi tutti i cianuri dànno composti coll'ammoniaca.

Nel maggior numero dei casi si osserva che i composti cuproammonici meglio conosciuti contengono un numero *pari* di molecole di ammoniaca e il composto primo che si forma contiene $4NH^3$.

Farebbero eccezione i due composti $CuSO^4.NH^3$ e $CuSO^4.5NH^3$, ma il primo è ottenuto per l'azione del calore a 205° sul sale $CuSO^4.2NH^3$, ed il secondo si ottiene per l'azione dell'ammoniaca gassosa sul solfato di rame anidro. Viene qualche dubbio sull'esistenza di questi composti quando si pensa che sino a pochi anni fa si ammettevano ancora i due bromuri cuproammonici di Rammelsberg (1) $CuBr^2.3NH^3$ e $CuBr^2.5NH^3$, mentre il Richards (2) ha poi dimostrato che il bromuro di rame ammoniacale $CuBr^3.5NH^3$ contiene invece $CuBr^2.6NH^3$ e a 165° fornisce il composto $CuBr^2.2NH^3$ che non si scompone se non sopra 200°.

Anche l'acetobromuro di rame ammoniacale e gli acetati di rame ammoniacali recentemente studiati da Richards (3) e da Foerster (4) contengono un numero pari di molecole di ammoniaca: così dicasi dei periodiuri di Joergensen (5) $4NH^3.CuI^2.I^2$ e $4NH^3.CuI^2.I^2$ e del molibdato cuproammonico di Joergensen (6) $CuMoO^4.4NH^3$ che è anidro e lasciato a se all'aria perde ammoniaca e si trasforma in $CuMoO^4.2NH^3$.

Th. W. Richards e H. G. Shaw (7) e Richards con A. H. Whitrigde (8) hanno ottenuto una serie di sali cuproammonici doppi (acetobromuro, formicloruro, ecc.): due di questi sali contengono un numero dispari di ammoniaca e sono i due che contengono acqua di cristallizzazione. Si noti però che gli Autori stessi mettono in dubbio il rapporto da essi trovato 3 : 1 tra l'ammoniaca ed il rame.

(1) " Pogg. Ann. ,, 55, pag. 246 e in Gmelin-Kraut, " Hand. anorg. Chem. ,, III, pag. 665.

(2) " Berichte ,, T. 23, pag. 3790.

(3) " Berichte ,, T. 25, pag. 1493.

(4) " Id. ,, T. 25, pag. 3416.

(5) " Zeits. f. Chem. ,, 1871, VIII, pag. 403, e " Bull. Soc. Chim. ,, (2). XVI, p. 73 dal " Journ. f. prakt. Chem. ,, 1870.

(6) " Chem. Zeit. ,, 1896, p. 225 dal " Tidsskrift Physik og Chemin ,, 1896, I, p. 1887.

(7) " Amer. Chem. Journ. ,, 1893, T. XV, pag. 642.

(8) Ivi, 1895, T. XVII, pag. 145.

Anche i solfati basici di rame ammoniacali ottenuti da Pickering (1) contengono un numero pari di molecole di ammoniaca.

Per tutti questi composti, come per tre di quelli da me descritti, si osserva che una parte dell'ammoniaca, la metà se contengono $4NH^3$ e un terzo o due terzi se contengono $6NH^3$, si elimina ad una temperatura relativamente bassa e l'altra metà, due terzi o un terzo solamente, a temperatura più elevata. Dai miei due composti anidri con $4NH^3$ non si elimina ammoniaca se non verso 180°, e parzialmente.

Ma qui è da avvertire che sulla composizione di alcuni composti cuproammonici più generalmente conosciuti e sulla temperatura cui essi perdono l'acqua e l'ammoniaca si hanno dati in parte erronei come pare dimostrato da esperienze fatte nel mio laboratorio.

Molti composti cuproammonici descritti come aventi una composizione assai complessa debbono forse essere di nuovo esaminati. Tali sarebbero, a mio avviso, alcuni fosfati, arseniati, cromati ecc. cuproammonici, come ad esempio i seguenti:

$$20NH^3 . 2CuO . 3P^2O^5 . 21H^2O$$
$$8NH^3 . 8CuO . 3P^2O^5 . 8H^2O$$
$$6NH^3 . 6CuO . 2As^2O^5 . 4H^2O$$
$$10NH^3 . 3CuO . 2CrO^3 . 2H^2O, \text{ ecc.}$$

Questa osservazione potrebbe valere anche per altri composti metallammonici quali ad esempio i due seguenti ammoniocianuri (2):

$$2Hg(CN)^2 . 4Ni(CN)^2 . 5NH^3 . 2H^2O$$
$$5Hg(CN)^2 . 18Ni(CN)^2 . 8NH^3 . 15H^2O$$

I derivati cuprammonici meglio conosciuti sono quelli che per 1 atomo di Cu contengono $2NH^3$, $4NH^3$ e $6NH^3$.

---

(1) " Journ. of Chem. Soc. ", T. 43, pag. 336.
(2) " Chem. Zeit. ", 1876, pag. 633.

Si sono fatte molte ipotesi sulla costituzione dei composti cuproammonici, comuni si può dire colle ipotesi emesse pei composti ammonio-metallici in generale. Le due più importanti ipotesi sono: l'ipotesi di Graham sviluppata e modificata da Hofmann, C. Schiff e Weltzien, e l'ipotesi di Blomstrand e di Cleve che fu adottata da quasi tutti i chimici ed è sostenuta ancora specialmente da Joergensen. Che i composti metallammonici possano contenere il residuo elettronegativo in parte attaccato al metallo ed in parte all'azoto fu ammesso prima da Kolbe e da Grimm. Recentemente Werner (1), studiando i composti cobalto e platino-ammonici, e ritenendo non conformi ai fatti le precedenti ipotesi, ne ha emessa un'altra che ha suo fondamento sulla stereochimica e sul cosidetto *numero di coordinazione*.

L'influenza della sostituzione delle molecole di ammoniaca con un egual numero di molecole di acqua in un medesimo composto metallammonico, sulla conducibilità elettrica ed altre proprietà, fu studiata da Bredig, Jörgensen e da Werner.

Tutti i composti meglio conosciuti cuproammonici contengono, come ho già detto, 2, 4, 6 molecole di NH^3 e la teoria di Graham forse può servir bene ancora a spiegare la maggior parte, o tutte, le proprietà di questi composti; ma si spiegano anche ammettendo che tutte le molecole di ammoniaca siano attaccate al rame, vale a dire, ammettendo che in tutti questi miei composti ed altri simili vi sia il nucleo fondamentale $Cu(NH^3)^4$ ossia:

$$\left[\begin{matrix} NH^3 \diagdown & & \diagup NH^3 \\ & Cu & \\ NH \diagup & & \diagdown NH \end{matrix}\right] X^2 \quad \text{o} \quad \left[\begin{matrix} H^3N \diagdown & & \diagup NH^3 \\ \quad | & Cu & \\ H^3N \diagup & & \diagdown NH^3 \end{matrix}\right] X^2$$

essendo $X = C^7H^5N^2O^2$ ecc.

Quando si scalda direttamente uno di questi composti perde $2NH^3$ e rimane un residuo bruno che contiene $Cu(NH^3)^2 . X^2$. Per l'azione dell'acqua bollente si elimina $2NH^3$ e si precipita

(1) « Zeits. f. anorg. Chem. », III, pag. 267; VIII, pag. 163 e nella « Stereochimica » di Hantzsch, un'aggiunta: *Isomérie stéréochimique des composés inorganiques.*

CuO, mentre rimane in soluzione il sale di ammonio $X . NH^4$; ad esempio:

$$(C^4H^8N^2O^2)Cu . 4NH^3 + H^2O = 2C^4H^8(NH^2)N^2O^2 + 2NH^3 + CuO$$

I derivati cuproammonici con $6NH^3$, sono pochissimi.

I composti cuproammonici sono, relativamente ad altre serie di corpi metallammonici, meno stabili, ed anche meno studiati, e per ora non intendo entrare in discussione quale delle ipotesi sulla costituzione chimica di questi composti sia da preferirsi. Joergensen (1) in una recente memoria: *Zur Konstitution der Kobalt-Chrom-und Rhodiumbasen*, combatte, e non senza buoni argomenti, le idee di Werner.

Trasformazione dei chetoni in α-dichetoni.

II. Chetoni grassi $R.CH_2.CO.CH_2.R'$

Nota del Socio MICHELE FILETI e Dottor GIACOMO PONZIO.

In una precedente Memoria pubblicata nella " Gazzetta Chimica (2) " ci siamo occupati dell'azione dell'acido nitrico sopra i chetoni della formola $CH_3 . CO . CH_2 . R$ ed abbiamo dimostrato che essi si trasformano sempre in α-dichetoni e che l'ossidazione si porta sul gruppo metilenico legato al carbonile e mai sul metilico. Nella presente Memoria rendiamo conto delle esperienze fatte con chetoni alifatici contenenti due radicali alcoolici identici o diversi tra loro, ma non il gruppo metile legato al carbonile. Infatti, nel caso di chetoni misti era interessante di constatare se il gruppo metilenico che si ossida è quello appartenente al radicale alcoolico più ricco in carbonio od a quello meno ricco.

Le condizioni nelle quali l'ossidazione si fece sono quelle

(1) " Zeits. f. anorg. Chem. " XIII, pp. 172-190.
(2) Vol. XXV, 1, 233.

stesso indicato nella Memoria avanti citata. I chetoni adoperati e gli α-dichetoni ottenuti sono i seguenti:

$CH_3.CH_2.CO.CH_2.CH_3$	$CH_3.CO.CO.CH_2.CH_3$
$CH_3.CH_2.CH_2.CO.CH_2.CH_2.CH_3$	$CH_3.CH_2.CO.CO.CH_2.CH_2.CH_3$
$CH_3CH_2.CO.CH(CH_3)_2$	$CH_3.CO.CO.CH(CH_3)_2$
$CH_3.CH_2.CO.CH_2.CH_2.CH_3$	$CH_3.CO.CO.CH_2.CH_2.CH_3$ / $CH_3.CH_2.CO.CO.CH_2.CH_3$
$CH_3.CH_2.CO.CH_2.CH(CH_3)_2$	$CH_3.CO.CO.CH_2.CH(CH_3)_2$

Il palmitone non reagì con acido nitrico.

Nei primi tre casi si poteva prevedere la formazione di un solo α-dichetone, ed un solo ne abbiamo difatti ottenuto. Dall'etilpropilchetone si possono prevedere due α-dichetoni, e si formano ambedue in quantità presso a poco eguali. Finalmente dall'etilisobutilchetone possono derivare due α-dichetoni, ma ne abbiamo avuto uno solo, oltre ad una piccolissima quantità (1 p. % circa) di una diossima che, come sarà detto nella parte sperimentale, non fu potuta caratterizzare. Però da questi due ultimi casi, gli unici in cui si potevano formare due α-dichetoni isomeri, noi non siamo autorizzati a generalizzare, a stabilire cioè se in tutti i chetoni misti contenenti l'aggruppamento $CH_2.CO.CH_2$, l'ossidazione si porterà sopra ambedue i gruppi metilenici o sopra uno solo, tanto più che dall'etilpropilchetone si ebbero due dichetoni e dall'etilisobutilchetone se ne ebbe uno. Ci proponiamo di risolvere questa questione studiando altri chetoni.

In quanto ai dinitroidrocarburi (1) che si producono nella azione dell'acido nitrico sui chetoni grassi, siamo già ora in grado di poter affermare che *si forma sempre il dinitroidrocarburo derivante dal radicale alcoolico al quale appartiene il gruppo acetilico che si trasforma in carbonile*. Così, dall'etilisopropil- e dall'etilisobutilchetone, che danno rispettivamente acetilisobutirile e acetilisovalerile, si forma dinitroetano, mentre che dall'etilpro-

(1) Ripetiamo anche qui ciò che abbiamo detto nella Memoria precedente, che adoperiamo provvisoriamente questo nome, ma non crediamo probabile che tali corpi contengano due gruppi NO_2.

pilchetone, che dà un miscuglio di acetilbutirile e dipropionile, si ottengono dinitroetano e dinitropropano. Il dietil- e il dipropilchetone, essendo simmetrici, non possono dare rispettivamente che un solo α-dichetone (acetilpropionile o propionilbutirile) e quindi un solo dinitroidrocarburo (dinitroetano o dinitropropano).

Nella precedente Memoria, nella quale avevamo esaminato esclusivamente chetoni della formola $CH_3 . CO . CH_2 . R$, avevamo detto che si forma sempre il dinitroderivato del radicale alcoolico più ricco in carbonio (1); tale enunciato vale soltanto pei chetoni che contengono il metile legato al carbonile, poichè la ossidazione si porta sul gruppo CH_2 il quale, in essi, appartiene al radicale alcoolico più elevato, ma, come abbiamo visto, non è applicabile agli altri chetoni. Quindi si deve considerare come generale soltanto la regola su enunciata, perchè comprende tutti i chetoni grassi, qualunque siano i radicali alcoolici in essi contenuti.

Tra i prodotti dell'azione dell'acido nitrico sull'etilisopropil- ed etilisobutilchetone, abbiamo ottenuto, in discreta quantità, nuovi corpi che non siamo riusciti ad isolare operando con gli altri chetoni. Essi hanno la formola $CH_3 . C(N_2O_4) . CO . CH(CH_3)_2$ e $CH_3 . C(N_2O_4) . CO . CH_2 . CH(CH_3)_2$, si possono quindi considerare come acildinitroetani, e son solidi, insolubili nell'acqua, di odore canforato e cristallizzano con grande facilità. Furono ottenuti pure da uno di noi per l'azione del tetrossido d'azoto sugli isonitrosochetoni in soluzione eterea, come prossimamente sarà riferito a questa Accademia.

Tali corpi son specialmente caratterizzati dalla tendenza ad assorbire una molecola di acqua per decomporsi in dinitroidrocarburo ed acido grasso:

$$CH_3 . C(N_2O_4) . CO . CH_2 . CH(CH_3)_2 + H_2O =$$
$$= CH_3 . CH(N_2O_4) + COOH . CH_2 . CH(CH_3)_2$$

e la decomposizione avviene così facilmente in certi casi, come

(1) Anche Chancel ("Comptes Rendus", 1882, *94*, 402) era arrivato alla stessa conclusione.

nel propionildinitroetano $CH_3 . C(NO_2)_2 . CO . CH_2 . CH_3$ (1), che la sostanza, conservata in boccettina chiusa con tappo smerigliato, si liquefa in pochi giorni, decomponendosi per l'azione dell'umidità atmosferica in dinitroetano e acido propionico, e nella boccettina si mette un tubetto contenente anidride fosforica, in modo a mantenere sempre secco l'ambiente, la decomposizione non ha più luogo.

L'isobutirilde l'isovaleridinitroetano da noi preparati, agiscono meno facilmente coll'acqua, ma a lungo andare l'umidità atmosferica decompone anch'essi nel modo già indicato. Messi in sospensione nell'acqua, alla temperatura ordinaria restano per qualche tempo inalterati, e quindi si possono lavare, disseccandoli però prontamente nel vuoto in presenza di acido solforico; a caldo la decomposizione avviene subito. Con maggior facilità agiscono l'alcool acquoso, i carbonati e specialmente gli idrati alcalini e l'ammoniaca, mentre che i bicarbonati e gli acidi diluiti agiscono solo dopo qualche tempo. Verso gli acidi non contenenti acqua le sostanze di cui è parola si mostrano molto resistenti: si possono difatti sciogliere negli acidi solforico e acetico concentrati e riprecipitarli con acqua inalterati. Resistono anche, in soluzione eterea, all'acido cloridrico secco.

Onde avere qualche altro indizio sulla costituzione di questi nuovi composti, li abbiamo assoggettati all'azione di alcuni reattivi, operando in special modo sull'isovaleridinitroetano, perchè lo avemmo in maggiore quantità.

Con zinco e acido acetico glaciale alla temperatura ordinaria non si altera. Scaldandolo con anilina, nella speranza che questa agisse sul carbonile preesistente nel chetone o sopra un eventuale gruppo $-O . NO_2$ come sui nitrosati, non si ebbero prodotti definiti. Con acido cianidrico anidro non reagì. Scaldato con tricloruro o con pentacloruro di fosforo verso 150°, rimase inalterato, ma quest'ultimo lo carbonizzò completamente a 170°.

Questi saggi ed altri ancora che non riferiamo perchè, come i precedenti, ci diedero risultati negativi, non forniscono nessuna

(1) Questo fu esclusivamente ottenuto per l'azione del tetrossido d'azoto sull'isonitrosodietilchetone. Non lo abbiamo riscontrato fra i prodotti di ossidazione del dietilchetone con acido nitrico, e ciò si spiega avuto riguardo alla facilità colla quale si decompone coll'acqua.

idea sulla costituzione delle sostanze in parola. Decomponendosi esse così nettamente per idrolisi in dinitroidrocarburo e acido grasso, tentammo di prepararle sinteticamente dai cloruri dei radicali acidi e dai sali potassici dei dinitroidrocarburi; infatti, se è vero che in questi ultimi il potassio è legato direttamente al carbonio, doveva presumibilmente avvenire la reazione espressa dalla seguente equazione:

$$CH_3.C(N_2O_4)K + Cl.COCH_3 = KCl + CH_3.C(N_2O_4).CO.CH_3.$$

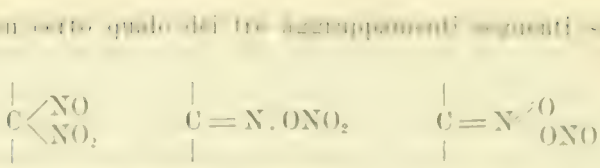
Noi ottenemmo però, mescolati con dinitroidrocarburi, liquidi che non riuscimmo a purificare, che si decompongono con grande facilità coll'acqua o cogli alcali in dinitroidrocarburo ed acido grasso, e che probabilmente son da considerare come veri eteri, nei quali il legame fra i due radicali è fatto per mezzo dell'ossigeno; nulla dunque possiamo dire di certo su questo argomento, sul quale ci proponiamo di ritornare, ma sembrerebbe da queste esperienze preliminari, che i sali dei dinitroidrocarburi provenissero da una forma ossidrilica, precisamente come alcuni chimici hanno supposto pei mononitrocomposti.

Riassumendo, l'unica cosa che ci pare fuor di dubbio intorno alla struttura di questi nuovi corpi, è che il gruppo CO sia legato direttamente al carbonio del radicale contenente il complesso N_2O_4. Infatti essi si formano da corpi in cui questo legame già esiste, e cioè dai chetoni per l'azione dell'acido nitrico e dagli isonitrosochetoni per l'azione del tetrossido d'azoto. Se poi i due atomi d'azoto siano legati tra di loro, o direttamente al carbonio, o ad esso per mezzo dell'ossigeno, non possiamo asseverare, poichè tutte le nostre esperienze fatte in proposito, o hanno lasciato la sostanza indecomposta, o l'hanno trasformata in acido grasso ed in dinitroidrocarburo.

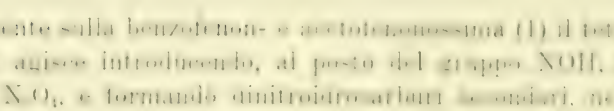
Il tetrossido d'azoto agisce sulle chetossime in vari modi. Nella pinacolinossima sostituisce il gruppo NOH con quello N_2O_2 (1). Nelle chetossime alifatiche l'isonitrosogruppo è sostituito con N_2O_3 costituendo i pseudonitroli (2) in cui non è an-

(1) Scholl, " Berichte ", 1895, *28*, 1361.
(2) Scholl, " Berichte ", 1888, *21*, 509.

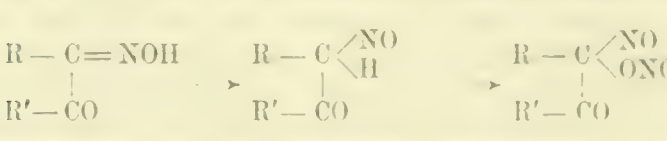
cora ben certo quale dei tre raggruppamenti seguenti si trovi:

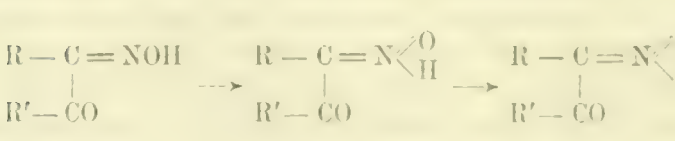


Finalmente sulla benzofenon- e acetofenonossima (1) il tetrossido d'azoto agisce introducendo, al posto del gruppo NOH, il complesso N_2O_4, e formando dinitroidrocarburi secondari, nei quali alcuni chimici ammettono uno di questi gruppi:



Gli isonitrosochetoni alifatici si comportano verso il tetrossido d'azoto come la benzofenonossima, poichè al posto di NOH viene N_2O_4, e tra le varie ipotesi che si possono fare, si può anche supporre che la trasformazione dell'isonitrosochetone proceda in uno dei modi seguenti:





A queste formole, che crediamo tra le più probabili, non diamo però maggiore importanza di quella che merita una semplice ipotesi, varie altre potendosene immaginare. La resistenza che presentano tali sostanze verso certi reattivi e la facilità colla quale, invece, si decompongono coll'acqua, costituiscono una grande difficoltà allo studio di questi corpi, la cui costituzione è strettamente legata con quella, ancora ignota, dei dinitroidrocarburi, dei quali si possono considerare come acilderivati.

(1) Scholl, " Berichte ", 1890, *23*, 3490.

È appena necessario di accennare che, l'aver riscontrato gli acildinitroidrocarburi tra i prodotti dell'ossidazione dei chetoni con acido nitrico, nulla ci obbliga a modificare intorno alla ipotesi sull'andamento della reazione, formulata e dimostrata nella precedente Memoria, cioè che si producano prima gli isonitrosochetoni i quali in parte, per idrolisi, dànno i dichetoni, ed in parte si trasformano in dinitroidrocarburi e acido grasso passando, secondo Behrend e Tryller, per gli acidi nitrolici. Dobbiamo soltanto aggiungere che, una porzione dell'isonitrosochetone, reagendo coll'ipoazotide proveniente dalla riduzione dell'acido nitrico, forma gli acildinitroidrocarburi i quali o rimangono, almeno in parte, inalterati o, se sono troppo facilmente decomponibili dagli acidi diluiti, si decompongono completamente in dinitroidrocarburo e acido grasso.

PARTE SPERIMENTALE

Dietilchetone.

L'ossidazione fu fatta nelle precise condizioni indicate a pag. 237 della nostra Memoria avanti citata; essa è molto energica ed il liquido prende già a freddo la colorazione rosso bruna. Trattando con acqua, questa scioglie il dichetone lasciando indisciolto il dinitroetano.

La soluzione acquosa si distilla, il distillato giallo si tratta con cloridrato di idrossilamina e si scalda leggermente, per il che tosto si decolora separandosi, col riposo, la diossima dell'acetilpropionile, che rappresenta il 21 p. % del chetone adoperato.

Cristallizzata due volte dall'alcool acquoso, si ha in laminette splendenti, fusibili a 172°-73°, e non a 171° come anche noi avevamo ritenuto nella precedente Memoria.

Gr. 0,1137 di sostanza fornirono cc. 20,7 di azoto (H = 748,16, t = 13°), ossia gr. 0,024208.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_5H_{10}N_2O_2$
Azoto	21,12	21,53

Il dinitroetano, separato dalla soluzione acquosa gialla, si mette in sospensione in acqua, si alcalinizza fortemente con carbonato potassico, si estrae bene con etere per allontanare ogni traccia di sostanze insolubili in carbonato, si acidifica con acido cloridrico (che deve esser diluito per non decomporre il dinitroidrocarburo), si estrae subito con etere, la soluzione eterea si lava accuratamente con acqua sino ad eliminazione completa dell'acido cloridrico, si allontana il solvente ed il residuo si distilla col vapore. Alla distillazione passa il dinitroetano il quale si trasforma in sale potassico mettendolo in sospensione in acqua ed aggiungendo un piccolissimo eccesso di carbonato potassico: la soluzione, concentrata a bagno maria, lascia depositare il sale in prismetti gialli, nei quali fu constatata la proprietà caratteristica del dinitroetanpotassio di arrossarsi alla luce, riprendendo il colore primitivo nell'oscurità. Il rendimento è del 7 p. %, del chetone impiegato (1).

Gr. 0,1180 di sostanza fornirono gr. 0,0649 di solfato potassico.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_2H_5KN_2O_4$
Potassio	24,46	24,68

Dipropilchetone.

La reazione è poco energica. Si lava il prodotto con acqua e soluzione di nitrato potassico (l. c. pag. 237), le acque nitriche e quelle di lavatura si distillano col vapore, e si tratta il distillato con cloridrato di idrossilamina.

(1) Qui non è fuor di luogo osservare che è assolutamente necessario seguire il procedimento sopra indicato per purificare il nitroetano, perchè le sostanze estranee, che eventualmente può contenere, provocano la cristallizzazione del sale potassico durante lo evaporamento della soluzione.

L'olio giallo, contenente la più gran parte del dichetone ed il dinitropropano, si tratta con soluzione di carbonato potassico, si estrae con etere, e, dalla soluzione alcalina, si ricava il dinitroproprano nel modo stato detto pel dinitroetano.

Distillando la soluzione eterea separata dal liquido alcalino, resta un olio giallo che si tratta con soluzione acquosa di quantità equimolecolari di cloridrato di idrossilamina e carbonato sodico e si lascia in riposo per qualche tempo. Si formano così la diossima del dichetone e l'ossima del dipropilchetone rimasto inalterato. Si distilla col vapore interrompendo l'operazione quando comincia a passare la diossima, il cui rendimento complessivo è di circa il 35 p. %.

Il distillato contiene dipropilchetossima e quantità non trascurabile di dinitropropano che l'etere ha trasportato dalla soluzione alcalina. Per ricuperare il dinitroidrocarburo, si alcalinizza con idrato potassico, si lava la soluzione ripetutamente con etere onde allontanare la chetossima, si acidifica con acido cloridrico e si estrae nuovamente con etere.

Il rendimento complessivo in dinitropropanpotassio è del 28 p. %.

Gr. 0,2191 di sostanza fornirono gr. 0,1094 di solfato potassico.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_3H_5KN_2O_4$
Potassio	22,42	22,67

Il dichetone che si ottiene dall'ossidazione del dipropilchetone $CH_3 . CH_2 . CH_2 . CO . CH_2 . CH_2 . CH_3$ è il propionilbutirile $CH_3 . CH_2 . CO . CO . CH_2 . CH_2 . CH_3$ finora non stato prerarato. Descriviamo quindi la sua diossima ed il suo osazone.

Propionilbutirildiossima. — La diossima ottenuta si lava con benzina a freddo e si cristallizza dall'alcool acquoso, in cui è discretamente solubile a caldo e poco a freddo. Si ha così in laminette splendenti, fusibili a 167°-68°.

Gr. 0,2802 di sostanza fornirono cc. 42 di azoto ($H_0 = 750,04$, $t = 15°$), ossia gr. 0,048856.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_7H_{12}N_2O_2$
Azoto	17,41	17,72

È solubilissima anche a freddo nell'alcool, nell'etere e nell'acetone, pochissimo, sia a caldo che a freddo, nell'acqua, nella benzina e negli eteri di petrolio. Distillata con acido solforico al 20 p. %, si trasforma nel corrispondente dichetone, olio giallo, più leggiero dell'acqua ed in essa difficilmente solubile.

Propionilbutirilosazone. — Si scalda a ricadere il propionilbutirile colla quantità teorica di fenilidrazina sciolta in alcool, dopo qualche ora si svapora l'alcool, si lava il residuo con eteri di petrolio e si cristallizza il prodotto dall'alcool acquoso. Lo si ha così in laminette splendenti, leggermente brune e fusibili a 106°.

Gr. 0,1535 di sostanza fornirono cc. 24,8 di azoto (H = 737,29, t = 14°), ossia gr. 0,028405.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{19}H_{22}N_4$
Azoto	18,49	18,18

È molto solubile anche a freddo nell'alcool, etere, benzina, solfuro di carbonio, insolubile nell'acqua e negli eteri di petrolio.

Palmitone.

Il palmitone non reagisce coll'acido nitrico nelle condizioni nelle quali si opero cogli altri chetoni. Scaldato in tubo chiuso con acido della densità 1,18 per 8 ore a 100°, diede prodotti di decomposizione non volatili col vapore e nè dichetone, nè dinitroidrocarburo.

Etilpropilchetone.

In questa nitrazione, che procede nel modo consueto, si ottengono, come è già stato accennato, due dichetoni e due dinitroidrocarburi.

Le acque nitriche e quelle di lavatura, distillate col vapore, danno un po' di dichetone che si trasforma in diossima per trattamento con cloridrato di idrossilamina.

L'olio giallo si tratta con carbonato potassico, si estrae con etere e si ricava nel modo solito il dinitroidrocarburo dalla soluzione alcalina. La soluzione eterea si distilla, il residuo si tratta con una soluzione acquosa di quantità equimolecolari di cloridrato di idrossilamina e carbonato sodico, si lascia in riposo e si distilla poi col vapore per separare l'etilpropilchetossima dal miscuglio delle diossime non volatili, le quali rappresentano il 32 p. % del chetone adoperato.

Miscela delle diossime. — Che i due dichetoni isomeri risultanti dall'ossidazione dell'etilpropilchetone siano α-dichetoni, risulta dal fatto che ad essi corrispondono diossime, solubili senza colorazione negli idrati alcalini. Il miscuglio delle diossime da noi ottenuto, lavato con benzina, si fonde, senza ulteriore purificazione, a 151°-52° ed all'analisi diede numeri concordanti colla formola $C_6H_{12}N_2O_2$.

Gr. 0,3268 di sostanza fornirono cc. 54,5 di azoto ($H_0 = 741,05$, $t = 13°$), ossia gr. 0,063102.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_6H_{12}N_2O_2$
Azoto	19,27	18,94

Che realmente si tratti di un miscuglio, risulta dal fatto che, per successive cristallizzazioni dall'alcool acquoso, si ottengono porzioni fusibili rispettivamente a 156°-59° ed a 160°-66°. Però ad una separazione completa dei due isomeri non si arriva per cristallizzazione dall'alcool; migliori risultati si ottengono invece cogli osazoni.

Le due porzioni predette furono distillate separatamente con acido solforico al 20 p. % secondo le indicazioni di Pechmann, e i dichetoni ottenuti furon trasformati in osazoni, facendoli bollire con fenilidrazina in soluzione alcoolica. Cristallizzando i prodotti dall'alcool, si ottenne, dalla porzione corrispondente alla diossima fondente più alto, un osazone fusibile a 135°-36°, e dall'altra un osazone isomero col precedente, fondente a 160°-61° rammollendosi qualche grado prima. Tutti e due questi corpi hanno una composizione corrispondente alla formola grezza $C_{18}H_{22}N_4$, infatti:

I. Gr. 0,1852 di osazone fusibile a 135°-36° fornirono cc. 30,5 di azoto ($H_0 = 750,28$, $t = 13°$), ossia gr. 0,035770.

II. Gr. 0,2711 di osazone fusibile a 160°-61° fornirono cc. 44,7 di azoto ($H_0 = 741,41$, $t = 14°$), ossia gr. 0,051488.

Cioè su cento parti:

	trovato		calcolato per
	I	II	$C_{18}H_{22}N_4$
Azoto	19,31	18,99	19,04

L'osazone fondente a 135°-36° è identico con quello già conosciuto dell'acetilbutirile (1); l'altro fondente a 160°-61° deriva certamente dal dichetone ancora ignoto dipropionile (2) ed è in prismi gialli, poco solubili nell'alcool, i quali si colorano in bruno alla luce.

Dunque dalla ossidazione dell'etilpropilchetone $CH_3.CH_2.CO.CH_2.CH_2.CH_3$ si formano acetilbutirile $CH_3.CO.CO.CH_2.CH_2.CH_3$ e dipropionile $CH_3.CH_2.CO.CO.CH_2.CH_3$.

Miscela dei sali potassici dei dinitroidrocarburi. — Come si ottennero due dichetoni, così si ebbero due dinitroidrocarburi e precisamente il dinitroetano ed il dinitropropano.

(1) Pechmann, " Berichte ", 1889, *22*, 2119.

(2) Questo corpo rappresenta il vero dipropionile. La sostanza indicata sotto tale nome da Nasini e Anderlini (" Gazzetta Chimica ", 1894, *24*, I, 162) fu riconosciuta in seguito da quest'ultimo per dipropionato di betil-acetilenglicole.

Il miscuglio dei sali potassici si espose alla luce diretta del sole, con che alcuni cristalli diventarono rossi (quelli del dinitroetanpotassio) e gli altri conservarono il loro colore, per modo da renderne facile la separazione meccanica. Il sale rosso ridiventò lentamente giallo nell'oscurità, e non vi è alcun dubbio che sia dinitroetanpotassio, malgrado che non si sia potuto analizzare, perchè si decompose nel tentare di purificarlo. Il sale rimasto giallo fu cristallizzato dall'acqua e riconosciuto per dinitropropanpotassio.

Gr. 0,2360 di sostanza fornirono gr. 0,1179 di solfato potassico.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_3H_5KN_2O_4$
Potassio	22,39	22,67

Etilisopropilchetone.

Il prodotto della nitrazione si tratta con acqua in imbuto a robinetto: lasciando il tutto in riposo in luogo freddo, dall'olio che galleggia si separano dopo breve tempo lunghi ed abbondanti aghi incolori (A).

Le acque nitriche, giallognole, si diluiscono e si distillano col vapore. Passa un olio giallo per dichetone che, trattato con cloridrato di idrossilamina e scaldato leggermente, dà, dopo un certo tempo, una sostanza bianca, quasi completamente solubile in benzina. La piccola porzione insolubile si fonde a 155°-58° ed è diossima; la parte solubile cristallizza dall'acqua in splendidi aghi fusibili a 85°-94°.

Gr. 0,2250 di sostanza fornirono cc. 20,7 di azoto ($H_0 = 735,17$, $t = 13°$), ossia gr. 0,023783.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_6H_{11}NO_2$
Azoto	10,57	10,85

Essa è una miscela delle due monossime dell' acetilisobutirile, l'una $CH_3.CO.C(NOH).CH(CH_3)_2$ fusibile a 75° (1), l'altra $CH_3.C(NOH).CO.CH(CH_3)_2$ a 91° (2); trattata infatti con cloridrato di idrossilamina e carbonato sodico in quantità equimolecolari, dà una sola diossima, cioè quella corrispondente all'acetilisobutirile.

L'olio giallo, contenente in sospensione la sostanza solida (A), fu separato da questa per filtrazione su lana di vetro e distillato col vapore. Le porzioni più facilmente volatili contengono specialmente dichetone ed etilisopropilchetone inalterato. Trattandole prima con cloridrato di idrossilamina e carbonato sodico e poi, per completare la reazione, con cloridrato di idrossilamina e idrato sodico, e agitando con etere, questo trasporta la diossima dell'acetilisobutirile, identica con quella preparata da Ponzio e l'etilisopropilchetossima, che si allontana per distillazione col vapor d'acqua.

Gr. 0,2334 di sostanza fornirono cc. 38,9 di azoto ($H_{\cdot} = 750,28$, $t = 14°$), ossia gr. 0,044605.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_5H_{12}N_2O_2$
Azoto	19,11	18,94

Le porzioni dell' olio più difficilmente volatili, contengono principalmente dinitroetano: si alcalinizzano con carbonato potassico e, dopo ripetuti lavamenti con etere, si ricava, nel modo più volte accennato, il sale potassico del dinitroidrocarburo.

Gr. 0,2637 di sostanza fornirono gr. 0,1448 di solfato potassico.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_2H_3KN_2O_4$
Potassio	24,57	24,68

(1) WESTEMBERGER, " Berichte ", 1884, *16*, 2991.

(2) Questo isonitrosochetone e la diossima corrispondente saranno descritti nella Memoria riguardante l'azione del tetrossido d'azoto sugli isonitrosochetoni che sarà presentata prossimamente all'Accademia.

La sostanza solida (A) che si era separata pel riposo dall'olio giallo, si cristallizza dal solfuro di carbonio, dove è pochissimo solubile a freddo. Si ha così in finissimi aghi, fusibili a 58°, di odore canforato, solubili nei solventi organici.

I. Gr. 0,2850 di sostanza fornirono gr. 0,3969 di anidride carbonica e gr. 0,1420 di acqua.

II. Gr. 0,3131 di sostanza fornirono cc. 39,6 di azoto ($H_0 = 744,16$, $t = 14°$), ossia gr. 0,045784.

Cioè su cento parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_6H_{10}N_2O_5$
Carbonio	37,98	—	37,89
Idrogeno	5,05	—	5,26
Azoto	—	14,62	14,73

La sua composizione corrisponde dunque a quella di un isobutirildinitroetano $CH_3.C(N_2O_4).CO.CH(CH_3)_2$. Il suo comportamento verso i reattivi è lo stesso di quello che sarà indicato pel suo omologo superiore, ma la sua resistenza all'azione dell'acqua è un po' minore.

Etilisobutilchetone.

La nitrazione è abbastanza viva, ma va nel solito modo. Aggiungendo acqua e lasciando il tutto in luogo freddo, dall'olio soprastante si separa una sostanza solida (A). Si può anche estrarre l'olio agitando con etere, disseccare la soluzione eterea su solfato sodico deacquificato, distillare il solvente ed abbandonare a sè stesso il residuo oleoso, con che dopo breve tempo comincia la separazione della sostanza solida sopradetta.

L'olio, separato dalla parte solida per decantazione o filtrazione su lana di vetro, e che contiene il dinitroidrocarburo, il dichetone e l' etilisobutilchetone inalterato, si mette in sospensione in acqua e si tratta con carbonato sodico e cloridrato di

idrossilamina, lasciandolo qualche tempo in riposo in luogo tiepido (con che si forma specialmente la monossima) e poi con altro cloridrato di idrossilamina in presenza di eccesso di idrato sodico.

Poichè dall'etilisobutilchetone $CH_3.CH_2.CO.CH_2.CH(CH_3)_2$ si può (come nel caso dell'etilpropilchetone) prevedere la formazione di due dinitroidrocarburi, cioè del dinitroetano e del dinitroisobutano, così abbiamo sottoposto alla distillazione frazionata col vapor d'acqua il nitroderivato ottenuto nel solito modo dal liquido alcalino: trasformando in sale potassico le porzioni successive, abbiamo riconosciuto che si forma soltanto dinitroetano; infatti i sali potassici preparati dalle porzioni estreme della distillazione frazionata, si comportarono alla luce come il dinitroetanpotassio e diedero all'analisi i seguenti risultati:

I. Gr. 0,1973 di sostanza fornirono gr. 0,1971 di solfato potassico.

II. Gr. 0,1840 di sostanza fornirono gr. 0,1006 di solfato potassico.

Cioè su cento parti:

	trovato		calcolato per
	I	II	$C_2H_4KN_2O_4$
Potassio	24,33	24,50	24,68

Come pei dinitroidrocarburi, si può anche prevedere la formazione di due dichetoni isomeri, l'acetilisovalerile $CH_3.CO.CO.CH_2.CH(CH_3)_2$ e il propionilisobutirile $CH_3.CH_2.CO.CO.CH(CH_3)_2$. La diossima ottenuta come è detto sopra, cristallizzata dalla benzina, nella quale è poco solubile, e poi dall'alcool acquoso, si ebbe in aghi splendenti fusibili a 171°-72° come la diossima dell'acetilisovalerile (1).

Gr. 0,1952 di sostanza fornirono cc. 29,7 di azoto ($H_0 = 746,04$, $t = 15°$), ossia gr. 0,035293.

---

(1) Pechmann, " Berichte ", 1889, *22*, 2123.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_7H_{14}N_2O_2$
Azoto	18,08	17,72

Siccome però quasi tutte le diossime degli α-dichetoni hanno press'a poco lo stesso punto di fusione e non si conosce quella corrispondente al propionilisobutirile, così, per identificare con tutta sicurezza la diossima da noi ottenuta, l'abbiamo trasformata nel corrispondente dichetone col metodo di Pechmann per le diossime di peso molecolare elevato (1), e da questo abbiamo ottenuto un osazone fondente a 116°, identico quindi con quello dell'acetilisovalerile (2).

Distillando le acque madri benziniche di cristallizzazione della diossima, restò piccolissima quantità (circa gr. 0,4 da gr. 40 di etilisobutilchetone) di una sostanza molto solubile in benzina, fusibile a 125°-26° e che, da una determinazione di azoto, pare isomera coll'acetilisovalerildiossima (trovato N = 17,40, calcolato N = 17,72 p. %). Noi ne abbiamo avuto troppo poco per purificarla completamente e farne la determinazione di carbonio e di idrogeno e per trasformarla in osazone onde caratterizzarla in modo sicuro; però, avuto riguardo al punto di fusione troppo basso, ci pare poco probabile che derivi dal propionilisobutirile, cioè dall'altro dichetone del quale si potrebbe prevedere la formazione. Conviene dunque ritenere, fino a prova contraria, che nell'ossidazione dell'etilisobutilchetone si formi un solo dichetone (l'acetilisovalerile), e in quanto alla piccolissima quantità di sostanza fondente a 125°-26°, non ci crediamo nemmeno autorizzati a supporre che si tratti di uno stereoisomero dell'acetilisovalerildiossima, poichè non abbiamo potuto fare alcuna esperienza in proposito.

La sostanza solida (A) che si separa col riposo dal prodotto della reazione, e della quale è stata fatta parola in principio, cristallizzata dagli eteri di petrolio bollenti fra 50° e 80°, rappresenta il 7 p. % del chetone adoperato. Essa corrisponde alla formola $CH_3.C(N_2O_4).CO.CH_2.CH(CH_3)_2$ di un isovalerildinitroetano.

(1) Pechmann, " Berichte ", 1889, *22*, 2132.
(2) Pechmann, " Berichte ", 1889, *22*, 2123.

I. Gr. 0,2839 di sostanza fornirono gr. 0,4305 di anidride carbonica e gr. 0,1153 di acqua.

II. Gr. 0,2515 di sostanza fornirono cc. 30 di azoto ($H_0 = 732,17$, $t = 15°$), ossia gr. 0,034057.

Cioè su cento parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_7H_{12}N_2O_2$
Carbonio	41,35	—	41,17
Idrogeno	6,07	—	5,88
Azoto	—	13,93	13,72

È in larghe lamine, di odore leggermente canforato, molto solubili nei solventi organici, poco però negli eteri di petrolio. È poco stabile in presenza di acqua, e bollita con essa o con alcool ordinario si decompone in acido isovalerianico e dinitroetano:

$$CH_3 . C(N_2O_4) . CO . CH_2 . CH(CH_3)_2 + H_2O =$$
$$= CH_3 . CH(N_2O_4) + COOH . CH_2 . CH(CH_3)_2.$$

Anche lasciandola in boccetta chiusa, dopo qualche tempo si sente l'odore dell'acido valerianico e si vedono piccole gocciolline oleose aderenti alle pareti. Colle soluzioni dei carbonati e idrati alcalini la decomposizione avviene molto facilmente, e col bicarbonato sodico assai lentamente.

Cogli acidi diluiti e freddi si decompone meno prontamente che cogli alcali; all'azione degli acidi non contenenti acqua resiste, intatti si scioglie nell'acido solforico concentrato e nell'acido acetico glaciale, anche riscaldando, e riprecipita per aggiunta di acqua.

Scaldata in tubo chiuso con eccesso di tricloruro di fosforo a 150° rimase inalterata, manifestandosi soltanto un leggiero imbrunimento del liquido. Non si altero nemmeno per riscaldamento alla stessa temperatura con pentacloruro di fosforo, ma a 170° si carbonizzò completamente.

Con acido cianidrico anidro non reagì.

Sopra un teorema del sig. G. Cantor;

Nota di CESARE BURALI-FORTI in Torino.

Nella nostra memoria: *Le classi finite* (1), abbiamo dimostrato che ogni proprietà dei *numeri cardinali finiti* del signor G. Cantor può ridursi a proprietà delle *classi* e delle *corrispondenze*. Scopo principale di questa nota è di far vedere che attualmente non si sa fare, in modo completo e rigoroso, egual riduzione per le proprietà dei numeri cardinali infiniti. Ammettiamo noto quanto abbiamo esposto nella nostra memoria ora citata.

Il sig. C. dice (2) che: "... appena avremo dato uno sguardo alla successione crescente dei numeri cardinali transfiniti, ed avremo acquistata cognizione della loro connessione, risulterà la verità del teorema:

A. Se a, b sono numeri cardinali qualunque si ha: o $a = b$, o $a < b$, o $a > b$ ".

A questo noi facciamo alcune osservazioni. Gli elementi che dànno le proprietà della successione crescente dei numeri cardinali e della loro connessione, sono le relazioni $a = b$, $a < b$, $a > b$ e le operazioni *somma*, *prodotto*, *potenza*, che dànno i numeri cardinali $a + b$, $a \times b$, a^b. Tutti questi elementi sono anche dal signor C. definiti facendo uso dei soli termini *classe corri-*

(1) " Atti Acc. Scienze ". Torino, 1896.

(2) *Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre* (" Math. Ann. ", B 47), § 2. Traduzione italiana di questa memoria nella " Rivista di matematica ", vol. V.

spondenze ([1]). In conseguenza la prop. A esprime proprietà delle classi e delle corrispondenze, e la sua dimostrazione — se può essere facilitata da un conveniente sistema di prop. sui numeri cardinali — deve sempre potersi dare facendo uso delle sole proposizioni primitive che individuano i concetti non definiti di classe e di corrispondenza ([2]). Ne la teoria dei *tipi d'ordine* ([3])

([1]) Ecco la traduzione simbolica delle prop. enunciate dal sig. Cantor nei §§ 3, 4. Essendo u una classe scriviamo $N_c`u$ " numero cardinale degli u ", al posto del segno u (usato dal sig. C.) per non fare confusione col segno di inversione adottato nelle notazioni di logica matematica

$$u, v, w, u', v' \in K \quad \iota \Lambda . \supset :$$

1. $u \cap v = \Lambda . \supset . N_c`u + N_c`v = N_c`(u \cup v)$ Def

Il segno (u, v) del Cantor corrisponde così al segno $u \cup v$ quando $u \cap v = \Lambda$, e le prop. (2), (3) del § 3 si riducono a proprietà della *somma logica* delle classi

2. $(u, v) = \overline{(x, y) \in} \{ x \in u . y \in v \}$ Def
3. $(N_c`u) \times (N_c`v) = N_c`(u, v)$ Def
4. $u \backsim u' . v \backsim v' . \supset . (u, v) \backsim (u', v')$
5. $(u, v) \backsim (v, u)$
6. $(u, (v, w)) \backsim ((u, v), w)$
7. $(u, v \cup w) \backsim (u, v) \cup (u, w)$

Il segno (u, v) della nostra prop. 2 corrisponde al segno $(u . v)$ del signor Cantor (l. c. § 3) e indica tutte le coppie che si possono formare con un u e un v; le nostre prop. 3, 4, 5, 6, 7, corrispondono rispettivamente alle prop. (6), (5), e alle tre ultime del § 3 che esprimono le leggi, commutativa, associativa e distributiva del prodotto.

8. $(N_c`u)^{N_c`v} = N_c`(u \mathrm{f} v)$ Def
9. $u \backsim u' . v \backsim v' . \supset . u \mathrm{f} v \backsim u' \mathrm{f} v'$
10. $(u \mathrm{f} v, u \mathrm{f} w) \backsim u \mathrm{f} (v \cup w)$
11. $(u \mathrm{f} w, v \mathrm{f} w) \backsim (u, v) \mathrm{f} w$
12. $(u \mathrm{f} v) \mathrm{f} w \backsim u \mathrm{f} (v, w)$

Il noto segno $u \mathrm{f} v$ corrisponde a ciò che il sig. C. chiama *coprimento* (Belelung) di v con u e che indica col segno $v \mid u$ (§ 4). Le nostre prop. 8-10 corrispondono rispettivamente alle prop. (4), (3), (5), (6), (7) del § 4; queste tre ultime esprimono che se a, b, c sono numeri cardinali allora

$$a^b . a^c = a^{b+c} . a^c . b^c = (a b)^c . (a^b)^c = a^{b c} .$$

([2]) Si veda la prefazione alla nostra nota " Le classi finite ", l. c.

([3]) G. Cantor, l. c., § 7.

crediamo possa introdurre alcun nuovo elemento per dimostrare la A, poichè il tipo d'ordine è funzione astratta della *classe ordinata*, e questa, — insieme alla *corrispondenza ordinata*, che permette di definire l'ente astratto tipo d'ordine, — si può definire mediante i soli termini classe e corrispondenza [1].

Esaminiamo ora a quali conseguenze conduce la riduzione della prop. A a prop. esprimenti proprietà delle classi e delle corrispondenze.

Noi dimostriamo (§ 1), dando ai termini il significato loro attribuito dal signor C., che la prop. A equivale al prodotto logico delle due prop. seguenti:

I. " Se u, v sono classi allora; o u è equivalente ad una parte di v, o v è equivalente ad una parte di u ".

II. " Se u, v sono classi, u è equivalente ad una parte di v, e v è equivalente ad una parte di u, allora u è equivalente a v [2] ".

---

[1] C. Burali-Forti, *Sulle classi ordinate e i numeri transfiniti* (" Circolo matematico di Palermo ", 1894).

[2] Con i simboli adottati nella nostra memoria " Le classi finite ", le prop. I, II assumono la forma seguente:

I. $u, v \in \mathrm{K} . \supset : u < v . \cup . v < u$

II. $u, v \in \mathrm{K} . u < v . v < u . \supset . u \backsim v.$

Queste sono appunto le prop. D, B, (rispettivamente) della nota al § 2 della citata memoria del sig. C. La prop. E, della stessa nota, è una semplice trasformazione logica della prop. B, poichè in simboli diviene,

$$u, v \in \mathrm{K} . u \neq \backsim v . u < v . \supset . v \neq < u.$$

La prop. C esprime che

$$u, v, w \in \mathrm{K} . u \supset v . w \supset u . v \backsim w . \supset . u \backsim v;$$

ma questa equivale alla prop.

$$u, v \in \mathrm{K} . u \supset v : w \in \mathrm{K} . v \backsim w . \equiv . \Lambda : \supset . u \backsim v$$

che a sua volta equivale alla prop. (Cfr. *Classi finite*, § 1, prop. 2)

$$u, v \in \mathrm{K} . u \supset v . v < u . \supset . u \backsim v$$

che è evidentemente un caso particolare della B poichè se $u \supset v$ allora $u < v$.

Delle prop. B, C, D, E del sig. C. solo le B, D sono distinte e non ci sembrano riduttibili l'una all'altra, ma le C, E sono conseguenze logiche immediate della B. Il sig. C. non accenna al fatto che A è equivalente al prodotto logico di B per D.

Noi abbiamo dimostrate le prop. I, II quando u, v sono classi finite [1]; vedremo (§ 2) che esse facilmente si dimostrano quando o u o v è una classe *numerabile*; rimarrà da dimostrare che esse sono vere quando u e v sono classi infinite non numerabili. In questo caso ammettendo una nuova prop. primitiva per i concetti non definiti di classe e di corrispondenza [2] — e che esamineremo nel § 3 — riusciamo a dimostrare la prop. I, ma non però la II, che nemmeno siamo riusciti a far dipendere da altre prop. più semplici da assumersi come primitive. Il sig. C. giustamente osserva che la prop. A non è del tutto evidente; a noi non sembra nemmeno del tutto evidente la prop. II che della A è parte. Non crediamo quindi cosa inutile proporre agli studiosi di dimostrare, la prop. II, facendo uso delle proprietà dei soli termini *classe* e *corrispondenza*, o determinare due classi infinite e non numerabili u, v per le quali la II non sia vera.

Esposta così la questione che forma principale oggetto di questa nota, eseguiamo nel § 1 la riduzione di A al prodotto logico di I e II e introduciamo nel § 3 la prop. primitiva mediante la quale si dimostra la prop. I.

§ 1. In ciò che segue sottintendiamo, in generale, l'ipotesi u, v sono classi non nulle. Al posto di " numero cardinale degli u " scriviamo il segno $\mathrm{N}_c{}'u$. Al termine " parte di u " o " classe parziale di u " il signor C. (l. c. — § 1) dà il medesimo significato di " classe contenuta in u e diversa da u ", che in simboli si esprime con la notazione $\mathrm{K}\,u \cap x \in (\iota = = u)$, o più semplicemente $\mathrm{K}\,u - \iota u$. Segue da ciò che la proposizione

$$(\alpha).\quad \mathrm{N}_c{}'u < \mathrm{N}_c{}'v \,.=\therefore\, x \in (\mathrm{K}\,v - \iota v)\,.\, x \backsim u \,.=\!=_x \Lambda :$$
$$x \in (\mathrm{K}\,u - \iota u)\,.\, x \backsim v \,.=_x \Lambda \qquad \text{(Def)}$$

esprime, come dice il signor C., che " Il $\mathrm{N}_c{}'u$ è minore del $\mathrm{N}_c{}'v$, quando esiste una parte di v equivalente ad u e non esiste una parte di u equivalente a v ".

(1) Cfr. " Le classi finite ", l. c., § 3 prop. 15, § 2 prop. 15.
(2) " Le classi finite ", l. c.

Facendo uso del segno $<$ da noi introdotto nella memoria *Le classi finite*, la prop. (α) assume la forma più semplice

$$(\beta).\quad \mathrm{N}`u < \mathrm{N}`v \,.=:\, u`\cdot\, v \,.\, v = \cdot\, u.$$

Ricordiamo infatti che $u < v$ significa che esiste una classe contenuta in v ed equivalente ad u (¹), cioè che $x \in \mathrm{K}\,v \,.\, x \backsim u \,.\, =_x \Lambda$. Ora l'equivalenza tra il secondo membro della (α) e il secondo membro della (β) è resa evidente dalla prop. 14 del § 2 della nostra nota *Le classi finite*, quando u e v sono classi finite; lo stesso si prova (id. prop. 16, § 3) se una delle due classi u, v è finita e l'altra infinita; finalmente se u, v sono classi infinite si ha che

$$u < v \,.=:\, x \in (\mathrm{K}\,u - \iota\, v) \,.\, x \backsim u \,.\, = =_x \Lambda$$

poichè, per la definizione di classe infinita, esiste una parte di v equivalente a v, e quindi se $u \backsim v$ esiste anche una parte di v equivalente ad u. In conseguenza i secondi membri delle (α), (β) sono equivalenti.

Dimostrato così che la prop. (β) equivale esattamente alla prop. (α) del signor C., trasformiamo logicamente la prop.

$$(\gamma)\quad \mathrm{N}`u = \mathrm{N}`v \,.\cup.\, \mathrm{N}`u < \mathrm{N}`v \,.\cup.\, \mathrm{N}`v < \mathrm{N}`u$$

che esprime che di due numeri cardinali uno di essi è o uguale o minore o maggiore dell'altro.

Per la (β), la (γ) equivale alla prop.

$$(\gamma)'\quad (u \backsim v) \,.\cup.\, (u < v \,.\, v = < u) \,.\cup.\, (v < u \,.\, u = < v);$$

eseguendo la somma logica dei due ultimi termini, si ha che (γ)' equivale a

$$(\gamma)''\quad u \backsim v \,.\cup.\, (u < v \,.\cup.\, v < u)\,(u = < v \,.\cup.\, v = < u);$$

(¹) Il che equivale esattamente a dire che $(v\,\mathrm{f}\,u)\,\mathrm{Sim} = = \Lambda$, perchè se $f \in (v\,\mathrm{f}\,u)\,\mathrm{Sim}$, allora $f\,u \in \mathrm{K}\,v$ e $f\,u \backsim u$.

distribuendo ai due fattori del prodotto il termine $u \backsim v$, si ha che $(\gamma)''$ equivale a

$$(\gamma)''' \quad (u \backsim v . \cup . u < v . \cup . v < u)(u \backsim v . \cup . u = < v . \cup . v = < u);$$

ricordando ora che quando $u \backsim v$ e anche $u = < v$ e $v = < u$, il primo fattore di $(\gamma)'''$ si semplifica, e troviamo finalmente che la prop. (γ) equivale a

$$(u = < v . \cup . v = < u)(u \backsim v . \cup . u = < v . \cup . v = < u).$$

Resta dunque così dimostrato che la prop.: " Se a, b sono numeri cardinali si ha che: o $a = b$, o $a < b$ o $a > b$ ", equivale al prodotto logico delle due prop. seguenti:

I. $u, v \in \mathrm{K} = \iota_\Lambda . \supset : u < v . \cup . v < u$

II. $u, v \in \mathrm{K} = \iota_\Lambda . u < v . v < u . \supset . u \backsim v$

§ 2. Nella nostra memoria: *Le classi finite*, abbiamo dimostrate le prop. I, II (§ 3, prop. 15; § 2 prop. 15) quando u, v sono classi finite. Dimostreremo ora che esse sono vere anche quando o u o v è una classe numerabile.

Scriviamo K num al posto di " classe numerabile ". Diciamo che u è classe numerabile ($u \in \mathrm{K\,num}$) quando u è classe infinita equivalente alla classe N dei numeri interi. In simboli

$$\mathrm{K\,num} = \mathrm{K\,inf} \cap \overline{u \in \{u \backsim \mathrm{N}\}} \qquad \text{Def}$$

Qui giova ricordare esplicitamente i due seguenti teoremi del signor C. (1): " Se u è una classe infinita, allora esiste sempre

(1) L. c., § 6, prop. A, B. La dimostrazione della prop. A data dal sig. C. è la seguente: " Se con una legge qualunque si sopprime da T (il nostro u) un numero finito di elementi $t_1, t_2, \ldots t_{r-1}$, vi è sempre la possibilità di levare da esso un altro elemento t_r. L'insieme $\{t_r\}$ dove r denota un numero cardinale finito qualunque è un insieme parziale di T il

almeno una classe numerabile contenuta in u „; " Ogni classe infinita contenuta in una classe numerabile è essa stessa numerabile „; in simboli

$$u \in \mathrm{K}\,\mathrm{inf} \,.\, \supset .\, \mathrm{K}\,u \cap \mathrm{K}\,\mathrm{num} = \Lambda$$
$$u \in \mathrm{K}\,\mathrm{num} \,.\, \supset .\, \mathrm{K}\,u \cap \mathrm{K}\,\mathrm{inf} \supset \mathrm{K}\,\mathrm{num}$$

Ciò premesso ecco come si dimostrano le prop. I, II quando

cui numero cardinale è alef-zero (cioè $\{t_r\}$ è classe numerabile), perchè $\{t_r\} \{\infty\} r\}$ „.

Questa dimostrazione ci sembra possa ridursi alla seguente, ove indichiamo con Z_n la classe i cui elementi sono i numeri 1, 2, ... n:

(α) Essendo u classe infinita si ha che $Z_1 < u$

(β) Se n è un numero intero e $Z_n < u$, allora anche $Z_{n+1} < u$, poichè altrimenti u sarebbe classe finita.

(γ) Da (α) da (β) e dal principio di induzione si deduce che: qualunque si sia l'intero n, $Z_n < u$.

Si giunge così a dimostrare che

$$u \in \mathrm{K}\,\mathrm{inf} \,.\, \supset : n \in \mathrm{N} \,.\, \supset_n .\, Z_n < u$$

o sotto altra forma che

$$(1) \qquad u \in \mathrm{K}\,\mathrm{inf} \,.\, \supset \therefore n \in \mathrm{N} \,.\, \supset_n : f \in (u\, \mathrm{f}\, Z_n)\, \mathrm{Sim} \,.\, = =_f \Lambda$$

Ma poichè qualunque sia n non può mai essere $Z_n = \mathrm{N}$ — perchè Z_n è classe finita —, la (1) non dimostra ancora la prop. A del sig. C. Il lettore può facilmente verificare che la A equivale alla prop. seguente

$$(2) \qquad u \in \mathrm{K}\,\mathrm{inf} \,.\, \supset \therefore n \in \mathrm{N} \,.\, \supset_n .\, f \in (u\, \mathrm{f}\, Z_n)\, \mathrm{Sim} : = =_f \Lambda$$

" se u è classe infinita, allora esiste una corrispondenza f tale che, comunque si fissi l'intero, n sempre f è corrispondenza simile tra i Z_n e gli u „: mentre la (1) si legge: " se u è classe infinita, allora, comunque si fissi l'intero n sempre si ha che esiste una corrispondenza simile f tra i Z_n e gli u „. Le prop. (1), (2) differiscono per la posizione della frase " esiste una f „, ma non sappiamo come passare dalla (1) alla (2), mentre sappiamo fare facilmente il passaggio inverso.

La prop. A del sig. Cantor si può dimostrare rigorosamente così. Essendo u una classe infinita si definisca una *classe normale formata con gli u* in modo analogo a quello seguito quando u è classe finita (nostra nota, l. c. § 3 prop. 1); facilmente si dimostra che se r è una classe normale formata con gli u allora r è una classe numerabile; si dimostra pure facilmente che esistono classi normali formate con gli u e quindi resta dimostrata la A. Lo schema ora esposto della dimostrazione può essere sviluppato imitando le prop. del § 3 della nostra nota " Le classi finite „.

una almeno delle classi u, v è classe numerabile: 1° Se $u \in$ Knum e $v \in$ Kfin, allora è noto che $v < u$ e $u -< v$, e quindi la I è vera e la II, avendo l'ipotesi assurda, è pure vera; 2° Se $u \in$ Knum e $v \in$ Kinf allora $u < v$ e la I è vera, come pure è vera la II perchè se anche $v -< u$, v è classe numerabile e quindi equivalente ad u.

§ 3. Resta ora per le prop. I, II da esaminare il caso che u e v siano classi infinite non numerabili ($u, v \in$ Kinf $-$ Knum).

Sieno u, v classi non nulle, e supponiamo che comunque si stabilisca la corrispondenza f tra gli u e i v sempre si abbia che fu è diverso da v; cioè che rimangano sempre in v degli elementi che non sono i corrispondenti di alcun elemento di u. L'intuizione permette di poter affermare che, in tale ipotesi, $u -< v$ cioè che esiste una parte di v equivalente ad u. Ciò, — facendo uso del principio d'induzione —, facilmente si dimostra quando u, v sono classi finite o una almeno di esse è classe numerabile. La dimostrazione è tanto semplice che ci risparmiamo di scriverla. Non sappiamo però come dimostrare questa proprietà, quando u, v sono classi infinite non numerabili. Ma poichè la verità enunciata ci sembra abbia il grado di semplicità e di chiarezza conveniente alle proposizioni primitive, ammettiamo che

$$u, v \in \text{Kinf} - \text{Knum} : f \in vfu \,.\, \supset_f .\, fu = v : \supset : u < v \qquad \text{PpII}$$

Da questa prop. primitiva e dalla Pp I già ammessa nella nostra memoria *Le classi finite*, si deduce facilmente, come ora faremo, la prop. I del § 1 quando u, v sono classi infinite non numerabili.

Nella PpII trasportiamo il secondo fattore dell'ipotesi nella tesi e la tesi nell'ipotesi; si ha

$$(\alpha) \quad u, v \in \text{Kinf} - \text{Knum} \,.\, u -< v \,.\, \supset : f \in vfu \,.\, fu = v \,.\, - =_f \Lambda$$

che esprime: " se u non è minore di v allora esiste una corrispondenza f tra gli u e i v tale che $fu = v$ ". Se f è la corrispondenza di cui abbiamo affermata ora l'esistenza (restando sottintesa l'ipotesi di (α)) e x è un elemento di v, indichiamo

con fx la classe formata dagli y di u tali che $fy = x$: qualunque sia x, fx è una classe non nulla cioè f è una corrispondenza tra i x e classi non nulle formate con gli u: dunque fv è una classe di classi non nulle, e in conseguenza, per la P p I, si ha che $fv \prec \cup' fv$: è però evidente che $v \backsim fv$ e che $\cup' fv = u$, e quindi si ha che $v \prec u$. Dall'ipotesi di (α) si deduce dunque che $v < u$, cioè resta dimostrata la prop. I quando u, v sono classi infinite non numerabili.

Relazione intorno alla Memoria del Dott. Ermanno Giglio-Tos intitolata:

La struttura e l'evoluzione dei corpuscoli rossi del sangue nei vertebrati.

Il lavoro del dottor E. Giglio-Tos affidato al nostro esame è la continuazione ed il complemento delle Ricerche che lo stesso Autore ha fatto: *Sulle cellule del sangue della lampreda,* che l'Accademia accolse già nelle sue pubblicazioni.

L'A. dimostra come nei vertebrati si possono considerare quattro sorta di corpuscoli rossi, che sono le seguenti:

1° Gli *eritrociti primitivi,* rappresentati da una speciale cellula il cui nucleo ha la proprietà di togliere dal sangue una sostanza e di trasformarla in emoglobina, la quale rimane rinchiusa nella cellula infiltrandone il citoplasma. Essi si trovano forse nei primissimi periodi di sviluppo dei vertebrati e forse si trovavano negli infimi vertebrati inferiori ora estinti.

2° Gli *eritrociti granulosi,* cellule per lo più sferiche con membrana e con nucleo, con protoplasma ricco di emoglobina e con un certo numero di granuli o goccioline emoglobigene moventisi nel loro interno. Si incontrano nelle lamprede di mare e di fiume per tutta la loro vita, negli altri vertebrati nei primi periodi della loro vita embrionale o larvale.

3° Gli *eritrociti anellati con nucleo*, che sono cellule lenticolari, ellittiche, biconvesse nel cui mezzo sta il nucleo, ravvolto in uno straterello di sostanza emoglobigena. Un anello di sostanza elastica cinge tutto intorno questa massa centrale lasciandone scoperta la parte corrispondente alle faccie della lente, e contiene l'emoglobina. Il tutto è ravvolto da una membrana tenuissima. I loro eritroblasti sono costituiti come gli eritrociti granulosi. Essi si trovano in tutti i sauropsidi ed ittiopsidi, escluse le lamprede suddette.

4° Gli *eritrociti anellati senza nucleo:* cellule discoidi circolari o ellittiche la cui parte centrale è occupata dalla sostanza emoglobigena che forma una massa unica. Intorno a questa sta l'anello di sostanza elastica e nell'anello è chiusa l'emoglobina. Il tutto è ravvolto da una membrana. I loro eritroblasti presentano la struttura di un eritrocito primitivo. Essi si trovano in tutti i mammiferi.

In tutti questi eritrociti la membrana deriva dal differenziarsi dello strato periferico del citoplasma. L'anello rappresenta lo stroma del corpuscolo e da ad esso la sua forma propria e l'elasticità necessaria al suo buon funzionamento: esso deriva anche dal differenziarsi dello strato periferico del citoplasma dopo che si è formata la membrana. La sua formazione caratterizza il passaggio dell'eritroblasto all'eritrocito. La sostanza emoglobigena deriva sempre dal nucleo per trasformazione sua totale o parziale. Il nucleo nell'eritrocito adulto è una massa di cromatina che residua dal nucleo primitivo e che non si è trasformata in sostanza emoglobigena.

Escluse le lamprede di mare e di fiume, in tutti gli altri vertebrati i corpuscoli dell'embrione non sono quei medesimi dell'adulto. Quelli dell'adulto sono una nuova formazione. L'A. descrive gli eritrociti granulosi di embrioni di pesci, di uccelli, di mammiferi e di larve di anfibi. L'A. dimostra la superiorità degli eritrociti granulosi su quelli primitivi derivanti dalla presenza dei loro granuli emoglobigeni: di quelli anellati su quelli granulosi, per la presenza dell'anello che dà loro l'elasticità necessaria: e di quelli dei mammiferi su quelli degli ittiopsidi e sauropsidi.

Il lavoro del dottor E. Giglio-Tos è condotto con molta diligenza sia per ciò che riguarda la parte bibliografica sia ri-

spetto alla tecnica istologica. I vostri commissari ritengono che esso sia un buon contributo alla conoscenza degli elementi figurati del sangue dei vertebrati e perciò ne propongono la lettura alla classe e la stampa nei volumi accademici.

LORENZO CAMERANO, *Relatore.*
TOMASO SALVADORI.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 20 Dicembre 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE GAUDENZIO CLARETTA
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Socii: Peyron, Rossi, Nani, Cognetti de Martiis, Brusa, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Socio Segretario presenta il volume II della *Histoire ancienne des peuples de l'Orient classique* (Paris, 1896), di cui fa dono l'autore, il Socio straniero Gastone Maspero, ed un opuscolo, *Les Cliff Dwellers* (Louvain, 1896), offerto dall'autore, il Socio corrispondente marchese di Nadaillac.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 29 Novembre al 13 Dicembre 1896.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften Bd. XXIII, n^i IV, V. Leipzig, 1896; 8°.
* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem; tome XXX, livr. 3. Harlem, 1896; 8°.
* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark, Copenhague, 1896, n. 5; 8°.
* **Comptes-Rendus** des séances de l'Académie des Sciences de Cracovie, octobre 1896; 8°.
** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1895. Bd. LI, 3 Abt. Braunschweig, 1896; 8°.
* **Giornale** della R. Accademia di Medicina. A. LIX, n. 10-11. Torino, 1896; 8°.
* **List** of the Vertebrated Animals now or lately living in the Gardens of the Zoological Society of London. Ninth edition, 1896; 8°.
* **Memorie** dell'Accademia di Verona (Agricoltura, Scienze, Lettere, Arti e Commercio). Vol. LXXII, serie III, fasc. 1, 2. Verona, 1896; 8°.
* **Mittheilungen** aus der Zoologischen Station zu Neapel. 12 Bd., 2 Heft. Berlin, 1896; 8°.
* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXIX, fasc. 17. Milano, 1896; 8°.
* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3ª, vol. II, fasc. 8-10. Napoli, 1896; 8°.
* **Transactions** of the Canadian Institute. Vol. V, p. 1. Toronto, 1896; 8°.

Bombicci (L.). Il tirocinio sperimentale di compimento ai corsi universitari di scienze fisiche e naturali. Discorso. Bologna, 1896; 8° (*dall'A.*).

Villari (E.). Della proprietà scaricatrice svolta nei gas dai raggi X e dalle scintille e della sua persistenza nei medesimi. Roma, 1896; 8° (*Id.*).

— Commemorazione del Prof. Luigi Palmieri. Napoli, 1896; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 6 al 20 Dicembre 1896.

* **Abhandlungen** der philologisch.-historischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. Bd. XVII, n. 5. Leipzig, 1896; 8°.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LIV, disp. 10ª. Venezia, 1896; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la Historia; t. XXIX, cuad. IV. Madrid, 1896; 8°.

* **Fünfzigjährigen** (Zur) Jubelfeier der k. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig am 1. Juli 1896; 8°.

* **Jaarboek** van de k. Akad. van Wetenschappen gevestigd te Amsterdam voor 1862, 1894. Amsterdam; 8°.

* **Memorie** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Classe di lettere e scienze storiche e morali. Vol. XX, XI della ser. III, fasc. IV. Milano, 1896; 4°.

Montenegro (II) da relazioni dei Provveditori Veneti (1687-1735). Roma, 1896; 4° (*Dono di S. M.* IL RE).

* **Publications** de l'Ecole des Lettres d'Alger. Bulletin de Correspondance Africaine. *Moulieras* (A.), Légendes et Contes merveilleux de la Grande Kabylie. *Masqueray* (E.), Observations grammaticales sur le grand-touareg. Touareg etc.; *Mercier* (G.), Le Chaouia de l'Aurès, Étude grammaticale. Paris, 1896; 8°.

* **Verhandelingen** der k. Akademie van Wetenschappen. Afdeeling Letterkunde. I Deel, n. 4. Amsterdam, 1896; 8°.

* **Verslagen** en Mededeelingen der k. Akad. van Wetenschappen. Afd. Letterkunde; 3de Reeks, XI Deel. Amsterdam, 1895; 8°.

* *Dall'Università di Heidelberg:*

Anzeige der Vorlesungen, welche im Sommer-Halbjahr 1896; Winter-Halbjahr 1896,97 aus der Grossh. Badischen Ruprecht-Karls-Universität zu Heidelberg gehalten werden sollen. 1896; 8°.

Brahn (M.). Die Entwicklung des Seelenbegriffes bei Kant. Leipzig; 8°.

Brunner (K.). Der pfälzische Wildfangstreit unter Kurfürst Karl Ludwig (1664-1667). Innsbruck, 1896; 8°.

Crämer (O.). Arthur Schopenhauers Lehre von der Schuld in ethischer Beziehung. Heidelberg, 1895; 8°.

Deuekamp (E. E.). Die Amsterdamer Diamantindustrie. Heidelberg, 1895; 8°.

Eckert (G.). Ueber die bei Altfranzösischen Dichtern vorkommenden Bezeichungen der einzelnen Dichtungsarten. Mosbach, 1895; 8°.

Eringaard (J. C.). Hollandische Musterstatten personalicher fürsorge von Arbeitgebern für ihre Geschäfts-Angehörigen. Delft; 8°.

Fisk (O. H.). Stimmrecht und Einzelstaat in den Vereinigten Staaten von Nord-Amerika. Leipzig, 1895; 8°.

Henkel (F.). Der Lorscher Ring. Trier, 1896; 8°.

Köhler (W. E.). Die Quellen zu Luthers Schrift " An den christlichen Adel deutscher Nation „. Halle a. S., 1895; 8°.

Schröder (O.). Ueber die Arten der Handelsverträge. Glarus u. Leipzig, 1896; 8°.

Sieper (E.). Die Geschichte von Soliman und Perseda in der neueren Litteratur. Weimar, 1895; 8°.

Sklarek (M.). Die Abtei Bronnbach an der Tauber. Berlin, 1895; 8°.

Wild (K.). Johann Philipp von Schönborn, genannt der Deutsche Salomo, ein Friedensfürst zur Zeit des dreiszigjährigen Krieges. Heidelberg, 1896; 8°.

Wood (A.). Einfluss Fieldings auf die deutsche Literatur. Yokohama, 1895; 8°.

Zahn (R.). Die Darstellung der Barbaren in griechischer Litteratur und Kunst der vorhellenistischen Zeit. Heidelberg, 1896; 8°.

Zapolsti (W.). Der Kaffeeterminhandel. Hamburg, 1896.

Brozzi (R.). Linati e le sue opere. Memorie autobiografiche del Conte e Senatore Filippo Linati e compendiosa rassegna de' suoi scritti. Parma, 1896; 8° (*dall'A.*).

Casanova (E.). Trattative del comune di San Gimignano con Clemente IV dopo Benevento (1266-'67). Castelfiorentino, 1896; 8° (*id.*).

Pascoli (J.). Myrmedon. Carmen praemio aureo ornatum in certamine poetico Hoeufftiano. Amstelodami, 1895; 8° (*dall'Accademia delle Scienze di Amsterdam*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

R. ACCADEMIA DEI LINCEI 1897 DI SCIENZE

Adunanza del 27 Dicembre 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: D'Ovidio, Direttore della Classe, Berruti, Giacomini, Camerano, Segre, Volterra, Jadanza, Guareschi, Guidi, Fileti e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Socio Camerano, a nome del Socio Spezia, legge la commemorazione del Socio corrispondente Gabriele Augusto Daubrée. Sarà inserita negli *Atti*.

Vengono accolte per l'inserzione negli *Atti* le seguenti note:

1° " *Intorno ad alcuni derivati dell'etere propionilpropionico* ", nota del Dr. Luigi Sabbatani, presentata dal Socio Guareschi.

2° " *Sulla presenza del nuovo minerale Lawsonite come elemento costituente in alcune rocce italiane* ", nota dell'Ing. Secondo Franchi, presentata dal Socio Camerano.

3° " *Azione del tetrossido d'azoto sugli isonitrosochetoni* ", nota del Dr. Giacomo Ponzio, presentata dal Socio Fileti.

Vengono affidate all'esame di speciali Commissioni le memorie seguenti:

1° " *Studi sulle rocce italiane impiegate come materiale da costruzione (Arenaria di Casella)* ", memoria dell'Ing. Alessandro Druetti, presentata dal Socio Guidi.

2° " *Sulla deformazione della sfera elastica* ", memoria del Dr. Emilio Almansi, presentata dal Socio Volterra.

LETTURE

GABRIELE AUGUSTO DAUBRÉE

Commemorazione del Socio GIORGIO SPEZIA.

Gabriele Augusto Daubrée, socio della nostra Accademia sino dal 1881, nacque a Metz il 25 Giugno 1814 e morì a Parigi il 30 Maggio 1896.

Il Daubrée fu allievo della Scuola delle miniere di Parigi e nel 1838 nominato ingegnere del distretto del Basso-Reno fu contemporaneamente professore di mineralogia e geologia alla Accademia di Strassburg; quindi nel 1861 passò quale professore di geologia al Museo di scienze naturali di Parigi e successivamente alla Scuola delle miniere, della quale fu dal 1872 in poi anche direttore.

Daubrée, inviato a studiare i giacimenti metalliferi dell'Inghilterra, della Norvegia e della Svezia, diede prove fin da giovane di una grande acutezza di osservazione.

Nel suo primo lavoro, pubblicato nel 1841, *Mémoire sur les gisements, la constitution et l'origine des amas de minerai d'étain*, dopo un confronto fra i minerali paragenetici dei giacimenti e le roccie relative, deduce con assennato ragionamento la sua opinione sul modo di formazione dei minerali di stagno; in pari tempo dallo scritto appare, come l'autore dovesse essere attratto allo studio sperimentale, per avvalorare vieppiù quelle sue ipotesi, che già erano rese molto probabili da una profonda osservazione dei fatti e da una sagace induzione. Anzi è da credere che fin da quel primo lavoro mineralogico, il Daubrée ritenesse indispensabile, per il progresso dello studio genetico dei mine-

rali nella crosta terrestre, di allargare e trasformare in grande strada il piccolo sentiero che, nel vasto campo geologico, era stato tracciato da James Hall e percorso poi da Berthier, Mitscherlich, Ebelmen, Senarmont e tanti altri.

Infatti il Daubrée dimostrò che tale era il suo intento colle prime ricerche sperimentali, pubblicate nel 1849, sulla sintesi della cassiterite, della brookite e del rutilo, le quali servirono di conferma alle induzioni di fatti naturali osservati.

Volgendo poi la sua erudita attività allo scopo prefisso, egli potè, con una serie numerosissima di esperienze, aprire quella grande via, utilissima per coltivare gli studi geologici, alla quale il Daubrée diede il nome conveniente, perchè più comprensivo, di *geologia sperimentale*.

Per altro nelle scienze l'istituzione di un nuovo ramo di studio incontra ostacoli; ed il Daubrée ebbe a lottare contro quei geologi, i quali, troppo esclusivisti per la pura osservazione dei fatti, male accoglievano le ricerche sperimentali eseguite per porgere aiuto alle ipotesi numerose e diverse, perchè dipendenti soltanto dal diverso modo d'interpretare i fatti osservati.

Ma il Daubrée ha reso evidente che l'esperimento, quando anche lasci la soluzione di un problema geologico fra le ipotesi, ha il vantaggio di stabilire l'ipotesi più probabile; ciò che è sempre un progresso scientificó.

D'altronde l'esperimento non diminuisce l'importanza della osservazione dei fatti: anzi il Daubrée dichiarò: " che la geologia sperimentale deve essere coltivata da colui stesso, il quale ha osservato sul terreno e che ha studiato tutte le circostanze del problema a risolversi, che si è, per così dire, inspirato sulle cause possibili del fenomeno ".

Che tale concetto sia sempre stato seguito dal Daubrée nella sua vita scientifica lo dimostrano le tre opere classiche: *Études synthétiques de géologie expérimentale*, *Les eaux souterraines aux époques anciennes*, *Les eaux souterraines à l'époque actuelle*; nelle quali sono raccolte quasi tutte le osservazioni geologiche e le ricerche ed esperienze da lui fatte, e nelle quali il Daubrée trattò una serie assai variata di questioni geologiche, seguendo quei metodi che egli presumeva potessero meglio spiegare i fatti naturali.

La sintesi, p. es., dei minerali di stagno per mezzo di rea-

zioni di cloruri volatili e per analogia dei fluoruri, gli fu suggerita dai minerali fluoriferi paragenetici della cassiterite.

Le ricerche, sull'azione genetica e metamorfosante delle acque [illegible], ebbero correlazione colle interessanti osservazioni fatte sui minerali formatisi nelle condotte, dell'epoca romana, delle acque minerali di Plombières e di Bourbonne-les-Bains.

Anche tutte le altre esperienze, che si riferiscono sia al vulcanismo, come quella sulla diuresia [illegible] per capillarità dell'acqua nelle roccie, sia alla geologia dinamica, come la deformazione delle roccie e dei fossili, le litoclasi, l'azione [illegible] delle acque [illegible], furono pure inspirate da attenta considerazione dei fenomeni naturali.

Alla mente poi così perspicace del Daubrée non poteva sfuggire l'importanza dello studio dei detriti extratellurici, per conoscere la materia minerale dell'interno della terra. Ed i lavori, sia analitici, che sperimentali, sulla natura chimica, sulla struttura e sulle forme esterne delle meteoriti, eseguiti dal Daubrée, diminuirono di molto le lacune esistenti nella conoscenza dei fenomeni inerenti a tali detriti siderali; il cui studio, per opera dell'illustre scienziato, entrò come necessario aiuto per completare le cognizioni sulla composizione minerale non soltanto della terra, ma anche degli altri corpi celesti.

Pei numerosi e diversi argomenti geologici magistralmente trattati dal Daubrée, tutte le discipline geologiche ne piangono la gravissima perdita; ed il dolore sarà comune eziandio alle scienze chimiche e fisiche, il valore delle quali, per la soluzione dei problemi geologici, emerse in alto grado collo sviluppo dato dal Daubrée alla geologia sperimentale.

Di alcuni derivati dell'etere propionilpropionico;

Nota del Dottor LUIGI SABBATANI
Libero docente di Farmacologia.

L'azoto è certo per la biologia di importanza grandissima sotto tutte le forme di combinazione in cui può entrare. Per la fisiologia e la farmacologia poi l'azoto amidico ha una importanza specialissima: è perciò mia intenzione studiare dal punto di vista farmacologico una serie numerosa di composti, che si originano per azione dell'ammoniaca sugli eteri chetonici.

Cogli eteri βchetonici, ad esempio, si possono avere i cinque tipi seguenti di derivati amidici:

I) $R.C(NH^2)=C(R).COOR$ amino-etere

II) $R.CO.CH(R).CONH^2$ amide chetonica

III) $R.C(NH^2)=C(R).CO.NH^2$ amino-amide

IV) $R.CO.C(CH^2.CO)-CO\rangle NH$ imide chetonica

V) $R.C(NH^2)=C(CH^2.CO)-CO\rangle NH$ amino-imide

R = radicale idrocarburato grasso od aromatico.

Coll' etere propionilpropionico e con molti altri ancora si ottengono dei derivati analoghi a questi, e sarà certo interes-

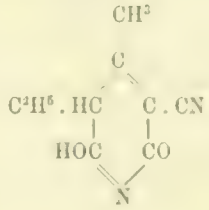
sante per la farmacologia vedere come vari l'azione fisiologica col variare della posizione e del numero dei gruppi amidici in questi chetoni.

Mentre sto raccogliendo e studiando chimicamente il materiale, che dovrà servirmi per le ricerche fisiologiche, credo opportuno far conoscere alcuni derivati dell'etere propionil-βpropionico. Debbo questo lavoro al consiglio ed agli insegnamenti del prof. Guareschi, cui porgo qui vive grazie.

I corpi che ho preparati appartengono alla serie già assai numerosa di derivati piridinici ottenuti per condensazione dell'etere cianacetico o della cianacetamide cogli eteri chetonici o colle amine chetoniche in presenza di ammoniaca o delle amine primarie (1).

Le sostanze, ottenute in tal guisa, possono essere considerate come derivate della piridina o della glutaconimide, come ad esempio:

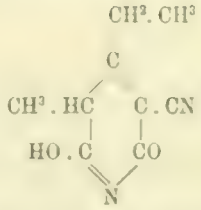
L'etilcianmetilglutaconimide



I.

Azione dell'ammoniaca sull'etere propionilpropionico e cianacetico.

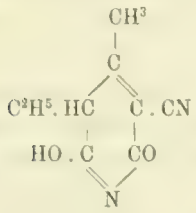
Alla prima sostanza da me preparata si può assegnare la formula di costituzione:



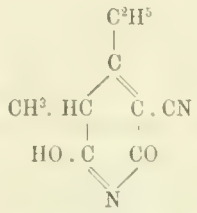
(1) Icilio Guareschi, *Sintesi di composti piridinici dagli eteri chetonici coll'etere cianacetico in presenza dell'ammoniaca e delle amine.* Memoria I. " Memorie della R. Accad. delle Scienze di Torino ", Serie II, t. XLVI.

e ciò per l'analogia del modo di formazione e per l'analogia del comportamento ai reattivi fra questa e le sostanze ricordate sopra. È quindi una *αcheto-βcian-γetil-β'metil-α'ossi-αβ'diidropiridina*, se si considera come derivante dalla *piridina*, od una *metilcianetilglutaconimide*, se si considera derivante dalla *glutaconimide*.

Essa è isomera colla *etilcianmetilglutaconimide* ricordata sopra, e differisce da essa solo per la posizione invertita dei radicali metilico ed etilico:

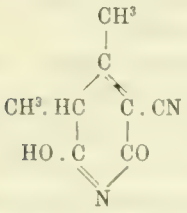


etilcianmetilglutaconimide

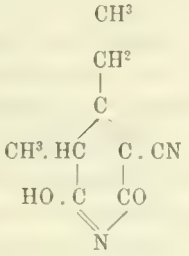


metilcianetilglutaconimide

È poi l'omologo superiore immediato della *metilcianmetilglutaconimide*.



metilcianmetilglutaconimide



metilcianetilglutaconimide

L'azione dell'ammoniaca acquosa concentrata sull'etere propionilpropionico è stata studiata da Israel (1); da un tale trattamento egli ha ottenuto due prodotti:

a) Una sostanza insolubile nell'acqua, liquida, oleosa, di colore verdognolo, di odore di menta e della densità 0,9774 a 15°. Si origina con eliminazione d'una molecola d'acqua dalla

(1) Adolf Israel, *Ueber den Propio-propionsäureäthyläther*, " Annalen der Chem. ", Bd. 231, S. 197.

unione dell'etere e dell'ammoniaca in rapporti equimolecolari; ha la formula $C^{9}H^{17}NO^{4}$ ed è una aminoetere.

b) Una sostanza solubile nell'acqua, cristallizzabile, molto igroscopica, fusibile a 75°. Questa proviene dall'unione di una molecola d'etere propionilpropionico con una d'ammoniaca, con eliminazione di una molecola d'alcool: ha la formula $C^{6}H^{11}NO^{3}$, e la *propionilpropionamide*.

Questa amide chetonica rappresenta uno stadio intermedio nella reazione che avviene fra l'etere propionilpropionico e l'etere cianacetico in presenza di ammoniaca per la formazione della *metil-cian-etilglutaconimide*.

Infatti ho potuto ottenere questa sostanza sia mescolando in rapporti equimolecolari gli eteri propionilpropionico e cianacetico con quattro vol. d'ammoniaca della densità 0,925, sia facendo reagire dapprima l'ammoniaca sull'etere propionilpropionico, decantando e filtrando il liquido ammoniacale, che tiene sciolta la *propionilpropionamide*, ed aggiungendo a questo dell'etere cianacetico. Con quest'ultimo processo si riesce ad ottenere un prodotto più facilmente puro.

Ho preparato io stesso l'etere propionilpropionico dall'etere propionico fornito da Kahlbaum, assicurandomi prima della purezza sua con una rettificazione (b. a 99° C.).

Per questa preparazione ho seguito il metodo indicato da Israel (1): a gr. 150 di etere propionico si aggiungono gr. 10,9 di sodio metallico, diviso in fini pezzetti, subito incomincia a freddo uno sviluppo di gas, che aumenta poi scaldando. Si pone la miscela a b. m. con apparecchio a ricadere e si mantiene a 100° C. per 4 ore circa. A poco a poco tutto il sodio si scioglie, il liquido assume una colorazione giallo-ranciata, e si formano dei grumi di materia giallo-rossastra; il liquido stesso si fa assai denso e spesso, e per raffreddamento si rapprende in forma di poltiglia molle. Dopo raffreddamento si aggiunge acido acetico diluito fino a che il liquido assume reazione acida, e mentre si va aggiungendo l'acido, i grumi si sciolgono, il liquido si schiarisce e si separa un olio giallo, che viene raccolto, lavato con acqua distillata, seccato con cloruro di calcio

(1) " Ann. ", 231, 197. — Vedasi anche Oppenheim ed Hellon, " Ber. ", 10, 699.

ed in ultimo rettificato. Si ottengono così circa gr. 28 di etere propionilpropionico, limpido, appena colorato in giallo paglierino debole, di odore aromatico piccante, che bolle a 198°.

Gr. 20 del prodotto ottenuto vengono mescolati con 4 vol. di ammoniaca a 0, 925 e si agita la miscela mercè una turbina per tre giorni. Dopo ciò si è sciolta una metà circa dell'etere, si decanta e si filtra il liquido ammoniacale, poi vi si aggiunge un volume di etere cianacetico, corrispondente alla quantità di etere propionilpropionico che si è sciolta.

L'etere cianacetico si scioglie completamente, in pochi minuti e si lascia quindi riposare il liquido per alcuni giorni in vaso ben chiuso.

A poco a poco il liquido ingiallisce e già dopo 12 ore comincia a presentare un deposito bianco, che va aumentando nei giorni successivi fino a convertire tutto il liquido in una densa poltiglia. Si raccoglie alla pompa la sostanza solida formatasi, si lava con acqua, si asciuga fra carta e si purifica facendola cristallizzare dall'acqua bollente.

Ad una parte di questa sostanza, sciolta in acqua bollente, si aggiunge acido cloridrico diluito, si ha così un precipitato cristallino, bianco, che si raccoglie su filtro, si lava e si purifica facendolo ricristallizzare dall'acqua bollente.

Questo è veramente la *metilcianetilglutaconimide*. Essa si altera facilmente all'aria ed alla luce, specialmente quando è umida, cristallizza in bei cristalli, a volte anche molto voluminosi; ma difficilmente si ottengono perfettamente incolori, per solito hanno una leggera tinta rosea. È poco solubile nell'acqua, a 19° C. 100 p. d'acqua sciolgono circa gr. 0,262 di sostanza, ed una parte di questa si scioglie in circa 381 p. d'acqua; è però discretamente più solubile nell'acqua bollente. La sua soluzione arrossa fortemente la carta al tornasole, dà effervescenza coi carbonati, col cloruro ferrico dà precipitato azzurro cupo, coll'acqua di bromo non dà alcuna reazione, precipita in rosso col solfato di rame, in bianco col nitrato d'argento.

Col nitrito potassico non si colora, ingiallisce per un forte eccesso di reattivo e coll'ebollizione. La mancanza di reazioni coll'acqua di bromo e col nitrito potassico coordina coll'osservazione generale (1), che cioè quei composti della serie, che

(1) I. Guareschi, l. c.

contengono il gruppo

$$\begin{array}{l} R'.HC \\ \\ HO.C \end{array}$$

non danno queste reazioni, le quali si hanno solo col gruppo

$$\begin{array}{l} H^2C \\ | \\ HO.C \\ \diagdown \end{array}$$

La *metilcianetilglutaconimide* cristallizza senz' acqua di cristallizzazione, a 250°, comincia ad imbrunire, a 261-262° fonde scomponendosi.

I. Gr. 0,1132 di sostanza secca a 100° diedero gr. 0,2533 di CO^2 e gr. 0,0602 di H^2O.

II. Gr. 0,1326 di sostanza diedero 18,1 cc. di N a 18°,5 e 734,5 mm.

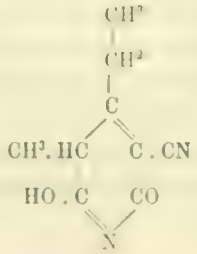
Da questi dati si ricava

		I	II
C	=	60,93	—
H	=	5,90	—
N	=	—	15,40

Queste cifre conducono alla formula $C^{10}H^8N^2O^2$, per la quale si calcola

C	=	60,6
H	=	5,6
N	=	15,7

Per quanto poi si è detto fin qui appare giustificata la formula di costituzione



Sale ammonico $C^9H^9(NH^4)N^2O^2$. Si ottiene come prodotto diretto della reazione fra etere cianacetico e propionilpropionico in presenza di ammoniaca. Cristallizza bene dall'acqua bollente, è anidro ed è più solubile dell'acido, precipita in rosso col solfato di rame, in bianco col nitrato d'argento.

Dosata in esso l'ammoniaca si ebbe che gr. 0,2500 di sale diedero gr. 0,2832 di cloroplatinato d'ammonio. Da cui:

	trovato	calcolato per $C^9H^9(NH^4)N^2O^2$
NH^3 %	8,68	8,71

Sale di sodio, $NaC_9H_9N_2O_2$. Si ottiene facilmente dall'acido con carbonato sodico: si sospende l'acido puro cristallizzato in poca acqua e si aggiunge a goccie una soluzione di carbonato sodico, scaldando leggermente, fino a che non si ha più effervescenza ed il liquido assume reazione neutra. Si filtra caldo e si lascia riposare: pel raffreddamento si deposita il sale sodico in piccole masse sferiche, bianche, costituite da bei cristalli prismatici, corti. Si può fare cristallizzare dall' acqua bollente senza che si alteri; è discretamente solubile anche a freddo. È questo un sale anidro, che non si altera a caldo e solo imbrunisce alquanto verso 200°.

Dosamento del sodio allo stato di Na^2SO^4. Gr. 0,5230 di sale secco a 130° hanno dato gr. 0,1856 di solfato: da cui

	trovato	calcolato per $NaC_9H_9N_2O_2$
Na %	11,3	11,5

Sale d'argento, $AgC_9H_9N_2O_2$. È una polvere bianca, insolubile nell'acqua, che facilmente imbrunisce e si colora in rossastro quando è umida. Si ottiene dal sale ammonico per aggiunta di nitrato d'argento.

Gr. 0,2533 di sale secco a 130° diedero gr. 0,0951 di Ag. da cui

	trovato	calcolato per $AgC_9H_9N_2O_2$
Ag %	37,5	37,89

Sale di bario $Ba(C_3H_5N_2O_2)_2+H^2O$. Ho analizzato il sale di bario ottenuto in due modi; dal sale ammonico col cloruro di bario e dall'acido con carbonato di bario. Noto che questo sale è molto più solubile dell'acido e ben poco meno del sale d'ammonio, e che per farlo cristallizzare conviene lasciar concentrare le acque o lentamente a freddo o rapidamente a bagnomaria, e che per queste operazioni facilmente imbrunisce, si colora in rossiccio, poi in violaceo.

Dai risultati analitici si è costretti ad ammettere che questo sale contenga una molecola d'acqua di cristallizzazione, che trattiene tenacemente anche a temperature molto elevate. Questo sale a 100° non subisce perdite di peso apprezzabili, a 110° comincia a sfiorire e perde circa l'1,5-1,8 % del proprio peso, a 200° comincia ad imbrunire; ma considerando che per una molecola d'acqua la perdita dovrebbe essere del 3,5 %, e per ½ mol. 1,8 %, si può ammettere che il sale baritico cristallizzi con una molecola d'acqua, di cui ½ mol. si elimina scaldandolo oltre 110°, ed il resto solo scomponendosi. I dati analitici concordi, l'analogia cogli altri sali descritti fin qui, le considerazioni che veniamo esponendo rendono probabile l'ipotesi che questo sale contenga una molecola d'acqua.

I. Gr. 0,1924 di sale secco a 100° diedero gr. 0,0740 di $BaCO^3$;

II. Gr. 0,2119 di sale secco a 130° diedero gr. 0,0821 di $BaCO^3$;

III. Gr. 0,2384 di sale secco a 110° diedero gr. 0,0929 di $BaCO^3$.

IV, Gr. 0,5746 di sale secco a 100° diedero gr. 0,2235 di $BaCO^3$.

Da tutti questi dati si ricava:

	trovato				calcolato per
	I	II	III	IV	$Ba(C_3H_5N_2O_2)^2+H^2O$
Ba %	26,7	26,9	27,09	27,02	26,9

Calcolato per una mezza molecola d'acqua, $Ba(C_3H_5N_2O_2)^2 + \frac{1}{2} H^2O$ si avrebbe 27,37.

Sale di rame. Si ottiene dalla soluzione calda del sale ammonico col solfato di rame in lieve eccesso.

È insolubile nell'acqua, precipita in piccoli cristalli disposti a sfera, di color rosso rugginoso.

Circa l'acqua di cristallizzazione che questo sale contiene, si rimane ancora più incerti che per il sale di bario. Tanto più che, essendo insolubile, non si è potuto purificare. Pare che si formi con due molecole d'acqua di cristallizzazione, delle quali una sola ne perderebbe a 180° C.

Gr. 0,2200 di sale di rame, scaldato a 180° C. fino a peso costante, lasciarono alla calcinazione gr. 0,0402 di CuO: da cui:

	Cu %	trovato	14,6
Cu %	calcolato per	$Cu(C_9H_9N_2O_2)^2 + 2H^2O$	13,9
Cu %	calcolato per	$Cu(C_9H_9N_2O_2)^2 + H^2O$	14,4
Cu %	calcolato per	$Cu(C_9H_9N_2O_2)^2$	15,1

Da esso non si è potuto ottenere un sale cupro-ammonico.

II.

Azione della metilamina sugli eteri propionilpropionico e cianacetico.

Dopo avere studiata l'azione dell'ammoniaca su questi eteri, si è creduto utile cercare anche quale sia il comportamento della metilamina.

Come questa agisca isolatamente sull'etere propionil-β-propionico, ch'io mi sappia, non è stato studiato; e quantunque non abbia ancora esaminati direttamente i prodotti che si formano nella reazione fra l'etere propionilpropionico e la metilamina, credo si possa ammettere che agisca nello stesso senso dell'ammoniaca e formi due composti.

Un *metilaminoetere:*

$$\begin{array}{c} CH^3 . CH^2 . C = C . CO . O . C^2H^5 \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad | \quad\quad | \\ \quad\quad\quad\quad CH^3 . NH \quad CH^3 \end{array}$$

ed una *propionilpropionmetilamide:*

$$\begin{array}{c} CH^3 . CH^2 . CO . CH . CO . NH . CH^3 \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad | \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad CH \end{array}$$

Infatti, aggiungendo a gr. 10 di etere propionilpropionico 1 volumi di soluzione acquosa al 20 % di metilamina, ed agitando per 12 ore alla turbina, si ha che solo una metà dell'etere si scioglie, e resta una sostanza giallastra, di aspetto oleoso, densa, di odore aromatico, che anche per un contatto più prolungato non si scioglie nella metilamina. Questo residuo sarebbe il *metilaminoetere*, mentre nella soluzione acquosa sarebbe passata la *metilamide*. Decantata la soluzione di metilamina, ed aggiuntovi etere cianacetico in quantità corrispondente a quella dell'etere propionilpropionico scioltosi, prontamente si scioglie esso pure, il liquido assume una colorazione giallognola e dopo alcuni giorni, svaporato nel vuoto e sull'acido solforico, lascia un residuo cristallino, giallo rancìato, solubilissimo nell'acqua e nell'alcool, insolubile nell'etere. Questo residuo è la *metilciantilglutaconmetilimide, combinata alla metilamina*. Si purifica bene precipitandola parecchie volte con etere dalla soluzione alcoolica concentrata. Si presenta in piccolissimi cristalli leggeri, bianchi nivei, anidri. Seccati a 100° C. diedero all'analisi i seguenti risultati:

I. Gr. 0.1544 di sostanza diedero gr. 0,3320 di anidride carbonica e gr. 0,1072 di acqua.

II. Gr. 0,1205 di sostanza diedero gr. 0,2602 di anidride carbonica e gr. 0,0826 di acqua.

III. Gr. 0,1038 di sostanza diedero 18 cm³ di azoto a 25° e 740 mm. Da ciò si ricava

	trovato			calcolato per
	I	II	III	$C^{10}H^{12}N^2O^2 . NH^2 . CH^3$
C %	58,6	58,8	—	59,1
H „	7,7	7,6	—	7,6
N „	—	—	19,3	18,8

Dosata poi la metilamina in questo sale, si ebbero da gr. 0,1518 di sostanza gr. 0,1588 di cloroplatinato di metilamina: da cui

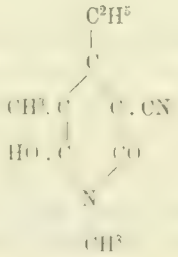
	trovato	calcolato per $C^{10}H^{12}N^2O^2 . NH^2 . CH^3$
$CH^3 . NH^2$ %	13,7	13,9

Da una soluzione di questo sale di metilamina per aggiunta di acido cloridrico diluito si ottenne l'acido libero (*metilcianetilglutaconmetilimide*): si presenta in bei cristalli, abbastanza grossi, prismatici, difficilmente incolori; siccome l'acido è poco solubile, onde farlo ricristallizzare, conviene scaldare le soluzioni all'ebollizione ed anche un po' a lungo; così si colorano sempre alquanto.

Dosato l'azoto nell'acido libero seccato a 100° C., si ebbero da gr. 0,1280 di sostanza 16,7 cm^3 di azoto a 12° e 732 mm., da cui

	trovato	calcolato per $C^{10}H^{12}N^2O^2$
N %	15,0	14,5

A questa sostanza possiamo assegnare la formula di costituzione seguente:



È quindi una *metilcianetilglutaconmetilimide* (*N-metil-α-chieto-β cian-γetil-β'metil-α'ossi-Δ^{1-5}diidropiridina*) ed è l'omologo superiore immediato della *metilcianmetilglutaconmetilimide*.

Come tutti i corpi di questa serie, ha funzione acida, arrossa fortemente la carta di tornasole, fa effervescenza coi carbonati, forma sali ben definiti, neutri; è acido monobasico, poco solubile nell'acqua, che fonde a 198° C. scomponendosi.

Col percloruro di ferro si colora in verde bluastro e dà contemporaneamente un abbondante precipitato bianco. Coll'acqua di bromo dà un precipitato bianco che a caldo si scioglie e la soluzione, per ebollizione un po' prolungata, non si colora.

Col nitrito di potassio ingiallisce soltanto a caldo. Coi sali di rame non precipita, col nitrato d'argento dà un precipitato bianco, insolubile, o quasi, nell'acqua. Alla metilamina fornisce un sale ben cristallizzato, solubilissimo nell'acqua e nell'alcool, insolubile nell'etere.

Sulla presenza del nuovo minerale Lawsonite come elemento costituente in alcune roccie italiane;

Nota dell'Ingegnere SECONDO FRANCHI.

Nell'inverno 1893-94, studiando alcune roccie diabasiche metamorfosate raccolte nella precedente campagna geologica nelle valli Grana e Valloriate, in provincia di Cuneo, rinvenni un minerale microscopico automorfo, nettamente cristallizzato in sottili lamelle a base rombica, che allora non mi fu possibile identificare con nessuno dei minerali esistenti.

Nell'inverno seguente trovai lo stesso minerale entro a roccie analoghe di altre valli raccolte da me e da miei colleghi, sicchè nel breve studio pubblicato nel 2° fascicolo del bollettino del R. Comitato geologico pel 1895 " *sopra alcune metamorfosi di eufotidi e diabasi nelle Alpi Occidentali* ", riuscii a dare

approssimativamente alcuni dei caratteri del minerale incognito, per quanto lo permetteva la picciolezza degli elementi, che neppure avevo potuto isolare (pag. 190). In quello studio avevo detto che il minerale sembrava tenere il posto degli epidoti, e nella tabella riassuntiva dividevo le anfiboliti ad anfiboli sodici (anfiboliti sodiche) in due gruppi: anfiboliti sodiche epidotiche, ed anfiboliti sodiche, che avrebbero dovuto pigliar nome dal minerale incognito (pag. 204).

Finalmente nell'inverno 1895-96 rinvenni lo stesso minerale in alcune roccie diabasiche metamorfosate di Pegli, nella Riviera ligure, e dell'isola del Giglio; ed ho con esso identificato un minerale osservato al microscopio dall'Ing. Stella nelle venucole calcitiche di una roccia a gastaldite, da lui raccolta nell'alta Val Chianale. Da questo campione mi fu possibile averne una piccola quantità, in cristalletti isolati grossi appena $^1/_4$ di mm., coi quali ho potuto determinare i caratteri principali, che resi noti in un breve studio pubblicato nel 2° fascicolo del bollettino della Società geologica italiana pel 1896 (1).

Nel luglio del corrente anno dovendo fare alcune escursioni pel rilevamento geologico in Val Varaita, in compagnia dell'Ing. Stella, si decise di far ricerca di quel minerale, laddove il mio collega aveva raccolto il campione che mi aveva fornito i primi cristalli isolati, cioè nel Vallone della Niera, nell'alta Val Chianale, presso il confine franco-italiano. Causa il tempo pessimo e la nebbia fittissima non abbiamo potuto dedicare più di mezz'ora a tale ricerca. Fummo però abbastanza fortunati da trovare il minerale visibile ad occhio nudo, in elementi da 1 a 2 millimetri, in certe liste cloritico-attinolitiche in mezzo ad una roccia essenzialmente costituita da un anfibolo azzurro, ed altresì in piccole vene chiare, quasi esclusivamente costituite dal minerale in parola, con poca clorite. Insomma ne avevamo tanto da trarne con certezza il materiale per alcune analisi chimiche complete, e per fare una più precisa determinazione dei caratteri cristallografici ed ottici.

Però, quando, terminata la campagna geologica, mostrai al

(1) S. Franchi, *Prasiniti ed anfiboliti sodiche provenienti dalla metamorfosi di roccie diabasiche* ecc. (" Boll. della Soc. Geol. italiana ", 1896, 2°).

Prof. Spezia alcuni dei campioni raccolti, egli, che stava appunto esaminando degli esemplari, da poco ricevuti, del nuovo minerale scoperto in California, la *lawsonite* (1), sospettò che il minerale indeterminato da me studiato potesse essere quello stesso. Infatti oltre all'identico sistema cristallografico, forma, proprietà fisiche ed ottiche, quantunque da me determinate solo approssimativamente, erano tanto prossime a quelle corrispondenti della lawsonite da rendere molto verosimile quella supposizione (2). Perfino il giacimento era fino ad un certo punto lo stesso, avendolo i signori Ransome e Palache rinvenuta, oltre che in altre roccie cristalline, entro a scisti metamorfici ricchi in gastaldite.

L'analisi chimica sola poteva togliere ogni dubbio, ed accertarci sulla identità dei due minerali.

---

(1) F. H. Ransome und Ch. Palache in Berkeley, Col. — *Ueber Lawsonit, ein neues gesteinsbildendes Mineral aus Californien* (" Zeit. für Kristallographie und Mineralogie von P. Groth ", B. XXV, 1895, p. 530).

(2) Trascrivo i caratteri da me dati in quel lavoro: " Ortorombico; " $mm = 67°$ circa. Faccie osservate m e p sempre esistenti, e g_1 frequen- " tissima e talvolta anche ben sviluppata. I prismetti sono sempre cortis- " simi, anzi tubulari secondo p. Geminazioni polisintetiche frequentissime " secondo la faccia m; clinaggio g_1 facile; densità da 3 a 3,1; incoloro " limpidissimo. Attaccabile dall'acido cloridrico a caldo solo dopo calcina- " zione. Piano degli assi ottici parallelo a g_1 con ng bisettrice ottusa nor- " male a p. Angolo assiale molto grande. Indice n_m superiore a quello dei " pirosseni e $ng - np$ da 0,020 a 0,022 ". Per una svista ng fu detto bisettrice ottusa, invece esso coincide colla bisettrice acuta, come appunto accade nella lawsonite.

I signori Ransome e Palache furono più fortunati di me incontrando il minerale in cristalli grossi dei centimetri, e poterono studiarne tutte le proprietà. Essi misurarono l'angolo mm di 67°.16', e rinvennero le faccie d che loro permisero di determinare il terzo parametro ($a : b : c = 0,6652 : 1 : 0,7385$). La posizione degli assi ottici è quella detta pel minerale da me studiato, l'angolo degli assi $2V_a = 84°,6'$ e la birifrangenza 0,019 e 0,0207 secondo due misure fatte con metodi diversi. Però se si calcola l'angolo degli assi ottici partendo dai valori degli indici $n_g = 1,6840$, $n_m = 1,6690$ e $n_p = 1,6650$, indicati dagli autori, esso risulta di molti gradi inferiore a quello da essi tratto dalle misure dirette. Vi deve perciò essere qualche errore nella determinazione degli indici. Nel minerale da me studiato ho potuto appunto constatare che il rapporto $n_m - n_p : n_g - n_m$ è di gran lunga superiore a quello di 4 : 15 da quelli risultante.

Ora, da una analisi preliminare eseguita dall'Ing. Mattirolo nel laboratorio del R. Uffizio geologico a Roma, sopra una piccolissima quantità del minerale di Val Varaita, i componenti risultarono essere appunto quelli della lawsonite, ed in proporzioni tanto prossime a quelle delle due analisi che ne sono date, che la identità del minerale finora incognito, da me studiato, con quello da poco scoperto in California si può affermare senza alcuna riserva (1).

In attesa dell'analisi chimica completa che verrà eseguita sopra un materiale scelto e più abbondante, e che pubblicherò in un coi caratteri che mi sarà dato di meglio determinare, con elementi più maneggevoli di quelli che servirono alle prime determinazioni, ho voluto dare questa breve notizia, la quale, per la frequenza del nuovo minerale, anche come costituente, in alcune roccie italiane, non mi sembra priva di interesse per i petrografi.

Poichè il lavoro dei due studiosi americani mi ha risparmiato la scelta del nome, mi resterà la soddisfazione di segnalare pel primo il minerale entro a roccie dell'antico continente, e di indicarne la genesi.

Riassumo ora brevemente i giacimenti italiani già noti del nuovo minerale. Esso venne trovato:

1° In rari elementi in seno ai plagioclasi porfirici, e molto diffuso nella massa microlitica, essenzialmente costituita da andesina, di alcune porfiriti diabasiche in via di trasformazione, in Val Maira.

2° In elementi abbondantissimi nei felspati porfirici di alcune porfiriti diabasiche dell'isola del Giglio, trasformate in roccie, costituite essenzialmente da anfiboli azzurri.

(1) Esso i risultati delle due analisi dei signori Ransome (I) e Palache (II):

	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	CaO	MgO	Na_2O	H_2O	Totali
I.	38,10	28,88	0,85	18,26	0,23	0,65	11,42	98,39
II.	37,32	35,14		17,83	—	—	11,21	101,50

dai quali hanno dedotta la formola $H_4 Ca Al_2 Si_2 O_{10}$.

Nell'analisi dal Mattirolo eseguita su grammi 0,1495 del minerale di V. Varaita le cifre della silice, dell'allumina, comprese le traccie di ferro e quelle dell'acqua, cadono fra quelle rispettive delle due analisi precedenti.

3° Sparso nella massa di roccie massiccie o scistose, costituite essenzialmente da anfiboli azzurri, con resti dell'augite e del felspato primitivi, provenienti indubbiamente dalla metamorfosi di roccie diabasiche (Valli Chisone, Maira, Grana, Valloriate, pressi di Pegli e isola del Giglio).

4° Abbondante nelle zonature cloritiche, cloritico-ottinolitiche e calcitifere, di certe anfiboliti sodiche zonate, che dirò *anfiboliti sodiche lawsonitiche*, provenienti probabilmente dalla metamorfosi di roccie diabasiche (Valli Chianale, Maira, Grana e Valloriate).

In tutti questi giacimenti il minerale è adunque essenzialmente un prodotto della pseudomorfosi dei plagioclasi, alla stessa guisa che in altri casi da essi si generano, ad esempio, l'albite secondaria e la zoisite. Questo è un dato nuovo ed importante sulla genesi del minerale, che non è lasciato intravedere dai giacimenti americani.

Al fatto poi la composizione chimica della lawsonite è molto analoga a quella della zoisite, che è più ricca in calce e meno ricca in acqua. Non deve poi sfuggire il fatto che la formola teorica $H_4CaAl_2Si_2O_{10}$, data dai signori Ransome e Palache pel nuovo minerale californiano, si ottiene aggiungendo due molecole d'acqua alla formola teorica dell'anortite $CaAl_2Si_2O_8$; il che dimostra che quello può formarsi in seno ai plagioclasi basici, per la sola separazione e idratazione della molecola anortitica, lasciando libera la molecola dell'albite (1). Il fenomeno è quindi assai più semplice che nel caso della pseudomorfosi in zoisite, due molecole della quale si formano coll'aggiunta di una molecola d'acqua e di una di calce a tre molecole di anortite.

Tutte le roccie sopraindicate appartengono alla *zona delle*

(1) Se si pon mente alla frequenza dell'albite secondaria, come elemento di trasformazione dei plagioclasi, in roccie analoghe a quelle che contengono la lawsonite, sembrerebbe possibile, in date condizioni, una paramorfosi completa dei plagioclasi in lawsonite ed in albite, colla semplice aggiunta di acqua. Infatti nelle peruriti a lawsonite di Val Maira e del Giglio sopra indicate, vi sono parti in cui l'albite secondaria abbonda, e che include qua e là elementi di lawsonite, che è perciò di formazione contemporanea. Invece altri felspati porfirici delle roccie del Giglio, contenenti lawsonite, sono nel resto della massa simili ai felspati cosiddetti saussuritizzati.

pietre verdi del Gastaldi, e si trovano in lenti più o meno potenti fra micascisti, filladi, calcescisti e calcari cristallini. La grande estensione di quella zona nelle Alpi Occidentali francesi e italiane ed in Liguria, e il numero grande di masse rocciose che vi sono incluse, analoghe a quelle nelle quali si trovò la lawsonite, lasciano sperare che se ne conosceranno fra non molto numerosi altri giacimenti.

Azione del tetrossido d'azoto sugli isonitrosochetoni;

Nota del Dott. GIACOMO PONZIO.

L'azione del tetrossido d'azoto sulle ossime fu studiato in vari lavori da Scholl (1) e ultimamente da Born (2): secondo questi chimici l'isonitrosogruppo è sostituito nella pinacolinossima col gruppo N_2O_2, nelle chetossime alifatiche col gruppo N_2O_2, e nella benzofenon- e acetofenonossima col complesso N_2O_4.

Io ho fatto agire il tetrossido d'azoto negli isonitrosochetoni alifatici $R.CO.C(NOH).R'$ ed ho trovato che la reazione è in certo qual modo analoga all'ossidazione dei chetoni con acido nitrico (3); invero risultano anche qui dichetoni, acildinitroidrocarburi, e quantità variabili di acidi grassi e di dinitroidrocarburi provenienti dalla decomposizione delle sostanze precedenti.

La formazione degli acildinitroidrocarburi si può esprimere coll'equazione seguente:

$$2R.CO.C(NOH).R' + 2N_2O_4 = 2R.CO.C(N_2O_4).R' + N_2O + H_2O$$

ma non ho constatato se il gas che si sviluppa sia realmente protossido d'azoto. La proprietà più notevole di questi corpi, sulla costituzione dei quali, assieme al prof. Fileti, ho fatto al-

(1) " Berichte ", 1888, *21*, 509; 1890, *23*, 349; 1895, *28*, 1361.

(2) Id. 1896, *29*, 90.

(3) Fileti e Ponzio, " Gazz. Chim. ", 1895, *25*, I, 233 e questi " Atti della R. Accademia ", vol. XXXII.

cane considerazioni nella Memoria avanti citata sulla *trasformazione dei chetoni in α-dichetoni* e pubblicata in questi Atti, è quella di decomporsi per idrolisi in acido grasso e dinitroidrocarburo:

$$CH_3 . C(N_2O_4) . CO . CH_2 . CH(CH_3)_2 + H_2O =$$
$$= CH_3 . CH(N_2O_4) + COOH . CH_2 . CH(CH_3)_2.$$

Quindi il passaggio da un isonitrosochetone all'acildinitroidrocarburo e la decomposizione di questo coll'acqua in dinitroidrocarburo ed acido grasso, si può indicare col seguente schema:

$$\begin{array}{l} R - C(NOH) \\ \quad\quad | \\ R' - CO \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} R - C(N_2O_4) \\ \quad\quad | \\ R' - CO \end{array} \longrightarrow \begin{cases} R - CH(N_2O_4) \\ R' - COOH \end{cases}$$

Gli acildinitroidrocarburi ottenuti dagli isonitrosoderivati del dietil-, etilisopropil- ed etilisobutilchetone sono sostanze solide che potei facilmente purificare, e mentre i due ultimi erano pure stati ottenuti per azione dell'acido nitrico sui corrispondenti chetoni, il propionildinitroetano, meno stabile in presenza di acqua, non potè riscontrarsi tra i prodotti dell'azione dell'acido nitrico sul dietilchetone. L'acetildinitroetano pare che sia liquido, l'acetildinitroesano non lo potei isolare.

L'isonitrosoacetone, che avrebbe dovuto dare acetildinitrometano e metilgliossal, si comporta col tetrossido d'azoto in tutt'altro modo, poichè non si osserva sviluppo gassoso e, come prodotto della reazione, si ha una sostanza bianca, vischiosa, che lasciata a se anche sull'acqua, si infiamma spontaneamente dopo breve tempo.

Il modo più conveniente di operare è il seguente: si scioglie l'isonitrosochetone in etere anidro, si raffredda in miscuglio di ghiaccio e sale e si aggiunge la quantità equimolecolare di tetrossido d'azoto pure sciolto in etere: si ha dapprima una colorazione rosso bruna che tosto passa al verde intenso e dal liquido cominciano a svolgersi bollicine gassose incolore, probabilmente di protossido d'azoto. Cessato lo svolgimento del gas si lascia il tutto in riposo per qualche ora, e quando il colore è passato al giallo, si lava la soluzione con acqua, si secca su solfato sodico anidro e si distilla l'etere: resta un olio giallo che contiene l'acildinitroidrocarburo, il dichetone, il dinitroidrocarburo e acidi grassi.

Isonitrosodietilchetone.

Si lava il prodotto della reazione con soluzione di bicarbonato sodico fino a che questa si colori in giallo, e dalle acque di lavatura, che contengono disciolto acetilpropionile e dinitroetansodio, si ha per trattamento con cloridrato di idrossilamina, la dioxima dell'acetilpropionile che cristallizza dall'alcool acquoso in laminette splendenti, fusibili a 170°-71°.

Gr. 0,1818 di sostanza fornirono cc. 34,5 di azoto (H. = 740,58, t = 20°), ossia gr. 0,038773.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_5H_{10}N_2O_2$
Azoto	21,32	21,53

Il *propionildinitroetano* $CH_3 . C(NO_2) . CO . CH_2 . CH_3$ rimasto indisciolto e solidificato per raffreddamento in ghiaccio, si asciuga rapidamente fra carta e si cristallizza dagli eteri di petrolio, bollenti fra 50° e 80°, dove è poco solubile.

Gr. 0,1959 di sostanza fornirono gr. 0,2462 di anidride carbonica e gr. 0,0875 di acqua (1).

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_5H_8N_2O_5$
Carbonio	34,27	34,09
Idrogeno	4,84	4,54

Si fonde a 43°-44°, è in lamine splendenti di forte odore canforato, ed è molto volatile alla temperatura ordinaria, infatti una piccola quantità deposta sopra una lastra di vetro scompare dopo breve tempo. Lasciato nel vuoto in presenza di idrato potassico in pezzi, questo assorbe a poco a poco e decompone, colorandosi in giallo (dinitroetanpotassio), i vapori della sostanza, la quale finisce per scomparire completamente.

Reagisce coll'acqua formando acido propionico e dinitroetano; anzi la decomposizione avviene con tale facilità che la sostanza non si può conservare entro una boccetta chiusa con

(1) Non se ne potè fare una determinazione di azoto, perchè la corrente di anidride carbonica trasporta la sostanza, molto volatile.

tappo smerigliato e nel mettendo nella boccetta stessa un tubetto con anidride fosforica. Fra i prodotti che si ottengono per idrolisi fu isolato, nel solito modo, il dinitrotuano allo stato di sale potassico, il quale diede all'analisi i seguenti risultati:

Gr. 0,1747 di sostanza fornirono gr. 0,0956 di solfato potassico.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_2H_3KN_2O_4$
Potassio	24,52	24,68

Si decompone pure facilmente coll'alcool ordinario e colle soluzioni degli idrati e carbonati alcalini, più difficilmente col bicarbonato sodico a freddo, mentre si scioglie inalterata negli acidi solforico ed acetico esenti di acqua. Sciolta in etere anidro non si decompone con acido cloridrico gassoso, e, in soluzione cloroformica, non reagisce col bromo.

Isonitrosoetilisopropilchetone.

L'*isonitrosoetilisopropilchetone* non era finora stato preparato. Io l'ottenni con buon rendimento (40 p. %) col metodo generale di Claisen e Manasse (1), ma direttamente allo stato solido, precipitando con acido cloridrico la soluzione alcalina dell'isonitrosochetone dopo averla lavata con etere onde liberarla dall'alcool amilico. Compresso fra carta e cristallizzato due volte dall'acqua, dove è poco solubile a caldo e quasi insolubile a freddo, lo ebbi in splendidi aghi fusibili a 93°-94°.

Gr. 0,2477 di sostanza fornirono cc. 23 di azoto (H_0 = 741,52, t = 16°), ossia gr. 0,026337.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_6H_{11}NO_2$
Azoto	10,63	10,85

(1) " Berichte ", 1889, 22, 526.

È solubile anche a freddo in etere, alcool, benzina, cloroformio ed acetone; quasi insolubile negli eteri di petrolio. È estremamente volatile col vapor d'acqua.

In quanto alla sua formola ritengo che sia la seguente: $CH_3 . C(NOH) . CO . CH(CH_3)_2$ perchè il gruppo NOH non può fissarsi che sull'unico gruppo CH_2 del chetone.

L'*acetilisobutirildiossima* $CH_3 . C(NOH) . C(NOH) . CH(CH_3)_2$ non era finora stata preparata: ottenuta dall'isonitrosochetone col metodo di Auwers e cristallizzata dalla benzina dove è poco solubile a caldo e quasi nulla a freddo, si ha in lunghi aghi splendenti fusibili a 155°-56°, sublimandosi parzialmente (1).

Gr. 0,1274 di sostanza fornirono cc. 21,5 d'azoto ($H_0 = 730,06$, $t = 15°$), ossia gr. 0,024333.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_6H_{12}N_2O_2$
Azoto	19,09	18,94

È abbastanza solubile a caldo e poco a freddo nell'acqua, solubile a freddo nell'alcool e nell'etere, insolubile anche a caldo negli eteri di petrolio e nel cloroformio.

Il tetrossido d'azoto agisce nell'isonitrosoetilisopropilchetone nel solito modo: l'olio giallo ottenuto per svaporamento dell'etere lasciato a sè in un ambiente freddo separa l'isobutirildinitroetano $CH_3 . C(N_2O_4) . CO . CH(CH_3)_2$ in larghe lamine splendenti, che cristallizzate dal solfuro di carbonio si fondono a 58°.

I. Gr. 0,1622 di sostanza fornirono gr. 0,2264 di anidride carbonica e gr. 0,0826 di acqua.

II. Gr. 0,1718 di sostanza fornirono cc. 21,7 di azoto ($H_0 = 744,14$, $t = 14°$), ossia gr. 0,025089.

Cioè su cento parti:

	trovato		calcolato per
	I	II	$C_6H_{10}N_2O_3$
Carbonio	38,06	—	37,89
Idrogeno	5,65	—	5,26
Azoto	—	14,65	14,73

(1) La diossima dell'acetilisobutirile e quella del diacetile sono le sole diossime di α-dichetoni che non si fondono verso 170°.

Questa sostanza è identica con quella ottenuta per azione dell'acido nitrico sull'etilisopropilchetone.

Trattando l'olio giallo, decantato dalla parte solida, prima con cloridrato di idrossilammina e carbonato sodico (con che si forma in special modo monossima) e poi con altro cloridrato di idrossilammina in presenza di un eccesso di idrato sodico ed estraendo con etere, si ottiene la diossima dell'acetilisobutrile che fu riconosciuta al suo punto di fusione 155°-56°. Dalla soluzione alcalina gialla si può, nel solito modo, ricavare il dinitroetanpotassio.

Isonitrosoetilisobutilchetone.

L'*isonitrosoetilisobutilchetone* (non ancora conosciuto) l'ottenni dall'etilisobutilchetone per azione del nitrito d'amile, non però così facilmente come l'isonitrosoetilisopropilchetone, perchè l'acido cloridrico diluito non lo precipita allo stato solido e bisogna estrarlo dalla soluzione acida con etere e seccarlo nel vuoto su acido solforico. Il prodotto, purificato per compressione fra carta, rappresenta il 40 % del chetone adoperato, e cristallizza dall'alcool acquoso in aghi appiattiti, splendenti, fusibili a 64-65°.

Gr. 0,1614 di sostanza fornirono cc. 14,1 d'azoto (H_0 = 745,50, t = 17°), ossia gr. 0,016165.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_7H_{13}NO_2$
Azoto	10,01	9,77

È solubile anche a freddo in tutti i solventi organici, poco a caldo nell'acqua.

La diossima che ho ottenuto da questo isonitrosochetone si fonde a 171°-72°.

Dall'azione dell'acido nitroso sull'etilisobutilchetone $CH_3 . CH_2 . CO . CH_2 . CH(CH_3)_2$ si può prevedere la formazione di due isonitrosochetoni isomeri:

$$CH_3 . C(NOH) . CO . CH_2 . CH(CH_3)_2$$

e

$$CH_3 . CH_2 . CO . C(NOH) . CH(CH_3)_2$$

e la diossima corrispondente al primo si fonde precisamente a 171°-72°. Ma poichè quasi tutte le diossime di α-dichetoni finora conosciute hanno press'a poco lo stesso punto di fusione, così per stabilire quale delle due formole sopra indicata spetta al mio isonitrosocomposto lo trasformai nell'osazone e trovai che questo si fonde a 115°-16° ed è identico con quello dell'acetilisovalerile, e quindi all'isonitrosochetone da me ottenuto spetta la formola: $CH_3 . C(NOH) . CO . CH_2 . CH(CH_3)_2$.

Qui occorre notare che facendo agire per parecchi giorni un eccesso di fenilidrazina sull'isonitrosoetilisobutilchetone in soluzione alcoolica si forma soltanto l'idrazossima; per conseguenza, onde preparare l'osazone, dovetti decomporre quest'ultima con acido cloridrico per ottenere l'idrazone, che trattai poi con fenilidrazina.

β,α-*acetilisovalerilidrazossima*. Si ottiene scaldando per alcune ore una soluzione alcoolica di isonitrosoetilisobutilchetone colla quantità teorica di fenilidrazina. Separata per aggiunta d'acqua e cristallizzata poi dall'alcool, dove è assai solubile a caldo e poco a freddo, si ha in prismetti quasi incolori, fusibili a 127°-28°.

Gr. 0,1194 di sostanza fornirono cc. 18,7 d'azoto ($H_0 = 741,82$, $t = 16°$), ossia gr. 0,021413.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{13}H_{19}N_3O$
Azoto	17,93	18.02

È insolubile nell'acqua e negli eteri di petrolio, solubile nell'etere, acetone e benzina. Dà la reazione di Pechmann, e contrariamente a quanto riteneva tale chimico per le idrazossime dei dichetoni a più di sei atomi di carbonio (1), è stabilissima. La sua formola di struttura è evidentemente $CH_3 . C(NOH) . C(N_2HC_6H_5) . CH_2 . CH(CH_3)_2$.

β-*acetilisovalerilidrazone*. Secondo Pechmann (2) basta scal-

(1) " Berichte ", 1888, *21*, 2994.
(2) Id., 1889. *22*, 2121.

dare la soluzione alcoolica di una idrazossima con acido cloridrico fumante per spostare da questa il gruppo NOH ed avere l'idrazone corrispondente. Nel caso della β.α-acetilisovalerilidrazossima la reazione è più complessa, poichè mentre una parte della sostanza si trasforma in idrazone, l'altra dà isonitrosochetone.

Feci ricadere per un'ora 50 cc. di soluzione alcoolica di idrazossima con 5 cc. di acido cloridrico fumante e dopo raffreddamento raccolsi le laminette splendenti separatesi, che riconobbi per cloridrato di fenilidrazina. Dal filtrato svaporai l'alcool, aggiunsi acqua e distillando in corrente di vapore passò l'isonitrosoetilisobutilchetone fusibile a 63°-64°. Non volatile rimase l'idrazone come una massa bruna, che cristallizzata dall'alcool acquoso e trattata con carbone animale si ebbe in aghi di color giallo paglierino, fusibili a 94°.

Gr. 0,2270 di sostanza fornirono cc. 25,5 d'azoto ($H_0 = 733,17$, $t = 17°$), ossia gr. 0,028734.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{13}H_{18}N_2O$
Azoto	12,65	12,84

L'acetilisovalerilidrazone così ottenuto ha indubbiamente la formola $CH_3 . CO . C(N_2HC_6H_5) . CH_2 . CH(CH_3)_2$ ed è solubile anche a freddo in tutti i solventi organici, insolubile nell'acqua.

Trattato con fenilidrazina fornisce l'osazone dell'acetilisovalerile, fusibile a 115°-16°.

Il tetrossido d'azoto agisce sull'isonitrosoetilisobutilchetone nel modo già detto; il prodotto della reazione lasciato in luogo freddo separa dopo qualche tempo grosse lamine di isovaleril-dinitroetano $CH_3 . C(N_2O_4) . CO . CH_2 . CH(CH_3)_2$ (identico con quello ottenuto per azione dell'acido nitrico sull'etilisobutilchetone), che cristallizzato dagli eteri di petrolio si fonde a 65°-66°.

I. Gr. 0,1075 di sostanza fornirono gr. 0,1631 di anidride carbonica e gr. 0,0604 di acqua.

II. Gr. 0,2062 di sostanza fornirono cc. 24,7 di azoto ($H_0 = 739,05$, $t = 14°$), ossia gr. 0,028404.

Cioè su cento parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_7H_{12}N_2O_5$
Carbonio	41,35	—	41,17
Idrogeno	6,24	—	5,88
Azoto	—	13,77	13,72

Agitato con soluzione normale di idrato potassico (2 mol.) si scioglie dopo poco tempo dando un liquido giallo che contiene i sali potassici del dinitroetano e dell'acido isovalerianico, il quale ultimo fu separato come sale d'argento.

Gr. 0,1122 di sostanza fornirono gr. 0,0578 di argento.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_5H_9AgO_2$
Argento	51,51	51,67

L'olio dal quale si separò per decantazione l'acetilisovalerildinitroetano si trattò con cloridrato di idrossilamina e carbonato sodico e poi, per completare la reazione, con altro cloridrato di idrossilamina in presenza di un eccesso di idrato sodico. Estraendo con etere si ebbe la diossima dell'acetilisovalerile che cristallizzata dalla benzina si fuse a 171°-72°.

Gr. 0,1943 di sostanza fornirono cc. 30 d'azoto ($H_0 = 744,14$, $t = 14°$), ossia gr. 0,036485.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_7H_{14}N_2O_2$
Azoto	17,85	17,73

Le acque alcaline gialle forniscono, nel modo più volte indicato, il dinitroetano che si caratterizzò allo stato di sale potassico.

Isonitrosometiletilchetone.

Il prodotto della reazione si lava con soluzione satura di bicarbonato sodico fino a che questo non si colori più in giallo. Nel liquido passa il diacetile, solubile nell'acqua, ed il dinitroetano, e questi prodotti furono difatti riconosciuti. Insolubile resta un olio più pesante dell'acqua, quasi incoloro, che a lungo andare finisce con sciogliersi nel bicarbonato sodico colorandolo in giallo e decomponendosi in acido acetico e dinitroetano. Esso è probabilmente l'*acetildinitroetano* $CH_3 . C(N_2O_4) . CO . CH_3$ e fra i suoi prodotti di decomposizione fu isolato il dinitroetano allo stato di sale potassico.

Gr. 0,1810 di sostanza fornirono gr. 0,0987 di solfato potassico.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_2H_5KN_2O_4$
Potassio	24,44	24,68

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 3 Gennaio 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Rossi, Manno, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Nani, Cognetti de Martiis, Graf, Boselli, Brusa, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Socio Segretario, a nome dell'autore, offre un opuscolo del cav. Giovanni Sforza, Direttore dell'Archivio di Stato di Massa: *Carlo II di Borbone e la suprema reggenza di Parma* (Firenze, 1896), ed a nome pure dell'autore, professore dott. Ettore De Toni, due volumi: *Repertorium geographico-polyglottum in usum "Sylloges algarum omnium"* (Padova, 1894); *Vocabolario di pronuncia dei principali nomi geografici moderni* (Venezia, 1895).

Presenta poi un lavoro manoscritto intitolato: *Francesco Sansovino e le sue opere storiche*, di cui l'autore, il cav. Giovanni Sforza, desidera l'inserzione nelle *Memorie* accademiche.

Ad esaminare questo lavoro ed a riferire in una prossima adunanza, il Presidente delega i Socii Claretta, Ferrero e Cipolla.

Il Socio Giuseppe Allievo legge una sua nota: *Di alcune forme speciali della vita psichica*, che è pubblicata negli *Atti*.

LETTURE

Di alcune forme speciali della vita psichica;

Nota del Socio GIUSEPPE ALLIEVO.

Nel mondo psicologico l'anima umana e le sue potenze sono due termini fra loro indissolubilmente congiunti, come nel mondo della natura un corpo e inseparabile dalle sue proprietà e dalle forze, che governano i suoi movimenti. E veramente spogliate l'anima delle sue potenze, ed esse non opera, non vive più, e ridotta ad una morta astrazione. Separate le potenze dall'anima, ed esse rimarranno senza forza vitale, che le muova ad operare, senza centro di anita, che le componga ad armonia, senza sostanza, a cui appartengano: sono potenze di nessuno, e quindi entità chimeriche, vane apparenze.

La vita dell'anima sta tutta quanta nell'esercitare le sue potenze e quindi stringersi in rapporto sempre più intimo ed operoso con se stessa e cogli esseri dell'universo. Percepire ed osservare il mondo esterno, aver coscienza di noi e riflettere sul nostro mondo interiore, sentire la natura, l'umanità, Dio, ricordar il passato, raffigurarci l'avvenire, sollevarci colla ragione al mondo soprasensibile ed agli eterni ideali, giudicare e ragionare, astrarre ed immaginare, volere e desiderare, amare ed odiare; tale è il vivere proprio dell'anima.

Che se la vita dell'anima si rivela nell'operare delle facoltà, di cui è naturalmente fornita, ognun vede che tra quella e questo esiste tale intima corrispondenza, che dal vario modo, con cui si attua il lavorio delle potenze, anche la vita psichica assume forme diverse, le quali porgono argomento di importanti e sempre nuove considerazioni al psicologo non meno che al pedagogista. Infatti poniamo ad esempio, che il sentimento religioso trasmodi a segno da soffocare e sospendere l'azione di tutte le altre potenze umane, allora la vita dell'anima assume

la forma dal misticismo. Quando la ragione versa in uno stato continuo di alterazione e di scompiglio talmente grave da turbare il naturale procedimento delle altre potenze, la vita dell'anima degenera in pazzia. Accade bene spesso, che esse entrano in conflitto fra di loro, e l'una tenta di invadere la cerchia dell'altra, come quando la ragione impugna le credenze del cuore o si scambiano per realtà sostanziali le astrazioni della riflessione ed i fantasmi dell'immaginazione, ed allora anche la vita dell'anima non scorre più armonica e concorde con se medesima, e scindesi in parti contrarie. Anche questo avviene, che le potenze nostre se ne giacciono spossate e stanche tanto da rifiutarsi ad ogni azione; non si sa più che cosa pensare, che cosa risolvere, che cosa sperare; ed allora l'anima sente la noia, il tedio, il peso della vita e si abbandona alla mestizia, all'abbattimento, alla misantropia.

La corrispondenza, di cui facciamo parola, spicca ancora più manifesta nello sviluppo progressivo delle umane potenze attraverso i successivi periodi, per cui passa la nostra temporanea esistenza. L'infanzia è l'aurora della vita umana; e l'anima infantile vive una vita tutta implicata in se stessa, come sono ancora inviluppate in sè le sue potenze. Viene la puerizia, che è la fioritura della nostra esistenza; e l'anima va via via aprendosi sempre più alla vita, a mano a mano che le potenze uscendo dal loro stato di germe spuntano all'atto le une dopo le altre, e fanno mostra di sè. Il fanciullo osserva coll'istinto della curiosità la natura, mostra uno speciale accorgimento delle impressioni, che riceve e dei sentimenti, che prova, piega la volontà alla disciplina, fa le prime prove negli studi, riposa nelle sue ingenue credenze, sente più che non ragioni, immagina più che non rifletta, vive del presente, inconscio del lontano avvenire. Nell'età della gioventù e della virilità la vita psichica si espande rigogliosa da ogni lato, perchè le potenze sono tutte apparse e tutte vigoreggiano nel loro operare. La riflessione interiore e la contemplazione dell'universo procedono di pari passo. La ragione sollevandosi al di sopra della bassa sfera dei sensi spazia per le regioni ideali, mentre l'immaginazione vagheggia immensi e lontani orizzonti. La forza della libera volontà domina i bassi istinti assoggettandoli alla legge del dovere, e l'energia del carattere sostiene la lotta dell'esistenza. Succede

ultima la tenda vesuviana, e la vita psichica salendo la suprema e più solenne delle sue trasformazioni. L'anima ha compiute le prove della terrena esistenza e sta sospesa tra la memoria di un passato irrevocabile, che non rimpiange, ed il presentimento di una vita futura, che la attende. Il presente si eclissa davanti al suo sguardo. Le potenze esteriori, che fino allora la avevano mantenuta in intimo ed operoso rapporto col mondo della natura e della società, si illanguidiscono ed essa si stacca dalla natura circostante, mentre le potenze interiori della coscienza di sè e del sentimento di Dio, si mostrano più vive e gagliarde, e la tengono sollevata in un nuovo e più elevato ordine di cose.

L'uomo è persona; e questo uno de' più rilevanti concetti, che s'incontrano nello studio della natura umana, è anzi il concetto dominante, che informa tutta la scienza antropologica. La personalità conferisce alla vita dell'anima umana un duplice carattere, per cui essa essenzialmente sovrasta alla vita vegetale della pianta ed alla vita animale del bruto. Le piante ed i bruti vivono inconsapevoli di se medesimi ed operano per fatalità di natura, lo spirito umano ha la coscienza del suo vivere e del suo operare ed esercita un dominio sulle sue potenze.

Mediante la coscienza di sè l'anima avverte a quello, che fa e che avviene in lei, assiste allo svolgersi delle sue potenze, nota le vicende della sua vita, raffronta il passato col presente e ricompone la catena della sua esistenza, misura le sue forze, tiene rivolto lo sguardo al suo ideale. La coscienza accompagna la nostra esistenza in tutte le età dalla puerizia alla vecchiaia, e secondochè illanguidisce o vigoreggia, anche la vita dell'anima scema o si rafforza. Talvolta vorremmo pure che essa fosse spenta affatto in noi, come allorquando abbiam la consapevolezza della nostra infelicità e della nostra irreparabile sciagura: pur tuttavia noi reputiamo la suprema delle sciagure il perdere la coscienza della vita e diventare pari ad insensibile tronco.

Altro carattere personale è il libero dominio, che l'anima esercita sulle proprie potenze. Esse non solo appartengono a lei in quella guisa, che l'impenetrabilità, l'elasticità, il peso appartengono ad un corpo della natura, ma le padroneggia, le governa, le rivolge ad suo scopo prestabilito, sicchè cospirino tutte quante al suo perfezionamento. Essa domina i sensi fisici esterni e da essi attinge una più ampia notizia del mondo corporeo, che non

è data ai bruti, giacchè non solo vede l'oggetto presente, ma lo guarda e lo osserva, non solo ode, ma ascolta, non solo gusta, ma assapora, non solo odora, ma fiuta, non solo tocca, ma palpa. Domina la riflessione e la raccoglie tutta quanta sopra questo o quell'altro argomento di studio eliminando ogni causa di distrazione, e così costruisce la scienza. Forma un disegno e chiama a raccolta tutte le potenze, perchè insieme concorrano a tradurlo in atto. Signoreggia gli istinti animali sicchè obbediscano alla ragione ed alla libera volontà.

Ognun vede, come su questa coscienza, che ha l'anima del suo vivere ed operare e sul libero dominio, che esercita sulle proprie potenze, si fondi la nostra responsabilità morale, e come ne dipendano le sorti del nostro perfezionamento ed il felice successo dell'educazione. Svolgere e coltivare nell'alunno la coscienza dalla sua vita psichica ed avviarlo al sicuro e pieno possesso delle sue potenze, questa è la meta, a cui l'educatore deve rivolgere il nerbo del suo magistero; e tutti poi dobbiamo rammentare, che il nostro valore personale e la nostra grandezza vanno misurati dalla limpidezza della nostra coscienza psichica e dalla vigoria dell'impero sulle nostre potenze.

Sentenzia Teodoro Jouffroy, che " la personalità è in noi un fatto posteriore allo sviluppo delle nostre capacità naturali (*Mélanges philosophiq.*, 4ª ed., pag. 254) ". Ciò significa che la personalità non la abbiam da natura, ma la acquistiamo col tempo, che non nasciamo persone, ma lo diventiamo: opinione questa, che parmi affatto disforme dalla verità, poichè la personalità è tanto essenziale alla natura umana, quanto al circolo la rotondità. L'uomo è persona per ciò stesso, che ha natura d'uomo, e se nel periodo primitivo dello sviluppo spontaneo la personalità non fa ancora esplicita mostra di sè mediante la coscienza riflessa e la libera attività volontaria, ciò non vuol punto dire che non ci sia; chè altramente come si spiegherebbe il suo apparire nel periodo riflesso?

Il misticismo.

Il misticismo si presenta alla nostra considerazione sotto tre particolari aspetti. Anzi tutto esso ci apparisce un fenomeno psicologico, ossia una forma speciale della vita dello spirito; secondamente è una teoria, un sistema filosofico teologico, che

fu professato da non pochi illustri pensatori; in terzo luogo ha una storia, che mostra il suo diverso sviluppo attraverso i secoli. Raffrontando fra di loro questi tre speciali aspetti psicologico, teorico e storico, agevolmente si scorge, che essi hanno un vincolo di continuità, per cui si connettono e si succedono l'uno all'altro. Poichè il fenomeno psicologico del misticismo, come ogni altro fatto, che si svolga in noi, può essere sottoposto all'analisi e studiato dalla ragione, che ne ricerca le origini e le cagioni, ne investiga le forme e l'intima natura, ed allora abbiamo la teoria del misticismo. Quando poi si chiamino a rassegna le diverse forme, che nei diversi secoli assunse il misticismo sia come fenomeno psicologico, sia come teoria speculativa, esponendole per ordine cronologico e porgendone le ragioni spiegative, allora si ha la storia del misticismo.

Le nostre considerazioni saranno rivolte segnatamente al misticismo riguardato sotto il primo di questi tre particolari aspetti. Il misticismo considerato come una delle diverse forme della vita dello spirito, è un fenomeno, che può apparire sia negli spiriti più semplici ed incolti, sia nelle intelligenze più elevate e speculative. Esso ammette diverse gradazioni, e quindi può essere o temperato od esclusivo: ma qualunque ne sia la forma più o meno rigida ha pur sempre le sue intime radici in quella facoltà umana, che appellasi sentimento religioso. Ma in qual modo il sentimento religioso trasformasi in misticismo?

L'ideale supremo del misticismo sta in uno stato di estasi e di rapimento, in cui l'anima sciolta da ogni vincolo colle cose create e dimentica di se medesima s'identifica coll'Essere infinito mercè di una contemplazione immediata. Tutto l'universo è scomparso davanti di lei: essa non ricorda più nulla del passato, non pensa più nulla di finito, di particolare, di imperfetto, non ha più nemmeno il pensiero della propria esistenza: tutte le sue potenze naturali sono soppresse e sacrificate ad una nuova facoltà speciale, che è la contemplazione immediata. Nessuna cosa creata s'interpone tra Dio e lei. Essa lo contempla immediatamente e direttamente in se stesso e con lui fa una cosa sola: non discorre, non riflette, non ragiona intorno i suoi diversi attributi, ma lo intuisce nella sua intima essenza infinita, dove tutte le sue perfezioni scompaiono confondendosi in una semplicissima unità, a guisa di uno spazio immenso, dove l'occhio

si perde e non distingue più nulla. In questa contemplazione dell'infinito l'anima stessa smarrisce la personalità sua, sicchè il misticismo ridotto alla sua più semplice espressione è l'annientamento dell'anima in Dio.

Ma in che modo il sentimento religioso trasformandosi a poco a poco riesce a questo assoluto misticismo? Ho testè avvertito, e qui giova ricordarlo, che il misticimo è un fenomeno psicologico, che può svolgersi nella coscienza di uno spirito umano, sia esso incolto, sia speculativo, quindi la presente questione intorno la genesi e lo sviluppo del misticismo si presenta sotto due aspetti corrispondenti.

Il sentimento religioso è naturale ad ogni spirito umano e fa parte di quelle credenze universali e spontanee, che sono anteriori ad ogni riflessione e ragionamento. Ma sonvi certe tempre di anime, in cui esso si esalta in modo singolare, si solleva all'entusiasmo e diventa passione. Ora poniamo che queste anime siano terribilmente provate dalla sventura. Colpite dai disinganni, provano una profonda avversione per le cose di quaggiu, diventano insensibili ed indifferenti agli oggetti esteriori, disprezzano la vita de' sensi e la convivenza sociale, soffocano tutti i sentimenti naturali, rinunziano ad ogni attività esteriore e raccogliendosi in se stesse cercano l'unico scampo e riposo in quel misticismo a cui già si sentivano naturalmente inclinate.

In altro modo avviene la genesi e lo sviluppo del fenomeno del misticismo nelle menti elette e nelle intelligenze meditative. Il pensatore riconosce che esiste in lui il sentimento divino posto da natura in ogni umano soggetto; ma non si rimane in questa sfera del senso comune; egli vuol rendersi conto di ciò, che naturalmente crede, ne istituisce un'analisi critica, ne ricerca le origini ed il valore, assoggetta le sue credenze al giudizio della ragione, e la ragione, invece di innalzarlo ad una limpida e compiuta conoscenza di Dio, quale era nelle sue aspirazioni, lo trascina allo scetticismo. Allora si trova di fronte a questo dilemma: o rinunziare allo scetticismo per conservare il suo sentimento religioso, od abbandonare il sentimento religioso per tenersi fermo alla sua ragione scettica. Ora poniamo anche qui, come abbiamo supposto nel primo caso, che il sentimento religioso sia in lui profondamente radicato per natura, ed egli non dimanderà più alla forza della ragione una chiara intuizione

dell'Essere infinito, bensì si abbandonerà alla potenza del sentimento religioso, il quale a poco a poco si trasformerà in un misticismo assoluto e trascendentale.

Infatti il pensatore credente cerca Dio, ma nè in sè, nè fuori di sè non trova cosa veruna, che glielo riveli e gli rassomigli. Dio è superiore a ciò, che percepiamo coi sensi fisici, ed egli impone silenzio alle facoltà sensitive. Dio è superiore a tutto ciò, che possiamo immaginare, ed egli sopprime la facoltà dell'immaginazione. Dio è superiore a tutto ciò, che forma l'oggetto della nostra memoria; ed egli si spoglia di tutte le cognizioni acquistate. Dio è superiore ad ogni idea, che possiamo formarci di lui, ad ogni nostro pensiero, ad ogni riflessione, ad ogni giudizio, ad ogni ragionamento, ad ogni affermazione e negazione. Infatti quando noi affermiamo, che Dio è giusto, è sapiente, è buono, il nostro giudizio non regge, perchè egli è superiore a ciò, che noi diciamo giusto, sapiente, buono. Dunque facciamo tacere tutte le nostre facoltà intellettuali. Che se intorno a Dio non possiamo affermare, nè dire nulla, che gli convenga, che sarà esso mai? Dio è l'essere puro, semplicissimo, nient'altro che essere, e va contemplato come tale. Questa facoltà speciale della contemplazione esige che tutte le altre umane potenze siano condannate ad un assoluto silenzio, ad una immobilità assoluta. La stessa coscienza della nostra individualità personale deve cessare, perchè l'io umano è distinto e determinato in sè stesso, e quindi impedisce l'unione dello spirito nostro con Dio, che è unità indeterminata sotto ogni riguardo.

Così il misticismo pigliando le mosse dal sentimento religioso, in cui ha la sua prima origine e sopprimendo ad una ad una tutte le potenze sensitive ed intellettuali finisce collo spogliare l'anima della sua coscienza personale ed identificarla coll'Essere infinito mediante la nuova facoltà trascendentale della contemplazione immediata. In questo assoluto silenzio di tutte le sue potenze naturali l'anima riposa da tutte le agitazioni della vita, ed il misticismo considerato sotto questa forma, come uno stato di quiete assoluta dell'anima, prese più propriamente nome di quietismo. L'uomo vive una duplice vita, la vita del pensiero, per cui contempla il mondo ideale e l'ordine dell'universo, e la vita dell'attività volontaria, per cui s'interessa delle sorti della sua esistenza e traduce in atto fuori di sè i pensieri e le idee

relative al perfezionamento proprio od altrui. Il quietismo invece ripone la perfezione dello spirito nell'annientamento dell'attività volontaria e quindi sacrifica la vita attiva alla contemplativa; ripone la felicità suprema nell'indifferenza assoluta dell'anima, la quale perciò non deve più mostrare interesse di sorta nè per se stessa, nè per veruna cosa creata. Anche lo stoicismo greco-romano voleva spogliato l'uomo di ogni sentimento e affetto e proclamava, che il saggio deve mantenersi freddo ed impassibile sempre, anche in mezzo alle ruine dell'universo; ma riponeva la grandezza e la perfezione umana nell'indipendenza dell'anima, nel libero dominio della nostra attività volontaria.

Il quietismo ha una storia, e già nell'antica india apparisce sotto una splendida forma, che ben risponde alla potente fantasia di quel popolo orientale. Nel Bhagavad-Gita, che è un episodio dell'immenso poema nazionale il Mahabharata, si legge, che siccome nell'ordine intellettuale la contemplazione dell'essere puro e semplicissimo è superiore alla ragione, così nell'ordine operativo e morale la inazione assoluta è superiore alla azione. " In questo mondo il vero devoto sdegna ogni e qualsiasi azione, sia essa buona, sia malvagia. Colui, che ha la fede, ha la scienza, e chi possiede ad un tempo scienza e fede, per ciò solo tocca la tranquillità suprema... Io sono il medesimo per tutti gli esseri: l'uom più delittuoso, se mi serve senza distrazione, per ciò stesso va riguardato come puro e santo ". Non vi è periodo storico, in cui il quietismo non sia ricomparso ora sotto una forma, ora sotto un'altra, ed è nota la vivissima controversia che verso il fine del 1600 si dibattè in Francia tra il quietista Fénelon ed il suo illustre avversario Bossuet.

Dacchè il misticismo si annunzia come una contemplazione, che trascende le forze della ragione, e come un fenomeno, che si svolge fuori e al di sopra della coscienza umana, parrebbe che per ciò stesso sfugga ad ogni giudizio della ragione. Quale critica è ancora possibile intorno un fatto o un sistema, che si avvolge entro un imperscrutabile mistero? Il mistico medesimo se interrogasse se stesso intorno a quanto avviene in lui nella sua intima unione con Dio, non avrebbe nulla di che rispondere, perchè in quello stato estatico trascendentale egli ha perduto la coscienza di sè. Ciò nullameno il mistico ci informa egli me-

desimo, quale sia lo scopo finale, a cui aspira, quale la via, che tiene per arrivarvi; e la critica può pigliare ad esame l'ideale, a cui esso mira, ed il processo metodico da lui seguito.

La religiosità accompagnata da una tendenza al mistero assoluto e fondata sulla distruzione della natura umana è il carattere fondamentale che mostra il misticismo nella sua forma assoluta, carattere, che vuolsi aver presente al pensiero nel pronunciarne un giudizio. Ciò posto, facciamoci ad instituire una analisi critica de' suoi elementi.

La contemplazione immediata di Dio, nella quale l'anima siffattamente si unisce con esso da fare una sola ed identica cosa, è l'ideale supremo del misticismo. Ora la contemplazione importa per necessità due termini, vale a dire un soggetto, che contempla ed un oggetto contemplato. Nell'unione mistica invece il soggetto, cioè l'anima scompare identificandosi con Dio e l'oggetto si avvolge in tanta e così profonda caligine da diventare un inconoscibile assoluto, ossia l'imprensabile, l'innominabile, il mistero di tutti i misteri. Infatti il Dio del mistico trascende talmente ogni nostra virtù intellettiva, che di lui nulla possiamo affermare, nulla negare, non possiamo attribuirgli nessuna qualità, nessuna perfezione particolare, nessuna determinazione; esso non è giusto, nè buono, nè santo, nè provvido, ma qualche cosa di superiore a tutto questo; è insomma l'indeterminatissimo, l'unità semplicissima, in cui tutto si confonde, niente si distingue, l'infinito nulla. Nè solo questa contemplazione immediata si distrugge da sè, perchè manca della dualità di termini, che le è essenziale, ma è tal facoltà, che il mistico gratuitamente ammette, mentre gli torna impossibile dimostrarne l'esistenza, giacchè egli stesso dichiara, che la contemplazione divina sfugge alla sua consapevolezza.

Per giungere al suo ideale il mistico tiene un procedimento, il quale passa per una serie continua di sacrifici, che dalla critica sono riguardati siccome altrettanti attentati alla natura umana. I sensi fisici non ci mostrano Dio, e la vita corporea ci allontana da lui; dunque soppressione delle potenze sensitive e dispregio della vita corporea. Ecco una prima mutilazione, che egli fa alla natura umana, senza ragione di sorta. Poichè gli è bensì vero, che Dio non cade sotto veruno de' sensi corporei, ma non è men vero, che mediante il loro ministero ci

vien fatto di rilevare le meraviglie della natura esteriore, dalle quali lo spirito risale al supremo ordinatore. E neanco il dispregio della nostra vita corporea animale è tal cosa, che si possa ammettere, essendochè quando essa sia tenuta ne' suoi giusti confini e governata dalla ragione, è necessario compimento della vita dello spirito, con essa intimamente congiunta.

Dio è collocato tant'alto, è avvolto in un mistero tanto imperscrutabile, che non ci è dato di formarcene verun pensiero, veruna conoscenza: dunque, ne inferisce il mistico, si facciano tacere le potenze intellettive, si rinunzi al pensare ed al conoscere; e non si avvede che egli usa della ragione per condannar la ragione. Ecco un secondo e ancor più grave attentato alla natura umana. Spento il lume della ragione, tutto è fitto buio intorno a noi, la vita medesima e morale e religiosa verrebbe a mancare, più non trovando verun oggetto, su cui possa svolgersi. Ma quand'anche ci venisse fatto di non pensare più a nessuno dei tanti oggetti particolari, che compongono l'universo, la natura medesima protesterebbe contro quest'abbandono di tutto il finito. Il mistico non avverte, che questo suicidio del pensiero umano da lui consumato lo trascina all'ateismo, poichè la nostra intelligenza è siffattamente connaturata, che davanti ad essa il finito e l'infinito rimangono indisgiungibili.

Sacrificate le une dopo le altre le potenze sensitive e le intellettive, rimane ancora l'attività volontaria, mercè di cui l'uomo entrando nel campo della vita operativa siede arbitro delle proprie azioni, domina le proprie tendenze, lotta contro le passioni, sottomette gli istinti egoistici alla legge del giusto e dell'onesto. Esso è il cardine, su cui si regge la nostra vita morale e religiosa. Il mistico cammina fatalmente al suo scopo e proclama, che all'intima e perfetta unione con Dio non si perviene senza il sacrificio assoluto della nostra libera volontà. Rinunciare ai sensi, rinunciare al pensiero non basta; è pur giuocoforza rinunciare al volere. L'anima non può essere di Dio, finchè mostra di voler qualche cosa da sè, di operare per virtù sua propria. Si mostri assolutamente passiva, non lavorando per conquistare la verità collo sforzo del suo pensiero, per operare il bene collo sforzo della sua volontà, ma abbandonandosi alla ispirazione divina, all'entusiasmo, al sentimento religioso, ad una fede illimitata affatto spontanea, non alterata dalla ragione

speculativa e dal ragionamento. Si mostri del tutto indifferente a quanto accade in lei e fuori di lei, disconoscendo ogni valore della vita umana (1) per guisa che, quando le sia permesso che lo spirito di Dio abita in lei, essa deve assumere impassibile ed indifferente agli istinti anche più ignobili e disonesti, che si svolgano nella cerchia della sua vita inferiore (2). L'impronta della natura umana non potrebb'essere peggio sfigurata.

Così la natura umana rimane mutilata da ogni parte, ma il sacrificio non è ancora tutto quanto compiuto. Il mistico ha tutto il vuoto intorno a sè e dentro di sè, ha conservato pur anco la coscienza di questo stato di immobilità e di solitudine, in cui si è posto, non sente, non pensa, non vuole più nulla, ma pensa di esistere, sa di essere lui finito distinto dall'Essere infinito; ed egli rinuncia anche a questa coscienza di sè, ultimo impedimento che rende impossibile la sua identificazione con Dio, e compie quest'ultimo sacrificio, che è il sacrificio di se stessissimo.

Dalle considerazioni critiche fin qui esposte abbiamo ragione di raccogliere questa conclusione generale, che il sacrificio di tutta la natura umana proclamato dal mistico non lo conduce al suo ideale, che è il possesso dell'Essere infinito, ma lo perde nel nulla universale.

Il nullismo universale, ecco il punto estremo, in cui va a perdersi il misticismo, quale lo abbiamo esaminato. La natura umana è rinnegata in ogni sua parte, annullata, e Dio è l'inconoscibile, l'impensabile assoluto, che si confonde coll'immenso nulla. Il misticismo è il parossismo del sentimento religioso, — non già la sua forma più elevata e perfetta, epperò riesce alla distruzione della religiosità. Poichè questa importa, che il credente riconosca se medesimo siccome una realtà essenzialmente distinta da Dio, abbia pensieri, sentimenti, voleri suoi proprii, se ne renda ragione nell'interno della coscienza e si adoperi per conformarli al divino archetipo. Qui invece è bandita la coscienza di sè, bandita l'attività volontaria, bandita la conoscenza, sacrificata la ragione al sentimento. La stessa immortalità

(1) Fénélon nelle sue *Massime de' santi*, che poi ha ripudiato, scrive che l'anima, quando a Dio piacesse di condannarla alle pene eterne, e ne avesse coscienza, dovrebbe far sacrificio della propria salute.

(2) Tale è il quietismo del monaco spagnuolo Molinos.

propria della vita futura esige che lo spirito umano conservi la coscienza del proprio essere personale.

Se non che io ho supposto finqui, che l'uomo possa giungere a tal punto da sopprimere tutte le sue potenze e snaturare se stesso; ma può egli trasportarsi fuori delle condizioni ordinarie della vita e collocarsi di per sè in uno stato tale da non ricordare più nulla, pensare più a nulla, non accorgersi più di cosa che egli faccia od avvenga in lui o fuori di lui? Certo è, che vi sono casi speciali, in cui le une o le altre delle nostre potenze giacciono o sacrificate, o compresse, od inoperose, od assorbite da una sola, come quando si rimane estatici davanti a qualche incantevole scena della natura, o stupendo capolavoro dell'arte, ma sono casi momentanei, rarissimi, transitorii, e non costituiscono uno stato psicologico più o meno costante e durevole, quale appunto intende di essere il misticismo. Lo stesso fenomeno dell'estasi religiosa è uno stato più o meno momentaneo, a cui l'anima non perviene per forza di volere e per deliberato proposito, ma mercè di un'ispirazione superiore.

Bandiremo noi dunque siccome opposto alla ragione ed alla natura umana il misticismo, questa passione delle anime credenti e pie? Abbiamo da principio avvertito e giova qui ricordarlo, che il misticismo essendo una esaltazione più o meno grande del sentimento religioso ammette gradazioni diverse, dalla forma più temperata alla più assoluta e trascendente. Ora havvi una forma di misticismo, in cui l'anima si raccoglie il meglio che può in Dio e lo vede in ogni cosa, ma non perde di vista il creato, si rassegna alle necessità della vita presente, ma non la rinnega, rivolge a Dio l'operare delle sue potenze, ma tien viva la coscienza de' suoi sentimenti e pensieri, e lavora con ferma volontà intorno la propria perfezione. Misticismo siffatto non ha nulla di contrario nè alla ragione, nè alla natura umana, tenendosi lontano dagli eccessi del misticismo assoluto 1).

---

(1) Nella storia del pensiero umano il misticismo ricompare a più riprese, sotto diverse forme e per diverse cagioni. Già nelle teorie filosofiche e religiose dell'India antica esso fa bella mostra di sè. Il Bhagavad-Gita è un lungo colloquio metafisico, in cui il misterioso precettore Krisna esorta il suo giovane alunno Ardjuna alla contemplazione del puro essere infinito siccome termine finale dell'umana esistenza.

Durante il lungo e splendido periodo storico del pensiero greco e ro-

Il sentimentalismo.

Altra forma della vita dell'anima è il sentimentalismo. Il Larousse nel suo *Gran Dizionario* definisce il sentimentalismo *la degenerazione del sentimento*, ed aggiunge che *il sentimento degenera allorquando non è più vivificato e fecondato dalla ragione*. Egli dunque mette a riscontro fra di loro le due facoltà del sentimento e della ragione e ripone il sentimentalismo nell'indipendenza della prima di queste potenze dalla seconda. Se così stesse la cosa, ne conseguirebbe per la ragion de' contrarii, che il razionalismo andrebbe riposto nell'indipendenza della ragione dal sentimento; ciò, che non pare conforme a verità. Certamente il sentimento quando fosse abbandonato dalla ragione, porterebbe a ruinose conseguenze; ma oltrechè esso, essendo sentimento umano, e non senso meramente animale, e pur sempre di sua natura illuminato da qualche raggio di conoscenza, non è men vero, che alla sua volta anche la ragione abbisogna del sentimento, che la avvivi. Anche il sentimento ha diritti suoi proprii, perchè ciò, che per la ragione è un mistero, può essere oggetto di amore e di credenza. Guidato dalla sua definizione, il Larousse asserisce, che l'illusione è inseparabil compagna del sentimentalismo, mentre esso non è sempre, nè essenzialmente una forma morbosa della vita dell'anima.

Il sentimentalismo trae sua origine dal sentimento, vale a dire da un movimento affettivo dell'anima suscitato dalle sue esigenze spirituali e rivolto ad un oggetto che la interessa. Quindi è, che siccome il sentimento può essere integro e sano, oppure morboso e viziato, così anche il sentimentalismo può vestire due forme corrispondenti. Partendo da questo concetto,

---

mano il misticismo propriamente detto non ha lasciato traccia di sè, mentre lo vediamo ricomparire in sui principii dell'era volgare nel trattato *Della teologia mistica* attribuito a Dionigi l'Areopagita e nei Platonici neoplatonici di Alessandria con a capo Plotino, il quale insegna che l'anima nella sua suprema unione con Dio perde ogni forma e si confonde con esso.

Nel medio evo il misticismo sistematico rigorosamente inteso non conta seguaci, mentre nel secolo XIV venne sotto nuova forma riassunto e professato da Giovanni Taulero il *Dottore illuminato*, nel secolo XVII da Giacomo Boëhme il *filosofo teutonico*, nel XVIII da Swedemborg, e nei tempi a noi più vicini da Pasqualis e da Saint Martin il filosofo sconosciuto.

dobbiamo riguardare il sentimentalismo non già quale una degenerazione del sentimento, bensì quale una esaltazione di esso; e per coglierne una più esatta definizione rimane solo a ricercare donde abbia origine siffatta esaltazione. Ciò posto, io avviso che l'immaginazione sia appunto quella facoltà, che intervenendo nella manifestazione del sentimento lo innalza sopra la sua sfera ordinaria e gli conferisce una singolare virtù e potenza. E siccome l'immaginazione può mostrarsi corretta e temperata nel suo procedere, od esorbitare fuor de' suoi naturali confini, quindi s'intende il perchè anche il sentimentalismo venga a specificarsi in temperato e smoderato. Adunque il carattere distintivo del sentimentalismo non dimora già nel divorzio del sentimento dalla ragione, bensì nell'intervento della potenza immaginativa, che lo solleva e lo esalta. Il sentimento è la vita del cuore; le anime sentimentali vivono di cuore e di idealità più o meno fantastica; epperò il sentimentalismo si appiglia più alla donna, che all' uomo. Senza l'intervento dell'immaginazione e colla sola deficienza della ragione il sentimentalismo rimane inesplicabile.

Il sentimentalismo si specifica in differenti guise secondo le diverse specie di sentimento, da cui trae origine. Il sentimento può essere considerato riguardo all'oggetto, a cui si riferisce, e riguardo al soggetto, cioè allo spirito umano, a cui appartiene. Sotto il primo aspetto abbiamo il sentimento del Vero, del Bello, del Buono; di qui il sentimentalismo nella scienza, nell'arte e nelle lettere, nella morale e nella religione. Sotto il secondo riguardo abbiamo il sentimento come facoltà delle emozioni o movimento affettivo dell'anima; di qui il sentimentalismo come fenomeno psicologico, ossia come una delle forme della vita dell'anima, di cui soltanto facciamo parola.

Qual è la genesi del sentimentalismo e come va via via esplicandosi sino al suo termine estremo? L'anima sentimentale guidata dall' immaginazione si volge alla poesia della vita lasciando da banda la prosa, si stacca dalla realtà volgare e si interessa di tutti quegli avvenimenti, che toccano il cuore ed innalzano all'idealità. Fin qui il sentimentalismo non ha abbandonato il mondo della realta. Ma ben presto alle aspirazioni dell' anima la vita ordinaria non basta più. L'immaginazione crea un mondo popolato di personaggi fantastici, di seducenti

illusioni, di strane avventure, che non hanno riscontro nella realtà; ed il cuore si appassiona di queste concezioni romanzesche come di persone vive e reali. Qui il sentimentalismo è già entrato nel mondo delle illusioni, a cui tengono dietro i disinganni e gli sconforti, e l'anima sempre sitibonda di realtà, perchè è una vivente realtà essa stessa, ne essendole dato di conseguirla quale essa la vagheggia, si abbandona alla melanconia, vagando nell'ignoto e nell'infinito. In questo stato psicologico il sentimento può trasformarsi in una potente passione, ed allora il sentimentalismo giunge al parossismo. Nel generale rilassamento dell'anima smarrita in un mondo aereo ed inconsistente la facoltà riflessiva è forzata al silenzio per manco di un oggetto particolare, su cui si posi, la ragione rimane eclissata, la volontà svigorita e fiacca si rifiuta all'azione. l'immaginazione fatta strapotente tutto scompiglia, e la passione, non più temperata dalle potenze superiori, giganteggia e finisce in una catastrofe. Il *Werther* e le *Ultime lettere di Jacopo Ortis* sono una viva pittura del sentimentalismo, che giunto al delirio si risolve nel suicidio. Chateaubriand nel suo romanzo *René* ritrae la storia psicologica di un giovane melanconico, dominato da un sentimentalismo febbrile, che lo trascina alla ricerca di un bene immaginario, il quale appaghi le aspirazioni del suo cuore. Il giovane fantastica, sogna, si agita in tutti i sensi, e la sua anima, che tanto sente, vorrebbe far discendere nel mondo della realtà gli incantevoli fantasmi creati dalla sua ardente immaginazione, ma la volontà molle, sfibrata lo abbandona, ed essa tormentata da indefinibile noia si perde tra il disgusto della realtà presente e la visione di un infinito chimerico ed illusorio. Il sentimento esclusivo è desso l'unica ed assoluta norma direttiva della vita? In questo problema sta la critica del sentimentalismo, ed io ne ho fatto parola nel mio opuscolo *Le armonie del soggetto umano.*

Il pessimismo.

Come la vita mostra da un lato una idealità poetica, dall'altro una prosaica realtà, così è pur anco un intreccio di beni e di mali, di gioie e di dolori, di speranze e di disinganni. Ora

mentre il sentimentalista si appiglia soltanto alla parte poetica e fantastica della vita, il pessimista altro non vede da per tutto che male, infelicità, miserie e sconforti e rigetta come una ingannevole illusione quel po' di bene, che ci possa presentar il creato. Agli occhi del pessimista l'universo apparisce un immenso calvario seminato di creature avvolte in un funereo lenzuolo: tutto è male senza ombra di vero bene; tutto cammina al peggio, tende alla distruzione, finisce nel nulla.

Il pessimismo è una delle forme più morbose e più deplorabili della vita dell'anima, giacchè il nulla, a cui esso riesce, è la negazione ricisa ed assoluta della vita medesima.

Il sentimento dell' infelicità umana è una verità incontrastabile della coscienza, l'aspetto dei mali, che affliggono tutte le creature viventi, è un fatto di irrepugnabile evidenza. Nessuno può dire di sè: Io sono per ogni parte beato: nessuno può dire dell'universo: Tutto procede ottimamente. Questo sentimento dell'infelicità nostra, questo spettacolo del male cosmico somministrano al pessimismo la condizione necessaria, che lo precede, ma non lo costituiscono ancora. Il solo riconoscere e deplorare la vanità di tutte le cose umane e la miseria universale della vita, non è ancora pessimismo. Giobbe lamentò la profonda infelicità della povera famiglia umana con tali accenti, che commuovono e straziano l' anima; e Pascal ritrasse a tristissimi colori lo stato della decaduta umanità; non perciò vanno schierati fra i pessimisti, essendochè seppero sollevare in alto lo sguardo ed ebbero fede in una vita futura, in un mondo migliore, dove le lotte e le strazianti contraddizioni della vita presente troveranno il loro scioglimento. Il pessimismo invece si mostra alloraquando si considera l'infelicità umana siccome uno stato irreparabile senza speranza del meglio, si riguarda il male siccome una necessità irremovibile, perchè inerente alla natura medesima delle cose, si crede che l'universalità delle cose sia dominata da una cieca fatalità, da una forza bruta, che tutto trasforma e distrugge. Ora quali sono i moventi che spingono l'anima al pessimismo, quali le forme, che esso può rivestire nel suo sviluppo?

L'uomo discende nella propria coscienza e si sente infelice, porta lo sguardo fuori di sè e vede un cumulo di delitti, di sventure, di dolori, che pesano sull'umanità, e ne rimane rat-

tristato e malinconico; pur tuttavia non si gitta tantosto al disperato. Colla virtù della ragione l'innalza dal miserando spettacolo della trista realtà all'ideale della perfezione, della felicità, dell'ordine universale, collo stimolo del desiderio anela a quell'ideale, coll'energia della volontà lavora e si adopera per conquistarlo. Ma nella dura lotta della volontà le vittorie si alternano colle sconfitte, il desiderio va illanguidendosi, l'ideale se ne allontana, s'insinua il dubbio intorno al trionfo finale, ed egli esagera la gravità e la potenza de' mali, diffida de' beni, riversa su tutti gli esseri l'infelicità, che prova dentro di se; già si trova sul pendio del pessimismo. Ritenta la prova e ricade; lotta contro le passioni, ma la lotta non finisce mai con una decisiva vittoria; gusta i piaceri e li riconosce alla prova ingannevoli e fugaci; la sua fede nella virtù, nella perfezione, nell'ordine provvidenziale è fortemente scossa; da questo punto al pessimismo non vi è più che un passo. Viene lo scetticismo; e lo spirito perde ogni fede da prima nell'onestà degli uomini, poi nella virtù medesima, nella scienza, nella perfezione, nella vita futura, nella mente sovrana del mondo, ad altro più non crede che alla potenza del male dominatore di tutto, e deride col sarcasmo e coll'umorismo ogni ideale della vita, ogni immagine di bene, che gli si presenti. Il pessimismo è sorto insieme collo scetticismo, suo naturale alleato (1).

Il pessimismo di questa prima forma è più propriamente empirico, ossia è un semplice fenomeno psicologico attestato dall'esperienza interiore, riconosciuto nella sua esistenza, ma non ancora sottoposto alla riflessione ed alla critica. Il pensatore pessimista non si ferma al fatto, ma lo studia ne' suoi elementi, risale alla sua cagione e ragionando ne compone una teoria intesa a dimostrare, che il male è l'essenza universale delle cose, che il nulla è il termine di quanto esiste. Allora il pessimismo si trasforma di empirico in speculativo, non è più un mero fenomeno psicologico, uno stato particolare dell'anima, ma altresì un sistema, una teoria filosofica o religiosa.

(1) Il pessimismo buddistico, che predica l'esistenza come una tristissima schiavitù, ed il nirvâna ossia il nulla universale, che tutto inghiotte, conseguì dallo scetticismo della religione di Budda, che è una religione senza Dio, una fede senza speranza.

A' dì nostri lo Schopenhauer tentò di dimostrare, che il pessimismo ha il suo necessario fondamento nella natura medesima delle cose. Egli considera la volontà siccome l'intimo fondo, la profonda essenza, il principio originario di quanto esiste: da essa tutto esce, il mondo inorganico ed il mondo vivente, la natura e l'umanità. I minerali, le piante, l'uomo sono una manifestazione esteriore della volontà primordiale. Ciò posto, volontà e dolore sono una sola ed identica cosa; e siccome non si può nè vivere, nè esistere senza volere, perciò la vita è tutta quanta ed essenzialmente dolore. Ma per quale ragione volontà e dolore tornano ad un medesimo? La volontà presa nell'intima profondità del suo stato originario, è un desiderio cieco, un bisogno inconsciente di manifestarsi fuori di sè. Questo bisogno genera lo sforzo necessario per tradurre il possibile in realtà, per passare dall'indeterminato al determinato. Ora finchè quel bisogno rimane insoddisfatto, lo sforzo diventa fatica e genera il dolore; quando poi è appagato, il godimento, che ne consegue, è una illusione ingannevole, perchè scorre fugace ed è seguìto da altri bisogni, da altri sforzi, sicchè il piacere è pur sempre negativo, il dolore esso solo è positivo. L'autore assegna alla volontà siccome scopo supremo la conservazione della specie, alla quale essa sacrifica gli individui adoperandoli come puro strumento a fine di propagare la vita di generazione in generazione ed ingannandoli mediante l'istinto naturale della procreazione (1). Segnatamente su questa ricisa opposizione tra gli individui e la specie egli fonda il pessimismo (2).

(1) " La natura è sempre pronta ad abbandonare l'individuo, che non solo è esposto ad essere ferito di mille maniere, ma è votato alla perdita, cui la natura lo spinge dopo aver compiuta la missione di conservare la specie " (*Il mondo come volontà e rappresentazione*, lib. IV).

(2) Il pessimismo di Schopenhauer posa sopra un concetto della volontà affatto arbitrario ed erroneo, non essendovi ragione di appellare con siffatto vocabolo il Principio delle cose, anzichè denominarlo con Hegel l'Idea assoluta, o con lo Spencer la forza persistente. Egli attribuisce alla volontà (come Hegel alla sua Idea) un bisogno insuperabile di esplicarsi nell'universo, e quindi uno sforzo, il quale essendo sempre soddisfatto in parte, non mai pienamente adempiuto, genera un piacere meramente illusorio ed essenzialmente negativo, un dolore reale ed essenzialmente positivo. Ma oltrechè il bisogno di esplicarsi, in cui si vuole riposta l'essenza della volontà, ha propria e vera natura di bene e non di male, oltrechè è cosa

La misantropia.

Un'altra forma della vita dell'anima, assai affine al pessimismo, è la misantropia, ossia l'avversione alla specie umana. Il misantropo conviene col pessimista nel rilevare l'esistenza del male, siccome un fatto incontrastabile: ma mentre questi lo estende a tutto l'universo e lo addita nell'intimo fondo di tutte le cose, quegli lo ristringe specialmente nella cerchia della specie umana e condanna la società siccome essenzialmente ed assolutamente malvagia. Contemplando la convivenza umana coll'occhio del pessimista, egli non vede parte, che sia integra e sana. Riguarda l'umanità siccome un miserabil impasto di viltà e di superbia, di menzogne e di tradimenti, di intrighi e di delitti, e quindi la disprezza, la detesta, fugge il suo contatto. Ma non basterebbe questo spettacolo delle miserie e delle colpe dell'umanità riguardate nella loro astratta generalità, a generare la misantropia. Quando un'anima dotata di una sensibilità espansiva e più o meno squisita si sente mortalmente ferita nelle sue affezioni più care, tradita nelle sue lunghe speranze, brutalmente scossa ed urtata ne' suoi intimi convincimenti, essa si ripiega in se stessa, si rifugia nella

irragionevole l'asserire, che possa rimanere inadempiuto lo sforzo di una volontà, la quale essendo il Primitivo assoluto non può incontrare limiti nel suo sviluppo, giova avvertire, che il piacere ed il dolore, essendo entrambi una conseguenza dello sforzo, ed alternandosi con pari vicenda, vanno perciò tenuti in egual conto, e non già l'uno riguardato come una illusione, l'altro come una realtà.

Sacrificare l'esistenza degli individui, ingannandoli, alla conservazione della specie, tale è lo scopo finale, che l'autore assegna alla volontà primitiva. E poniam pure, che la cosa sia così: in tal caso, ciò, che per gli individui sarebbe un male, diventerebbe un bene per la specie, ed il suo pessimismo rovinerebbe dalla propria base. Ma il vero si è, che le specie non hanno una reale esistenza in natura, e fossero pure realtà viventi, anch'esse scompariscono dalla scena dell'universo: che non ripugna il concetto di un individuo, il quale costituisca esso solo una specie, senza appartenere a verun'altra: che lo spirito individuo, proprio de' singoli uomini, vive rumoreggiando e non è punto destinato, come gli altri individui viventi del mondo materiale, a perpetuare e propagare la vita propria della specie umana.

solitudine e nell'isolamento, e dal vivere solitario passa all'avversione, all'odio di tutta la specie umana. È misantropia, non pessimismo. Il misantropo non reputa la vita, qualunque sia la sua forma, siccome un male assoluto, ma considera la sua vita solitaria ed antisociale siccome il solo bene, che gli rimanga; non spera più nulla dagli uomini, ma non dispera di sè, e fors'anco serba fede in Dio e nella vita futura; odia gli uomini coi loro vizi, ma non la virtù contemplata nella idealità sua.

Qual è l'atteggiamento delle potenze umane nella misantropia? La natura ha fornito l'uomo di due ordini di potenze: le une sono ordinate allo sviluppo della sua vita intima ed individuale, quali la coscienza ed il dominio di sè, il sentimento della sua personalità, de' suoi diritti, della sua perfezione e felicità; le altre mirano alla espansione della sua vita esterna e sociale, come la parola, l'attività esteriore, i sentimenti della simpatia, della benevolenza, della carità, della generosità, e via via. Ora la misantropia è caratterizzata dal predominio esclusivo delle potenze, che riguardano la nostra vita individuale e solitaria, sulle potenze, che riguardano le relazioni di convivenza coi nostri simili. Le potenze del misantropo sono tutte concentrate ed assorbite nell'individualità sua sino ad impedire la libera espansione delle potenze sociali. La parola rimane muta, il cuore morto alla simpatia, alla benevolenza, mentre l'io vive dell'individualità sua e del disprezzo altrui. A rendere ancora più grave e pressochè disperata questa malattia dell'anima interviene l'immaginazione, la quale insinuando nello spirito del misantropo il sospetto e la mania della persecuzione, gli fa temere in ogni uomo, che incontri, un maligno che attenta alla sua felicità, denigra la sua fama, calunnia i suoi intendimenti. Tale era lo stato psicologico di G. G. Rousseau. Il misantropo è un infelice, a cui dobbiamo la nostra commiserazione, anzichè un colpevole ed un disumano, che meriti la nostra condanna. Egli aveva un cuore, che cercava di espandersi nella corrente delle affezioni sociali; la società lo ha colpito, ed egli si è ribellato alla società, non ha saputo vincere colla generosità del perdono le ingiustizie patite, nè si tenne pago di viversene da sè appartato dal sociale consorzio, ma trascese sino ad avversare e detestare la specie umana. Però il suo fallo porta in se medesimo la propria punizione. Per quanto solitaria

sia la sua vita, gli torna impossibile rinchiudersi ermeticamente in se tanto da sfuggire il contatto de' proprii simili. Forzato a vivere entro quel medesimo ambiente sociale, che tanto detesta, ne risente di continuo le scosse ed i contrasti, che gli avvelenano la vita.

Un fenomeno psicologico, che può accompagnare il sentimentalismo, il pessimismo e la misantropia, è la melanconia, la quale riguardata nella sua origine può essere o una forma del temperamento individuale, o il risultato di profondi dispiaceri e disgusti, che logorano le fibre dell'anima, o il rimpianto di una felicità irreparabilmente perduta, o il sospiro di un ideale che sempre si sogna e non si raggiunge mai. Essa può vestire una forma mitemente soave, o raggiungere tal grado di intensità e tristezza da degenerare in pessimismo e misantropia. Ora passa momentanea, ora è intermittente e periodica, ora persiste continua tanto da costituire una forma speciale della vita psichica. Riguardata nella sua più sublime idealità la melanconia è la sete dell'infinito mal soddisfatta, vuoi nell'ordine della scienza, vuoi in quello dell'arte, della morale e via discorrendo. Un celebre pittore ed incisore tedesco del 1500, Alberto Durer, ci ha lasciato una stupenda incisione rappresentante la malinconia sotto forma di un angelo pensoso colle ali piegate. La figura simboleggia il nulla della scienza umana, il profondo, incurabil disgusto, che giace in fondo a tutte le conoscenze e meditazioni umane. La ragione tenta di spiegare e conoscere tutto l'universo, ed i suoi tentativi si rompono davanti al mistero.

La pazzia.

L'anima nostra comunica cogli esseri dell'universo mediante le sue potenze, e siccome le cose tutte quante hanno ordine fra loro, così anche le potenze umane sono tra di loro composte ad armonia per guisa che ciascuna apprende il proprio oggetto qual è in natura, e l'anima si pone così in armonia col mondo della realtà. Mercè delle potenze sensitive essa prova le impressioni quali le vengono dal mondo corporeo, percepisce gli oggetti sensibili e le qualità loro; mediante l'intelligenza giudica, riflette, ragiona affine di conoscere il vero, val quanto dire le cose quali sono in se stesse; colla volontà segue il giusto

e l'onesto, ossia si conforma all'ordine universale. Se non che le potenze non sempre operano concordi in guisa da raggiungere il loro naturale oggetto: bene spesso le impressioni, che si provano, sono fallaci, le percezioni illusorie, i giudizi erronei, i voleri ingiusti: ma sono disordini momentanei, isolati, parziali.

Ora poniamo, che il disordine si appigli ad un tempo a tutte le nostre fondamentali potenze e perduri tanto da costituire uno stato psicologico permanente della vita interiore, allora l'universo perde per noi la sua realtà oggettiva e si converte in una fantasmagoria, l'anima si costruisce un mondo chimerico ed illusorio e dentro ci vive, intorno ad esso raccoglie i suoi pensieri, i suoi ragionamenti e voleri, a tenore di esso opera e si muove: allora abbiamo quella forma di vita psichica, che appellasi pazzia.

La pazzia è uno stato psico-fisiologico costituito da un'alterazione della sensibilità, da un disordine totale o parziale dell'intelligenza e conseguentemente da un impedimento della libera volontà, la quale perciò diventa irresponsabile del proprio operare. La pazzia è anzi tutto accompagnata sempre da un'alterazione della sensibilità e segnatamente del sistema nerveo cerebrale, ma con tutto ciò non si può dimostrare scientificamente che essa sia sempre l'effetto di una malattia nervosa, essendochè l'intima costituzione del sistema nervoso è tuttora un mistero per la scienza. Dacchè gli organi de' sensi sono turbati nelle loro funzioni, avviene che le impressioni ricevute dal di fuori più non serbano una fedele corrispondenza colla realtà delle cose, che ci impressionano: di qui originano le illusioni e le allucinazioni, che attestano appunto la perdita del senso della realtà. Non vi ha senso esterno nel pazzo, che non soggiacia ad illusione ed allucinazione. Con questa alterazione della sensibilità si collega naturalmente il disordine delle facoltà intellettuali, essendochè le immagini illusorie e gli ingannevoli fantasmi, che per via de' sensi alterati s'insinuano nella mente, turbano le idee, sconvolgono i giudizi ed i ragionamenti, e quindi impediscono la verace conoscenza della realtà oggettiva. Perduto il bene dell'intelletto e scambiato così il mondo della realtà con quello dell'apparenza e dell'illusione, per ciò stesso rimane impedita nel suo operare la libera volontà, siccome quella, che ad essere attuata abbisogna di essere illuminata

dalla conoscenza intellettiva della verità. Questa deficienza del libero dominio di noi medesimi è cagione, per cui i pazzi si lasciano talvolta guidare a mo' di fanciulli da chi li dirige, come se non avessero volontà propria; e quindi si spiega il perchè il sentimento morale si mostra talvolta deplorabilmente depravato anche in que' pazzi, che per lo passato mantennero costumi rigidissimi ed onestà oltre modo delicata.

Nella pazzia la natura umana è orribilmente sfigurata, ridotta ad una miserabile larva. La perdita della ragione è un profondo, doloroso mistero anche per chi è in pieno possesso della propria ragione.

La noia.

Le potenze sono di loro natura portate all'atto; e siccome il loro operare, quando è spontaneo e regolare, va sempre accompagnato da certa qual soddisfazione e compiacimento, così se non trovano un oggetto loro proprio, che le interessi ed a cui possano convenientemente rivolgersi, ne consegue una specie di tedio e paura. All'anima, che di sua natura è attività ed energia, pesa la neghittosità e l'immobilità delle sue potenze: di qui la noia, che è una forzata e parziale inerzia delle potenze stesse, le quali rimangono languide ed intorpidite.

L'oziosità è una delle fonti della noia, la quale sotto questo riguardo forma la tortura delle persone avventurate, che in mezzo al sorriso della fortuna godono inoperosa la vita. Anche la monotonia genera la noia, mentre la varietà la tiene lontana, perchè ad ogni nuovo oggetto, ad ogni fresca impressione le potenze si ravvivano e si sentono agili e pronte all'operare.

La noia non solo accusa l'inerzia forzata delle potenze, ma altresì un bisogno di esercitarle, bisogno rimasto insoddisfatto per manco di un oggetto conveniente e tale che le interessi. Perciò l'importuno (1) ci riesce noioso, perchè disturbando il corso spontaneo de' nostri pensieri ci condanna a porgere attenzione ad oggetti, che non c'importano nè punto, nè poco. Similmente le lungaggini de' discorsi altrui ci tornano noiose,

(1) È notissima la satira oraziana *Ibam forte via sacra*, dove il poeta ritrae al vivo un noiosissimo importuno.

perchè l'interesse intorno l'oggetto del discorso va via via disperdendosi qua e là ed illanguidisce l'attenzione delle potenze.

Nella noia la fibra della sensitività non vibra più: l'apatia logora l'anima: meglio il dolore, perchè nel dolore si sente la vita.

La noia ha caratteri che la distinguono dalle altre forme della vita psichica. Il mistico, il sentimentalista, il pessimista, il misantropo non cercano di mutare stato, ma tendono a rimanervi; la noia si fugge, cercando distrazione e svago. Quindi ancora la noia può appigliarsi a tutte le anime ed è sempre passeggiera od intermittente, mentre ciascuna delle altre forme della vita è propria di certe anime diversamente temprate ed è più o meno costante.

Raffrontando fra di loro le forme speciali della vita psichica rapidamente discorse, si scorge, che il mistico esce dalla realtà finita tutta quanta e la abbandona per elevarsi alla realtà infinita incomprensibile ed identificarsi con essa, mentre il sentimentalismo esce dalla ordinaria realtà della vita umana e si perde in un idealismo fantastico e soggettivo. Il mistico ed il pessimista lamentano entrambi le miserie della vita umana e l'infinita vanità delle cose mondiali; ma quegli si rifugia nel seno dell'Infinito vivente, unica realtà vera e permanente, ed ha fede nella vita futura, questi perde se medesimo e tutto l'universo negli abissi tenebrosi del nulla. Il misticismo assoluto origina dal sentimento religioso e lo esalta sulle ruine della natura umana. Il sentimentalismo sacrifica la realtà della vita ad una idealità fantastica; il pessimismo prende le mosse dal sentimento della infelicità umana e finisce colla negazione della perfezione universale. La misantropia muove dal fatto della imperfezione umana e termina colla negazione e col disconoscimento del sentimento sociale. La pazzia è il disordine generale di tutte le potenze costitutive dell' anima, e quindi l'infermità della vita psichica sotto tutte le sue forme.

L'Accademico Segretario

ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 13 al 27 Dicembre 1896.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio;
quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

** **Annuaire** pour l'an 1897, publié par le Bureau des Longitudes. Paris. 1896; 16°.

Boletin de la Academia Nacional de Ciencias en Cordoba. T. XIV. Entr. 3ª y 4ª. Buenos-Aires, 1896; 8°.

* **Bollettino** del R. Comitato Geologg. d'Italia. Anno 1896, n. 3. Roma, 1896; 8°.

* **Description** des Echinodermes tertiaires du Portugal par P. de Loriol. Lisbonne, 1896; 8° (*dalla Direzione dei Lavori geologici del Portogallo*).

Festschrift zur Feier des 25jährigen Bestehens der Gesellschaft chemischer Studierender der Eidgenössischen polytechnischen Schule in Zurich. Zurich, 1894; 8°.

Festschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zurich 1746-1896. Zurich. 1896; 8°.

* **Földtani** Közlöny. Magyarhoni Földtani Tarsulat. Vol. XXVI, n. 7-10. Budapest, 1896; 8°.

* **Journal** of the College of Science Imperial University Japan. Vol. X, part I. Tokio, 1896; 4°.

* **Memorie** della Pontificia Accad. dei Nuovi Lincei. Vol. XIII. Roma, 1895; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LVII, n. 1. London, 1896; 8°.

* **Nachrichten** von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physik. Klasse. 1896, n. 3; Geschäftliche Mittheilungen. 1896, n. 2. Göttingen; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LX, n. 363. London, 1896; 8°.

* **Proceedings** of the Zoological Society of London for the year 1896. Part III. London; 8°.

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXIX, fasc. 11. Modena, 1896; 8°.
* **Transactions** of the Zoological Society of London. Vol. XIV, par. 2. 1896; 4°.
Transactions of the twenty-sixth and twenty-seventh annual meetings of the Kansas Academy of Science. 1893-1894. Vol. XIV. Topeka, 1896; 8°.
* **Verhandelingen** der k. Akademie van Wetenschappen. I Sectie, Deel II, n. 2; III, n. 1-4. II Sectie, Deel IV, n. 1-6. Amsterdam, 1894-95; 8°.
Verhandlungen der österreichischen Gradmessungs-Commission. Protokoll über die am 9 Juni 1896 abgehaltenen Sitzungen. Wien, 1896 *(Dono della Commissione)*.
* **Verslagen** van de Zittingen der Wis- en Natuurkundige Afdeeling der k. Akad. van Wetenschappen van 26 Mei 1894 tot 18 April 1895, Deel III. Amsterdam, 1896; 8°.
* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXVIII, n. 7, 8. 1896.

* *Dall'Università di Heidelberg:*

Amberg (E.). Ueber den Einfluss von Arbeitspausen auf die geistige Leistungsfähigkeit. Leipzig, 1895; 8°.
Arnot (R.). Zur Kenntnis der kondensierenden Wirkung der Amine. Heidelberg, 1896; 8°.
Aschaffenburg (G.). Die Associationen im normalen Zustande. Leipzig, 1895; 8°.
Barth (T.). Ein Fall von Lymphangiosarkom des Mundbodens und Bemerkungen über die sogenannten Endothelgeschwülste. Jena, 1896; 8°.
Bauer (H.). Ueber die Ursache der veränderten Zusammensetzung des Humor aqueus nach Entleerung der vordern Augenkammer. Leipzig, 1896; 8°.
Baum (K. F.). Beiträge zur Kenntnis der aromatischen Ketone, ihrer Oxime und Hydrazone. Heidelberg, 1896; 8°.
Behrens (R.). Ueber die Ursachen der Schädellagen. Heidelberg, 1895; 8°.
Benedict (F. G.). Ueber die Jodoniumbasen aus p-Bromjodobenzol. Heidelberg, 1896; 8°.
Boehm (K.). Allgemeine Untersuchungen über die Reduction partieller Differentialgleichungen auf gewöhnliche Differentialgleichungen mit einer Anwendung auf die Theorie der Potentialgleichung. Leipzig, 1896; 8°.
Boos (W. F.). Ueber das Phenolphtalein der Tetrachlorphtalsäure und seine Derivate. Heidelberg, 1896; 8°.
Boyd (D. R.). I. Ueber die Reduktion einiger Dimethylamido-azo-verbindungen. II. Einige Versuche zur Bildung von Verbindungen mit asymmetrischen Kohlenstoffatomen. Heidelberg, 1896; 8°.
Braun (A.). Beiträge zur Lehre von den fötalen Augenentzündungen. Heidelberg, 1895; 8°.
Brüggemann (Fr.). Zur Kenntnis der Derivate des Veratrols. Heidelberg, 1895; 8°.

Cloedt (E. von). Ueber Metalltrennungen in alkalischer Lösung durch Wasserstoffsuperoxyd, unter teilweiser Anwendung von Druck. Dorsten, 1896; 8°.

Crac (I. M.). Ueber die Jodonium-Basen aus p-Jodtoluol. Heidelberg, 1896; 8°.

Damrow (A.). Ueber die vaginale Uterusexstirpation bei Entzündungen und gutartigen Missbildungen der Gebärmutter und ihrer Anhänge. Dramburg i. Dom., 1896; 8°.

Eggeling (H.). Die Dammmuskulatur der Beutelthiere. Heidelberg, 1895; 8°.

Ellery (E.). I. Zur Kenntnis der aromatischen Säure, Salicylsäure und Salicylon. II. Zur Kenntnis der Silicium-Verbindungen. Heidelberg, 1896; 8°.

Erb (H.). Beiträge zur Esterbildung aromatischer Säuren. Heidelberg, 1896; 8°.

Ettlinger (L.). Versuche über Isomerieen in der Benzolreihe. Heidelberg, 1896; 8°.

Fabian (O.). Ueber die Reduktion des M-Azotoluols und M-Xylolazo-p-Kresetols. Heidelberg, 1896; 8°.

Fertig (L.). Ueber Osteomalacie und deren Heilung durch Castration. Wien, 1895; 8°.

Freund (M.). Ueber die Reduktion des p-Toluolazophenetols und des p-Brombenzolazophenetols. Heidelberg, 1896; 8°.

Geiringer (H.). Ueber die Esterbildung aromatischer Säuren. Wien, 1896; 8°.

Gernet (M.). Ueber Reduktion hyperelliptischer Integrale. Karlsruhe, 1895; 8°.

Goecke (W.). Untersuchungen in der hydroaromatischen Reihe. Heidelberg, 1896; 8°.

Göppert (E.). Untersuchungen über die Morphologie der Fischrippen. Leipzig, 1895; 8°.

Hack (G.). Ueber die Gestalt der Chorionzotten in den ersten Monaten der Schwangerschaft. Würzburg, 1896; 8°.

Hansmann (O.). Ueber die Einwirkung aromatischer Säurechloride auf Phenoläther. Heidelberg, 1896; 8°.

Harger (J.). I. Versuche über α-Methyladipinsäure. II. Versuche über substituierte Succinanilsäuren und ihre Anhydride. Heidelberg, 1896; 8°.

Harteker (G.). Die Heilwirkung des Tannigens bei den Darmkatarrhen des Kindesalters. Grünstadt, 1895; 8°.

Heilbronner (M.). Ueber Jodoniumbasen aus o-Jodtoluol. Heidelberg, 1896; 8°.

Heilbrun (R. L.). Ueber einige Schwefelhaltige Abkömmlinge des Uracils. Berlin, 1895; 8°.

Herr (R.). Ueber die Virulenz des Bacterium coli commune. Heidelberg, 1896; 8°.

Hirtz (H.). Ueber die Einwirkung vom Brom auf aromatische Jodverbindungen. Heidelberg, 1896; 8°.

Homburger (T.). Ueber die naturliche Beleuchtung in den Schulen. Karlsruhe, 1895; 8°.

Honsell (B.). Ueber maligne Tumoren der Tonsille. Tubingen, 1895; 8°.

Hostmann (G.). Zur Kenntnis der aromatischer Thioketone nebst Anhang: Zur Kenntnis des Resorcindimethyleters. Rostock, 1895; 8°.

Innes (W. R.). Ueber Beziehungen zwischen der Konstitution der Phenole und ihrem kryoskopischen Verhalten in Naphtalinlösung. Heidelberg, 1896; 8°.

Jackson (D. H.). I. Synthesen in der Hydrobenzolreihe. II. Ueber die Alkalisalze der untersalpetrigen Säure. Heidelberg, 1896; 8°.

Jaenicke (M.). Ueber Reduktion des Benzol- Azo- Amsols und der Benzol-Azo- Anisol-Carbonsäure. Heidelberg, 1896; 8°.

Jünger (E.). Synthesen in der M-Terpenreihe. Rostock, 1896; 8°.

Katz (K.). Ueber das Zusammenvorkommen von Neuritis optica und Myelitis acuta. Lepzig, 1896; 8°.

Keiser (K.). Orthosubstitutionsprodukte in der Thiophenreihe. Hannover, 1895; 8°.

Kerschbaum (M.). Ueber Synthesen mittels Chlorjod. Ludwigsburg, 1896; 8°.

Kitt (M.). Ueber Thioxen. Heidelberg, 1896; 8°.

Koenigsberger (L.). Hermann v. Helmholtz's Untersuchungen über die Grundlagen der Mathematik und Mechanik. Heidelberg, 1895; 4°.

Küchle (H.). Zur Kenntnis des Bismarckbrauns und des m-Phenylendiamins. Heidelberg, 1895; 8°.

Langmuir (A. C.). Ueber jodierte und jodosierte Benzolsulfosäuren. Heidelberg, 1896; 8°.

Lehnert (H.). Ueber den toxicologischen Nachweis kleiner Mengen Quecksilber. Die Sauerstoff-Verbrennungsmetode. Quantitative Bestimmungen mit Wasserstoffsuperoxyde. Ueber p-Xylol und dessen Derivate. Leipzig-Reudnitz, 1896; 8°.

Levy (J.). Der Paramyoklonus multiplex (Friedreich). Magdeburg, 1896; 8°.

Lindenborn (A.). Ueber fibröse Uteruspolypen. Mainz, 1895; 8°.

Lion (V.). Ein Fall von Lymphcyste des Ligamentum uteri latum. Berlin, 1896; 8°.

Lockemann (G.). Ueber Amido- und Jod-Derivate von Homologen des Azobenzols. Heidelberg, 1896; 8°.

Locke (J.). I. Ueber die chemische Konstitution des Topases. II. Ueber Thoriummetaoxyd und dessen Hydrate. Heidelberg, 1896; 8°.

Loewald (A.). Ueber die psychischen Wirkungen des Broms. Leipzig, 1896; 8°.

Loon (I. van). I. Esterbildung der o-o-Fluornitrobenzoësäure. II. Esterbildung der Mellithsäure und der beiden Hydromellithsäuren. Heidelberg, 1896; 8°.

Manitz (F. O.). Zur Kenntnis des Phenyldihydroresorcins und Methyldihydroresorcins. Heidelberg, 1896; 8°.

Manz (Ph.). Ueber einen Geburtsfall bei lumbosacralkyphotischquerverengtem Becken. Heidelberg, 1895.

Marwedel (J. E.). Zur Kenntnis des Pseudocumenols. Heidelberg, 1895; 8°.

Mayer (K. H.). Die Fehlerquellen der Haematometeruntersuchung (v. Fleischl). Leipzig, 1896; 8°.

Merking (J.). Ueber Chloride und erster aromatischer Säuren. Heidelberg, 1895; 8°.

Muhr (F.). Eine Regelmässigkeit bei der Spaltung aromatischer Ketonsäuren. Heidelberg, 1896; 8°.

Oordt (M. J. F. E. van). Beiträge zur Lehre von der apoplectiformen Bulbärparalyse mit besonderer Berücksichtigung der Schlinglähmung und der Hemianaesthesie in Anschluss an einen durch Hinterstrangsschlerose complicierten Krankheitsfall. Leipzig, 1896; 8°.

Oswald (A.). I. Ueber Trimethylbernsteinsäuren verschiedener Herkunft. II. Ueber Anilsäuren di- und trisubstituierter Bernsteinsäuren. Heidelberg, 1895; 8°.

Patterson (T. S.). Ueber Jodoso- und Jodo-Benzaldehyde. Heidelberg, 1896; 8°.

Regensdorfer (K.). I. Zur Entwickelung aromatischer Säuren. II. Zur Kenntniss der Reaktionen von Gasgemischen. Heidelberg, 1896; 8°.

Renner (W.). Einwirkung von Anilin auf 1.5-Diketone.
Einwirkung von Hydroxylamin auf Benzalacetessigester. Heidelberg, 1896; 8°.

Rose (E.). Ueber neue quantitative Trennungen des Wismuths vom Zink und vom Nickel mit Wasserstoffsuperoxyd in alkalischer Lösung etc... Heidelberg, 1896; 8°.

Rost (E.). Ueber die Ausscheidung des Cobalts und Thoriums im Harn. Leipzig, 1895; 8°.

Roth (K.). Ueber Hernien-Tuberkulose. Tübingen, 1896; 8°.

Röttgen (A.). I. Ueber die quantitative Bestimmung des Fluors durch Austreiben desselben als Fluorwasserstoffgas. II. Ueber quantitative Metalltrennungen in alkalischer Lösung durch Wasserstoffsuperoxyd. Heidelberg, 1895; 8°.

Rudloff (H.). Beiträge zur Kenntniss der 1.5-Diketone und 3-Ketonsäureester. Heidelberg, 1896; 8°.

Schaeffer (O.). Experimentelle Untersuchungen über die Wehenthätigkeit des menschlichen Uterus ausgeführt mittelst einer neuen Pelotte und eines neuen Kymographion. Heidelberg, 1896; 8°.

Schiffer (T.). Syntetische und vergleichende Studien über Camphersäure und alkylierte aliphatische Dicarbonsäuren. Heidelberg, 1895; 8°.

Schlosser (F.). Beiträge zur Kenntnis alkylierter Bernsteinsäuren. Heidelberg, 1895; 8°.

Schmal (D.). Ueber den Pulsus paradoxus. Ludwigsburg; 8°.

Schnell (L. C.). Ueber Alkalisalze aromatischer Sulfosäuren. Heidelberg, 1896; 8°.

Seeligmann (R.). Zur Kenntniss der Halbseitigen durch Tumoren an der Schädelbasis verursachten Hirnnervenlähmungen. Leipzig, 1896; 8°.

Singhof (W.). I. Zur Kenntniss der Dialkyl und Dimethylglutarsäuren. II. Verhalten der Anhydride bromierter Bernsteinsäuren und Glutarsäuren gegen organische Basen. Heidelberg, 1896; 8°.

Shukoff (B. A.). I. Zur Entwickelung aromatischer Säuren. II. Ueber die Ursache der Farbenerscheinungen, welche 1. 3. 5. Dinitrobenzoësäure mit Alkalien giebt. Heidelberg, 1896; 8°.

Starck (H.). Der Zusammenhang von einfachen chronischen und tuberkulösen Halsdrüsenschwellungen mit cariösen Zähnen. Tübingen, 1896; 8°.

Strübe (H.). Ueber Reduktionsprodukte des para-Chlorazobenzols. Heidelberg, 1896; 8°.

Sulzer (M.). Ueber den Durchtritt corpuscularer Gebilde durch das Zwerchfell. Berlin, 1896; 8°.

Thorpe (J. F.). Ueber die Sym. aa-Dimethylglutarsäuren und ihre Derivate. Heidelberg, 1895; 8°.

Titherley (A. W.). I. Ueber die Amide des Natriums, des Kaliums und des Lithiums. II. Ueber die a-Alkylglutarsäuren und ihre Derivate. Heidelberg, 1896; 8°.

Wiglow (H.). Beiträge zum Verhalten der fettsäuren Alkalien und Seifen in wässriger Lösung. Heidelberg, 1896; 8°.

Wittich (K.). Die bei den landwirthschaftlichen Bodenmeliorationen in Frage kommenden betriebs-wirkschaftlichen und technischen Grundlagen und ihre erfolgreiche Anwendung im Landwirthschaftsbetrieb. Cassel, 1896; 8°.

Zangemeister (W.). Ueber Sarkome des Ovarius. Tübingen, 1896; 8°,

Zeiser (F.). Beiträge zur Kenntnis der aromatischen Selen- und Tellurverbindungen. Heidelberg, 1896; 8°.

Zimmer (J. G. C.). I. Ueber die Einwirkung von Phenylsenföl auf Phenoläther bei Gegenwart von Aluminiumchlorid.

II. Ueber aromatische Thioketone: Einwirkung von Thiophosgen auf Kresoläther bei Gegenwart von Aluminiumchlorid. Heidelberg, 1896; 8°.

Marini (A.). Annotazioni riassuntive sulla campagna bacologica italiana nel 1896. Torino, 1896; 8° *(dall'A.)*.

Salvioni (E.). Ricerche di criptocrosi. Sul potere penetrante dei raggi X. Perugia, 1896; 8° *(id.)*.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 20 Dicembre 1896 al 3 Gennaio 1897.

** **Allgemeine** Deutsche Biographie. Bd. XLII, Lfg. 296. Leipzig, 1896; 8°.
Annuario. Anno 1° (1896-97) (*dall'Associazione Universitaria torinese*).
* **Archivio** storico lombardo. Milano, 1896.
* **Archivio** storico pugliese. Vol. III, fasc. 4°. Bari, 1895; 8°.
** **Archivio** storico italiano fondato da G. P. Vieusseux e continuato a cura della R. Deputazione di Storia patria per le provincie della Toscana e dell'Umbria. Firenze, 1896.
* **Ateneo** veneto. — Rivista mensile di scienze, lettere ed arti. Venezia, 1896; 8°.
** **Berliner** philologische Wochenschrift. 1896.
** **Bibliothèque** de l'Ecole des Chartes; Revue d'érudition consacrée spécialement à l'étude du moyen âge, etc. Paris, 1896.
** **Bollettino** ufficiale del Ministero dell'Istr. pubbl. Roma, 1896.
** **Bullettino** (Nuovo) di Archeologia Cristiana. Anno II. Roma, 1896; 8°.
* **Bullettino** di Archeologia e Storia dalmata. Spalato, 1896.
* **Controversia** (La). Madrid, 1895-1896.
** Ἐφημερὶς ἀρχαιολογική. Ἐν Ἀθηναῖς, 1896.
** **Giornale di Erudizione**; Corrispondenza letteraria, ecc. Firenze, 1896.
** **Giornale storico** della Letteratura italiana. Torino, 1896.
* **Heidelberger Jahrbücher** (Neue). Heidelberg, 1896.
* **Historische** Zeitschrift. München, 1896.
** **Journal Asiatique**, ou Recueil de Mémoires, d'Extraits et de Notices relatifs à l'histoire, à la philosophie, aux langues et à la littérature des peuples orientaux. Paris, 1896.
** **Journal** des Savants. Paris, 1896.
** **Le Moyen Age**. Bulletin mensuel d'histoire et de philologie. Paris, 1896.
* **Nachrichten** von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Philologisch-historische Klasse, 1896, Heft 3. Göttingen; 8°.
** **Nord** und **Sud**; eine deutsche Monatschrift. Breslau, 1896.
** **Nuova Antologia**; Rivista di Scienze, Lettere ed Arti. Roma, 1896.
* **Rendiconti** della R. Accademia dei Lincei — Classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie V, vol. V. Roma, 1896.
** **Revue** archéologique. Paris, 1896.
** **Revue** des deux Mondes. Paris, 1896.
* **Revue** géographique internationale. Paris, 1896; 4°.

* **Rivista** internazionale di scienze sociali e discipline ausiliarie. Roma, 1896; 8°.
** **Revue** de Linguistique et de Philologie comparée. Paris, 1896.
** **Revue** numismatique. Paris, 1896.
** **Rivista** di filologia e d'istruzione classica. Torino, 1896.
* **Rivista** di Sociologia. 1896. Roma; 8°.
** **Rivista storica** italiana; pubblicazione trimestrale. Torino, 1896.
** **Séances** et Travaux de l'Académie des Sciences morales et politiques. Compte rendu, Paris, 1896.
Statistica dell'Istruzione superiore. Anni scolastici 1893-94 e 1894-95. Roma, 1896; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

Maspero (G.). Histoire ancienne des peuples de l'Orient classique. II. Les premières mêlées des peuples. Paris, 1897; 8° (*dall'A.*).
Nadaillac (de). Les Cliff Dwellers une Monographie. Louvain, 1896; 8° (*Id.*).
Pascot (G.). Origine delle religioni. Pordenone, 1896; 8° (*Id.*).
** **Sanuto** (M.). I Diarii. T. XLVIII, fasc. 204, 205. Venezia, 1896; 4°.
Signorina X di X. Corrispondenza di due Incogniti. Milano, 1896; 2 vol. 8° (*dall'Editore*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

N. Y. ACADEMY
JUL 1897
OF SCIENCES

Adunanza del 10 Gennaio 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA

VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Direttore della Classe, Berruti, Spezia, Gibelli, Giacomini, Camerano, Segre, Peano, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale della seduta precedente.

Il Presidente, a nome del Socio nazionale non residente Senatore Stanislao Cannizzaro, fa omaggio all'Accademia di un volume contenente gli scritti del Cannizzaro stesso intorno alla teoria atomica, pubblicati nell'occasione delle feste fatte per il settantesimo anniversario di lui, e un altro volume intitolato: " *Onoranze al professore Stanislao Cannizzaro* " (Rendiconto generale).

Il Presidente da notizia che l'Ing. Alessandro Drutti, autore della Memoria: *Studi sulle rocce italiane impiegate come materiale da costruzione (Arenaria di Casella)*, ha ritirato il manoscritto.

Vengono poi accolti per l'inserzione negli *Atti* i seguenti scritti:

1° " *Ricerche intorno alla struttura della mano e delle ossa pelviche nella Balaenoptera musculus* ", nota del Socio CAMERANO.

2° " *Il problema di Pothenot* ", nota del Prof. Diego FELLINI, presentata dal Socio JADANZA.

3° " *Osservazioni meteorologiche fatte nell'Osservatorio astronomico della R. Università di Torino* ", calcolate dal dott. G. B. RIZZO e presentate dal Socio NACCARI.

Dietro relazione favorevole della commissione esaminatrice viene accolta per l'inserzione nei volumi accademici la memoria del Dott. Emilio ALMANSI, intitolata: " *Sulla deformazione della sfera elastica* ".

In seduta privata la Classe elegge, salvo l'approvazione sovrana, a Socio straniero il sig. Felice KLEIN, Professore nell'Università di Gottinga.

Elegge pure a Soci corrispondenti nella Sezione di matematiche pure, il sig. Emilio PICARD professore alla Sorbonne a Parigi; nella Sezione di matematiche applicate i sigg. Matteo FIORINI dell'Università di Bologna e Giambattista FAVARO della Scuola di Applicazione per gl'Ingegneri di Roma, e nella Sezione di Fisica il signor Eleuterio MASCART del Collegio di Francia.

LETTURE

Ricerche intorno alla struttura della mano e delle ossa pubiche nella Balaenoptera musculus:

Nota del Socio Prof. LORENZO CAMERANO.

(Con una tavola).

Nel settembre e nell'ottobre dell'anno passato quattro Balenottere (*Balaenoptera musculus* Lin.) vennero spinte alle spiaggie Liguri: la prima a Pietra Ligure il 6 settembre, la seconda a Capo Vado il 14 settembre, la terza a Genova il 18 ottobre e la quarta a Framura il 23 ottobre.

La Balenottera di Pietra Ligure, che è un maschio, venne dal Ministro della Pubblica Istruzione assegnata al Museo zoologico della Università di Genova e quella del Capo Vado, che è una femmina, al Museo zoologico e di anatomia comparata della Università di Torino. Gli esemplari di Genova e di Framura non poterono, per varie ragioni, venir utilizzati per studi scientifici, e andarono perduti.

L'esemplare assegnato al Museo di Torino venne rimorchiato a Savona; ma il suo stato di conservazione non era tale da poter tentare con probabilità di riuscita la preparazione dei visceri, poichè l'animale era morto già da parecchi giorni. Si procedette quindi senz'altro allo scarnamento, il quale venne fatto sotto la direzione e sorveglianza del cavaliere Brancaleone Borgioli preparatore al Museo zoologico di Genova. La malagevole operazione fu condotta a termine con molta cura in guisa che lo scheletro riuscì al tutto completo.

Sapendo delle questioni tuttora non soddisfacentemente risolte intorno alla struttura della mano dei grossi Cetacei e della scarsità dei casi in cui questa parte dell'animale potevenir disseccata convenientemente in un laboratorio, mi feci spedire, intatta, a Torino una delle due mani che si presentava esternamente ben conservata.

La parte che mi offrì qualche fatto interessante e di cui intendo trattare qui comprende la regione metacarpea e le falangi.

Le dimensioni di queste due parti nella mano intatta sono le seguenti:

Lunghezza massima della mano a cominciare dal margine anteriore del 1° metacarpeo fino all'apice della mano stessa, m. 0,88.

Larghezza massima della mano al livello del margine anteriore del 1° metacarpeo, m. 0,43.

Lunghezza secondo la curvatura superiore della mano a cominciare dal margine anteriore del 1° metacarpeo fino all'apice della mano stessa, m. 0,95.

Lunghezza secondo la curvatura inferiore a cominciare dal margine anteriore del 5° metacarpeo fino all'apice della mano stessa, m. 0,94.

Il margine superiore della mano presenta uno spessore gradatamente decrescente dal margine anteriore del 1° metacarpeo (m. 0,09) al livello della 2ª falange del 1° dito (m. 0,08) e più bruscamente decrescente da questo punto all'apice della pinna (m. 0,03 al livello dell'ultima falange del 1° dito; m. 0,01 al livello della 5ª falange del 2° dito).

Il margine inferiore della mano è molto meno spesso: esso misura solo m. 0,02 al livello del margine anteriore del 5° metacarpeo e m. 0,01 al livello della 1ª falange del 5° dito. Da questo punto esso si assottiglia gradatamente fino ad avere verso l'apice della pinna la forma di lama di coltello.

Nella dissezione ho cercato di mettere in chiaro i punti seguenti:

1° I rapporti esatti di posizione delle dita fra di loro nella pinna.

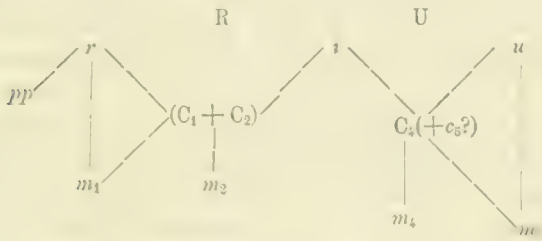
2° Il modo di terminarsi delle ultime falangi per poter stabilire colla maggior sicurezza possibile il numero delle falangi delle singole dita, dato importante per le controverse questioni relative della polifalangia dei Cetacei.

3° La presenza di dita rudimentali analoghe a quelle trovate dal KÖLLIKER (1) in embrioni della specie che si occupa.

(1) *Vergleichend-Anatomische und Entwickelungsgeschichtliche Untersuchungen an Walthieren*, II Th. Jena, 1893.

Io debbo anzitutto osservare che seguo il Kükenthal intorno il modo di interpretare la costituzione e l'omologia delle dita delle Balenottere rispetto a quelle degli altri mammiferi. Questa interpretazione viene convalidata da alcune particolarità osservate nella mano della Balenottera di Savona e che io riferirò in seguito.

Lo schema del Kükenthal da me seguìto è il seguente:



Tolta la pelle e messe a nudo le ossa (lasciate in posto) da una delle faccie della pinna, ne feci un ricalco in grandezza naturale, dal quale trassi colla camera oscura la figura ridotta unita a questo lavoro (fig. 1) la quale rappresenta per tal modo esattamente il contorno della pinna e la posizione rispettiva delle dita (1). Ho creduto cosa importante il determinare bene la vera posizione che le dita assumono nella pinna dell'animale adulto fra loro e rispetto ai margini della pinna stessa, poichè con ciò si può comprendere il perchè di varie modificazioni che si osservano nel numero delle dita e nel numero delle loro falangi.

Se si esamina il contorno della pinna del nostro individuo adulto e lo si confronta con quello delle pinne di individui embrionali, ad esempio colle figure date dal Kükenthal, si scorge come abbia avuto luogo una modificazione notevole nella forma della pinna stessa.

Nella pinna embrionale il margine inferiore è più o meno prominente all'infuori verso la metà della pinna pel fatto che

(1) I rapporti delle dita fra loro, spesso, negli scheletri montati nei Musei e anche nelle figure dei varii lavori cetologici, è al tutto erronea. La figura ad esempio data nella classica opera di Van Beneden e P. Gervais (*Ostéographie des Cétacés*, p. XII e XIII) delle ossa della pinna della *Balaenoptera musculus* è a tal riguardo al tutto difettosa.

il 5° dito è molto divaricato. Nella pinna dell'adulto il margine interiore è spiccatamente concavo e il 5° dito è molto più ravvicinato al 4°. Inoltre il margine superiore della pinna dell'individuo adulto si piega spiccatamente verso il basso all'estremità della pinna stessa in guisa da dare alla pinna la forma di falce.

In complesso la pinna dell'adulto è meno larga proporzionatamente ed è più falcata di quella dell'embrione. Nella pinna dell'adulto le dita I, II, IV vengono ad essere molto ravvicinate e piegate in basso verso l'apice; mentre nella pinna embrionale l'apice della pinna è quasi diritto.

La pinna embrionale, ricorda, molto più di quella adulta, la forma atavica della pinna stessa in uno stadio pentadattilo. La pinna adulta meglio della embrionale è per la sua forma adattata a funzionare da organo direttore dei movimenti nelle rapide evoluzioni di un animale squisitamente modificato alla vita acquatica e fortissimo nuotatore.

Nella pinna adulta si nota, a cominciare dalla 3ª falange del 5° dito e andando verso l'apice della pinna stessa, uno sviluppo notevole di tessuto connettivo fibroso il quale avvolge le falangi delle dita e si unisce saldamente alla pelle che presenta pure notevolmente sviluppato il suo strato corneo. Ne consegue che le dita per questo tratto della pinna sono come imprigionate in un astuccio, connettivo internamente ed esternamente corneo, che li immobilizza al tutto, tanto che la pinna nel suo terzo tratto distale è come una lamina rigida. Scarsa assai è pure la mobilità della pinna nel suo primo terzo prossimale, dove si osserva ad ogni modo una maggior flessibilità verso il margine inferiore che non verso il superiore.

Nella pinna dell'individuo di Savona le dita presentano le dimensioni seguenti:

Metacarpei		Dita		Metacarpei e dita insieme	
I	m. 0,15	I	m. 0,52	I	m. 0,67
II. . . .	„ 0,19	II. . . .	„ 0,69	II . . .	„ 0,88
IV . . .	„ 0,16	IV . . .	„ 0,65	IV . . .	„ 0,81
V. . . .	„ 0,12	V. . . .	„ 0,41	V. . . .	„ 0,53 (1)

(1) Yves Delage dà per le dita dell'esemplare maschio arenatosi sulla

Per determinare il numero delle falangi delle dita è d'uopo tenere stretto conto della porzione terminale cartilaginea di esse. Nell'esemplare di Savona le dita terminano con un piccolo prolungamento cartilagineo-connettivo il quale rappresenta una o più falangi ridotte. Ho sezionato queste parti terminali, ma non mi fu possibile determinarvi traccie di divisioni trasversali che potessero indicare il residuo di più segmenti falangiformi, essendo nel nostro esemplare la modificazione regressiva troppo inoltrata.

Io calcolo quindi nel modo seguente il numero delle falangi delle varie dita:

Dita	Falangi	Pezzo cartilagineo connettivo terminale	Totale
I	4	1	5
II	6	1	7
IV	6	1	7
V	3	1	4 (1)

Il Kükenthal (2) dà per gli embrioni di *Balaenoptera musculus* i numeri seguenti:

Embrione di 38 cent. di lungh.	I, dito 5	II, 8	IV, 8	V, 4
„ 49 „ „	„ 5	„ 8	„ 8	„ 4
„ 58 „ „	„ 4	„ 8	„ 7	„ 4

spiaggia di Langrune (" Archiv. zool. expér. „, 2ª serie, vol. IIIbis, 1885), le misure seguenti:

I dito (2° dito secondo Yves Delage) m. 0,57
II „ (3° „ „ „ „) m. 0.88
IV „ (4° „ „ „ „) m. 0,99
V „ (5° „ „ „ „) m. 0,44.

La lunghezza della mano è di m. 0,90. Nel nostro esemplare, la lunghezza totale della mano, come sopra è stato detto, è di m. 0,88.

(1) Yves Delage per l'individuo sopra citato dà i numeri seguenti:

I dito — falangi N. 3
II „ — „ „ 6
IV „ — „ „ 6
V „ — „ „ 4

In questo caso non è stato tenuto conto evidentemente del pezzo terminale che rappresenta il rudimento di altre falangi.

(2) *Ueber die Hand der Cetaceen*, " Anat. Anzeig. „, 1890, pag. 51. — La numerazione delle dita è data secondo le idee seguite dal Kukenthal in pubblicazioni posteriori e da me nel presente lavoro.

Confrontando il numero delle falangi embrionali con quello dei animali adulti appare che la riduzione del numero delle falange ha avuto luogo particolarmente nelle dita II e IV nelle quali è più attiva l'azione dell'incurvarsi della pinna come si può vedere dalla figura 1 unita a questo lavoro. Si può dire che le falange intermedie sono dette sviluppare per mancanza di spazio dovuta all'inflettersi del margine e dell'apice della pinna per un maggiore adattamento funzionale come organo di direzione dei movimenti nell'acqua (1).

Nella pinna dell'individuo di Savona ho trovato i rudimenti del terzo dito simili a quelli trovati per la prima volta dal Kükenthal in embrioni di *Balaenoptera musculus* (2).

Il rudimento del terzo dito si trova nel nostro esemplare verso l'estremità della pinna e precisamente fra il II e il IV dito, come si osserva dal principio della 4ª falange del IV dito fino alla fine della 5ª falange. Il rudimento è costituito da un pezzo allungato, in parte ossificato e in parte cartilaginoso della lunghezza di m. 0,12 circa. La sua maggior larghezza è di m. 0,018 circa.

La porzione ossificata ha la forma di una piccola falange della lunghezza di m. 0,01, della larghezza massima di m. 0,01 e dello spessore massimo di m. 0,008.

Nella sua parte superiore vi è una formazione cartilaginea che digrada bruscamente e si fonde per dir così col tessuto connettivo circostante. Nella sua parte inferiore vi è un lungo prolungamento cartilaginoso che gradatamente si assottiglia e si fonde all'estremità esso pure col tessuto connettivo circostante. Questo prolungamento cartilaginoso presenta una ri-

(1) Van Beneden et Gervais (op. cit.) dànno alle dita della *Balaenoptera musculus* il numero di falangi seguente, che io trascrivo considerando le dita nel modo sopradetto.

Dito I (2°	secondo Van Beneden et Gervais),			falangi	N. 3
» II (3°	»	»	»),	»	» 4
» IV (4°	»	»	»),	»	» 5
» V (5°	»	»	»),	»	» 3

Anche in questo caso non venne evidentemente tenuto conto delle piccole falangi terminali.

(2) *Cetologische Notiz*, " Anat. Anzeig. ", V, 1890, pag. 709. — *Vergl. Anat. Entwik. Unters. an Walthieren*, vol. II, Jena, 1893.

siduo di due probabili falangi in guisa che tutto il rudimento del terzo dito è a mio avviso costituito da 4 falangi (*a-b-c-d* fig. 3).

È questa la prima volta, per quanto io so, che vien riconosciuta in modo sicuro la presenza del rudimento del terzo dito in un individuo adulto di *Balaenoptera*, poichè dice il Kükenthal stesso (1890 op. cit.): " Erwähnen möchte ich noch, " dass an dem Skelet einer erwachsenen *Balaenoptera musculus* " im Museum zu Kopenhagen sich ebenfalls der rudimentäre " Finger zwischen dem zweiten und dritten Finger eingeenla- " gert vorfindet, doch möchte ich dazu bemerken, dass der vor- " dere Theil des Extremitätenskeletes nach dem Original in " Holz nachgebildet worden war ".

Nel rudimento da me descritto riesce evidente, come risulta pure dai rudimenti osservati nelle pinne di individui embrionali dal Kükenthal, che la riduzione del 3° dito ha avuto luogo procedendo dalla parte prossimale alla distale; la qual cosa ha rapporto colle modificazioni avvenute nella mano nel suo trasformarsi in pinna nuotatrice come sopra è già stato detto.

È probabile che il rudimento del terzo dito, quando si proceda ad una dissezione accurata delle pinne delle *Balenottere* adulte, venga ad incontrarsi più frequentemente di quello che non si creda.

La mano delle Balenottere viene così ad essere facilmente riconducibile al tipo pentadattilo caratteristico dei mammiferi terragnoli.

Probabilmente il gruppo di Cetacei al quale appartengono appunto le Balenottere ebbe origine da mammiferi terragnoli viventi in località acquitrinose, i quali gradatamente passarono alla vita acquatica schietta.

La via seguita, per ciò che riguarda le modificazioni avvenute nelle estremità, si può profilare in questo modo:

1° Periodo di viluppo delle estremità in organi di nuoto, allargamento ed allungamento della regione carpo-falangea e tarso-falangea; probabile sviluppo numerico delle falangi. La coda subisce pure delle modificazioni ed è probabile che da principio la sua funzione fosse più di organo dirigente che di organo propulsore.

2° Periodo di sviluppo della coda in pinna caudale atta a funzionare da organo propulsore potente.

3° Periodo. Le estremità perdono gradatamente importanza come organi propulsori e conservano la funzione di organi direttori dei movimenti.

4° Periodo di riduzione progressiva delle estremità posteriori divenute inutili per lo sviluppo grande della pinna caudale. Rimangono del cingolo posteriore e delle estremità posteriori, nelle forme attuali, solo una parte delle ossa pelviche le quali hanno forse assunto altre funzioni in rapporto coll'apparato copulatore (1).

5° Periodo: modificazione successiva delle pinne anteriori in lamine rigide falcate, funzionanti da organi direttori dei movimenti acquatici, con immobilizzazione delle articolazioni falangee e metacarpee, colla riduzione nel numero delle falangi distali e colla riduzione nel numero delle dita da 5 a 4. Il dito scompaiso è il terzo, il quale corrisponde al dito medio della estremità pentadattile tipica dei mammiferi. Questo dito si presenta ancora attualmente allo stato rudimentale nella sua parte distale talvolta negli individui embrionali e negli adulti (2).

---

(1) Cfr. a proposito della descrizione e posizione delle ossa pelviche nella *Balaenoptera musculus* il lavoro di Yves Delage: *Histoire du Balaenoptera musculus échoué sur la plage de Langrune*, " Archiv. Zool. expér. „, 2e ser., III, 1885. È possibile che rispetto alle ossa pelviche rudimentali di questi Cetacei si osservi una differenza sessuale notevole, e che esse siano più sviluppate proporzionatamente nei maschi che non nelle femmine; la qual cosa potrebbe essere in rapporto col funzionare dell'organo copulatore maschile. Metto qui a confronto le dimensioni delle ossa pelviche dell'esemplare *maschio* studiato dall'Yves Delage con quelle del nostro esemplare *femmina* di Savona, facendo osservare che le dimensioni generali dei due individui sono presso a che le stesse.

	♂ (di Langrune)	♀ (di Savona)
Lunghezza secondo la curvatura	m. 0,50	m. 0,393
„ della corda dell'arco	„ 0,48	„ 0,34
„ della saetta dell'arco	„ 0,04	„ 0,05

Osserverò ancora come la forma delle ossa stesse sia un po' diversa nei due esemplari, come risulta dalle figure unite a questo lavoro (Fig. 5 e 6).

(2) Relativamente alle varie teorie state escogitate per spiegare l'iperfalangia dei Cetacei, la loro derivazione filogenetica, i loro rapporti cogli altri gruppi di Mammiferi e cogli Ictiosauri ecc., si consultino oltre ai lavori sopra citati anche i seguenti: Kükenthal, *Verg. Anat. Entwickel. Unters. an Walthieren*, I, Jena, 1889 — H. Lebouco, *Recherches sur la Morphologie*

Fig. 5

Fig. 6

Fig. 4

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1. — Mano di *Balaenoptera musculus* ♀ (individuo di Savona). La figura venne ridotta colla camera oscura da un ricalco a grandezza naturale fatto sulla mano fresca — I, II, IV, V. metatarsei — 1-2-3-4-5. dita — d. 3. terzo dito rudimentale — *a*. intaccatura del margine inferiore.

Fig. 2. — Mano di un embrione (lungo cent. 119.5) di *Balaenoptera musculus* (da Kükenthal) — *a*. intaccatura del margine inferiore — *b*. terzo dito rudimentale.

Fig. 3. — Rudimento del terzo dito nell'individuo adulto ♀ di Savona in grandezza naturale: *a*, parte prossimale, *d*, parte distale — *a-b-c-d*. falangi — *b*. falange ossificata — Le parti cartilaginee *a*, *d* si continuano col connettivo circostante.

Fig. 4. — Cartilagine terminale del II dito, la quale si continua col connettivo circostante in prossimità della pelle.

Fig. 5. — Una delle ossa pelviche dell'individuo adulto ♀ di Savona.

Fig. 6. — Una delle ossa pelviche dell'individuo adulto ♂ di Langrune (da Yves Delage).

du Carpe chez les Mammifères, " Archiv. de Biol. „, V, 1884 — J. A. Ryder, *On the genesis of the extra terminal phalanges in the Cetacea,* " The American Natural, „, 1885 — H. Leboucq, *Ueber das Fingerskelett der Pinnipedier und die Cetaceen,* " Anat. Anz. „, 1888, pag. 530 — Id., *Recherches sur la Morphologie de la main chez les Pinnipèdes,* " Studies from the Museum of Zoology in University college „, Dundée, vol. I, 1888 — Weber, *Studien über Säugethiere,* I. " Beitr. zur Anat. u. Phylog. der Cetaceen „, Jena, 1886 — Id., *Anatomisches über Cetaceen,* " Morph. Jahrb. „, 1888 — P. Albrecht, *Ueber die cetoide Natur der Promammalia.* " Anat. Anz. „, 1886 — Weber, *Ueber die cetoide Natur der Promammalia,* ibidem, 1887 — V. Paquier, *Remarques à propos de l'évolution des Cétacés,* " Archiv. Zool. expér. „, s. 3ª, vol. III, p. 289 (1895) — H. Leboucq, *Ueber Hyperfalangie bei den Säugetieren,* " Verhandl. der Anatom. Gesells. auf d. zehnten Versam. „, Jena, 1896, pag. 174 e seg.

Il Problema di Pothenot (*):

Nota del Dott. DIEGO FELLINI.

Problema.

Nel piano di tre punti dati trovarne un quarto, dal quale le distanze del primo dal secondo e del secondo dal terzo sono vedute sotto angoli dati.

Risoluzione.

I. — Siano A, O, B (vedi figura) i tre punti dati mediante gli elementi:

$$AO = a, \qquad BO = b, \qquad A\widehat{O}B = \varphi.$$

Intendendo che φ sia sempre il minore dei due angoli rettilinei compreso fra le direzioni OA ed OB, e sia quindi maggiore di *zero* e minore di π. Siano inoltre α e β gli angoli pure maggiori di *zero* e minori di π, sotto i quali si vedono rispettivamente a e b dal punto da determinarsi.

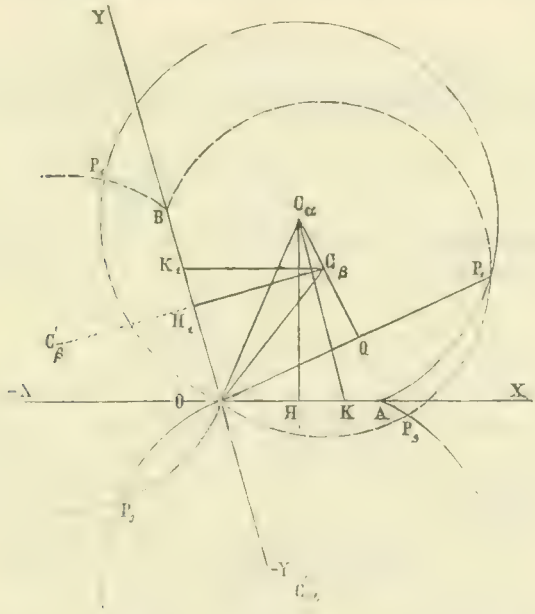
Se immaginiamo descritti sopra OA ed OB due archi di circonferenza capaci il primo dell'angolo α, il secondo dell'angolo β, e che diremo brevemente *arco* α ed *arco* β, le due circonferenze, alle quali gli archi appartengono, avendo un punto comune O, si taglieranno in generale in un secondo punto; e questo, purchè si trovi sugli archi α e β risolve il problema. Siccome però due sono gli archi α e due gli archi β, che si possono descrivere rispettivamente sopra OA ed OB, così il problema può ammettere in generale quattro distinte soluzioni

(*) Ci è sembrato opportuno fare di questo importante problema una trattazione completa col sussidio della geometria analitica, poichè l'ordinaria risoluzione trigonometrica non contempla il problema in tutta la sua generalità.

Abbiamo poi, per seguire la consuetudine, conservato al problema di *Snellius* il nome che gli deriva dal suo secondo risolutore.

In ciò che segue indicheremo con

C_α il centro dell'arco α descritto sopra OA dalla parte di OB,
C_β il centro dell'arco β descritto sopra OB dalla parte di OA,
C'_α il centro dell'arco α descritto sopra OA dalla parte opposta di OB,
C'_β il centro dell'arco β descritto sopra OB dalla parte opposta di OA,
P_1 il punto comune alle circonferenze di centro C_α e C_β,
P_2 il punto comune alle circonferenze di centro C'_α e C_β,
P_3 il punto comune alle circonferenze di centro C'_α e C'_β,
P_4 il punto comune alle circonferenze di centro C_α e C'_β.



Preso il punto O per origine delle coordinate, e le direzioni OA, OB rispettivamente per assi delle x e delle y, indichiamo con

m ed n rispettivamente la x e la y del centro C_α,
m_1 ed n_1 rispettivamente la x e la y del centro C_β.

Ciò posto, si avrebbero le coordinate del punto P_1, risolvendo simultaneamente le equazioni delle circonferenze C_α, C_β.

Senonchè si possono ottenere più brevemente, osservando che le coordinate del punto P_1 sono rispettivamente doppie di quelle del punto Q, in cui la retta dei centri $C_\alpha C_\beta$ incontra ad angolo retto la corda comune OP_1.

La retta $C_\alpha C_\beta$ ha per equazione:

$$(n - n_1)x - (m - m_1)y + m n_1 - m_1 n = 0$$

ossia:

$$y = \frac{n - n_1}{m - m_1} x + \frac{m n_1 - m_1 n}{m - m_1},$$

l'equazione di una retta qualunque passante per l'origine, ha la forma:

$$y = h x,$$

ed affinchè sia perpendicolare alla $C_\alpha C_\beta$, deve essere:

$$h = - \frac{(m - m_1) + (n - n_1)\cos\varphi}{(n - n_1) + (m - m_1)\cos\varphi}.$$

Onde le coordinate, che chiameremo x', y', del punto Q, sono date dal sistema:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{n - n_1}{m - m_1} x' + \dfrac{m n_1 - m_1 n}{m - m_1} \\ y' = - \dfrac{(m - m_1) + (n - n_1)\cos\varphi}{(n - n_1) + (m - m_1)\cos\varphi} x'. \end{cases}$$

Si ha così:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{(m n_1 - m_1 n)\{(n_1 - n) + (m_1 - m)\cos\varphi\}}{(m - m_1)^2 + (n - n_1)^2 + 2(m - m_1)(n - n_1)\cos\varphi} \\ y' = \dfrac{(m n_1 - m_1 n)\{(m - m_1) - (n - n_1)\cos\varphi\}}{(m - m_1)^2 + (n - n_1)^2 + 2(m - m_1)(n - n_1)\cos\varphi}; \end{cases}$$

e quindi per il punto P_1:

$$\begin{cases} x = \dfrac{2(m n_1 - m_1 n)\{(n_1 - n) + (m_1 - m)\cos\varphi\}}{(m - m_1)^2 + (n - n_1)^2 + 2(m - m_1)(n - n_1)\cos\varphi} \\ y = \dfrac{2(m n_1 - m_1 n)\{(m - m_1) + (n - n_1)\cos\varphi\}}{(m - m_1)^2 + (n - n_1)^2 + 2(m - m_1)(n - n_1)\cos\varphi}. \end{cases}$$

Dovremo però esprimere x ed y in funzione degli elementi dati $a, b, \varphi, \alpha, \beta$; ed a tale oggetto determineremo anzitutto le relazioni esistenti fra questi elementi e le coordinate m, n, m_1, n_1.

Conducendo dal centro C_α il raggio $C_\alpha O$, la perpendicolare $C_\alpha H$ all'asse delle x e la parallela $C_\alpha K$ all'asse delle y, dai triangoli rettangoli $C_\alpha OH$, $C_\alpha OK$ si ricava:

$$n = \frac{a \cot\alpha}{2 \operatorname{sen}\varphi} = \frac{a \cos\alpha}{2 \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\varphi},$$

$$m = \frac{a}{2} - \frac{a \cot\alpha \cos\varphi}{2 \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\varphi} = -\frac{a \cos(\varphi + \alpha)}{2 \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\varphi};$$

analogamente, conducendo dal centro C_β il raggio $C_\beta O$, la perpendicolare $C_\beta H_1$ all'asse delle y e la parallela $C_\beta K_1$ all'asse delle x, dai triangoli rettangoli $C_\beta OH_1$, $C_\beta OK_1$ si ricava:

$$m_1 = \frac{b \cot\beta}{2 \operatorname{sen}\varphi} = \frac{b \cos\beta}{2 \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen}\varphi},$$

$$n_1 = \frac{b}{2} - \frac{b \cot\beta \cos\varphi}{2 \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen}\varphi} = -\frac{b \cos(\varphi - \beta)}{2 \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen}\varphi}.$$

Le relazioni trovate si mantengono le stesse, qualunque sia la posizione dei centri C_α, C_β rispetto agli assi; quindi introducendole nelle formule che danno i valori della x e della y, si avranno espressioni generali. Ed ora, incominciando la sostituzione nel fattore comune ai numeratori della x e della y, si ha:

$$mn_1 - m_1 n = \frac{ab \cos(\varphi + \alpha) \cos(\varphi + \beta)}{4 \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen}^2\varphi} - \frac{ab \cos\alpha \cos\beta}{4 \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen}^2\varphi}$$

$$= -\frac{ab}{4 \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen}\varphi} \frac{\cos\alpha \cos\beta - \cos(\varphi + \alpha) \cos(\varphi + \beta)}{\operatorname{sen}\varphi}$$

$$= -\frac{ab}{4 \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen}\varphi} \{\operatorname{sen}\varphi \cos(\alpha + \beta) + \cos\varphi \operatorname{sen}(\alpha + \beta)\}$$

$$= -\frac{ab \operatorname{sen}(\varphi + \alpha + \beta)}{4 \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen}\varphi};$$

continuando la sostituzione nei fattori differenti dei numeratori, si ha:

$$(n_1 - n) + (m_1 - m)\cos\varphi = -\frac{b\cos(\varphi+\beta)}{2\,\mathrm{sen}\,\beta\,\mathrm{sen}\,\varphi} - \frac{a\cos\alpha}{2\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\varphi} +$$

$$+ \frac{b\cos\beta\cos\varphi}{2\,\mathrm{sen}\,\beta\,\mathrm{sen}\,\varphi} + \frac{a\cos(\varphi+\alpha)\cos\varphi}{2\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\varphi}$$

$$= \frac{-b\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta\,\mathrm{sen}\,\varphi + a\,\mathrm{sen}\,\beta\,\mathrm{sen}\,\varphi\,\mathrm{sen}(\varphi+\alpha)}{2\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta\,\mathrm{sen}\,\varphi}$$

$$= \frac{b}{2} - \frac{a\,\mathrm{sen}(\varphi+\alpha)}{2\,\mathrm{sen}\,\alpha}\,,$$

ed analogamente:

$$(m - m_1) + (n - n_1)\cos\varphi = \frac{a}{2} - \frac{b\,\mathrm{sen}(\varphi+\beta)}{2\,\mathrm{sen}\,\beta}\,.$$

Dovremmo fare da ultimo la stessa sostituzione nel denominatore comune: però, ad evitare laboriose trasformazioni, osserviamo che il denominatore non è altro che il quadrato del segmento $C_\alpha C_3$. Ora dal triangolo $C_\alpha O C_3$ si ha:

$$\overline{C_\alpha C_3}^2 = \overline{C_\alpha O}^2 + \overline{C_3 O}^2 - 2\,\overline{C_\alpha O}\,.\,\overline{C_3 O}\cos C_\alpha \widehat{O} C_3\,;$$

d'altra parte dai triangoli rettangoli $C_\alpha O H$, $C_3 O H_1$ si ha:

$$C_\alpha O = \frac{a}{2\,\mathrm{sen}\,\alpha}\,, \qquad C_3 O = \frac{b}{2\,\mathrm{sen}\,\beta}\,,$$

ed è inoltre:

$$C_\alpha \widehat{O} C_3 = C_\alpha \widehat{O} H + C_3 \widehat{O} H - H \widehat{O} H_1 = \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) - \varphi$$

$$= \pi - (\varphi + \alpha + \beta)\,;$$

quindi:

$$\overline{C_\alpha C_3}^2 = \frac{a^2}{4\,\mathrm{sen}^2\alpha} + \frac{b^2}{4\,\mathrm{sen}^2\beta} - \frac{ab}{2\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta}\cos\{\pi - (\varphi + \alpha + \beta)\}$$

$$= \frac{a^2\,\mathrm{sen}^2\beta + b^2\,\mathrm{sen}^2\alpha + 2ab\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta\cos(\varphi + \alpha + \beta)}{4\,\mathrm{sen}^2\alpha\,\mathrm{sen}^2\beta}\,.$$

Le coordinate del punto P_1 sono dunque:

$$P_1 \begin{cases} x = \dfrac{ab\,\mathrm{sen}(\varphi+\alpha+\beta)\{a\,\mathrm{sen}(\varphi+\alpha)-b\,\mathrm{sen}\,\alpha\}\,\mathrm{sen}\,\beta}{\{a^2\mathrm{sen}^2\beta+b^2\mathrm{sen}^2\alpha+2ab\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta\cos(\varphi+\alpha+\beta)\}\,\mathrm{sen}\,\varphi} \\[2ex] y = \dfrac{ab\,\mathrm{sen}(\varphi+\alpha+\beta)\{b\,\mathrm{sen}(\varphi+\beta)-a\,\mathrm{sen}\,\beta\}\,\mathrm{sen}\,\alpha}{\{a^2\mathrm{sen}^2\beta+b^2\mathrm{sen}^2\alpha+2ab\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta\cos(\varphi+\alpha+\beta)\}\,\mathrm{sen}\,\varphi}\,. \end{cases}$$

Dalle coordinate del punto P_1 si ottengono quelle del punto P_2, ponendo $\pi-\alpha$ in luogo di α; si ottengono quelle del punto P_3, ponendo $\pi-\alpha$ in luogo di α, e $\pi-\beta$ in luogo di β; si ottengono quelle del punto P_4, ponendo $\pi-\beta$ in luogo di β. Si ha così:

$$P_2 \begin{cases} x = \dfrac{ab\,\mathrm{sen}(\varphi-\alpha+\beta)\{a\,\mathrm{sen}(\varphi-\alpha)+b\,\mathrm{sen}\,\alpha\}\,\mathrm{sen}\,\beta}{\{a^2\mathrm{sen}^2\beta+b^2\mathrm{sen}^2\alpha-2ab\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta\cos(\varphi-\alpha+\beta)\}\,\mathrm{sen}\,\varphi} \\[2ex] y = -\dfrac{ab\,\mathrm{sen}(\varphi-\alpha+\beta)\{b\,\mathrm{sen}(\varphi+\beta)-a\,\mathrm{sen}\,\beta\}\,\mathrm{sen}\,\alpha}{\{a^2\mathrm{sen}^2\beta+b^2\mathrm{sen}^2\alpha-2ab\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta\cos(\varphi-\alpha+\beta)\}\,\mathrm{sen}\,\varphi}\,. \end{cases}$$

$$P_3 \begin{cases} x = -\dfrac{ab\,\mathrm{sen}(\varphi-\alpha-\beta)\{a\,\mathrm{sen}(\varphi-\alpha)+b\,\mathrm{sen}\,\alpha\}\,\mathrm{sen}\,\beta}{\{a^2\mathrm{sen}^2\beta+b^2\mathrm{sen}^2\alpha+2ab\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta\cos(\varphi-\alpha-\beta)\}\,\mathrm{sen}\,\varphi} \\[2ex] y = -\dfrac{ab\,\mathrm{sen}(\varphi-\alpha-\beta)\{b\,\mathrm{sen}(\varphi-\beta)+a\,\mathrm{sen}\,\beta\}\,\mathrm{sen}\,\alpha}{\{a^2\mathrm{sen}^2\beta+b^2\mathrm{sen}^2\alpha+2ab\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta\cos(\varphi-\alpha-\beta)\}\,\mathrm{sen}\,\varphi} \end{cases}$$

$$P_4 \begin{cases} x = -\dfrac{ab\,\mathrm{sen}(\varphi+\alpha-\beta)\{a\,\mathrm{sen}(\varphi+\alpha)-b\,\mathrm{sen}\,\alpha\}\,\mathrm{sen}\,\beta}{\{a^2\mathrm{sen}^2\beta+b^2\mathrm{sen}^2\alpha-2ab\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta\cos(\varphi+\alpha-\beta)\}\,\mathrm{sen}\,\varphi} \\[2ex] y = \dfrac{ab\,\mathrm{sen}(\varphi+\alpha-\beta)\{b\,\mathrm{sen}(\varphi-\beta)+a\,\mathrm{sen}\,\beta\}\,\mathrm{sen}\,\alpha}{\{a^2\mathrm{sen}^2\beta+b^2\mathrm{sen}^2\alpha-2ab\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta\cos(\varphi+\alpha-\beta)\}\,\mathrm{sen}\,\varphi}\,. \end{cases}$$

II. — Passando a discutere i risultati ottenuti, incominceremo dal prendere in esame le coordinate del punto P_1. Tenuto presente che:

$$\pi > \alpha > 0, \quad \pi > \beta > 0, \quad \pi > \varphi > 0, \quad a > 0, \quad b > 0,$$

osserviamo che il denominatore comune si annulla solo quando si abbia:

$$\begin{cases} \varphi + \alpha + \beta = \pi & (1) \\ a \operatorname{sen} \beta = b \operatorname{sen} \alpha ; & (2) \end{cases}$$

ma, verificandosi la (1) si annullano pure i due numeratori, quindi x ed y assumono la forma $\frac{0}{0}$, ed il problema è indeterminato. Infatti per la (1) esiste fra le coordinate dei centri la relazione $\frac{m}{n} = \frac{m_1}{n_1}$, ed i centri sono allineati coll'origine delle coordinate: per la (2) i raggi C_2O, C_3O sono uguali e dello stesso segno, onde le due circonferenze coincidono.

I numeratori si annullano entrambi per l'annullarsi del loro fattore comune, vale a dire quando si abbia, come si disse:

$$\varphi + \alpha + \beta = \pi, \qquad \text{oppure} \qquad \varphi + \alpha + \beta = 2\pi. \qquad (3)$$

Supposto che non si verifichi la (2), tanto per la (1) che per la (3) si ha $x = y = 0$, ed il problema è impossibile: infatti tanto per la (1) che per la (3) si ha $\frac{m}{n} = \frac{m_1}{n_1}$, e le due circonferenze, avendo un punto comune sulla retta dei centri ed i raggi disuguali, sono tangenti.

Inoltre i numeratori si annullano etrambi per l'annullarsi dei loro fattori differenti, quando cioè si abbia:

$$\begin{cases} a \operatorname{sen}(\varphi + \alpha) - b \operatorname{sen} \alpha = 0 \\ b \operatorname{sen}(\varphi + \beta) - a \operatorname{sen} \beta = 0 \end{cases} \qquad (4)$$

Dalle (4) si ricava:

$$\operatorname{sen}(\varphi + \alpha) \operatorname{sen}(\varphi + \beta) = \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta ;$$

sviluppando e riducendo:

$$\operatorname{sen} \varphi \cos(\alpha + \beta) + \cos \varphi \operatorname{sen}(\alpha + \beta) = 0 ,$$

ossia:

$$\operatorname{sen}(\varphi + \alpha + \beta) = 0 ,$$

vale a dire, nel nostro caso:

$$\varphi + \alpha + \beta = \pi \qquad \text{oppure} \qquad \varphi + \alpha + \beta = 2\pi.$$

Ed il sistema (4) si scinde nei due sistemi:

$$\begin{cases} a \operatorname{sen}(\varphi + \alpha) - b \operatorname{sen} \alpha = 0 \\ \varphi + \alpha + \beta = \pi \end{cases} \qquad \begin{cases} a \operatorname{sen}(\varphi + \alpha) - b \operatorname{sen} \alpha = 0 \\ \varphi + \alpha + \beta = 2\pi, \end{cases}$$

ossia:

$$\begin{cases} a \operatorname{sen} \beta = b \operatorname{sen} \alpha \\ \varphi + \alpha + \beta = \pi \end{cases} \qquad \begin{cases} a \operatorname{sen} \beta = - b \operatorname{sen} \alpha \\ \varphi + \alpha + \beta = 2\pi; \end{cases}$$

ma il secondo sistema non può essere soddisfatto; e quando sia soddisfatto il primo, il problema è indeterminato.

Uno solo dei numeratori si annulla, quando si verifichi una sola delle (4); in tale ipotesi il problema è impossibile, poichè il punto P_1 cade sopra uno degli assi (e precisamente in A od in B). È il caso in cui una sola delle circonferenze passa per i tre punti dati.

L'arco α da noi considerato è posto, rispetto all'asse delle x, dalla parte delle y positive, e l'arco β è situato, rispetto all'asse delle y, dalla parte delle x positive; quindi, affinchè il punto P_1 si trovi sugli archi α e β, dovrà avere le coordinate positive. È dunque condizione, per la possibilità del problema, che si abbia:

$$(P_1) \begin{cases} \operatorname{sen}(\varphi + \alpha + \beta) > 0 \\ a \operatorname{sen}(\varphi + \alpha) - b \operatorname{sen} \alpha > 0 \\ b \operatorname{sen}(\varphi + \beta) - a \operatorname{sen} \beta > 0 \end{cases} \quad \text{oppure} \quad \begin{cases} \operatorname{sen}(\varphi + \alpha + \beta) < 0 \\ a \operatorname{sen}(\varphi + \alpha) - b \operatorname{sen} \alpha < 0 \\ b \operatorname{sen}(\varphi + \beta) - a \operatorname{sen} \beta < 0 \end{cases}$$

Soddisfatta questa condizione, rimangono esclusi i casi esaminati di indeterminazione e di impossibilità, quindi la condizione precedente è l'unica perchè il problema sia *determinato e possibile* rispetto al punto P_1.

Analogamente, rispetto ai punti P_2, P_3, P_4, dovrà essere:

$$(P_2)\begin{cases}\operatorname{sen}(\varphi-\alpha+\beta)>0\\ a\operatorname{sen}(\varphi-\alpha)+b\operatorname{sen}\alpha>0\\ b\operatorname{sen}(\varphi+\beta)-a\operatorname{sen}\beta>0\end{cases}\quad\text{oppure}\quad\begin{cases}\operatorname{sen}(\varphi-\alpha+\beta)<0\\ a\operatorname{sen}(\varphi-\alpha)+b\operatorname{sen}\alpha<0\\ b\operatorname{sen}(\varphi+\beta)-a\operatorname{sen}\beta<0\end{cases}$$

$$(P_3)\begin{cases}\operatorname{sen}(\varphi-\alpha-\beta)>0\\ a\operatorname{sen}(\varphi-\alpha)+b\operatorname{sen}\alpha>0\\ b\operatorname{sen}(\varphi-\beta)+a\operatorname{sen}\beta>0\end{cases}\quad\text{oppure}\quad\begin{cases}\operatorname{sen}(\varphi-\alpha-\beta)<0\\ a\operatorname{sen}(\varphi-\alpha)+b\operatorname{sen}\alpha<0\\ b\operatorname{sen}(\varphi-\beta)+a\operatorname{sen}\beta<0\end{cases}$$

$$(P_4)\begin{cases}\operatorname{sen}(\varphi+\alpha-\beta>0\\ a\operatorname{sen}(\varphi+\alpha)-b\operatorname{sen}\alpha>0\\ b\operatorname{sen}(\varphi-\beta)+a\operatorname{sen}\beta>0\end{cases}\quad\text{oppure}\quad\begin{cases}\operatorname{sen}(\varphi+\alpha-\beta)<0\\ a\operatorname{sen}(\varphi+\alpha)-b\operatorname{sen}\alpha<0\\ b\operatorname{sen}(\varphi-\beta)+a\operatorname{sen}\beta<0.\end{cases}$$

Il problema ammetterà una, due, tre, quattro soluzioni, quando gli elementi dati soddisfino una, due, tre o tutte quattro le precedenti condizioni.

III. — I risultati ottenuti furono ricavati nell'ipotesi di $\pi > \varphi > 0$, e non valgono quindi nel caso particolare di $\varphi = 0$ o $\varphi = \pi$, nel caso cioè in cui O A ed O B siano sulla stessa retta (nella stessa direzione o in direzione opposta). Quando ciò si verifichi, il problema ammette manifestamente o nessuna o due soluzioni date da due punti simmetrici rispetto alla retta A B. È quindi sufficiente determinare uno di essi: e per tale determinazione, stante la semplicità del problema, anzichè sviluppare una risoluzione analoga alla precedente (prendendo per assi fondamentali la retta A B e la perpendicolare alla A B nel punto O), giova meglio ricorrere al metodo trigonometrico. Noteremo solo, poichè ciò può facilmente rilevarsi anche dalla semplice risoluzione grafica, che, se O A ed O B hanno la stessa direzione, è condizione per la possibilità del problema di avere ad un tempo $a > b$ e $\beta < \alpha$, oppure $a < b$ e $\beta > \alpha$; quando invece O A ed O B hanno direzione opposta deve essere $\alpha + \beta < \pi$.

Relazione sulla Memoria del Dott. Emilio Almansi, intitolata: " *Sulla deformazione della sfera elastica* ".

Il problema che l'A. ha preso a studiare, fu oggetto di numerose ricerche che risalgono al Lamé, e a cui si applicarono Borchardt, Cerruti, Somigliana, Lauricella ed altri.

La soluzione del Dott. Almansi si riattacca piuttosto a quella del Borchardt che alle altre. Essa infatti è indipendente dal metodo generale d'integrazione delle equazioni dell'elasticità dovuto al Betti, al quale sono collegati i lavori di Cerruti, Somigliana e Lauricella; è pure indipendente dal procedimento d'integrazione per serie di Lamé; ma al pari della soluzione di Borchardt è dovuta alla espressione dell'integrale generale delle equazioni dell'elasticità, mediante funzioni armoniche.

Però la soluzione del Dott. Almansi è più semplice e più diretta di quella del Borchardt, e tale superiorità dipende da che l'A. si valse di espressioni degli integrali delle equazioni dell'elasticità, mediante funzioni armoniche, diverse da quelle da cui è partito il Borchardt, e tali nuove espressioni appaiono le più opportune onde risolvere i problemi dell'equilibrio della sfera elastica.

L'A. si è fondato sopra il lemma già noto che l'integrale generale dell'equazione $\Delta^2\Delta^2 = 0$ $\left(\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$ può esprimersi colla formula $(x^2 + y^2 + z^2 - R^2)\,\varphi + \psi$ in cui R è costante e φ e ψ sono funzioni armoniche arbitrarie: in seguito a questo lemma egli ha dimostrato il teorema che se u, v, w sono funzioni tali che $\Delta^2 u = \frac{\partial K}{\partial x}$, $\Delta^2 v = \frac{\partial K}{\partial y}$, $\Delta^2 w = \frac{\partial K}{\partial z}$, $\Delta^2 K = 0$, si ha $u = (x^2 + y^2 + z^2 - R^2)\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \lambda$, $v = (x^2 + y^2 + z^2 - R^2)\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mu$, $w = (x^2 + y^2 + z^2 - R^2)\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \nu$, in cui $\varphi, \lambda, \mu, \nu$ sono funzioni armoniche e fra φ e K passa la relazione $\frac{1}{2}\varphi + r\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{1}{4}K$, $(r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$.

Questo teorema serve all'A. come base del suo procedimento d'integrazione, che in maniera rapida e chiara lo conduce a risolvere il problema dell'equilibrio della sfera elastica, tanto nel caso in cui siano noti al contorno gli spostamenti, quanto in quello più difficile in cui siano note le tensioni.

La vostra Commissione, riconoscendo che il lavoro del Dott. Almansi merita di esser reso noto ai cultori della meccanica e della fisica matematica, ne propone la lettura e la inserzione nelle Memorie accademiche, mentre si augura di veder trattare dallo stesso A., con metodo analogo, il caso di un corpo elastico limitato da un piano indefinito e quello della sfera elastica soggetta, oltre che ad azioni meccaniche, anche ad azioni termiche, nonchè altre questioni ben note, relative sempre alla sfera elastica.

CORRADO SEGRE.

VITO VOLTERRA, *Relatore.*

L'Accademico Segretario

ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 17 Gennaio 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Rossi, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Nani, Brusa, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Socio Nani a nome dell'autore, professore Lodovico Zdekauer dell'Università di Macerata, offre un volume intitolato: " *Il costituto del comune di Siena dell'anno 1252* „ (Milano, 1897), e brevemente ragguaglia intorno ad esso.

Il Socio Giuseppe Allievo, a nome pure dell'autore, professore Carlo Calzi, offre un volume: *Popolo inglese e cattolicismo* (Correggio, 1896), e legge intorno ad esso una Nota, che è pubblicata negli *Atti* dell'Accademia.

Il Presidente avverte che il Socio Cipolla non può accettare la nomina a membro della Commissione per l'esame del lavoro manoscritto del cav. Giovanni Sforza: *Francesco Sansovino e le sue opere storiche*, presentato nell'antecedente adunanza, e delega a prenderne il posto il Socio Nani.

Il Socio Bollati di Saint-Pierre presenta un lavoro manoscritto di Monsignor Giuseppe Augusto Duc, vescovo d'Aosta, intitolato: *Livre des cens de l'évêché d'Aoste (1305)*, di cui l'autore desidera l'inserzione nei volumi delle *Memorie*.

A riferire intorno ad esso in una prossima adunanza il Presidente delega il Socio presentante ed i Socii Nani e Perrero.

LETTURE

Intorno al libro del professore D. Carlo Calzi: " Popolo inglese e cattolicismo ".

Nota del Socio GIUSEPPE ALLIEVO.

Il prof. Calzi già ha mostrato il suo versatile e vivace ingegno in una notevole serie di pubblicazioni, che rivelano in lui un valoroso cultore di studi filosofici e sociali. Dodici anni or sono egli faceva di pubblica ragione un lavoro di critica pedagogica inscritto: *L'educazione inglese di Erberto Spencer e la pedagogia italiana*, dove con fine umorismo ed argutissima critica pone in chiaro, che di scienza pedagogica l'Italia nostra se ne intende tanto, che punto non le occorre di pigliarne l'imbeccata dall'Inghilterra contemporanea.

Il recente ampio volume, che l'autore offre ora all'Accademia, è meritevole di favorevole accoglienza, parendo a me una bella pagina di psicologia civile e religiosa del popolo inglese del secol nostro, scritta con gran sentimento di verità e con lodevole intendimento. Il pensiero dell'autore procede libero e sciolto da ogni disegno prestabilito, da ogni ordine sistematico e compassato. Sono sei capitoli, che si succedono nel corso progressivo del volume, ma ciascuno sta da se, ed intorno a se, come centro di unità, raccoglie una moltiplicità di svariati e notevoli argomenti, che si presentano spontanei al pensiero e vi pigliano ciascuno il posto che gli conviene. Però la libertà de' singoli capitoli non toglie che siano tutti quanti informati da un medesimo spirito e cospiranti ad un medesimo intento.

La sostanza del libro si aggira intorno la lotta, che si agita da omai quattro secoli, tra il principio religioso cattolico ed i più celebri promotori e rappresentanti del pensiero religioso protestante in Inghilterra. Nel discorrere il suo tema,

l'autore tocca tutti que' punti, che si connettono col vasto e complicato argomento; questioni filosofiche e teologiche, avvenimenti politici ed agitazioni sociali, cenni storici, encicliche pontificie e dibattimenti della pubblica stampa, mostrando erudizione copiosa, eletta, conveniente all'uopo, e convincimenti profondamente cattolici.

L'indole nativa del popolo inglese raffrontata col Cristianesimo cattolico, apparisce siccome il concetto dominatore di tutto il lavoro dell'autore. Egli avverte, che in quel popolo risplende l'amore dell'*Autorità*, l'amore delle *Libertà inglesi*, l'amore della *Tradizione*, triplice dote, che rivela il suo *sentimento di cattolicità* (1).

Notevole fra gli altri è il Capitolo quarto, dove discorrendo degli studi, che sorsero dal seno della religione cattolica, scrive: " Il Cristianesimo fino dalle sue origini diede luogo a studi di due classi; dei quali la prima chiamerei *oggettiva*, e *soggettiva* la seconda. Infatti colla prima si cercò la natura del Cristianesimo, confrontandolo coi principii dell'umana ragione, e ne uscì una nuova *filosofia*, la quale può non andar a grado a qualcuno, come al Labanca, ma non ha nulla da invidiare nè a Platone, nè ad Aristotele: si studiò nella storia, e le origini sue riuscirono giustificate dalle testimonianze fornite di tutti i requisiti critici, *la capacità e la moralità*..... si studiò nelle sue relazioni colle *Religioni*, e ne uscì trionfante. Chiamo poi *soggettiva* quella classe di studi, che prese a cercare l'efficacia del Cristianesimo sul soggetto umano, e però sul *pensiero*, sull'*immaginazione* e sull'*affetto*; e, per queste tre facoltà, sui loro prodotti, le scienze, le arti, la vita „ (pag. 30). Guidato da questo concetto del Cristianesimo l'autore abbozza una *Carta topografica di un'anima cattolica*, la cui libertà egli vede simboleggiata nella dantesca Matelda,

> Una donna soletta, che si gía
> Cantando ed iscegliendo fior da fiore,
> Ond'era pinta tutta la sua via (2).

---

(1) Io credo di interpretare il pensiero dell'autore aggiungendo, che il Cattolicismo talmente risponde alle essenziali esigenze della natura umana, da poter essere accolto da qualunque tempra di popolo.

(2) *Divina Commedia, Purgat.*, canto 28, versi 40-42.

Valoroso ed entusiasta discepolo di Antonio Rosmini, l'autore chiude il volume ricordando i pensieri e le disposizioni d'animo di quel sommo e santo filosofo rispetto all'*Unione della Chiesa*, ed accennando una festa cattolica dovuta ai Rosminiani, nella quale il Major di Newport, protestante, manifestava la sua speranza, che un giorno o l'altro *ogni differenza fra Cattolici e Protestanti sarebbe per sempre scomparsa*, speranza caldamente nutrita e schiettamente espressa da quell'anima bella e profondamente religiosa di Ernesto Naville.

L'Accademico Segretario
ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 27 Dicembre 1896 al 10 Gennaio 1897.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Acta** mathematica. Zeitschrift herausg. von G. Mittag-Leffler. 20. 1. 2. Stockholm, 1896; 4°.
* **American Journal** of Science. Editors James D. and Edward S. Dana. New-Haven, 1896; 8°.
* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega V. t. XLII. Buenos Aires, 1896; 8°.
** **Annalen** der Physik und Chemie. Leipzig, 1896.
** **Annales** de Chimie et de Physique. Paris, 1895.
** **Annals** of Mathematics. Charlottesville, 1896.
* **Annals** and Magazine of Natural History. London, 1896.
* **Annals** of the New York Academy of Science late Lyceum of Natural history. Vol. VIII (Index); IX, n. 1-3. New York, 1896; 8°.
Anuario del Observatorio astronomico nacional de Tacubaya para el año de 1897. Mexico, 1896; 8°.
** **Archiv** für Entwickelungsmechanik der Organismen. Leipzig, 1896; 8°.
** **Archives** des Sciences physiques et naturelles, etc. Genève, 1896.
** **Archives** italiennes de Biologie... sous la direction de A. Mosso. Turin, 1896.
** **Archivio** per le Scienze mediche, diretto da G. Bizzozero. Torino, 1896.
* **Atti** della Società toscana di Scienze naturali residente in Pisa. Processi verbali, vol. X, 1896.
Atti della Società Piemontese d'Igiene: Anno II, fasc. V-VII. Torino, 1896; 8°.
** **Beiblätter** zu den Annalen der Physik und Chemie. Leipzig, 1896.
Boletín mensual del Observatorio Meteorológico Central de Mexico: julio-septiembre. 1896. Mexico, 1896; 4°.
* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXVIII, n. 2; XXX, n. 2. Cambridge, 1896; 8°.

** **Bulletins** de la Société anatomique de Paris, etc. Paris, 1896.

* **Bullettino** delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società medico-chirurgica ecc. Serie VII, vol. VII, fasc. 11-12. Bologna, 1896; 8°.

* **Cimento** (Il nuovo). Pisa, 1896.

* **Comptes-rendus** des séances de l'Académie des Sciences de Cracovie, novembre, 1896; 8°.

* **Comptes-rendus** hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences. Paris, 1896.

* **Elettricista** (L'). Rivista mensile di elettrotecnica. Roma, 1896.

* **Festschrift** der Naturforschenden Gesellschaft in Zurich 1746-1896. Zurich, 1896; 2 vol. in-8°.

* **Gazzetta** chimica italiana. Roma, 1896.

Gazzetta delle Campagne, ecc. Direttore Enrico Barbero. Torino, 1896.

Geologic Atlas of the United States. Fol. 7, 13-25. Washington, 1894-96; 14 fasc. in fol. (*dal Department U. S. Geological Survey*).

* **Giornale** del Genio civile. Roma, 1896.

* **Jornal** des sciencias Mathematicas e Astronomicas. Publicado pelo Dr. F. Gomes Teixeira. Coimbra, 1896; 8°.

** **Journal** für die reine u. angewandte Mathematik. Berlin, 1896.

* **Journal** of Comparative Neurology; Vol. V. Cincinnati, Granville, Ohio, 1896; 8°.

** **Journal** de Mathématiques pures et appliquées. Paris, 1896.

** **Journal** de Conchyliologie, comprenant l'étude des mollusques vivants et fossiles. Paris, 1896; 8°.

* **Monatshefte** für Mathematik und Physik. Wien, 1896.

Morphologisches Jahrbuch. Herausg. v. C. Gegenbaur. Leipzig, 1896.

** **Nature**, a Weekly illustrated Journal of Science. London, 1896; 8°.

** **Neues Jahrbuch** für Mineralogie, Geologie und Palaeontologie, etc. Stuttgart, 1896.

* **Neujahrsblatt** [illegible] das Jahr 1880-1888, 1890, 1892-1896. Zurich, 15 fasc. in-4°.

[illegible] MDCCCXCVI. Rendiconto generale. Roma, 1896; 8° (*dal Prof. Senatore* S. Cannizzaro).

** **Philosophische Studien**. Leipzig, 1896.

* **Physical Review**; a journal of experimental and theoretical physics..... Published for Cornell University. New York, 1896; 8°.

* **Poggendorff's** [illegible] der exacten Wissenschaften. III Bd. Lief. 5-6. Leipzig, 1896; 8°.

Proceedings and Transactions of the Nova Scotian Institute of Science. Session of 1894-95, 2° series, vol. II, part I. Halifax N. S., 1896; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LX, 364. London, 1896; 8°.

Proceedings [illegible]

* **Proceedings** [illegible] Vol. XXXV, n. 150. Philadelphia, 1896; 8°.

* **Proceedings** of the Rochester Academy of Science. Broch. 1, vol. III. Rochester, N. Y., 1896; 8°.

Proceedings of the American Association for the advancement of Science. Vol. 44. Salem, 1896; 8°.

** **Quarterly Journal** of pure and applied Mathematics. London, 1896.

* **Records** of the Geological Survey of India. Vol. XXIX, part 4. Calcutta, 1896; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXIX, fasc. 18, 19. Milano, 1896; 8°.

* **Rendiconti** della R. Accademia dei Lincei — Classe di Scienze fisiche, ecc. Roma, 1896.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3ª, vol. II, fasc. 11. Napoli, 1896; 8°.

Report of the Superintendent of the U. S. Coast and Geodetic Survey for the fiscal year ending. June 1894. Washington, 1895; 8°.

* **Revue** semestrielle des publications mathematiques. Amsterdam. 1896.

** **Revue** générale des sciences pures et appliquées. Paris, 1896.

* **Rivista** di Artiglieria e Genio. Roma, 1896; 8°.

Rivista di Topografia e Catasto pubblicata per cura di N. Jadanza. Torino. 1896 (*dono del socio Jadanza*).

* **Settimana** (La) medica dello Sperimentale, organo dell'Accademia medico-fisica fiorentina. Firenze, 1896; 8°.

* **Sperimentale** (Lo). Archivio di Biologia. Firenze, 1896; 8°.

* **Transactions** of the Royal Scottish Society of Arts. Vol. XIV, p. 2ª. Edinburgh, 1896; 8°.

* **Vierteljahrsschrift** der Naturforschenden Gesellschaft in Zurich. 1-36 Bd., 39, 40 Bd. Zurich, 1856-1895; 38 vol. 8°.

* **Zeitschrift** für mathematischen und naturwissenschaftl. Unterricht; herausg. v. J. C. Hoffmann. Leipzig, 1896.

* **Zoologischer Anzeiger,** herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig, 1896; 8°.

Anthoinoz (A.). Le solscope et le gnomographe. Études cosmographiques. Thonon-les-Bains, 1896; 8° (*dall'A.*).

Cannizzaro (S.). Scritti intorno alla teoria molecolare ed atomica ed alla notazione chimica. Pubblicati nel 70° anniversario della sua nascita (13 luglio 1896). Palermo, 1896; 8° (*Id.*).

** **Cayley** (A.). The collected Mathematical papers. Vol. XI. Cambridge, 1896; 4°.

De Agostini (G.). Il lago d'Orta. Torino, 1897; 4° (*Id.*).

Honoré (Ch.). Loi du rayonnement solaire. Montevideo. 1896 (*dono del Governo della Repubblica dell'Uruguay*).

Macchiati (L.). Ancora sui microbi della flaccidezza dei bachi da seta. Firenze, 1896; 8° (*dall'A.*).

Mascari (A.). Sulla frequenza e distribuzione in latitudine delle macchie solari, osservate all'Osservatorio di Catania nel 1895; 4° (*Id.*).

— Protuberanze solari osservate nel R. Osservatorio di Catania nel 1895. Roma, 1896; 4° (*Id.*).

Riccò (A.). Stato presente dei fenomeni endogeni nelle Eolie. Modena, 1896; 8° (*dall'A.*).

Riccò (A.) e **Saya** (G.). Saggio di Meteorologia dell'Etna. Roma, 1896, 4° (*Id.*).

Sars (G. O.). An account of the Crustacea of Norway, with short Descriptions and Figures of all the Species. Vol. II. Isopoda. Part I-II. Apsendidae, Tanaidae. Bergen, 1896; 8° (*dal Museo di Bergen*).

Volante (A.). Una salve all'ing. Andrée. Torino, 1896; f° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 3 al 17 Gennaio 1897.

Annali di Statistica. — Statistica industriale. Fasc. LXI. Roma, 1896, 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

Annali di Statistica. Atti della Commissione per la statistica giudiziaria, civile e penale. 2ª Sessione dell'anno 1895. Roma, 1896; 8° (*Id.*).

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Sc. mor., stor. e filol., ser. V, vol. IV. Notizie degli Scavi: novembre 1896; 4°.

* **Bibliotheca** Indica: A Collection of Oriental Works published by the Asiatic Society of Bengal. New series, n. 880-885, 877; 8° e 4°. The index of the Maásir-ul-Umara, vol. II, fasc. X, XI. Calcutta, 1896; 8° e 4°.

* **Bollettino** delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa: 1896, n. 252-264 e Indice alfabetico delle opere pubblicate nel 1895. 8° (*Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze*).

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XIII, da aprile a settembre e suppl. al fasc. di aprile-giugno. Roma, 1896; 8° (*Ministero delle Finanze*).

Bollettino di notizie sul credito e la previdenza. Anno XIV, n. 5-6. Roma, 1896; 8° (*Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

* **Comptes-rendus** de l'Athénée Louisianais. 5me ser. Tom. 5me, livr. 4me-6me. Nouvelle-Orléans, 1896; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie: n. 13-16. Paris, 1896; 8°.

** **Monumenta Germaniae historica**. Auctorum antiquissimorum, t. XI, pars I-II, Chronica minora saec. IV, V, VI, VII edidit Theod. Mommsen. Vol. II, fasc. I, II; Scriptorum rerum Merovingicarum, t. III; Poetarum latinorum Medii Aevi, t. III partis alterius, fasc. II. Berolini, 1896, 1896; 4°.

* **Mémoires** et **Documents** publiés par la Société Savoisienne d'Histoire et d'Archéologie, t. XXXV. Chambéry, 1896; 8°.

Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Anno XIII, quad. VI-XII. Valle di Pompei. 1896; 8°.

Sanskrit Critical Journal of the Oriental Nobility Institute, Woking; England, n. 5-12. 1896; 8°.

Valle di Pompei; Anno VI, n. 4-12. 1896; f°.

Buratti (C.). La religione e la morale scientifica. Milano, 1894; 8° (*dall'A.*).

De Toni (J. B.). Repertorium geographico-polyglottum in usum " Sylloges algarum omnium „. Patavii, 1894; 8° (*Id.*).

— Vocabolario di pronuncia dei principali nomi geografici moderni. Venezia, 1895; 8° (*Id.*).

Pugnetti (M.). Notizie storiche sulla tipografia di Carmagnola. Carmagnola, 1893; 8° (*Id.*).

Sforza (G.). Carlo II di Borbone e la suprema reggenza di Parma. Roma, 1896; 8° (*Id.*).

Taramelli (A.). Armi neolitiche del Piemonte. Parma, 1896; 8° (*Id.*).

Zuccante (G.). Condotta buona e condotta cattiva secondo lo Spencer. Roma, 1896; 8° (*Id.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 24 Gennaio 1897.

ACADEMY JUL 10 1897 OF SCIENCES

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Cossa, Vice Presidente dell'Accademia, D'Ovidio, Direttore della Classe, Berruti, Bizzozero, Ferraris, Mosso, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre, Peano, Volterra, Jadanza, Foà, Guidi, Fileti e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale della seduta precedente.

Il Presidente per incarico avuto dal Prof. Cannizzaro ringrazia la Classe della parte presa alle onoranze fattegli.

Il Socio Volterra presenta alla Classe un opuscolo del Dott. Vailati contenente la prolusione alle conferenze che egli tiene in quest'anno nella nostra Università intorno alla Storia della meccanica. Il Socio Volterra segnala alla Classe questo corso fatto con idee moderne ed intenti elevati, che costituisce un esempio lodevole di esposizione storico-critica di un ramo delle matematiche.

Il Socio Segre presenta alla Classe una sua memoria stampata, che porta per titolo: " *Sulla scomposizione dei punti singolari delle superficie algebriche* ".

Il Segretario comunica alla Classe le lettere di ringraziamento inviate dai professori Mascart, Picard, Fiorini e Favero eletti Soci corrispondenti.

Vengono accolte per l'inserzione negli *Atti* le seguenti note presentate dal Socio Peano:

1° " *Sugli enti primitivi della Geometria proiettiva astratta* ", nota del Prof. Mario Pieri;

2° " *Sulla definizione dei gruppi finiti* ", nota del professor Rodolfo Bettazzi.

Raccoltasi in seduta privata la Classe elegge a Soci corrispondenti nella sezione di Chimica i professori Guglielmo Filippo Ramsay dell'Università di Londra ed Emilio Fischer dell'Università di Berlino, e nella sezione di Mineralogia i professori Carlo Federico Rammelsberg dell'Università di Berlino e Alberto Schrauf dell'Università di Vienna.

LETTURE

Sugli enti primitivi della Geometria Projettiva astratta;

Nota di MARIO PIERI.

1. In un articolo pubblicato assai di recente (*), e che mi converrà di suppor conosciuto al lettore, sono esposte e dichiarate alcune proposizioni primitive o postulati fondamentali, circa i concetti primitivi o indecomposti di *punto projettivo*, *congiungente due punti proj.*, *e segmento projettivo;* dalle quali è possibile svolgere, per via strettamente deduttiva, il complesso delle ragioni e dei fatti costituenti la moderna Geometria di Posizione. Nella presente Nota, avanzando di un tratto ragguardevole nell'analisi di que' principî, voglio mostrare altresì la possibilità di fondare tutta quanta la pura Geom^a. di Posiz^e. (e quindi anche le geometrie metriche astratte che ne derivano) sopra *due soli* enti primitivi, che sono il *punto proj.* e la *congiungente due punti proj.* Dico cioè che per mezzo di queste due categorie, non definite altrimenti che per via di postulati, si può definire formalmente o con sola imposizione di nomi il *segmento proj.*; e per conseguenza anche la relazione del *separarsi* fra punti d'una retta, e le nozioni di *ordine naturale*, di *concordanza* o *discordanza* nel *verso*, ecc., che tutte sono esprimibili dal segmento proj., e si sono avute fin qui per primitive rispetto a que' due concetti elementari (**).

Questa novità porta con sè naturalmente qualche mutazione circa i postulati del segmento; che ora concorrono a formare un sol tutto insieme con gli altri, assumendo anch'essi il carattere

(*) Intendo la mia Nota sopra " *un sistema di postulati per la Geom^a. Proj^a. astratta degli iperspazî* „ (nella " Rivista di Matematica „, t. VI, pag. 9-16) — che si citerà col segno m_2.

(**) Per giustificare alcuni giudizî dovrò spesso, come qui, richiamarmi ad altro lavoro " *Sui principî che reggono la Geom^a. di posizione* „, stampato negli " Atti dell'Accad. delle Scienze di Torino „, vol. XXX e XXXI. Vedi in particolare i §§ 7, 8, 9 e 10. — Sarà citato appresso col segno m_1.

ai predicati nelle due categorie projettive anzidette: di guisa che si potranno ad es. sopprimere le propos. primitive già contrassegnate (*) coi numeri XII, XIII, XIV e XX, le quali enunciano fatti dimostrabili in forza della nuova definizione di seguito.

2. Nulla si aggiunge o si toglie in appresso al contenuto dei §§ 1, 2, 3, 4 del succitato articolo, poi che le nostre riflessioni volgono intorno alla materia del successivo § 5 (**). Osserverò solamente che al postul°. IX (ivi, § 2) cioè:

(*) In m_2.

(**) Che può vedersi distesa nei §§ 7, ... 10 del citato lavoro agli Atti di Torino. — A proposito del quale non posso qui ritenermi dal chiarir prive di fondamento due osservazioni, lette a pagg. 3 e 6 della Nota " *Sulla introduzione alla Geom°. Projettiva* „ del Prof. F. Amodeo, stampata nel vol. XXXIV del " Giornale di Matematica „. In una di esse è detto ch'io abbia (in m_1) " presentato come postulato „ la proposizione: *un* S_1 *e un* S_2 *di un* S_3 *che non si appartengono hanno sempre un* S_0 *a comune*. — Veramente in nessun luogo di quel mio lavoro comparisce l'ente S_1, visuale d'un piano projettivo da un punto esterno; come può subito riscontrare ognuno che voglia. Ma l'Am., citando a prova di quanto asserisce un mio Postul°., dove si afferma che *un piano proj°.* (S_2) *ed una retta proj°.* (S_1) *hanno sempre almeno un punto* (S_0) *a comune*, ritiene senz'alcun dubbio, che questo e la proposiz°. suddetta siano la stessa cosa. Tanto varrebbe il porre la propos°.: " due rette nello stesso piano hanno un punto a comune „ come identica all'altra: " due rette hanno un punto a comune „. — Nè più felice è l'altra osservazione in cui, per l'opposto, non è avvertita l'eguaglianza di due affermazioni, che realmente non differiscon tra loro. Delle due propos°: 1) " Due S_0 indipendenti A e B individuano una (ed una sola) classe di infiniti S_0, di cui fan parte que' due „ — 2) " Se C, D sono due S_0 dell'S_1 AB, sarà $CD = AB$ „ la 1) è dall'Am. prodotta qual postulato e l'altra come teorema: ora contro all'opinione (espressa in m_1, pag. 8) che Egli abbia assegnata la 2) come primitiva, risponde di averla anzi dimostrata mediante la 1). Ed è vero, ma solo in grazia al principio, che " dalla proposizione A si deduce la proposizione A „: principio, il quale consente in fatti di riprodurre come teorema una proposizione già stabilita per innanzi come assioma; non però ne seguita, che una tal proposizione cambi natura, o cessi d'essere assioma. — Che poi nella 1) sia affermata esplicitamente la 2) sarà manifesto a chiunque consideri un poco addentro il senso della proposiz°. stessa, la quale in somma consiste nelle due affermazioni seguenti: *a*) " Dati due S_0 indipendenti A e B, esiste una classe d'infiniti S_0 contenente que' due; *b*) questa classe AB è determinata dai punti stessi ed unica „. Or che cosa può mai significare la proposizione *b*), se non vuol dire, che " la classe AB non deve mutare, quando al posto di A, B s'introduca un'altra coppia di punti C, D, presi a piacere tra gli infiniti che compongono AB „?

$$a,b \in [0] \,.\, a \sim = b \,.\, c \in ab \sim \iota a : \supset .\, ab \supset ac$$

si potrebbero sostituire le due proposiz.:

(IX)′ $\quad a,b \in [0] \,.\, a \sim = b \,.\, c \in ab \sim \iota a : \supset .\, ac \supset ab$

(IX)″ $\quad$ „ „ „ $: \supset .\, b \in ac$

le quali bastano insieme a riprodurlo, dove a ciò non par sufficiente l'una o l'altra da sè.

3. Premessi adunque i postul.: I, II, ... XI, introdurremo subito la nozione di " Armonico „ mediante la definizione ordinaria, che si può scrivere:

P1. $$a,b \in [0] \,.\, a \sim = b \,.\, c \in ab \sim \iota a \sim \iota b : \supset .\, \mathbf{Arm}_{a,b} c = ab \cap$$
$$\cap\, x \in \{u,v \in [0] \sim ab \,.\, u \sim = v \,.\, (c,u,v) \in Cl \,.\, ([au \cap bv],$$
$$[av \cap bu], x) \in Cl : \sim =_{u,v} \Lambda\} \qquad \text{Def.}$$

dove il simbolo $[au \cap bv]$ sta invece di " punto comune alle rette au e bv „ e l'altro " $\in Cl$ „ vuol dire " sono allineati „. Il segno $\mathbf{Arm}_{a,b} c$ potrà leggersi " armonico di c risp.. ad a,b „. Da questa definizione e dalle altre premesse si deduce tosto (*):

P2. $$\mathrm{Hp\,P1} \,.\, \supset : \mathbf{Arm}_{a,b} c \in \mathrm{K}(ab \sim \iota a \sim \iota b) \sim \iota \Lambda \,.$$
$$.\, \mathbf{Arm}_{a,b} c = \mathbf{Arm}_{b,a} c \qquad \text{Teor.}$$

P3. $$\mathrm{Hp\,P1} \,.\, d \in \mathbf{Arm}_{a,b} c : \supset_d .\, c \in \mathbf{Arm}_{a,b} d \qquad \text{Teor.}$$

Che poi la *figura* $\mathbf{Arm}_{a,b} c$ consti di *un unico* punto, ossia che:

P4. $$\mathrm{Hp\,P1} \,.\, \supset .\, num\, \mathbf{Arm}_{a,b} c = 1 \qquad \text{Teor.}$$

si dimostra al modo ordinario per via di triangoli omologici (**). Ad indicar questo punto come *individuo* di ab useremo di pre-

(*) Ved. m_1, § 11.
(**) Ved. p. e. Staudt, *G. d. L.*, n. 93.

ferenza il segno " $\mathbf{Arm}_{a,b,c}$ ", che può anche leggersi " armonico ad a,b,c o dopo a,b,c ". Porremo in somma:

P5. $\quad \mathrm{Hp}\,\mathrm{P1} \,.\supset.\, \mathbf{Arm}\, a,b,c \equiv \iota\, \mathbf{Arm}_{a,b,c}$ (*). Def.

Dopo ciò si può altresì dimostrare, che

P6. $\quad \mathrm{Hp}\,\mathrm{P1} \,.\, u,v \in [0] \sim ab \,.\, u \sim = v \,.\, (c,u,v) \in Cl : \supset_{u,v} .\, ([au \cap br],$
$[av \cap bu], \mathbf{Arm}\, a,b,c) \in Cl;$ Teor.

onde la permutabilità delle coppie armoniche, cioè:

P7. $\quad \mathrm{Hp}\,\mathrm{P1} \,.\, d \equiv \mathbf{Arm}\, a,b,c : \supset .\, b = \mathbf{Arm}\, c,d,a$ Teor.

In ordine al caso, che il punto c coincida con a o con b, giova introdurre la seguente:

P8. $\quad a,b \in [0] \,.\, a \sim = b : \supset : \mathbf{Arm}\, a,b,a = a \,.\, \mathbf{Arm}\, a,b,b = b$ Def.

E per molti rispetti sembra anche opportuno stabilire fin d'ora, che sia questo il solo caso, in cui l'armonico d'un punto è il punto stesso: la qual cosa non par che si possa desumere da ciò che precede. Onde si accetterà senz'altro il postulato:

(XII) $\quad a,b \in [0] \,.\, a \sim = b \,.\, c \in ab \sim \iota a \sim \iota b : \supset .\, \mathbf{Arm}\, a,b,c \sim = c$ Pp.

4. Pongasi:

P9. $\quad r \in [1] \,.\, a,b,c \in r \,.\, a \sim = b \,.\, b \sim = c \,.\, c \sim = a : \supset .\, (abc) =$
$\overline{x \in} \{ y \in r \sim \iota a \sim \iota c \,.\, y' \equiv \mathbf{Arm}\, a,c,y \,.\, x \equiv \mathbf{Arm}\, y,y',b :$
$: \sim =_y \wedge \}$ Def.

Essendo cioè a,b,c tre punti diversi d'una retta pr^a. r, col simbolo (abc) denotiamo " l'insieme di tutti que' punti x, ognuno dei quali è armonico di b rispetto a due punti y, y', armonici risp^{te}. ad a e c, ma non coincidenti in a o c ". A questa classe

(*) Il segno $\equiv$ vuol dire " è uguale per definizione ".

di punti daremo il nome di " segmento proj°. abc ". Si può tosto provare che:

P10. $\quad \text{Hp P9} \,.\supset.\, a,c \sim \epsilon\,(abc)$ $\quad$ Teor.

Invero da $y \epsilon r \sim \iota a \sim \iota c$ segue, in forza di (XII) che $y' = \mathbf{Arm}\, a,c,y$ è in ogni caso diverso da y; e però (P2, 4, 5, 7): $c = \mathbf{Arm}\, y,y',a$. Ora, se a fosse un punto della figura (abc), col porre a in luogo di x nella definizione suddetta ne verrebbe $a = \mathbf{Arm}\, y,y',b$, quindi (P3,8) $b = \mathbf{Arm}\, y,y',a$: risultato assurdo rispetto ad y (P4), poi che l'armonico di a risp°. ad y,y' è in ogni caso il punto c diverso da b. Dalla P9 si ha pure immediatamente:

P11. $\quad \text{HpP9} \,.\supset.\, (abc) = (cba)$; $\quad$ Teor.

sicchè vengono ad esser tolti di mezzo i postulati XII, XIII e XIV del preced°. articolo.

È pur facile a vedere che " il punto b appartiene al segmento (abc) ", vale a dire che:

P12. $\quad \text{Hp P9} \,.\supset.\, b \epsilon (abc)$ $\quad$ Teor.

Invero la P9 è soddisfatta, grazie a P8, da $x = b$, $y = b$ e $y' = \mathbf{Arm}\, a,c,b$. —

Per esprimere che un punto d appartiene al segmento (abc), ma è diverso da b, si può dire che " i punti b e d non sono separati dai punti a e c ". E se il punto d pur giacendo nella retta r, non appartiene al segmento (abc), nè coincide con a o con c, si potrà dire che " i punti b e d son separati dai punti a e c ". Si dimostra, che queste relazioni fra i punti a e c da una parte, e i punti b e d dall'altra, non sono turbate dallo scambiare fra loro i punti a e c, o i punti b e d, o le coppie a, c e b, d. Intanto dalla P11 si ha già facoltà di scambiare l'un l'altro i punti a e c. E poi dalle P3, 8, 9, 10, XII si trae facilmente:

P13. $\quad r \epsilon [1] \,.\, a,b,c \epsilon r \,.\, a \sim = b \,.\, b \sim = c \,.\, c \sim = a \,.\, d \epsilon (abc):$
$\quad :\supset_4 .\, b \epsilon (adc)$ $\quad$ Teor.

P14. $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d \epsilon r \sim \iota a \sim \iota c :$
$: \supset_d : d \sim \epsilon (abc) . = . b \sim \epsilon (adc) .$ Teor.

Oltrechè, in virtù di P7:

P15. $r \epsilon [1] . a,b,c, \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d \epsilon r \sim \iota a \sim \iota b :$
$: \supset_d : d \epsilon (abc) . = . c \epsilon (bad);$ Teor.

ecc., ecc. La proposiz.: " due coppie di punti distinti sopra una retta ammettono o no una terza coppia armonica ad entrambe, secondo che non si separano o si separan tra loro ", non è più che una pura modificazione della nostra definizione di segmento.

5. Riprodurremo qui come stanno i due postul. XV e XVII del preced. articolo; e cioè:

(XIII) $r \epsilon [1] . a,b,c, \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d \epsilon r \sim (abc) \sim$
$\sim \iota a : \supset_d . d \epsilon (bca),$ Pp.

(XIV) $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d \epsilon (bca) \cap$
$\cap (cab) : \supset_d . d \sim \epsilon (abc);$ Pp.

i quali si potrebber congiungere nell'unica propos.:

P16. $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a : \supset : d \epsilon r \sim (abc) \sim$
$\sim \iota a \sim \iota c . =_d . d \epsilon (bca) \cap (cab),$ Teor.

che esprime qualmente " quattro punti dati sopra una retta, tutti diversi fra loro, si posson sempre distribuire, benchè ad un sol modo, in due coppie che si separino ". —

Dalla definiz. di Arm.$_{ic}$ (n. 3) segue altresì che " coppie armoniche si mutano in coppie armoniche, per effetto di qualsivoglia projezione centrale ". E però anche la figura " segmento proj. " apparisce ipso facto dotata della stessa proprietà invariantiva: onde resta senza più eliminato anche l'ultimo dei postul.^{i} ammessi nel preced.^{o} articolo.

La nota proposizione:

P17. $\quad \mathrm{Hp}\,\mathrm{P16} \,.\supset.\, \mathbf{Arm}\, a,b,c \sim\in (acb) \cup \iota a \cup \iota c,$ Teor.

cioè " l'armonico di c risp^{t}. ad a, b (diversi fra loro e da c) è separato da c per mezzo di a e b „ può adesso dimostrarsi in modo, al tutto rigoroso senza scostarsi dai più comuni trattati (*); e p. e. anche il postul^{t}. XVI si converte in teorema (**).

6. Al postul^{t}. XVIII del preced^{t}. articolo si può qui sostituire un principio di minor peso, che è:

(XV) $\quad r\in[1] \,.\, a,b,c\in r \,.\, a\sim= b \,.\, b\sim= c \,.\, c\sim= a \,.\, d\in(abc) :\supset_{d} .$
$\quad .\, (adc) \supset (abc);$ Pp.

però che, grazie a P13, di qui si deduce tosto l'eguaglianza $(adc) = (abc)$. — Infine, a tutti i precedenti conviene aggiungere il postul^{t}. *della continuità* del segmento (***), cioè:

(XVI) $\quad r\in[1] \,.\, a,b,c\in r \,.\, a\sim= b \,.\, b\sim= c \,.\, c\sim= a : h,k\in \mathrm{K}[0] \,.$
$\quad h,k \sim= \Lambda \,.\, h\cup k \sim= (abc) \,.\!\!\cdot\!\!.\, x\in h \,.\, y\in k :\supset_{x,y} .\, y\in(xcx) ::$
$\quad ::\supset_{h,k} :\cdot: z\in(abc) \,.\!\!\cdot\!\!.\, u\in(abc) \,.\, z\in(acu) :\supset_{u} .\, u\in h \,.\!\!\cdot\!\!.\, v\in(abc) .$
$\quad .\, v\in(acz) :\supset_{v} .\, v\in k :: \sim=_{z} \Lambda$ Pp.

(*) Ved. p. e. Reye, " *Die G. d. L.* „, 1e Abth. (2e Aufl.), S. 32.

(**) Intorno a questo teorema che afferma in sostanza la possibilità di due coppie non sofferenti una terza coppia armonica ad entrambe, è da dire, ch'esso potrebbe — con una leggera modificazione della nostra definizione di segmento — adottarsi qui per assioma al posto di (XII); tenendo poi circa alla suddetta P17 il modo adoperato in m_1 § 11, e non alterando sostanzialmente il resto. Ma, nella presente scarsità di criteri intorno alla semplicità relativa di due proposizioni, si può preferirgli il (XII). — Si avverta altresì che il postul. (XII) e tutti quelli che gli succedono, potrebbero, in forza del carattere projettivo dell'ente **Arm**, ridursi a proposiz. *esistenziali*, affermanti cioè l'esistenza di almeno *un gruppo* di tre punti collegati da certa relazione armonica: e queste proposiz. si scriverebbero imponendo a ciascuna delle (XII), (XIII), ... il predicato " $\sim=_{r,a,b,c} \Lambda$ „.

(***) In m_2 XVIII.

Che i sedici postul. suddetti (anzi diciassette, se si tien conto dello spezzamento suggerito al n. 2) siano sufficienti a formare tutta quanta la pura Geom. Proj., si risolve da ciò, che per mezzo di essi è possibile giungere, senz'altri sussidj, al teorema fondam. della projettività, o teorema di STAUDT (*): il quale, siccome par bastantemente provato dal medesimo STAUDT (**) e da altri, permette alla sua volta di rappresentare mediante coordinate projettive i punti d'ogni spazio, o forma fondamentale, di data specie o dimensione — e però di ridurre ogni quistione projettiva, che possa offrirsi entro una forma siffatta, ad una quistione puramente algebrica (***).

(*) Ved. m_1, §§ 13, 14,

(**) Ved. " *Beiträge zur G. d. L.* ", §§ 19, 20, 21, 29.

(***) Se sia possibile una determinazione numerica dei punti d'uno *spazio generale*, o ambiente projettivo a n dim. (ved. m_1 §§ 1, 4) e ad una quistione. Si possono addurre bensì degli esempi analitici, o interpretazioni analitiche, degli enti primitivi, per modo che siano soddisfatti senza eccezione i postul. I. ... XVI. Uno assai semplice è quello fornito dalla totalità delle *funzioni f* ad *un sol valore reale, finito* e *non sempre nullo*, della variabile *intera positiva n*; o, in altri termini, dalla moltitudine di *serie*:

$$f1,\ f2,\ f3,\ \ldots\ f(n-1),\ fn,\ f(n+1),\ \ldots\ \textit{in infinito};$$

ove si definiscano *eguali* fra loro due funzioni f, che differiscan soltanto per un fattore costante (risp. ad n) — o due serie come sopra, quando i loro termini omologhi sono proporzionali. Questa classe di funzioni è *un'imagine della classe* [0]: i numeri $f1$, $f2$, ... si posson chiamare *coordinate successive* del *punto f*. Due punti $\varphi(n)$ e $\psi(n)$ saranno *distinti* fra loro ($\sim\iota$), se le funzioni φ e ψ sono linearmente indipendenti; cioè se:

$$a, b \epsilon q : a \sim = 0 \,.\cup.\, b \sim = 0 : a\varphi(n) + b\psi(n) =_n 0 \,.\therefore.\, =_{a,b} \Lambda,$$

dove il segno q denota il numero *reale*. Due tali funzioni determinano una classe di infinite altre funzioni f, combinazioni lineari di φ e ψ, classe che può chiamarsi *congiungente* de' punti φ e ψ, ed è significata in:

$$\overline{x\epsilon}\,\}\, a, b \epsilon q : a \sim = 0 \,.\cup.\, b \sim = 0 : x \equiv_n a\varphi(n) + b\psi(n) \,.\therefore.\, \sim =_{a,b} \Lambda\,\{.$$

Un punto $\chi(n)$ giacerà fuori di detta congiungente, se le funzioni φ, ψ, χ siano linearmente indipendenti; cioè se

$$a, b\, c \epsilon q : a \sim = 0 \,.\cup.\, b \sim = 0 \,.\cup.\, c \sim = 0 : a\varphi(n) + b\psi(n) + c\chi(n) =_n 0 \,.\therefore.\, =_{a,b,c} \Lambda;$$

ed allora la *visuale* della medesima dal punto χ, vale a dire il *piano* dei tre punti φ, ψ, χ, verrà ad esser la classe di funzioni:

Pertanto ogni ragione o fatto pertinente al dominio della Geom^a. Proj^a. non potrà essere in ultima analisi che una *combinazione logica* delle propos^i. primit^e. I, . . . XVI ed una affermazione più o meno complessa circa gli enti primitivi punto proj^e. e congiungente due punti proj^i. Per essersi schivata l'introduzione di un terzo ente non definito — come l'*angoloide semplice* (*) (STAUDT), o la *distanza* di due punti (DE PAOLIS), o l'*ordine naturale* nei punti d'una retta (FANO, ENRIQUES), ecc. — può dirsi sciolta la Geom^a. di posiz^e. da ogni vincolo verso l'" Analysis situs „; così che la distinzione fra proprietà *di configurazione* (o circa il mutuo appartenersi di punti, rette, piani,...) e proprietà *di connessione* (o circa il separarsi degli elementi fra loro) non risponde più ad alcuna diversità reale ed intrinseca.

$$\overline{x \epsilon} \}\, a, b, c \epsilon q : a \sim = 0 \,.\cup.\, b \sim = 0 \,.\cup.\, c \sim = 0 : x \equiv_n a\varphi(n) + \\ + b\psi(n) + c\chi(n) \,.\therefore.\, \sim =_{a,b,c} \Lambda \{.$$

Ecc., ecc. — Qui l'XI° postul°. si risolve nel fatto che " date $n+1$ funzioni f linearmente indipendenti, ne esiste sempre un'altra linearmente indipendente da quelle „. E si proverebbe altresì che, dati due punti distinti φ e ψ ed un punto $\chi = a'\varphi + b'\psi$ diverso da entrambi, al *segmento* $(\varphi\chi\psi)$ (n. 4) sono da ascrivere tutti e soli quei punti della retta $a\varphi + b\psi$, pei quali il rapporto $\frac{b}{a}$ prende valori (finiti e diversi da zero) positivi, o rispettiv^e. negativi, secondo che $\frac{b'}{a'}$ è positivo o negativo.

(*) Che non è veramente un concetto projettivo.

Sulla definizione del gruppo finito;

Nota di RODOLFO BETTAZZI.

1. In una Nota da me pubblicata su questi Atti (1) ho dato un criterio per la distinzione dei gruppi di enti in finiti ed infiniti appoggiandola al concetto di ordine, come quello che mi pare si riscontri nella pratica in ogni gruppo che si voglia ritenere finito. Già il Dedekind si era occupato della distinzione dei gruppi finiti dagli infiniti: ma un'obiezione che si può fare ad una sua dimostrazione (2) lasciava il dubbio se nei suoi gruppi finiti si potesse riconoscere quella ordinabilità, che io ritengo essere condizione necessaria ai gruppi di quel nome.

Ricorrendo ad un teorema dato dal prof. Burali-Forti in una sua Nota recentemente pubblicata in questi Atti (3), si può togliere quel dubbio, mostrando esatta l'asserzione del Dedekind, e concludendo alla coincidenza della definizione di gruppo finito data dal Dedekind con quella data da me.

2. Il prof. Burali-Forti definisce gruppo finito, come il Dedekind, quello in cui è impossibile che una parte propria sia di ugual potenza all'intero gruppo (vedi sua Nota § 2. Prop. 1. 2). Indi per ogni gruppo finito G passa a considerare un gruppo Γ, che egli dice *gruppo (classe) normale formato cogli enti di G*, definendolo così: 1° i suoi elementi G, sono gruppi di enti di G. — 2° se un elemento di Γ è di potenza minore od uguale ad un altro di Γ, il primo è parte del secondo (in particolare due elementi equivalenti sono identici, o, sotto altra forma, tutti gli elementi distinti di Γ hanno disuguale potenza). — 3° vi è in Γ un elemento che consta di uno solo degli enti di G (lo dirò in seguito elemento *unitario* di Γ). — 4° per ogni elemento

(1) BETTAZZI, *Gruppi finiti ed infiniti di enti*, " Atti ", anno 1895-96.
(2) Vedi mia nota citata, § 10.
(3) BURALI-FORTI, *Le classi finite*, " Atti ", anno 1896-97.

G_p di Γ, che sia distinto dal gruppo completo G, esiste in Γ un altro elemento G_{p+1}, *seguente* a G_p, cioè che contiene tutti gli enti G_p e di più un altro ente di G distinto da essi (dirò in seguito G_p *precedente* a G_{p+1}),

Del gruppo Γ egli, fra le altre proprietà, dimostra queste:

1° Γ è finito (Prop. 9).

2° Ogni elemento di Γ, eccetto l'unitario, ha il precedente (Prop. 10).

3° Di Γ fa parte il gruppo completo G (Prop. 11).

4° In Γ si verifica il principio d'induzione (Prop. 12).

5° Da ogni gruppo finito (secondo Dedekind) si può dedurre un gruppo normale formato coi suoi enti (Prop. 13).

3. È facile ora vedere che un gruppo finito (secondo Dedekind) può rendersi semplicemente ordinato e limitato, nel senso dato a queste parole nella mia Nota " Sulla catena di un ente in un gruppo „ (1) (e quindi è finito secondo la definizione della mia Nota citata in principio).

Infatti dal gruppo finito G si deduca un gruppo normale Γ formato coi suoi enti, che esiste secondo la citata Prop. 13 del prof. Burali-Forti: e si consideri il gruppo G costituito dagli enti di G, ciascuno dei quali è o l'elemento unitario di Γ, o l'ente che si ottiene da ciascun elemento di Γ sopprimendovi gli enti dell'elemento precedente.

Dimostro innanzi tutto che questo gruppo G_0 coincide con G.

I. Ogni ente di G comparisce in G_0. Invero, se α è un ente di G che comparisce in tutti gli elementi di Γ, esso costituisce l'elemento unitario di Γ, ed è perciò in G_0. Se α non comparisce in tutti, dovrà mancare nell'elemento unitario, ma non potrà mancare nel seguente di ogni elemento in cui manchi, altrimenti per il principio d'induzione valido in Γ mancherebbe in tutti, il che è impossibile non potendo mancare per lo meno in G che è elemento di Γ. Allora, se G_p è un elemento di

(1) Vedi questi " Atti „, anno 1895-96. — Cfr. anche i miei *Fondamenti per una teoria generale dei gruppi*, nel " Periodico di Matematica per l'insegnamento secondario „, anno 1896.

Γ in cui manca α senza mancare nel seguente, sarà α l'ente che si ottiene da G_{p+} sopprimendovi G_p, e comparirà quindi in G_p.

II. Ogni ente di G comparisce una sola volta in G_0. Perchè se comparisse più di una volta, si avrebbe, p. es., una volta da G_{p+} sopprimendovi G_p, un'altra da G_{q+} sopprimendovi G_q, dove G_q è distinto da G_p, e quindi (§ 1) di potenza disuguale. Se p. es. e G_q di potenza minore a G_p, sarà G_{q+} di potenza minore od eguale a G_p, e quindi (§ 2) parte di G_p, talchè G_q conterrà α contenuto già in G_{p+}, e non potrà essere α l'ente che si ottiene da G_{p+} sopprimendovi G_p. c. d. d.

In tale gruppo $G_0 = G$ si prenda come ente σ (immediatamente seguente) di un ente α, proveniente dal sopprimere G_1 in G_{1+}, quello proveniente dal sopprimere nel seguente di G_{1+} il seguente G_{2+} di G_2, e come ente originario quello costituente l'elemento unitario di Γ. Sarà allora G chiaramente ben ordinato; e sarà anche limitato, essendo suo ente finale quello ottenuto sopprimendo in G (elemento di Γ) il suo precedente. Sarà inoltre catena del suo ente originario, cioè (1) varrà in esso il principio d'induzione, il quale vale in Γ.

Queste proprietà sono appunto quelle richieste, e dimostrano il teorema.

Con tale teorema si riconosce nei gruppi finiti del Dedekind quella ordinabilità a cui alludevo in principio, ed è tolto quel dubbio di cui facevo parola (§ 1).

4. Ai gruppi infiniti del Dedekind (gruppi di ugual potenza con una loro parte propria) avevo nella mia Nota " Gruppi finiti ed infiniti di enti " dato il nome di *gruppi sviluppabili*, dimostrando che:

a) i gruppi finiti secondo la mia definizione (gruppi che possono rendersi semplicemente ordinati e limitati) sono tali anche secondo quella del Dedekind (Teorema, § 4 della mia Nota);

b) i gruppi infiniti nel senso del Dedekind (sviluppabili) sono tali anche nel senso usato da me (§ 10 Cor. 2°, ivi);

delle quali proposizioni, equivalenti fra loro, restavano dubbie le inverse. Ma il teorema del § 3 mostrando che ogni gruppo

(1) Vedi mia Nota cit.: *Sulla catena di un ente in un gruppo*, § 12, Cor. 2°.

finito del Dedekind può rendersi semplicemente ordinato e limitato, e che quindi è finito anche nel senso mio, prova vera l'inversa di *a)* e quindi anche quella di *b)*; e prova in conseguenza che, anche nel senso mio, sono equivalenti le parole " sviluppabili " ed " infiniti " (mentre fin qui ciò restava dubbio) e che la mia definizione di gruppo finito equivale a quella del Dedekind.

Questa coincidenza fra le due proprietà più salienti di un gruppo nel quale si voglia vedere la qualità di finito le mostra adatte entrambe a servire da definizione: e si può dare la preferenza all'una od all'altra, secondo i punti di vista da cui si considerano.

Il prof. Burali-Forti, nella sua Nota citata, obietta alla mia definizione che non c'è la necessità di ricorrere al concetto di ordine, perchè egli ha potuto di tal concetto non fare uso, il che, senza dubbio, scientificamente costituisce un metodo migliore; ma didatticamente è forse più conveniente il ricorrervi, gettando essa assai luce sulla natura del gruppo finito.

Resta inoltre il fatto che col Dedekind occorre *prima* definire il gruppo infinito, e *poi* quello finito come gruppo *non infinito*, oppure dar subito l'idea di gruppo finito come quello in cui *è impossibile* trovare una parte propria di ugual potenza all'intero gruppo, presentandolo quindi con una proprietà negativa: mentre invece nella mia definizione si dà prima l'idea di gruppo finito, appoggiata a proprietà positive, e questo, almeno nell'insegnamento, parmi offra un notevole vantaggio.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 31 Gennaio 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: CLARETTA, Direttore della Classe, CLYRON, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, PEZZI, CIPOLLA, BRUSA, PERRERO e FERRERO Segretario.

Il Socio CLARETTA, Direttore della Classe, offre il 1° fascicolo del vol. VII degli " *Atti della Società di Archeologia e Belle Arti per la provincia di Torino* ".

Il Socio Segretario offre un opuscolo del Direttore della Classe: " *Emmanuel de Savoie ambassadeur de France (1675-1676), anecdotes inconnus* ", (Grenoble, 1896).

La Classe procede alla nomina di due Socii stranieri, e riescono eletti, salvo la sovrana approvazione, i signori Alessandro Enrico WALLON, segretario perpetuo dell'Accademia delle Iscrizioni e belle lettere dell'Istituto di Francia, e Carlo BRUGMANN, professore nell'Università di Lipsia.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 10 al 24 Gennaio 1897.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

Anales del Museo Nacional de Montevideo, VII, 1896; 4°.

* **Anales** del Museo nacional de Chile. Entr. 13ª. Santiago de Chile, 1896; 4°.

** **Annales** de Chimie et de Physique. 5me série (1874 à 1883), t. I-XXX. Table des noms d'auteurs et table analytique des matières. Paris, 1885; 8°.

* **Annual** Report of the Curator of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College,... for 1895-96. Cambridge, 1896; 8°.

* **Annuario** della Società Reale di Napoli. 1897; 8°.

* **Atti** della R. Accademia medico-chirurgica di Napoli. Anno L, N. s., n. III. Napoli, 1896; 8°.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LV, disp. 1ª. Venezia, 1896-97; 8°.

* **Bollettino** mensuale della Società meteorologica italiana. Serie 2ª, v. XVI, n. 10-12. Torino, 1896.

Bulletin de la Société Philomatique de Paris. 8e série, t. VIII, n. 1. 1895-1896; 8°.

* **Comptes-rendus** sommaires des Séances de la Société Philomatique de Paris, 21 Juin 1896, 9 Janvier 1897. N. 17-19, 1-6; 8°.

Den Norske Nordhavs-Expedition 1876-1878. XIII. Zoologi. *Tunicata*. Christiania, 1896; 4° (*dal Meteorologiske Institut*).

** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1895, Bd. LI; 2 Abt. Braunschweig, 1896; 8°.

* **Giornale** della R. Accademia di medicina. A. LIX, n. 12. Torino, 1896; 8°.

Giornale Scientifico di Palermo. A. III, 1896; n. 1-5, 7-12. Palermo; 4°.

* **Memorie** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Classe di scienze matematiche e naturali. XVIII, fasc. III. Milano, 1896; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LVII, n. 2. London, 1896; 8°.

** **Poggendorff's** biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften. III Bd., Lief. 7. Leipzig, 1896; 8°.

Pubblicazioni dell'Istituto Geografico Militare.

I. Misura della base del Ticino (o di Somma). II. Misura della base di Ozieri (Sardegna); Superficie del Regno d'Italia, I e II appendice; Misura della base di Piombino; Latitudine del R. Osservatorio astronomico di Catania. Firenze, 1895-1896. 5 fasc. in-4° (*dono dell'Istituto*).

* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tom. X, fasc. VI. Palermo, 1896; 8°.

* **Rivista** mensile del Club alpino italiano. Vol. XV, n. 6-12. Torino, 1896; 8°.

* **Sitzungsberichte** [illegible] n. 1-5, 1896; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Sitzung. N. 13-15. 1896. Wien, 1896; 8°.

* **Verhandlungen** [illegible] N. F., XXX Bd., n. 6-8; 8°.

Carbonelli (G.). Di una causa rara di distocia per brevità relativa del cordone ombellicale. Milano, 1890; 8° (*dall'A.*).

— Contributo allo studio della genesi del bacino cifotico. Torino, 1890; 8° (*Id.*).

— Infezione congenita di un feto con madre sana. Torino, 1891; 8° (*Id.*).

— Alcune considerazioni sulla pelvi muliebre rivestita delle parti molli allo stato normale ecc. Torino, 1892 (*Id.*).

— Una operazione di Sinfisiotomia come complemento della basiotripsia in un bacino osteo-malacico. Torino, 1893 (*Id.*).

— Il perineo sotto il rapporto ostetrico-ginecologico. Torino, 1893 (*Id.*).

— Del bacino imbutiforme. Torino, 1894 (*Id.*).

— Alcune considerazioni [illegible] 1894; 8° (*Id.*).

— Forbice embriotoma. Torino, 1896; 8° (*Id.*).

— Modificazioni al basiotribo di Auvard. Torino, 1896; 8° (*Id.*).

— Della castrazione della nevrosi della donna. Torino, 1896; 8° (*Id.*).

Fatio [illegible] (*Id.*).

— Gibier sédentaire en Suisse. 2 tab.; 8° (*Id.*).

— Poissons autochtones Suisses. 3 tab. (*Id.*).

Jacoli [illegible] matematico Bolognese Lodovi Ferrari. Venezia, 1896; 8° (*Id.*).

Lièvre [illegible] Havre, 1896; 8° (*Id.*).

Ravené [illegible] (*Id.*).

Vinci (Leonardo da). Il Codice Atlantico: fasc. XI. Milano, 1897; f°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 17 al 31 Gennaio 1897.

* **Annuario** della R. Accademia dei Lincei, 1897. Roma; 16°.
* **Atti** dell'Accademia Pontaniana. Vol. XXVI. Napoli, 1896; 8°.
* **Boletin** de la R. Acad. de la historia. T. XXX, cuad. I. Madrid, 1897; 8°.
* **Bulletin** de la Société de Géographie. 7me série, 3e trimestre 1896. Paris, 1896; 8°.
* **Bulletin** d'histoire ecclésiastique et d'archéologie religieuse.... 16e année, 1896. Romans; 8°.
Calendario del Santuario di Pompei per l'anno 1897. Valle di Pompei; 16°.
* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie: n. 17-19. Paris, 1896; 8°.
* **Pubblicazioni** dell' " Université catholique de Louvain ".
Annuaire: 1897; 12°.
Thèses de la Faculté de Théologie: 689-701; 8°.
Programme des cours de l'année académique 1896-97; 8°.
Physsenzidés (N.). L'arbitrage international et l'établissement d'un empire grec. Bruxelles, 1897; 8°.
* **Studi** e Documenti di storia e diritto. Anno XVII, fasc. 4°. Roma, 1896; 4° (*dall'Accademia di Conferenze storico-giuridiche*).

Calzi (C.). Popolo inglese e cattolicismo. Correggio, 1896; 4° (*dall'A.*).
Sturlese (P.). Savoia, hurrà...! Discorso. Chiavari, 1896; 8° (*Id.*).
Vaccarone (L.). Giuseppe Corra commemorato presso la Sezione di Torino del Club alpino italiano. Torino, 1897; 8° (*Id.*).
Vallega (C. E.). Suicidio di un prete. Milano, 1897; 8° (*Id.*).
Zdekauer (L.). Il Constituto del comune di Siena dell'anno 1262, pubblicato sotto gli auspici della Facoltà giuridica di Siena. Milano, 1897; 4° (*Id.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

N. Y. Academy of Sciences
Rec'd June 1 --Oct. 25 97

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 7 Febbraio 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Direttore della Classe, Berruti, Bizzozero, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre, Volterra, Jadanza, Guarlschi, Guidi, Filiti e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Presidente comunica che le notizie recentemente avute della salute del Socio Ferraris sono pur troppo assai gravi. A nome di tutta la classe fa caldi voti perchè l'illustre collega possa superare il pericolo.

Il Segretario comunica la lettera di ringraziamento inviata dal Prof. W. Ramsay per la sua nomina a corrispondente.

Il Socio Camerano presenta una nota del Dott. Ermanno Giglio-Tos intitolata: " *L'ematopoesi nella lampreda* ". Verrà inserita negli *Atti*.

LETTURE

L'ematopoesi nella lampreda;

Nota del Dott. ERMANNO GIGLIO-TOS.

Nella larva *(Ammocoetes branchialis).*

Come e dove si compie la produzione degli elementi cellulari del sangue in questo vertebrato che non ha nè midollo osseo, nè vera milza, organi ematopoetici degli altri vertebrati durante la vita ultraembrionale?

A tale quesito assai importante e degno di speciale considerazione credo opportuno rispondere con i risultamenti ottenuti da apposite mie ricerche: risultamenti che stimo tanto più interessanti perchè nuovi affatto, non essendo finora stato pubblicato alcun lavoro su questo argomento (1). Questo mio scritto

(1) Per andare alla ricerca dell'organo ematopoetico in questo animale io procedetti nel seguente modo, d'altronde molto semplice. Feci delle sezioni trasversali *in toto* del corpo di una lampreda, scegliendo perciò un individuo di piccole dimensioni, e procedendo dalla estremità anteriore fin presso all'apertura anale. Osservai quindi le numerosissime sezioni ottenute e naturalmente portai prima di tutto la mia attenzione sul fegato, sperando di trovarvi qualche indizio di ematopoesi. Ma subito mi convinsi che non vi era in esso neppur l'ombra di simile funzione. Fui invece colpito dalla struttura speciale della valvola spirale ed a questa rivolsi allora le mie ricerche. E per ottenere delle sezioni di essa così sottili (5 μ) quali si convengono per queste minute osservazioni, isolai, in un altro individuo in buone condizioni di salute e ben vivace, tutto il canal digerente, che, esportato, fissai in una soluzione satura di sublimato con cloruro di sodio. Attaccai le sezioni col metodo dell'acqua distillata, e quindi le colorai (secondo il metodo di Foà leggermente modificato) prima con una miscela di ematossilina acida di Ehrlich e di safranina di Flemming, quindi, dopo lavatura all'acqua ed all'alcool a 70° per pochi minuti, con una soluzione diluita di eosina. Tolsi poi l'eccesso di questa con alcool a 70° e chiusi col solito modo nel balsamo del Canadà.

Usai come fissatore il sublimato e non un altro liquido perchè è il solo, secondo le mie precedenti osservazioni, altrove esposte (2), che coaguli

servirà poi anche di opportuno compimento ad una mia precedente memoria " *Sulla vita del sangue della lampreda* " (2) che ebbe l'onore di essere accolta nel volume delle Memorie di questa R. Accademia.

L'organo ematopoetico della lampreda allo stato larvale (*Ammocoetes branchialis*) è la cosidetta *valvola spirale* (1).

Questa valvola spirale è una cresta di tessuto connettivo che, insinuandosi in una doccia formata dal piegarsi delle pareti intestinali, decorre lungo l'intestino medio (2) fino a breve distanza dall'apertura anale. L'*arteria coeliaca*, che vi penetra in essa fin dal suo inizio, la percorre pressochè interamente seguendo il suo asse longitudinale e diminuendo gradatamente di calibro finchè verso il suo termine scompare, essendo risolta in un gran numero di capillari. Alcune arteriole secondarie si diramano dall'arteria celiaca lungo il suo decorso e si allogano nello stesso connettivo della valvola spirale. Così che facendo dell'intestino della lampreda delle sezioni trasversali si scorge:

repentinamente nei corpuscoli rossi l'emoglobina in una massa omogenea senza dar luogo alla formazione di granuli che avrebbero potuto condurmi ad erronee interpretazioni. *La colorazione coll'eosina è poi indispensabile* per riconoscere dal colore più o meno roseo, le varie cellule che si presentano all'osservazione.

Non mi fu possibile in questi animali, e per la loro delicatezza, e per la loro struttura, di praticare dei salassi e provocare delle emorragie che mi facilitassero le osservazioni. *Ma ciò, più che un inconveniente è forse un vantaggio*, perchè si è così più certi di avere sott'occhio degli elementi in condizioni normali e neppure lontanamente patologiche.

(1) Per quanto riguarda la produzione dei leucociti, già il Bizzozero (1), sebbene solo incidentalmente, ha però esplicitamente dichiarato che essa si compie in questa stessa valvola spirale: " *Tutte quelle altre trabeccole*, egli dice, *che si diramano nel resto della valvola spirale e specialmente quelle che stanno nella metà basale di questa sono infiltrate di leucociti. Fra questi ultimi se ne trovano costantemente alcuni presentanti le varie forme della mitosi. Il che ci permette di concludere, che questo tessuto interlacunare della valvola spirale, è un focolaio di produzione di leucociti* " (p. 5). Quanto a quella degli eritrociti egli non dice parola.

(2) Per quanto riguarda le denominazioni delle varie parti mi atterrò a quelle usate dallo Schneider (5).

il lume intestinale a ferro di cavallo, limitato dall'epitelio cilindrico a bordo cellulare, cilindriche colle sue varie tonache già ben descritte dallo Sampieri (5) e dal Bizozzero (1) e che per brevità qui non ridescrivo: e lo spazio compreso tra le due branche del ferro di cavallo occupato dal tessuto connettivo che forma il corpo fondamentale della valvola spirale, la quale di tal guisa costituisce per vedono la parte principale e prevalente del cordone intestinale.

Su questa conviene perciò fermare l'attenzione, trascurando l'intestino e le sue tonache che non hanno per noi alcuna importanza.

Ho detto che il corpo fondamentale, ossia lo stroma della valvola, è dato da tessuto connettivo. È bensì vero che nelle sezioni che contengono l'arteria celiaca centrale il connettivo che ne forma la avventizia è così intimamente fuso con quello della valvola che questo pare solo dipendente e proveniente da speciale sviluppo del primo. Ma se si esaminano quelle sezioni fatte presso il termine dell'intestino dove non vi è più nella valvola alcuna arteria, è facile convincersi che il connettivo valvolare fa corpo da sè e gode di una perfetta indipendenza da qualsiasi altro tessuto, *così che la valvola rappresenta un organo assai bene distinto ed autonomo* (fig. 1).

Il tessuto connettivo della valvola spirale è formato da un intreccio irregolare e assai fitto di fibrille delicatissime, fra mezzo alle quali, qua e là sparse piuttosto raramente, si trovano certe cellule che si riconoscono per il loro nucleo di forma diversa, ma sempre allungata. La massa fibrillare è la sostanza fondamentale: le cellule a nucleo più o meno oblungo sono le cellule del connettivo.

Per iscorgere bene questa struttura conviene esaminare le sezioni ottenute verso il termine della valvola spirale dove il connettivo di questa è quasi puro e non inquinato da molti altri elementi che si scorgono numerosi invece nel resto della valvola e che ci riguardano in modo speciale.

Nella sostanza fondamentale poi, in tutto il suo decorso, numerose ed ampie ed irregolari lacune sono scavate per le quali circola il sangue. Esse si distinguono facilmente dalle piccole arteriole che vi si trovano frammiste perchè mancano di una vera parete propria: tutt'al più alcune delle cellule con-

nettivali a nucleo oblungo trovandosi sul margine di queste lacune possono nelle sezioni trasversali simulare vagamente un endotelio.

Naturalmente queste lacune o caverne, come le chiama il Bizzozero, restan separate l'una dall'altra da tratti del connettivo della valvola; il quale forma così delle trabecole o briglie che, irregolari nella forma e nelle dimensioni, ed anche incrociantisi fra loro, si estendono dalla parte centrale, dove si confondono coll'avventizia dell'arteria celiaca, fino alla periferia della valvola spirale [1].

Or bene nel connettivo intorno all'arteria, ma più specialmente in quello delle trabecole, stanno allogate, oltre a parecchi altri elementi istologici di natura diversa [2], delle cellule speciali numerosissime che costituiscono col loro insieme una sorta di parenchima che io dirò *parenchima della valvola spirale* o semplicemente *parenchima valvolare*. Questo fa d'uopo considerare in modo speciale.

Le cellule che formano questo parenchima valvolare non sono tutte della stessa natura, o per lo meno, è possibile distinguerle in tre categorie, per mezzo di qualche carattere che indicherò a mano a mano. Esse sono le seguenti:

---

[1] Il metodo di Heidenhain (4) all'allume di ferro e di ammonio ed all'ematossilina mi ha dato in questo caso risultati inaspettati. Procedendo con quel metodo e decolorando poi le sezioni fino a che i nuclei non abbiano più che un colore grigio, si ottiene che il connettivo solo della valvola e le pareti delle arterie rimangano colorate in bruno-nerastro, e si distinguono perciò nettamente in mezzo agli altri elementi di natura diversa che non conservano che una tinta grigiastra. Così si possono scorgere benissimo anche le più minute fibrille di connettivo che si insinuano tra le cellule del parenchima che ora descriverò.

[2] Gli altri elementi della valvola spirale che per noi non hanno importanza sono: le cellule endoteliali dell'arteria celiaca o delle arteriole che ne derivano: le fibre muscolari diverse, appartenenti alla tunica media delle arterie oppure alle tonache dell'intestino (queste fibre colla colorazione all'ematossilina, safranina ed eosina nel modo suddetto appaiono distinte per il loro color roseo: le cellule connettivali che, come ho già detto, si riconoscono al loro nucleo allungato e gracile: alcune cellule nervose riconoscibili per la forma del loro corpo e del nucleo: infine i vari elementi del sangue circolante che si incontrano nelle lacune e nelle arterie negli stadi diversi già descritti (2) altrove.

1° *le cellule madri del parenchima* da cui derivano:

2° *le cellule generatrici degli elementi del sangue,* od *emocitogene;*

3° *gli eritroblasti* ed *i leucoblasti* derivati da queste ultime.

Le cellule madri. — Le cellule madri che sono le più importanti, perchè da esse derivano le altre, si riconoscono facilmente fra tutte per un carattere saliente e distintissimo: *la presenza costante nel loro nucleo di almeno uno o due, talora anche tre, nucleoli* (figg. 3, 4, 5, 7, 8, *a* e *a'*). Nei preparati combinati nel modo suddetto o triplice colorazione bei nucleoli si distinguono colla massima facilità dalle granulazioni cromatiniche del nucleo perchè, a cagione della nota precipitazione che la paranucleina o pirenina, sostanza nucleolare, prova per l'eosina, essi appaiono colorati in rosso, mentre la ematossilina tinge in azzurro tutte le parti cromatiche. Nei preparati freschi, in una soluzione al 0,50 % di cloruro di sodio, i nucleoli di queste cellule si scorgono molto bene per la loro rifrangenza diversa da quella del nucleo. Pare che quasi sempre ogni nucleolo sia involto in un sottile strato di cromatina, giacchè tutt'intorno alla massa rosa che ne forma il corpo si distingue, soventissimo assai bene, uno straterello tinto in azzurro dall'ematossilina, e che perciò si presenta come il resto della vera cromatina del nucleo. Talora questi nucleoli paiono isolati affatto, perchè non si scorgono filamenti cromatinici che li mettano in diretta relazione coi granuli di cromatina; ma sovente quelli sono discretamente visibili (fig. 7).

Gli altri caratteri del nucleo sono però meno evidenti. Tuttavia si può dire che in generale i nuclei di queste cellule sono più grandi e più distintamente vescicolosi degli altri. È bensì vero che le loro dimensioni variano dai 5 agli 8 u., ma queste ultime sono senza dubbio le più frequenti e solo raramente avviene di trovarne che abbiano quel minimo diametro ora indicato. La membrana è sempre assai distinta e contro di essa non sono rari i granuli di cromatina. I quali poi non sono molto voluminosi: anzi ho osservato che nei più di questi nuclei e specialmente in quelli maggiori la cromatina è distribuita in granuli minutissimi legati fra loro da tenuissimi filamenti assai numerosi e sinuosi, ma qualche volta così sottili che si scor-

gono difficilmente (fig. 7). Quanto alla forma, prevale nei nuclei delle cellule madri quella ellissoidea; qualche volta essa è anche sferica o quasi sferica o intermedia tra la sferica e l'ellissoidale: ma in ogni caso il contorno è sempre abbastanza regolare. Talora presenta bensì qualche dolce incurvatura o leggera insenatura, ma non ci mostra mai quelle brusche e profonde intaccature che si notano in altri nuclei.

Il protoplasma delle cellule madri si tinge leggermente in azzurro coll'ematossilina e perciò lo si vede formare intorno al nucleo un alone più o meno distinto, di contorno assai irregolare, e, a quanto pare, molto dipendente dalle pressioni a cui la cellula è sottoposta per la vicinanza delle altre. Certo non si può dire che esso sia abbondante, avuto riguardo alle dimensioni del nucleo, e questo ha senza dubbio, per massa, la prevalenza su quello. La struttura di questo protoplasma è affatto omogenea, e non presenta alla sua periferia alcun contorno più distinto che possa parere una membrana. Io ritengo pertanto che questa non esista (fig. 7).

Quanto alle regioni della valvola spirale in cui le cellule madri sono più o meno abbondanti, ecco quanto ho potuto notare. In una stessa sezione esse sono scarse e talora mancano affatto nella regione periferica della valvola, e sono invece più abbondanti intorno all'arteria centrale e più ancora nelle trabecole. Ma in sezioni condotte attraverso alla valvola in regioni diverse del suo decorso non ho potuto scorgervi differenze degne di menzione. Solo si può facilmente osservare che il loro numero va aumentando dal principio della valvola fin nel mezzo, dove raggiunge il suo massimo e di qui insensibilmente diminuisce verso l'estremo posteriore di essa, di guisa che nelle ultime sezioni invano si cerca ancora nel connettivo valvolare una sola di quelle cellule così abbondanti nelle altre, e perciò, come dissi, in esse il corpo della valvola si scorge nella sua massima semplicità, cioè solamente costituito dal connettivo, che ne forma lo stroma [1].

[1] Sebbene la struttura della valvola sia fondamentalmente la stessa in quasi tutto il suo decorso, tuttavia per queste osservazioni è bene scegliere le sezioni fatte verso il suo fine o meglio ancora verso il suo principio. E ciò perchè nel tratto intermedio di essa sono bensì più numerose le cellule del parenchima, ma d'altra parte anche i leucociti che la infil-

Sebbene non molto frequenti, tuttavia mi avvenne di incontrare alcuni di questi nuclei nelle varie fasi della cariocinesi, con che la divisione di queste cellule si fa per via indiretta. Naturalmente durante il suo svolgimento i nucleoli scompaiono, come anche la membrana nucleolare, ed il protoplasma intorno al nucleo diventa più trasparente. Quanto al fenomeno in se, esso si svolge colle solite fasi ormai note. Vere anse cromatiche non ho mai osservato, ma solo granuli di cromatina (cromosomi) di dimensioni tuttavia ragguardevoli. Il fuso nucleare è generalmente ben distinto ed i suoi filamenti ai due poli della cellula sono convergenti distintamente verso due punti, i centrosomi, che non sono però riuscito a colorare nettamente, nè tanto meno a metterli in evidenza nella cellula in riposo (fig. 2, e fig. 8, *a'*).

Dall'insieme dei caratteri finora menzionati e da quegli altri che si scorgono all'osservazione microscopica, ma che difficilmente si possono descrivere, io mi persuasi che queste cellule madri sono cellule ben nutrite e specialmente poi i loro nuclei mi apparvero in ottime condizioni di prosperità come tenderebbero a dimostrarlo il loro volume, l'abbondanza della cromatina e la costante presenza di nucleoli.

Le cellule emocitogene. — Le cellule generatrici degli elementi del sangue od emocitogene, come mi pare opportuno di chiamarle, sono somiglianti a quelle ora descritte, ma se ne distinguono *per la mancanza di nucleoli*. E questo è il principale carattere distintivo.

Non è tuttavia impossibile riconoscere in loro qualche altra qualità. Così per esempio il nucleo è in generale più piccolo, di solito sferico o sferoidale ed i granuli di cromatina, nelle cellule madri piccoli, numerosi e legati da filamenti cromatinici

trano sono così abbondanti che ne rendono più difficile la distinzione dei vari elementi e talora ancora possono condurre in errore nella loro interpretazione. Io mi sono servito preferibilmente delle sezioni fatte al principio della valvola a livello dell'estremo posteriore del legato e più per indietro di questo, perchè quivi appunto il corpo della valvola è più lasso, gli elementi del parenchima sono meno abbondanti e l'osservazione riesce più facile.

molto sottili e talora appena visibili, sono invece in questo discretamente grandi, e press'a poco uguali fra loro, circolari o quasi, ed uniti da filamenti di cromatina in ogni caso ben distinti.

Il protoplasma non presenta notevoli differenze.

Io ritengo che queste cellule provengano dalle cellule madri per una loro speciale evoluzione: evoluzione che continuata secondo due vie diverse conduce alla formazione dei due elementi del sangue, gli elementi bianchi (i leucoblasti) e gli elementi rossi (gli eritroblasti). E ritengo che sia così, anzitutto perchè non vi è che un passaggio graduato, insensibile dalle cellule madri del parenchima a queste cellule emocitogene, così che si trovano elementi in cui il nucleo non è ancora affatto privo di nucleolo, che è però di molto ridotto, ma già possiede i granuli di cromatina disposti come nelle cellule emocitogene ora descritte, mentre in altri il nucleo è affatto privo di nucleolo, ma per le sue dimensioni si avvicina ancora a quello delle cellule madri (fig. 4 e 8, *b*).

In secondo luogo è da notarsi che il numero delle cellule emocitogene è in stretta relazione con quello delle cellule madri. Di fatto nelle sezioni verso il principio od il fine della valvola, dove queste ultime sono più scarse, sono anche assai rare le prime, mentre che nelle sezioni condotte attraverso la regione mediana della valvola molto più numerose sono e le une e le altre.

Infine anche la loro posizione rispettiva è da tenersi in conto, giacchè, se queste cellule fossero fra di loro affatto indipendenti, dovrebbero trovarsi nel connettivo della valvola in luoghi diversi, e non fra di loro in istretta relazione. Ora avviene invece precisamente che le cellule emocitogene si trovino sempre là dove stanno pure le cellule madri ed in generale sono così disposte nel connettivo che queste occupano quasi sempre la parte più interna, e quelle la parte più periferica. Il che si scorge bene all'intorno dell'arteria principale o delle arterie secondarie e nelle regioni d'incrocio di tre o più trabecole, dove la maggior quantità di connettivo permette ad un maggior numero di elementi di trovarsi riuniti (fig. 4).

Per queste ragioni adunque io credo che le cellule emocitogene provengano direttamente dalle cellule madri.

I leucoblasti. — Lo stato delle cellule emocitogene, quale ora fu descritto, non è che temporaneo e fugace, perchè ben presto continuando la loro trasformazione producono, le une gli emoblasti, le altre i leucoblasti. Diremo prima di questi ultimi.

In che consistano le modificazioni che hanno per effetto finale di produrre un leucoblasto è difficile a dirsi. Io non ho potuto scorgere altro che questo. Quelle cellule emocitogene che dovranno dare origine a leucoblasti rimpiccoliscono a poco a poco il loro nucleo, e la cromatina, prima ben distinta in granuli e filamenti, dentro ad un succo nucleare poco o quasi sensibile colorabile, in certo modo si addensa sempre più, i granuli si avvicinano, i fili cromatinici diventano sempre meno visibili ed il succo nucleare, divenuto più denso, si fa più colorabile, quasi come se la cromatina vi si fosse sciolta. Di guisa che, dopo di ciò, il nucleo si riduce a minime dimensioni, dai 2,5 ai 3,5 μ: appare omogeneo, e colorato così uniformemente in azzurro dall'ematossilina, che non è quasi più possibile distinguervi alcun granulo di cromatina; anzi pare ridotto esso stesso ad una massa sola cromatinica.

Intanto il protoplasma non pare che si muti considerevolmente.

Il leucoblasto è così formato, *ma è ancora sempre chiuso nel connettivo della valvola.* Che un elemento simile sia un leucoblasto è impossibile negarlo per la somiglianza perfetta che presenta coi leucoblasti in circolazione che ho altrove descritti (2) e che si vedono numerosi nelle lacune della valvola; che derivi da una speciale cellula emocitogena è facile arguirlo per la presenza di altre cellule che rappresentano le fasi intermedie di questa evoluzione; che sia sempre incluso nel connettivo valvolare lo si scorge chiaramente dalle fibrille che lo circondano. La divisione di questi leucoblasti si fa per mitosi. Io ne ho osservato parecchie nelle loro varie fasi, e talune ho anche figurato. Non in tutte le sezioni si possono incontrare leucoblasti in cariocinesi; a me è avvenuto di non trovarne alcuno in più sezioni, mentre in altre ne incontrava anche quattro o cinque in una medesima sezione di 5 μ. di spessore. Nemmeno in questi, come già notai per i nuclei delle cellule madri, non si ha mai nella divisione indiretta la formazione di vere anse cromatiche, ma solo di granuli. Del resto il fenomeno si svolge

qui così identico a quello descritto per le cellule madri che per brevità non ne ripeterò la descrizione. Dirò anzi che la somiglianza delle figure cariocinetiche di questi due elementi è tale che non ho trovato altri caratteri per distinguerli che le loro dimensioni. Uno sguardo alle figure, servirà meglio che qualsiasi descrizione (fig. 3, 4, 9, *c* e *c'*).

Quanto alla loro posizione, è così notevole la concordanza con quella degli altri elementi descritti che si può ritenere come una buona prova per la loro derivazione da questi ultimi. Di fatto anche i leucoblasti, nel connettivo valvolare, sono più scarsi in principio della valvola, più numerosi nel suo tratto mediano, e van divenendo sempre più rari verso il suo fine finchè mancano affatto. Ed in una medesima sezione sono pochissimi quelli che stanno verso la periferia della valvola, più abbondanti invece intorno alle arterie o nelle trabecole o più ancora nell'incrocio di queste. Insomma la si vedono più numerosi dove sono anche più numerose le cellule madri e le cellule emocitogene. E come ho detto che queste ultime hanno negli aggruppamenti di questi elementi diversi una posizione più periferica delle cellule madri, così anche i leucoblasti stanno più all'esterno delle cellule emocitogene: così che l'interno di questi gruppi è occupato dalle cellule madri, intorno alle quali stanno le cellule emocitogene e intorno a queste i leucoblasti, e promiscuamente anche gli eritroblasti (fig. 4).

Di questa guisa i leucoblasti si trovano quasi sempre sul margine delle lacune, *ma ancora rinchiusi nel connettivo*, che li separa da quelle o sotto forma di uno straterello delicatissimo, o molte volte semplicemente di una membrana tenuissima, simulante la parete di un capillare. E notai pure che delle numerose mitosi osservate di leucoblasti, non una sola incontrai che avvenisse indubbiamente negli spazi lacunari e perciò nella circolazione sanguigna: tutte invece mi apparvero, e talora con una grande evidenza e chiarezza, *rinchiuse nel connettivo valvolare.*

Se ora mettiamo in relazione questi fatti con quell'altro, facile a constatarsi, che in queste lacune valvolari dove circola il sangue i leucoblasti in circolazione sono sempre più numerosi che altrove e disposti alla periferia della lacuna e talora anche addossati alla sua parete, formata come dissi dal connettivo

stesso della valvola, mi pare che si possano collegare fra di loro nel seguente modo i vari fenomeni: le cellule madri si trasformano in cellule emoeitogene, e talune di queste in leucoblasti, subendo quelle modificazioni che conducono ai caratteri differenziali descritti: mentre la trasformazione avviene le cellule si portano a poco a poco al margine delle lacune, dove, per il rompersi delle fibrille del connettivo che le rinchiude, si fanno libere e così i leucoblasti cadono nelle lacune ed entrano in circolazione (fig. 9, *c''*).

Che cosa avvenga di essi dopo di ciò io ho già descritto altrove (2).

Gli eritroblasti. — Gli eritroblasti del parenchima valvolare *si lasciano facilmente riconoscere per la presenza di granuli* nel loro corpo cellulare, granuli che nelle sezioni colorate col metodo a triplice colorazione sopra descritto, appaiono tinti di un bel roseo per opera dell'eosina. A questo carattere evidente se ne può aggiungere un altro, non così spiccato, ma in certi casi, assai distinto: *la presenza di una membrana* (1).

Il nucleo degli eritroblasti è generalmente sferico, talora

(1) Nelle sezioni colorate a tre colori nel modo suddetto è facile cadere in errore nel distinguere le cellule del parenchima valvolare e giova pertanto usare la massima attenzione. L'eosina colora in roseo non solo i granuli degli eritroblasti, ma anche i granuli neutrofili dei leucociti a nucleo polimorfo, di cui è fittamente infiltrato il corpo della valvola in buona parte del suo decorso, e colora specialmente poi quelle rare cellule eosinofile che si possono trovare qua e là.

Ecco come si distinguono questi vari elementi: il nucleo degli eritroblasti, sebbene in certi casi leggermente irregolare, non è mai però così polimorfo o ripiegato a bisaccia od a forma di occhiali, come quello dei leucociti e delle cellule eosinofile: i granuli degli eritroblasti sono più grandi, più distinti, di un roseo più schietto e più chiaro, e immersi in un protoplasma più trasparente e incoloro: i granuli dei leucociti a nucleo polimorfo sono più piccoli, più fitti, di color roseo leggermente incline ed immersi in protoplasma leggermente colorato in azzurro dall'ematossilina: quelli poi eosinofili delle cellule eosinofile si riconoscono più facilmente perchè assai più grandi di tutti e, per quella maggior predilezione per l'eosina, tinti in rosso più vivo e brillante. Tale distinzione si può fare assai facilmente quando si sia acquistata una certa pratica con prolungate e frequenti osservazioni e quando si abbia la precauzione di osservare sezioni in cui i leucociti neutrofili siano meno abbondanti quali sono quelle condotte nel primo tratto anteriore della valvola.

ellissoideo, talora anche alquanto irregolare per qualche insenatura nel suo contorno; nel qual caso non è improbabile che ciò sia dovuto alle pressioni che esso sopporta nel connettivo valvolare per causa delle altre cellule adiacenti. Esso è sempre più piccolo di quello delle cellule madri, e anche alquanto minore di quello delle cellule emocitogene. La sua cromatina è abbondante e divisa in granuli, e questi sono fra loro congiunti per mezzo di filamenti cromatinici ben visibili. L'aspetto che assume il nucleo di un eritroblasto è ben diverso da quello di un leucoblasto che abbia raggiunto l'ultimo suo stadio di sviluppo: giacchè non avviene che esso si rimpicciolisca tanto, nè la sua cromatina si addensa al punto da ridurre il nucleo quasi simile ad una massa unica di cromatina. Ma, se si paragonano i nuclei di eritroblasti e di leucoblasti la cui evoluzione non sia ancora compiuta, è certo che si nota in essi una somiglianza notevole.

Il protoplasma degli eritroblasti è trasparente ed omogeneo, se si fa astrazione dei granuli racchiusi. Esso appare anche più abbondante, perchè il suo contorno irregolare circonda sempre il nucleo ad una certa distanza. A giudicare appunto da questo contorno che si presenta sempre netto, arguisco che essi posseggano una membrana, per quanto tenuissima (fig. 3, 4, 5, 6, 10, *d* e *d'*).

Quanto ai granuli essi non sono altro che i granuli emoglobigeni che ho dimostrato caratteristici di tutti gli eritroblasti granulosi (3), e che nella lampreda persistono anche nell'eritrocito dell'animale adulto (2). Essi sono molto numerosi nell'eritroblasto che ha raggiunto l'ultima fase di sviluppo nel connettivo valvolare.

Non mi avvenne mai di trovare nel connettivo valvolare un solo eritroblasto che già contenesse emoglobina.

Come i leucoblasti, anche gli eritroblasti che hanno compiuto il loro sviluppo si riproducono per mitosi. Io ho trovato nelle mie sezioni alcune di queste mitosi che in parte ho anche figurato. Sostanzialmente avviene come quella delle cellule madri e dei leucoblasti, cioè non vi hanno vere anse cromatiche, ma solo granuli e vi si distingue sempre bene il fuso nucleare. Si riconoscono poi facilmente dalle altre mitosi per la presenza dei granuli emoglobigeni, i quali, durante le fasi della cariocinesi,

si accumulano di preferenza intorno al nucleo, e lo mascherano perciò alquanto. Il che non impedisce tuttavia di scorgerne distintamente le particolarità principali. Anche la grandezza di queste figure mitotiche contribuisce a distinguerle: meno grandi di quelle delle cellule madri sono però sempre maggiori di quelle dei leucoblasti (fig. 5, 6, 10).

Posso fare per gli eritroblasti quella medesima affermazione già fatta per i leucoblasti: *tutte le loro mitosi le ho sempre osservate compiersi nel connettivo valvolare, mai in circolazione*, e perciò sempre in eritroblasti privi di emoglobina.

Che questi elementi ora descritti sieno eritroblasti, cioè corpuscoli rossi giovani, si può vedere chiaramente confrontandoli con quegli altri ancora giovani, ma già contenenti un po' di emoglobina che si trovano in circolazione o nei vasi o, più frequenti assai, nelle lacune valvolari. Essi si assomigliano perfettamente e nel nucleo e nel resto della cellula. In tutti e due i granuli emoglobigeni appaiono distintamente, come anche si scorgono sempre negli eritrociti adulti, racchiusi nell'emoglobina coagulata che li circonda.

Anche gli eritroblasti derivano da talune cellule emocitogene, le quali compiono un'evoluzione diversa da quelle che producono i leucoblasti. Che sia così ci è dimostrato dalla presenza di forme intermedie, cioè di cellule somigliantissime alle emocitogene, in cui però incominciano a comparire i granuli emoglobigeni.

Mentre i leucoblasti, come dissi, si producono più numerosi nel tratto mediano della valvola spirale, pare invece che gli eritroblasti si formino qui più scarsi, e non si svolgano poi affatto nell'ultimo tratto. Essi per contro sono più numerosi nella regione anteriore, in quel primo tratto cioè, che dall'inizio della valvola decorre fin poco oltre l'apice posteriore del fegato.

Del resto in una medesima sezione anche questi elementi hanno una situazione prevalentemente periferica nel connettivo, cioè, negli aggruppamenti di cellule del parenchima stanno insieme ai leucoblasti più verso l'esterno, e come quelle dei leucoblasti anche le mitosi degli eritroblasti ho incontrato costantemente in questa posizione (fig. 4).

Rilegando insieme i fatti osservati si può anche per questi arguire: che gli eritroblasti derivano da talune cellule emocito-

zene che seguono una speciale evoluzione: e, mentre questa si compie, si avvicinano al margine delle lacune: dove poi lacerandosi il connettivo, si fanno liberi e passano nella circolazione.

Quali sono le cellule emocitogene che si trasformeranno in leucoblasti e quali quelle altre che daranno gli eritroblasti? Io ho cercato invano un carattere per riconoscerle.

Passato l'eritroblasto nella circolazione, e immerso nel plasma del sangue incomincia la formazione dell'emoglobina e continua la sua vita nel modo altrove descritto (2).

Conclusioni. La valvola spirale è un vero organo ematopoetico, produttore degli elementi rossi e degli elementi bianchi del sangue;

le cellule madri hanno una funzione importantissima come quelle che sono i veri elementi fondamentali ematopoetici del parenchima valvolare;

le cellule emocitogene derivano da queste e rappresentano una fase di passaggio agli eritroblasti ed ai leucoblasti;

gli eritroblasti ed i leucoblasti hanno in questo vertebrato nella loro evoluzione, un punto comune di partenza, sebbene alquanto remoto;

la mitosi è il modo di divisione di tutti questi elementi finchè sono rinchiusi nello stroma della valvola;

gli eritroblasti non contengono emoglobina ne' primi stadi della loro vita e finchè sono rinchiusi nello stroma della valvola spirale: quella incomincia a prodursi appena sono immersi nel plasma del sangue.

INDICAZIONI BIBLIOGRAFICHE.

1. Bizzozero G., *Sulle ghiandole tubulari del tubo gastro-enterico e sui rapporti del loro epitelio coll'epitelio di rivestimento della mucosa.* Nota V, in: " Atti R. Acc. Sc. Torino ", vol. XXVII, 1892.

2. Giglio-Tos E., *Sulle cellule del sangue della lampreda,* in " Memorie R. Acc. Sc. Torino ", Serie II, T. XLVI, 1896, pp. 219-252.

3. — *La struttura e l'evoluzione dei corpuscoli rossi del sangue nei vertebrati,* in: " Memorie R. Acc. Sc. Torino ", Serie II, T. XLVII, 1896.

4. Heidenhain M., *Neue Untersuchungen über die Centralkörper und ihre Beziehungen zum Kern- und Zellenprotoplasma,* in: " Arch. f. mikrosk. Anat. ", Bd. 43, 1894.

5. Schneider A., *Beiträge zur vergleichenden Anatomie und Entwickelungsgeschichte der Wirbelthiere.* Berlin, 1879.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Tutti i disegni furono eseguiti alla camera lucida di Abbe, e sono ingranditi, tolto il 1°, 2000 volte. Obbiett. apochr. Zeiss 1.5^{mm}, apert. 1.30, ocul. 4: tubo del microscopio 165 mm.

Fig. 1. Sezione trasversa della valvola spirale verso il suo termine, dove è solo costituita dal connettivo e mancano le cellule del parenchima e l'arteria centrale. Vi si vedono le lacune con qualche corpuscolo rosso (*b*) e alcuni leucoblasti (*c*) e nel connettivo (grigio) i nuclei oblunghi delle cellule connettive (*d*): alla periferia l'epitelio intestinale (*a*) e alcune fibre muscolari (*e*) (debole ingrand.).

Fig. 2. Grande cellula madre del parenchima in mitosi: tutt'intorno le fibrille del connettivo.

Fig. 3. Un tratto di una trabecola valvolare con un eritroblasto (*d*), una cellula emocitogena (*b*), due leucoblasti (*c*) in riposo ed uno (*c'*) in mitosi.

Fig. 4. Un tratto di valvola spirale nell'incrocio di 4 trabecole. Nello stroma (grigio) stanno allogate: più all'interno alcune cellule madri (*a*) con nucleoli distinti, poi qualche cellula emocitogena (*b*) e più all'esterno alcuni leucoblasti (*c*) fra cui uno (*c'*) in mitosi, e tre eritroblasti (*d*) con i granuli emoglobigeni caratteristici (rosei). I nuclei allungati (*e*) sono delle cellule connettive. Nelle lacune stanno un leucoblasto, un eritroblasto, ed un eritrocito.

Fig. 5. Tratto di valvola spirale intorno all'arteria celiaca centrale. In *A* il lume dell'arteria, *ni* nuclei dell'intima, *m* media, *av* avventizia: *a* cellule madri: *c* leucoblasto, *d* eritroblasto in riposo, *d'* eritroblasto in mitosi.

Fig. 6. Un eritroblasto in mitosi.

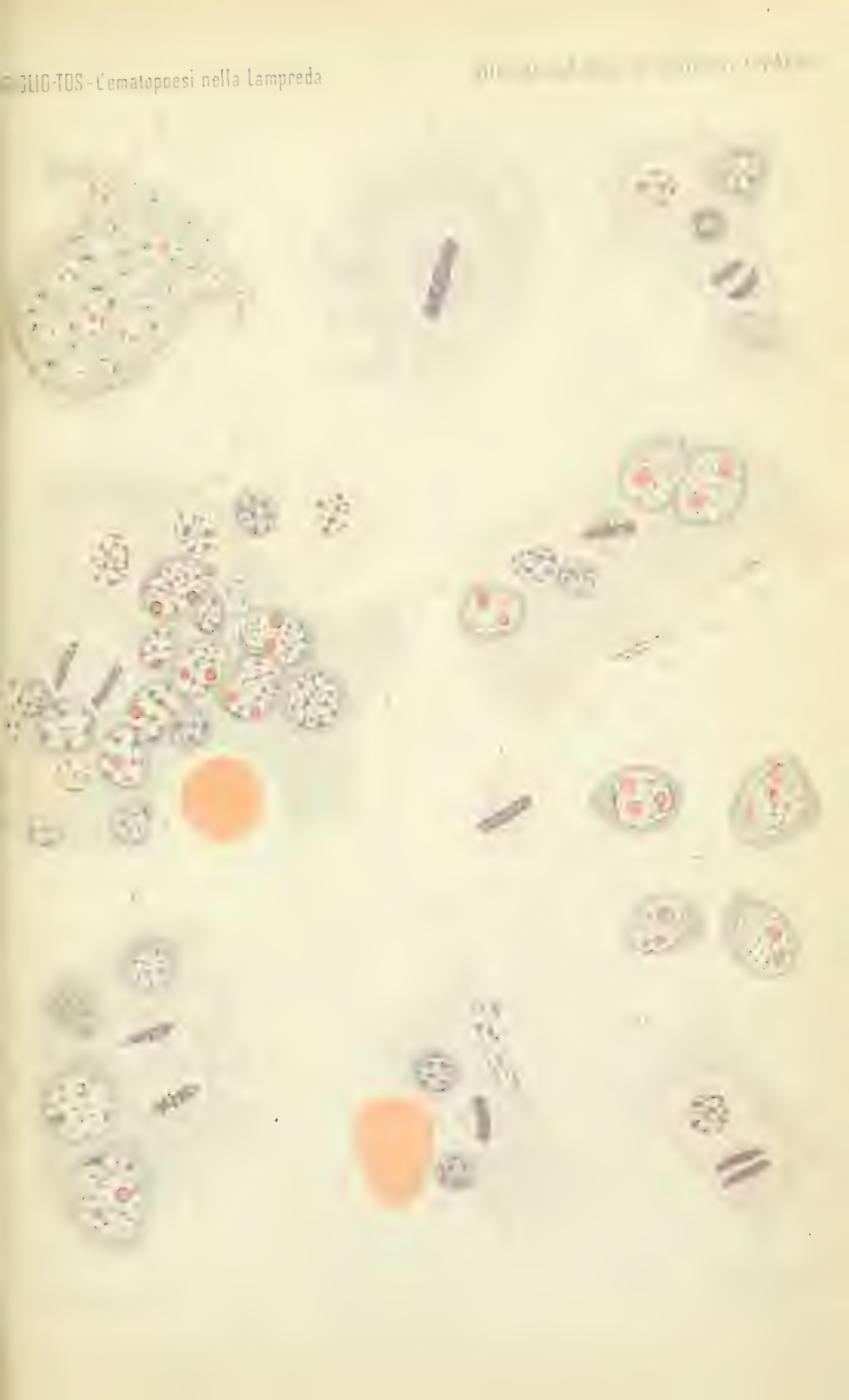
Fig. 7. Quattro cellule madri.

Fig. 8. Tratto di trabecola valvolare: *a* cellula madre, *a'* cellula madre in mitosi, *b* cellule emocitogene.

Fig. 9. Tratto di trabecola valvolare: *e* nucleo del connettivo, *c* leucoblasto nel connettivo, *c'* un altro in mitosi, *c''* un altro appena uscito dal connettivo: *n* eritrocito.

Fig. 10. Tratto di trabecola con due eritroblasti uno in riposo l'altro in mitosi.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.



CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 14 Febbraio 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: CLARETTA, Direttore della Classe, PEYRON, ROSSI, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, PEZZI, CIPOLLA, BRUSA, PERRERO, e FERRERO Segretario.

Il Presidente ricorda la grave perdita testè fatta dall'Accademia con la morte del professore Galileo FERRARIS, Socio nazionale, appartenente alla Classe delle scienze fisiche, matematiche e naturali. Accenna alle benemerenze del Socio estinto verso la scienza e l'Accademia.

Il Socio Segretario, a nome dell'autore, il Socio corrispondente professore Aristide MARRE, offre il tomo I dell'opera: *Le Sadjarah Malayou traduit du malais en français* (Vaucresson, 1896).

Offre quindi, a nome dell'autore, il sig. Stefano MICHON della Società Nazionale degli Antiquarii di Francia, un opuscolo: *Nouveaux milliaires d'Arabie découverts par le P. Germer-Durand* (1896). Rileva l'importanza di uno di questi milliarii, che porta il nome dell'imperatore Pertinace e di suo figlio.

Il Direttore della Classe CLARETTA, condeputato coi Socii FERRERO e NANI ad esaminare il lavoro manoscritto presentato dal Cav. Giovanni SFORZA per l'inserzione nelle *Memorie* ed intitolato: *Francesco Sansovino e le sue opere storiche*, legge una relazione conchiudente per l'ammessione alla lettura.

La Classe approva tale conclusione, ed udita la lettura del lavoro, ne approva la stampa.

LETTURE

Relazione sul lavoro del Cav. Giovanni Sforza: *Francesco Sansovino e le sue opere storiche.*

Di Francesco Sansovino (nato a Roma nel 1553 di padre fiorentino di nome Jacopo Tatti, valente scultore ed architetto, da Andrea Centucci da Monte Sansovino suo maestro, denominatosi Sansovino), divenuto storico e letterato di qualche merito a' suoi dì, ed anche della veneta tipografia qualche poco benemerito, il cavaliere Giovanni Sforza ci dà particolareggiate notizie nello scritto presentato alla Classe.

Egli, dopo averci esposti i motivi per cui suo padre, lasciata Roma, recossi a stabilirsi in Venezia, ed informatici di parecchie avventure che questo riguardano, s'intertiene degli anni giovanili di Francesco, che ci dànno un'impronta de' tempi in cui i costumi, com'è noto, non erano guari corretti in ogni ordine di persone. Basti ad esempio notare che il padre del nostro Sansovino nelle sue disposizioni testamentarie, dovendo nominare più volte il figliolo e la figlia, usava quest' ingenua dichiarazione *sia o non sia mio figliuolo: sia o non sia mia figliuola!*

E coerentemente a simile tenor di vita il Francesco, giovinetto, gia aveva composto *il libro de' miei amori*, che non temeva di mandar a leggere ad Alfonso Zanabuoni vescovo di Saluzzo, forse un emulo di Matteo Bandello.

In questo suo studio lo Sforza ci fa conoscere molti aneddoti del Sansovino, che desume o da lettere, o da brani dei suoi

scritti, e di parziali sue note autobiografiche. Ma egli s'intrattiene particolarmente delle opere sue storiche e letterarie; e c'informa del giudizio datone altresì da autori coevi e posteriori.

Il lavoro è ricco di annotazioni, le quali mirano ad illustrare ed a dare svolgimento a certi fatti descritti nel testo, od a tratti speciali della vita e delle opere dei personaggi in esso accennate; e fanno prova della copiosa erudizione dell'autore, sia in quanto s'attiene alla storia di quei tempi, come alla bibliografia.

E sì che in codest'esame egli non vien punto fuori colle vesti inzaccherate di pedanteria, nè le sue osservazioni peccano per troppo arida e minuta erudizione che venga ad affaticare i leggitori. No, egli sa disegnarci, sa rilevare i pregi e i difetti di quelle opere, non superiori all'età, talora ridondanti di lacune importanti, tal'altra prive dell'acume critico necessario. In una parola sia lecito dire che ci sa dalla creta cavar figure, e colla scelta fatta con certa larghezza dei periodi più attraenti, si dimostra in possesso di quella critica, che è propria degli anni maturi, e che ai fatti sa applicare l'osservazione storica ed estetica.

Queste doti si possono ritenere quale compenso della mancanza, che taluno potrebbe notare, di documenti originali riferentisi al Sansovino, se pur ve ne esistano, poichè è probabile che il valente biografo, ove esistessero, avrebbe saputo rintracciarli. Tant'è che dove ei potè imbattersi in qualche documento, non ebbe ad omettere di farcelo conoscere. Infatti egli inserisce nel suo scritto parte di una corrispondenza seguita tra il Sansovino e Alberico Cibo-Malaspina principe di Massa e Carrara del 1573 e del 1578, colmando una lacuna dello stesso Sansovino.

Quindi devesi ritenere che il suo protagonista è convenientemente rappresentato nella sua qualità di tipografo di quella città, che fra i tanti benemeriti di quell'arte ricorda pure contemporanei i nostri Gioliti de Ferrari da Trino e nella qualità di storico, e di letterato, che portò anche qualche contributo agli studii danteschi, e come colui insomma che compare primo a dettar precetti intorno al modo di scrivere le lettere.

Detto dei giudizii parchi lasciatici dagli storici sul Sansovino, al quale mancava sinora una speciale biografia, l'Autore conchiude col rilevare l'utilità che può venire alla nostra let-

teratura, sapendosi oggidì dalle notizie erronee sparse nelle sue opere scoverare le buone, che non sono poche.

E senza dubbio, qual contributo alla storia letteraria del secolo XVI, il lavoro del cavaliere Sforza deve meritare encomio, nella stessa guisa che la sua pubblicazione può colmare una lacuna. Il perchè i sottoscritti credono che esso possa essere degno di venir ammesso alla lettura.

G. Claretta, *Relatore.*
C. Nani.
E. Ferrero.

L'Accademico Segretario
Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 24 Gennaio al 7 Febbraio 1897.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega VI, t. XLII. Buenos Aires, 1896; 8°.

* **Annales** des Mines. 9me série, t. IX, liv. 7me-8me; X, 9me-11me. Paris, 1896.

* **Annuario** per l'anno scolastico 1896-97 della R. Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri in Torino; 8°.

* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno L, sess. 1ª. Roma. 1897; 4°.

* **Atti** e **Rendiconti** dell'Acc. Medico-chir. di Perugia. Vol. VIII; 4. [illegible]

* **Bollettino** delle sedute dell'Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania. Maggio-dicembre 1896; fasc. XLIV-XLV; 8°.

* **Bollettino** dei Musei di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università di Genova. N. 49-53. Genova, 1896; 8°.

Bollettino quindicinale della Società degli Ingegneri Italiani. Anno [illegible] n. 13-22, 24. Roma, 1896; 8°.

* **Bollettino** medico-statistico dell'Ufficio d'igiene della città di Torino. Anno XXV, n. 1-18 e Rendiconto dei mesi di giugno a dicembre 1896.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXVIII, n. 3; XXX, 3. Cambridge, 1896; 8°.

Catalogue of the Michigan Mining School. 1894-1896. Houghton, Michigan. 1896; 8° (*dalla Direzione della Scuola*).

Exposition internationale de Bruxelles en 1897. Section des Sciences (Section 5 bis). Règlement. Bruxelles, 1896; 8°.

* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1896, part 6. London, 1896; 8°.

* **Observations** faites à l'Observatoire météorologique de l'Université Impériale de Mouscou. Avril-décembre 1895, janvier-mai 1896; 8°.

Prace matematyczno-Fizyczne. T. I-VII. Warszawa, 1888-1896; 7 vol. 8° (*dalla Società di scienze matematiche e fisiche*).

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXIX, fasc. XX. Milano, 1897; 8°.

* **Transactions** of the Manchester Geological Society. Vol. XXV, n. I-II; 1897; 8°.

Verhandlungen des deutschen wissenschaftlichen Vereins zu Santiago de Chile. Bd. III. Valparaiso, 1896; 8°.

Cabreira (A.). Sur la Geometrie des courbes transcendantes. Lisbonne, 1896; 8° (*dall'A.*).

Emmens (S. H.). The Argentaurum papers. Some Remarks concerning Gravitation.

Segre (C.). Sulla scomposizione dei punti singolari delle superficie algebriche. Milano, 1896; 8° (*Id.*).

Stossich (M.). Elminti trovati in un *Orthagoriscus Mola*. Trieste, 1896; 8° (*Id.*).

— Ricerche elmintologiche. Trieste, 1896; 8° (*Id.*).

— Il genere *Ascaris* Linné. Trieste, 1896; 8° (*Id.*).

Vailati (G.). Sull'importanza delle ricerche relative alla Storia delle scienze. Torino, 1897; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 31 Gennaio al 14 Febbraio 1897.

* **Abhandlungen** der philologisch-historischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. Bd. XVI, n. 5. Leipzig, 1897; 8°.

* **Anales** de la Universidad (*República Oriental del Uruguay*). VIII, Entr. 2ª. Montevideo, 1896; 8°.

Annuario della R. Università degli studi di Torino per l'anno accademico 1896-97. Torino, 1897; 8°.

* **Anuario** estadístico de la Republica Oriental del Uruguay, Año 1895. Montevideo, 1896; 8°.

* **Atti** e Rendiconti dell'Accademia di scienze, lettere e arti dei Zelanti di Acireale. Nuova serie, vol. VII. Acireale, 1896; 8°.

Atti della Società Ligure di Storia patria. Vol. XX, fasc. II; XXVIII, fasc. I. Genova, 1896; 8°.

* **Atti** e **Memorie** della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova. Anno CCXCVII, 1895-96, N. S., vol. XII. Padova, 1896; 8°.

Atti della Società di Archeologia e Belle Arti per la provincia di Torino. Vol. VII, fasc. I. Torino, 1897; 8°.

Bilanci comunali. Tariffe daziarie dei comuni chiusi, situazioni patrimoniali dei comuni e debiti comunali e provinciali per l'anno 1895. Roma, 1896; 8° *(dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio).*

* **Bulletin** de la Société d'Études des Hautes-Alpes. II° série, n. 20. Gap, 1896; 8°.

* **Consiglio** Comunale di Torino; 1896. N° XIX-XXXVII; 1897. N° I-V.

** **Monumenta** Germaniae historica. Scriptorum tomi XXX. Pars I. Hannoverae, 1896; f°.

* **Notulen** van de Algemeene en Bestuurs-Vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel XXXIV. Af. 1, 2. Batavia, 1896; 8°.

Preisschriften [illegible] schen Gesellschaft zu Leipzig. Nr. XX, XXI der histori-ch-nationalökonomischen Section. Leipzig, 1896; 8°.

* **Tijdschrift** voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, etc.; Deel XXXIX, Aflev. 3. Batavia, 1896; 8°.

* **Verhandelingen** van het [illegible] schappen. Deel XLIX, 1°, 2°; L, Stuck 1°. Batavia, 1896; 8°.

Barzellotti (G.). Ippolito Taine. Roma, 1895; 8° *(Dall'A.).*

Claretta (G.). Ennemond de Servient ambassadeur de France à Turin (1648-1676), anecdotes inconnues. Grenoble, 1896 *(Id.).*

Franchetti (A.). La mente d'Ippolito Taine secondo un critico italiano. Roma, 1896; 8° *(Dono del prof. G. Barzellotti).*

Héron de Villefosse (A.). La tiare du roi Saïtapharnès. Paris, 1896; 8° *(Dall'A.).*

Milesi (G. B.). La negazione del libero arbitrio ed il criterio del giusto nella ricerca della legge sociale. Milano, 1894; 8° *(Id.).*

— L'evoluzione studiata nel sistema delle sue cause. Torino, 1896; 8° *(Id.).*

Rossi (G.). Girolamo Fracastoro in relazione all'Aristotelismo e alle scienze nel Rinascimento. Pisa, 1893; 8° *(Id.).*

— Niccolò di Cusa e la direzione monistica della filosofia nel Rinascimento. Pisa, 1894; 8° *(Id.).*

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

N. Y. Academy of Sciences
Rec'd June 1 --Oct. 25 97

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 21 Febbraio 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Cossa, Vice Presidente dell'Accademia, D'Ovidio, Direttore della Classe, Salvadori, Mosso, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre, Volterra, Guareschi, Guidi, Fileti e Naccari Segretario.

Il Presidente Giuseppe Carle partecipa la morte del Socio Senatore Galileo Ferraris colle seguenti parole:

Egregi colleghi, fin dall'ultima seduta della Classe, un triste presentimento incombeva sull'animo di tutti. Era nota la grave malattia, che aveva colpito pressochè repentinamente il nostro amatissimo Collega Galileo Ferraris; si sapeva che Egli, già travagliato dal male, aveva tentato ancora di fare la sua lezione al Museo Industriale il primo del corrente febbraio, ma non era più stato in condizione di compierla. D'allora in poi le sue condizioni si erano sempre più aggravate, e i consulti dei medici lasciavano ben poche speranze alla desolata famiglia che lo circondava e agli amici e colleghi che aspettavano ansiosi le sue notizie.

Il triste presentimento si è pur troppo avverato: il nostro Collega mancò ai vivi il giorno stesso di domenica, 7 corrente, alle ore 17,15.

La perdita che ha fatto in Lui la patria e la scienza non può essere commiserata che all'universale rimpianto, che si sollevò all'annunzio della sua morte.

Non ancora cinquantenne, Egli era pervenuto ad una celebrità, che non era più circoscritta ai confini del nostro paese, ed era entrato in quel periodo della vita, in cui il suo merito e valore scientifico erano universalmente riconosciuti, le sue scoperte dal campo tecnico cominciavano a passare alle applicazioni pratiche, e i suoi consigli potevano riescire sempre più utili al Governo, ai Municipi, alle Società e ai privati.

Ben è vero che Egli in questi ultimi tempi si lagnava talvolta cogli intimi di una strana e quasi inesplicabile stanchezza, e che anche lo spirito di Lui appariva melanconico e triste e correva pressoché involontariamente alla memoria dei suoi cari, che erano morti; ma certo nessuno avrebbe mai potuto credere che mentre duravano ancora le manifestazioni del plauso, con cui era stata accolta la sua nomina a Senatore del Regno, già dovesse avviarsi quel funebre corteo, composto di allievi, di colleghi e di amici, di concittadini, dei rappresentanti del suo Paese nativo, del Municipio, della Provincia, del Governo e dei Poteri dello Stato, degli Istituti scientifici nazionali ed esteri, che doveva mestamente accompagnarlo al Camposanto di questa Città, nel sito che essa riserva agli uomini benemeriti ed illustri, e dove già riposano le spoglie di altri colleghi nostri, fra cui ricorderò il Gorresio, il Fabretti, il Lessona.

L'Accademia prese parte viva al comune dolore, annunziò la perdita da essa fatta alle Società scientifiche nazionali ed estere e ne ricevette un numero grandissimo di condoglianze.

Galileo Ferraris era ascritto alla nostra Accademia dal 5 dicembre 1880. Egli pubblicò nei nostri Atti i primi saggi di quelle indagini e scoperte, che dovevano rendere celebre il suo nome. Noi tutti abbiamo avuto occasione di apprezzare non solo il suo alto valore scientifico, ma la bontà del suo animo, la semplicità dei suoi modi, e quella sua incomparabile modestia, che lo faceva talora apparire pressoché timido e peritoso. Noi tutti ricordiamo ancora la splendida ed affettuosa commemorazione, che egli ha fatto di un altro socio, pure immaturamente perduto, il prof. Giuseppe Basso.

È trascorso poco più di un anno da quel giorno, ed io debbo

ora pregare un altro collega perchè voglia compiere lo stesso ufficio per Galileo Ferraris, e mi dirigo al Socio prof. Naccari, che per l'indole dei proprii studii e per l'affettuosa amicizia coll'illustre Collega perduto potrà degnamente commemorare la vita e le opere di Lui.

Il Presidente annunzia ancora la morte del prof. Luigi Schiaparelli Socio residente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche, avvenuta in Torino il 19 del corrente mese e quella del Prof. Patrizio Gennari Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, avvenuta in Cagliari il 1° febbraio 1897.

Il Segretario legge quindi l'atto verbale dell'adunanza precedente che è approvato; dà lettura dei ringraziamenti inviati dalla famiglia Ferraris per la parte presa dall'Accademia al suo cordoglio e delle numerose condoglianze ricevute dall'Accademia, e comunica le lettere di ringraziamento dei Socii Fischer, Rammelsberg e Schraut per la loro nomina a Socii corrispondenti.

Vengono accolte per l'inserzione negli *Atti* le seguenti note:

1° " *Sulla costituzione delle combinazioni di platosemiammina* ", nota del Socio Cossa;

2° " *Sul " Peripatus quitensis " Schmarda* ", nota del Socio Camerano;

3° " *Nuove ricerche sulla sintesi dei composti piridinici e la reazione di Hantzsch* ", nota del Socio Guareschi;

4° " *Azione dell'ammoniaca e dell'etere cianacetico sull'etere etilidenacetacetico e sull'aldeide etilica* ", nota del Dott. Enrico Quenda, presentata dal Socio Guareschi;

5° " *Azione dell'etere cianacetico e dell'ammoniaca sui chetoni grassi* ", nota del Dott. Adalberto Pasquali, presentata dal Socio Guareschi;

6° " *Azione dell'etere cianacetico sopra il metiletilchetone in presenza di ammoniaca* ", nota del Dott. Ernesto Grande, presentata dal Socio Guareschi.

Il Socio Spezia presenta una memoria del Dott. Giuseppe Piolti, intitolata: " *Sull'origine della magnesite di Caselette* ".

Sarà esaminata da apposita Commissione.

LETTURE

Sulla costituzione delle combinazioni di platosemiammina;

Nota del Socio ALFONSO COSSA.

Nel giugno dell'anno 1890 presentai alla R. Accademia delle Scienze di Torino un esteso lavoro sopra un nuovo isomero del sale verde del Magnus (1), diretto a dimostrare che la combinazione che si ottiene per l'azione prolungata del nitrato ammonico, in soluzione concentrata ed alla temperatura dell'ebollizione, sul sale verde del Magnus (cloroplatinito di platosodiammina) non è identica nè al cloruro di platosammina nè a quello di platososemidiammina, come fino allora si credeva. — Dalle mie ricerche risulto che il nuovo isomero è costituito da una combinazione di una molecola di cloruro di platosodiammina (cloruro della prima base di Reiset) con due molecole di un cloruro di una *nuova* base del platino contenente una sola molecola di ammoniaca, e per la quale proposi il nome di *platososemiammina* ed analogamente: quello di *platinosemiammina* per la corrispondente combinazione platinica (2). Attenendomi alla ipotesi emessa da Blomstrand e seguita da Cleve e Jorgensen per spiegare la struttura delle combinazioni ammoniacoplatiniche, nel primo mio lavoro poc'anzi citato ed in quelli successivamente pubblicati, ho rappresentato la composizione del nuovo isomero del sale verde del platino ed i cloruri doppii di platososemiammina e di potassio colle formole seguenti:

$$2\,Pt(NH_3)Cl_2,\ Pt(NH_3)_4Cl_2$$
$$Pt(NH_3)Cl_2,\ KCl$$
$$Cl_2(NH_3)Cl_2,\ KCl.$$

(1) " Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino ", serie II, vol. XLI, pag. 1-23, 1890. — In estratto: " Berichte d. deutsc. chem. Gesellschaft ", Berlin, Jahrg. XXIII (1890), s. 2503.

(2) Comunemente si chiama platosammina la base che contiene due molecole di ammoniaca.

L'esistenza di combinazioni basiche del platino contenenti una sola molecola di ammoniaca, e che costituiscono il secondo termine che mancava nella serie progressiva:

$$PtCl_2;\ PtCl_2(NH_3);\ PtCl_2(NH_3)_2;\ PtCl_2(NH_3)_3;\ PtCl_2(NH_3)_4$$

fu da me confermata per analogia colla preparazione dei composti omologhi contenenti una sola molecola di piridina o di etilammina, e che ho descritto in una memoria inserita negli Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino (1).

Con questa nota mi propongo di dimostrare che la teoria di Blomstrand da me seguìta corrisponde meglio di quelle recentemente immaginate al *complesso* delle proprietà della nuova serie di combinazioni del platino da me trovate, e che il radicale di queste nuove combinazioni ha realmente una funzione basica e non acida, come da qualcuno fu asserito.

L'egregio prof. Werner partendo da un concetto nuovo, che egli chiama del *numero di coordinazione*, e che ricorda lontanamente quello dell'antica teoria dei tipi, ammette che l'unione di due atomi non deve essere causata e limitata dalla saturazione reciproca delle così dette unità di valenze; ma ritiene invece che ad un dato atomo possa essere unito direttamente un *dato* numero (numero di coordinazione) di atomi o di gruppi di atomi maggiore di quello che sarebbe indicato dal grado della valenza del primo. — Per quanto si riferisce alle combinazioni ammoniacali del platino bi- e tetravalente i numeri di coordinazione sarebbero rispettivamente: *quattro* e *sei;* cioè in queste combinazioni si ammetterebbe l'esistenza di radicali formati da un atomo di platino intorno al quale sono simmetricamente disposti rispettivamente quattro o sei atomi o gruppi di atomi. — Di conformità a questa teoria, le combinazioni monoplatiniche ammoniacali possono essere raggruppate in due serie, di cui ciascuna contiene quattro tipi di combinazioni aventi una struttura

(1) *Sopra una nuova serie di combinazioni basiche del platino,* " Atti della Reale Accad. delle Scienze di Torino ", T. XXVII, pag. 973, 1892. — " Gazzetta chim. italiana ", T. XXII, parte II, pag. 620. — " Zeitschrift für anorg. Chemie ", Bd. II, pag. 182.

quale è mostrata nel seguente schema, che comprende le formole dei cloruri (1).

Serie platinosa.

1.	2.	3	4.
$\left[Pt(NH_3)_4\right]Cl_2$:	$\left[Pt(NH_3)_3 \atop Cl\right]Cl$:	$\left[Pt(NH_3)_2 \atop Cl_2\right]$:	$\left[Pt(NH_3)\right]K \atop Cl_3$.

Serie platinica.

$\left[Pt(NH_3)_4 \atop Cl_2\right]Cl_2$:	$\left[Pt(NH_3)_3 \atop Cl_3\right]Cl$:	$\left[Pt(NH_3)_2 \atop Cl_4\right]$:	$\left[Pt(NH_3)\right]K \atop Cl_5$.

Le accurate determinazioni eseguite da Werner e Miolati dimostrarono che la conducibilità elettrica molecolare delle soluzioni acquose va diminuendo a partire dai corpi del primo tipo, per ridursi quasi a zero in quelli del terzo tipo ed aumentare di nuovo in quelli dell'ultimo. Il Werner, basandosi specialmente su questi risultati, asserisce che la funzione chimica dei radicali è *basica* nelle combinazioni dei primi due tipi; *neutra* in quelle del terzo tipo ed *acida* nell'ultimo. Pertanto, secondo questa teoria, le combinazioni del quarto tipo, che sono appunto quelle da me trovate, non dovrebbero essere considerate come sali doppii risultanti dall'unione di un cloruro metallico col cloruro d'una nuova base. La combinazione che io e quelli che hanno accettato le mie idee esprimiamo colla formola:

$$Pt\begin{matrix} NH_3 - Cl \\ Cl \end{matrix}, KCl,$$

non si comporta, chimicamente, asserisce il Werner, come è indi-

(1) Werner, *Beitrag zur Konstitution anorganischen Verbindungen*, " Zeitschr. f. anorg. Chemie ", 3er Band (1893), s. 266. — Una seconda memoria sullo stesso argomento fu pubblicata da Werner colla collaborazione del Dott. Miolati nella " Zeitschr. für phys. Chemie " (vol. 12°, p. 35) e riprodotta nella " Gazzetta chimica italiana ", T. XXIII parte II pag. 146 e XXIV, parte II, pag. 408. — Werner, *Isomérie stéréochimique de composés inorganiques*. Note lue alla Sezione del Congresso di chimica di Hantzsch. Parigi, 1896.

cato da questo modo di notazione, ma la sua conducibilità molecolare prova al contrario che essa contiene un radicale complesso $\left|\begin{matrix}Pt(NH_3)\\Cl_3\end{matrix}\right|$ che funziona come iono negativo, essendo il potassio il iono positivo. Il composto in questione dovrebbe essere un sale di natura speciale di cui il radicale acido è il gruppo $\left|\begin{matrix}Pt(NH_3)\\Cl_3\end{matrix}\right|$ e il radicale basico il potassio.

La nuova teoria del professore Werner è senza dubbio molto ingegnosa, elegante e direi quasi seducente; ma non posso adottarla per spiegare la costituzione dei composti di platoso e platinosemiammina, perchè le proprietà loro non ammettono la funzione acida del radicale, da cui si vorrebbero far derivare. — Non dubito punto dell'esattezza dei risultati delle determinazioni di dissociazione elettrolica eseguite da Werner e Miolati; anzi avrei desiderato che queste determinazioni non fossero limitate ai due soli derivati potassici, ma estese a tutti i corpi del quarto tipo che ho preparato e descritto. Mi sembra però che trattandosi di definire quale sia la funzione di un radicale di tutta una serie di combinazioni, convenga prendere in considerazione il *complesso* dei caratteri fisici, e chimici, e non basti il fondarsi esclusivamente sul solo fatto della maggiore o minore resistenza opposta alla dissociazione elettrolitica.

Secondo la teoria del Werner nel cloruro di platososemiammina e di potassio *tutti* e tre gli atomi di cloro sarebbero *direttamente* collegati col platino, ed essendo simmetricamente disposti in un piano ad eguale distanza dall'atomo di platino, secondo lo schema:

$$\begin{array}{c} NH_3 \\ | \\ Cl—Pt—Cl \\ | \\ Cl \end{array}$$

dovrebbero avere un comportamento chimico eguale. Ma ciò è contradetto dall'esperienza; infatti quando ad una soluzione di cloruro di platososemiammina e di potassio si aggiunge alla *temperatura ordinaria* in eccesso una soluzione di nitrato argentico,

si separano allo stato di cloruro insolubile solamente i due terzi del cloro; il che prova che un atomo di cloro si trova in una condizione diversa dagli altri due, e giustifica il modo d'esprimere la composizione del sale in questione colla formola:

$$Pt\begin{matrix}NH_3 - Cl \\ Cl\end{matrix} \cdot KCl,$$

La precipitazione parziale del cloro alla temperatura ordinaria si verifica non solo in questo sale, ma bensì in tutte le combinazioni clorurate della platinosemiammina ed in quelle in cui all'ammoniaca sono sostituite la piridina e l'etilammina. Ora se per le combinazioni del secondo tipo si ammette l'esistenza d'un atomo di cloro fuori del radicale, basandosi appunto sulla precipitazione parziale del cloro, questo criterio dovrebbe essere con eguale valore applicato alle combinazioni del quarto tipo.

La questione della funzione chimica del radicale dei composti di platososemiammina sarebbe facilmente risolta, qualora si potesse riuscire ad ottenerne isolato il cloruro $PtNH_3Cl_2$; ma se tutti i tentativi diretti a questo scopo finora fallirono, potè però ottenere il solfocianato della nuova base. — Quando ad una soluzione concentrata del cloruro doppio di platososemiammina e di potassio si aggiunge, anche alla temperatura ordinaria, una soluzione concentrata contenente una quantità molecolarmente doppia di solfocianato potassico, si separa a poco a poco dal liquido una materia di colore giallo bruno che va sempre aumentando fino a reazione completa. — Questa sostanza non contiene più nessuna traccia nè di cloro nè di potassio, ed analizzata presenta la composizione corrispondente al solfocianato di platososemiammina $Pt(NH_3)(CyS)_2$. Ora la formazione di questo sale sarebbe impossibile ammettendo l'esistenza nel sale da me impiegato, di un radicale acido avente la composizione $Pt(NH_3)Cl_3$.

Non sono propenso per ora ad accettare la teoria di Werner anche per considerazioni che si riferiscono a proprietà di combinazioni appartenenti ad altri tipi delle combinazioni ammoniacali del platino. I composti del terzo tipo contenenti i radicali, che si possono esprimere colle formule generali:

$$\begin{bmatrix} Pt(NH_3)_2 \\ A_2 \end{bmatrix} \quad e \quad \begin{bmatrix} Pt(NH_3)_2 \\ A_4 \end{bmatrix}$$

avrebbero, secondo le idee del Werner, una funzione affatto neutra, e non si potrebbero nemmeno ritenere per veri sali. Pertanto per venire ad un caso concreto, se ciò fosse vero, o non si potrebbe ammettere l'esistenza d'un corpo in cui i due A rappresentassero due ossidrili, oppure se questa combinazione esistesse non dovrebbe avere una reazione basica. - Orbene è noto che fino dall'anno 1870 (1) Odling comunicò alla Società Chimica di Londra che trattando il solfato di platosammina con idrato di bario, potè ottenere un corpo cristallizzato, solubile nell'acqua ed avente la composizione $Pt(NH_3)_2(OH)_2$, che presenta tutte le proprietà caratteristiche d'una base energica, cioè: ha una reazione alcalina; satura gli acidi, assorbe l'anidride carbonica dall'aria, ed elimina l'ammoniaca da' suoi sali.

Oltre al Werner altri due chimici sonsi recentemente occupati dei composti della nuova base del platino.

L'egregio professore Klason (2) non ammette nè la teoria del Blomstrand e nemmeno completamente quella del Werner. Si accorda però con quest'ultimo chimico nel ritenere che le combinazioni della platososemiammina (3) contengono un radicale acido. Senza addurre, almeno finora, nessuna prova sperimentale, Klason asserisce che i miei composti derivano da un acido speciale che egli mi fa l'onore di chiamare acido del Cossa, ed al quale attribuisce la formola $HPtCl_2NH_3Cl$ ed il nome acido *cloroplatosodicloramminico* (Wasserstoffplatodichloroaminchlorur). — Come possa esistere un acido contenente integra la molecola dell'ammoniaca, io non so comprendere; ma a mia scusa mi piace di ripetere che quando il neologismo vien eretto a sistema, anche l'ignoranza diviene una necessità. Lo stesso autore asserisce che ne' miei composti l'ammoniaca può occupare nella molecola due posizioni differenti, e quindi sono possibili due isomeri. Ma siccome non aggiunge nessun'altra dichiarazione, riservandola alla parte sperimentale del suo lavoro, la quale, per quanto

(1) " Berichte d. deutsch. chem. Gesellschaft ", vol. III (1870), p. 685.

(2) Ibid., vol. XXVIII (1895), p. 1482.

(3) Per evitare troppo facili incertezze nella nomenclatura dei derivati basici del platino, proporrei di chiamare *platosemiammine* le basi contenenti una molecola di ammoniaca; distinguendo coi nomi di *platososemiammina* e di *platinosemiammina*, quelle che contengono rispettivamente il platino bi- e tetravalente.

io sappia, non fu ancora pubblicata, così io devo differire ogni mia considerazione in proposito, tanto più che non so se si vuole alludere ad una isomeria geometrica o chimica (1).

N. Kurnakow nella seconda delle sue pregevoli memorie sulle basi metalliche complesse (2), non nega il carattere basico del radicale delle combinazioni di platosemiammina e associa unicamente per la forma di combinazione, il cloruro di platosemiammina e di potassio alle combinazioni complesse di Mylius e Birnbaum, nelle quali alla molecola d'ammoniaca sono rispettivamente sostituiti l'ossido di carbonio e l'etilene.

L'autore, che prende in considerazione appena le combinazioni di platosemiammina unite ad una molecola di cloruro di potassio, asserisce che queste combinazioni derivano dal cloroplatinito potassico, nel quale agli elementi d'una molecola di cloruro di potassio è sostituita una molecola d'ammoniaca. A tale proposito mi preme di far osservare che questo è solamente uno dei modi con cui si possono ottenere le combinazioni di platosemiammina, le quali possono prodursi indipendentemente dal cloroplatinito potassico, come a cagion d'esempio: per sottrazione d'ammoniaca dai gruppi di combinazioni che contengono quattro, tre, e due molecole d'ammoniaca, come ho diffusamente dimostrato nella mia prima Memoria sul nuovo isomero del sale verde del Magnus.

Pongo termine a questa mia nota dichiarando che se mi attengo ancora alla teoria di Blomstrand, non disconosco che anche essa non spiega chiaramente la costituzione dei derivati ammoniacali del platino; ma questa teoria almeno non è in opposizione colla maggior parte dei fatti più accertati, che caratterizzano questa importante e numerosa serie di composti, che merita certamente di essere illustrata con nuove e svariate ricerche sperimentali, per poter riuscire a trovare una spiegazione ancor più soddisfacente della loro struttura.

---

(1) Pochi giorni dopo la presentazione di questa mia nota all'Accademia, l'egregio professore Klason mi fece cortesemente sapere che non è ancora riuscito ad ottenere una combinazione isomera della platosemiammina.

(2) *Ueber die zusammengesetzen Metallbasen*, Zweite Abhandlung, " Journ. f. prakt. Chem. ", N. F., 52 (1895), s. 177.

Sul Peripatus quitensis Schmarda;

Nota del Socio LORENZO CAMERANO.

Ludwig K. Schmarda nel suo trattato di zoologia (1) dà la figura di una specie di *Peripatus* proveniente da Quito. Egli la designa colla denominazione di *Peripatus quitensis:* ma non ne dà la descrizione.

Questa specie introdotta dallo Schmarda nei cataloghi scientifici in un modo così poco raccomandabile, passò, come era da prevedersi inosservata per molti anni. Si fu il prof. Jeffrey Bell che richiamò l'attenzione dei naturalisti su di essa senza però poter fornire maggiori ragguagli (2). Lo stesso Adam Sedgwick nella sua monografia del genere *Peripatus* (3) colloca ancora il *P. quitensis* fra le specie *inquirendae;* nè il Pocok (4) posteriormente, nè altri, che io mi sappia, ha avuto occasione di studiare la specie dello Schmarda o altre provenienti dalle alte regioni dell'Ecuador.

Recentemente un nostro concittadino il dott. Enrico Festa il quale da oltre un anno esplora a scopo scientifico le regioni

(1) Wien, 1871, I, pag. 371, fig. 269. — Nella 2ª ediz., II, pag. 76.

(2) *A Forgotten Species of Peripatus,* " Report of the Fifty-seventh Meeting of the British Association of Adv. Scienc. „, 1887, pag. 769. — Egli dice: " In no account of the species of *Peripatus* does any writer make a " reference to a species described by Professor Schmarda in his ' Zoologie ' " under the name of P. *quitensis*; in the second edition of this handbook, " which is now lying before me, the species is figured on p. 76 of vol. II. " It is stated to come ' vom aequatorialen Hochland Südamericas ' and " with a total length of 26 mm. it has thirty-six pairs of appendages. It " is much to be desired that attention should be called to this species, so " that travellers in or near the neighbourhood of Quito may make a " careful search for it „.

(3) *A Monograph on the Species and Distribution of the Genus Peripatus,* " Quarterly Journal of Microscopical Science „, vol. XXVIII, 1888, pag. 488.

(4) *Arthropod Fauna of the West Indies,* " Journal of Linn. Soc. „, vol. XXIV, Zool., 1894, pag. 518.

elevate dell'Ecuador ha inviato in dono, fra le altre ricche raccolte zoologiche, al Museo zoologico di Torino sei esemplari di *Peripatus*. Questi assai rari ed interessanti animali vennero raccolti due nei contorni di Cuenca e quattro a Sigsig regione elevata a sud-est di Cuenca a circa 2550 metri sul livello del mare (novembre, 1895). Gli esemplari di Sigsig hanno i caratteri seguenti:

a — ♂	lung. m. 0,034,	largh. mass. m. 0,005,	zampe n° 32 paia
b — ♂	„ „ 0,055,	„ „ „ 0,007,	„ „ 34 „
c — ♀	„ „ 0,040,	„ „ „ 0,007,	„ „ 35 „
d — ♀	„ „ 0,050,	„ „ „ 0,007,	„ „ 36 „

In tutti questi esemplari le parti superiori del corpo sono di color bruno cioccolatto scuro; le parti inferiori sono bruno

Peripatus quitensis Schmarda — A, mandibola interna; B, mandibola esterna (molto ingrandite).

chiaro: le antenne sono intieramente nerastre: dietro le antenne sul capo vi è una fascia trasversale bianco giallognola (esemplari conservati in alcool) assai spiccata e coi margini ben delimitati.

Questi esemplari corrispondono molto bene alla figura data dallo Schmarda del P. *quitensis*. Il numero delle paia di estre-

mità è pure da ritenersi corrispondente alla specie menzionata poichè nella figura dello Schmarda le paia di estremità sono 36 e le variazioni nel numero di queste parti nei nostri esemplari stanno fra i limiti che pare si osservino nelle specie americane di *Peripatus*.

Negli esemplari di Sigsig la mandibola esterna e la mandibola interna hanno la forma ed il numero di denti che mostrano le figure qui unite.

Gli esemplari di Cuenca hanno i caratteri seguenti:

a — ♂	lungh. m. 0,045	largh. mass. m. 0,005	zampe n° 35 paia
b — ♀	„ „ 0,050	„ „ „ 0,008	„ „ 35 „

La colorazione delle parti superiori ed inferiori del corpo, delle antenne e delle zampe è come negli esemplari di Sigsig: manca invece la fascia bianco giallognola trasversale al capo. Le mandibole sono pure come negli esemplari di Sigsig.

Le papille della pelle non sono gran fatto diverse nelle due serie di esemplari.

Io credo perciò che gli esemplari di Cuenca non possano separarsi specificamente da quelli di Sigsig: tuttavia data la mancanza della fascia trasversale chiara del capo negli esemplari di Cuenca e la presenza di questo carattere in quelli di Sigsig io credo utile di distinguere i primi con un nome di sottospecie fino a che si sia potuto esaminare un maggior numero di esemplari.

Aggiungerò che l'esemplare *b* di Cuenca conteneva due embrioni già notevolmente sviluppati e colle parti superiori del corpo già inscurite; ma senza accenno alcuno alla fascia trasversale chiara del capo

embrione α	lungh. m. 0,027,	largh. m. 0,002,	zampe n° 33 paia
„ β	„ „ 0,025,	„ „ 0,002,	„ „ 33 „

Nell'esemplare *b* di Cuenca trovai pure un embrione ben sviluppato, ma colla colorazione del dorso appena accennata; sul dorso si nota una linea mediana nerastra longitudinale ben evidente sopratutto verso il capo

embrione γ	lungh. m. 0,020,	largh. m. 0,0015,	zampe n° 31 paia

Gli embrioni che si trovano negli esemplari di Sigsig sono a sviluppo assai inoltrato e non presentano sufficientemente sviluppata la colorazione. La diagnosi del *P. quitensis* si può formulare nel modo seguente:

Superiormente di color bruno cioccolatto scuro; inferiormente bruno chiaro; zampe del colore del dorso esternamente, ed internamente del colore delle parti ventrali: antenne intieramente nerastre; zampe in numero di paia variabile da 31 a 36: mandibola esterna con quattro denti, il 1° più lungo degli altri, il 2° ed il 3° più piccoli e subeguali, il 4° molto più piccolo; mandibola interna con tre denti grandi il 1°, il più grande, il 2° lungo un terzo circa del primo e il 3° lungo la metà circa del 2°, viene in seguito una sorta di diastema dopo il quale stanno 4 o 5 denti più piccoli. Le femmine sono più grandi dei maschi ed hanno un numero maggiore di paia di zampe.

A. Forma tipica.

Dietro le antenne sul capo vi è una fascia trasversale bianco giallognola spiccatissima. Habitat: Quito (Schmarda), Sigsig (Festa).

B. *sub spec.* Festae.

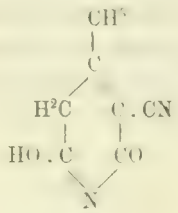
Manca la fascia trasversale bianco giallognola sul capo. Habitat: Cuenca (Festa).

Il *Peripatus quitensis* che a primo aspetto pare simile al *P. torquatus* Kennel di Trinidad è ben distinto da questa specie pel numero delle paia di zampe che nel *P. torquatus* è da 41 a 42. Si distingue pure dal *P. trinidadensis* Sedgwick di Trinidad e di Dominica che ha da 28 a 31 paia di estremità. Dal *P. juliformis* Guilding (in Pocock, op. cit.) sinonimo di *P. Edwardsii* Sedgwick si distingue per la forma e pel numero dei denti delle due mandibole come si osserva dalle figure date dallo Sedgwick stesso (op. cit., tav. XL, fig. 25-26). Per ciò che riguarda il *P. juncicensi* Grabham e Cockerell ed altre specie dubbiose che vari autori hanno indicate di parecchie località dell'America centrale, delle Antille e dell'America meridionale sono necessarie nuove e più ampie ricerche.

Nuove ricerche sulla sintesi di composti piridinici e la reazione di Hantzsch;

Nota del Socio ICILIO GUARESCHI.

Nell'ultima Memoria pubblicata nel 1895 (1) io ho fatto osservare che lo studio del principale composto da me ottenuto allora, cioè la βγ cianmetilglutaconimide:



mi fece credere essere questo composto identico a quello che si forma dall'etere acetilcianacetico $CH^3COCH\begin{cases}CN\\COOC^2H^5\end{cases}$ (2) per decomposizione con ammoniaca. Il sig. Held, al quale mi feci premura di inviare copia della mia Memoria, in una brevissima nota presentata alla Società Chimica di Parigi, sezione di Nancy (3), ammette anch'egli probabile che il suo composto sia identico al mio; egli ottenne un derivato jodurato $C^7H^5IN^2O^2$, che corrisponde anche nelle proprietà al mio derivato bromurato $C^7H^5BrN^2O^2$.

Si è quindi con questi miei studi resa necessaria una revisione completa di tutti i prodotti che si sono ottenuti, prima delle mie ricerche, per l'azione dell'ammoniaca sugli eteri acetilcianacetici e simili.

(1) *Sintesi di composti piridinici* ecc. in " Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino ", 1895, Serie II, T. XLVI.

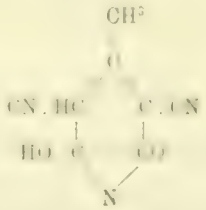
(2) " Annales de Chim. et de Phys. " (6), T. XVIII, pag. 493.

(3) " Bulletin de la Soc. Chim. ", 1896, T. XV, pag. 343.

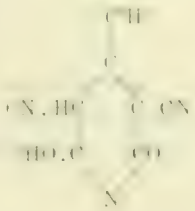
Nella stessa Memoria del 1895 io ho annunziato che nel mio laboratorio si stava studiando l'azione dell'etere cianacetico e dell'ammoniaca sull'etere etilidenacetacetico, su altri eteri chetonici e su diversi chetoni quali il metiletilchetone, il metilpropilchetone, il metilbutilchetone ed il metilenilchetone.

Da questi composti, in condizioni varie, che saranno descritte nelle note seguenti, si ottennero delle sostanze molto interessanti, che contengono anch'esse il gruppo CH come nei

miei derivati tetraidropiridinici e della metilglutaconimide; fra i corpi ottenuti vi è $C^{11}H^{9}N^{3}O^{4}$ che è il sale di ammonio $C^{11}H^{7}(NH^{4})N^{2}O^{4}$ di un corpo a funzione acida $C^{11}H^{8}N^{2}O^{4}$ il quale si ha in bei cristalli fusibili a 214°, solubili nell'acqua, che non si colora col nitrito potassico nè coll'acqua di bromo e che forma una serie di sali ben cristallizzati. Questo composto deve essere riguardato come $\beta\beta_1$ *dicianmetilglutaconimide*:



Un composto simile o $\beta\beta_1$ *dicianfenilglutaconimide:*



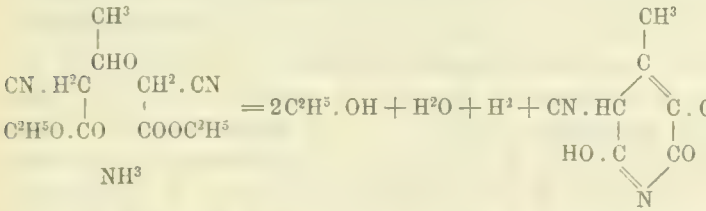
pare si formi per l'azione dell'aldeide benzoica e dell'ammoniaca sull'etere cianacetico. La sintesi di questi composti dicianici è possibile partendo dagli eteri acetilcianacetico e benzoilcianace-

tico $C^6H^5CO.CH\begin{matrix}CN\\COOC^2H^5\end{matrix}$ coll'etere cianacetico e l'ammoniaca ed a questo scopo sono in corso delle esperienze.

Così pure dal mio derivato bromurato $C^8H^8BrN^2O^2$ col cianuro di potassio.

Nella reazione tra l'etere cianacetico, l'ammoniaca e l'etere etilidenacetacetico oltre alla $\beta\beta_1$ *dicianmetilglutaconimide* si forma anche dell'*etere diidrocollidindicarbonico* di Hantzsch e una *sostanza cristallizzata bianca* fusibile 210°-212°.

La formazione di questi tre composti dall'etere etilidenacetacetico non era facile a spiegarsi. Ma quando si riconobbe che il composto $C^8H^8N^2O^2$ era identico a quello che si ottiene dai chetoni $R.COCH^3$, trattati pure coll'etere cianacetico e l'ammoniaca, dubitai che l'etere etilidenacetacetico si fosse scomposto per l'azione dell'ammoniaca in etere acetacetico e aldeide e quindi si trovassero in presenza 4 corpi: ammoniaca, aldeide, etere acetacetico ed etere cianacetico; dall'etere acetacetico deriverebbe l'etere diidrocollidindicarbonico di Hantzsch e dall'etere cianacetico doveva essersi prodotta da $\beta\beta_1$ *dicianmetilglutaconimide* per una reazione simile a quella di Hantzsch e che io rappresento nel modo seguente:

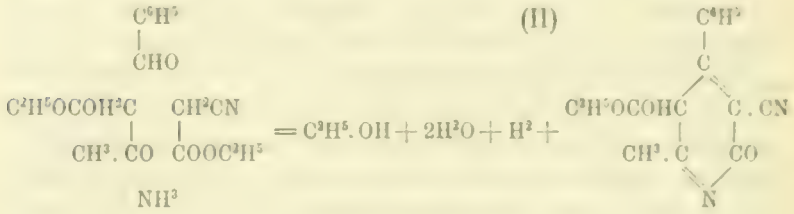


L'idrogeno che dovrebbe svilupparsi, servirebbe come nella reazione di Michael (1) e nella reazione di Doebner e Miller, alla formazione di prodotti secondari. Ma non è ancora escluso che proprio non si sviluppi allo stato di gas.

Allora invitai il dott. Quenda a studiare subito l'azione dell'aldeide e dell'ammoniaca sull'etere cianacetico ed infatti la mia previsione si avverò, e ottenne il composto $C^8H^8N^2O^2$ in tutto identico a quello che si forma dall'etere etilidenacetacetico e dai chetoni $R.COCH^3$.

(1) " Berichte ", 1885, T. XVIII, pag. 2020.

Dimostrato che la reazione di Hantzsch può avvenire con 2 molecole d'etere cianacetico, era presumibile che avvenisse anche con una molecola di etere acetacetico ed una di etere cianacetico. Lo studio del composto fusibile a 210°-212°, che si forma dall'etere etilidenacetacetico coll'ammoniaca e l'etere cianacetico e di un composto analogo fusibile a 222°-223° che si ottiene dall'aldeide benzoica con ammoniaca, etere cianacetico ed etere acetacetico, farà vedere se questa ammissione è giusta. La reazione potrebbe avvenire nel modo seguente:



Lo studio dell'azione dell'etere cianacetico sugli eteri acetil e benzoilacetacetici in presenza di ammoniaca, potrà schiarire in quale senso avvenga la reazione precedente.

Come si vede, la reazione di Hantzsch riceve da queste ricerche una nuova e grande generalizzazione. Secondo quanto ho esposto sopra, questa reazione sintetica che avviene tra una molecola di ammoniaca, una mol. di aldeide e 2 mol. di etere chetonico (Hantzsch) oppure 2 mol. di aldeide, una mol. di ammoniaca e una mol. di etere chetonico (Michael) può avvenire anche con 2 mol. di etere cianacetico (reazione I) oppure forse anche con una mol. di etere cianacetico ed una mol. di etere chetonico (reazione II).

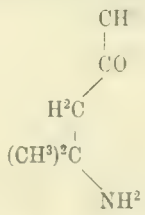
A questo importante risultato si è giunti per vie diverse.

Ora ho fatto studiare l'azione dell'ammoniaca ed etere cianacetico su varie aldeidi (propilica, isobutilica, benzilica, ecc.) ed i risultati che si ottengono sono molto buoni.

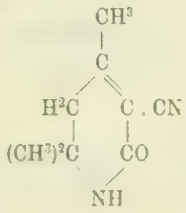
L'etere cianacetico:

$$\begin{array}{l} CH^2.CN \\ | \\ COOC^2H^5 \end{array}$$

e così pure, naturalmente, anche la sua *amide* $CN.CH^2.CONH^2$, contiene due atomi di idrogeno metilenici che sono molto facilmente sostituibili ed inoltre per la presenza del gruppo cianico il gruppo carbossietilico è facilmente trasformabile in amide; si ha quindi una mol. che reagisce facilmente coll'ossigeno chetonico ed aldeidico e nel tempo stesso si collega col gruppo NH. Secondo questo concetto io ho da molti anni utilizzato questo etere come mezzo di condensazione, per introdurre in un composto almeno due atomi di carbonio e un atomo di azoto e formare una catena chiusa. Sono stato il primo a riconoscere nell'etere cianacetico un mezzo per ottenere un gran numero di derivati piridinici e chinolinici; prima del 1893 non si pensava che a sostituire in H^2C l'idrogeno con radicali alcolici o radicali acidi come ad esempio l'*etere acetilcianacetico* $CH^3CO.CH\begin{cases}CN\\COOC^2H^5\end{cases}$ di Haller ecc., oppure con radicali bivalenti come ad esempio l'etere benzilidencianacetico $C^6H^5CH = C\begin{cases}CN\\COOC^2H^5\end{cases}$. E ciò per analogia coll'etere malonico, col malonitrile $CH^2\begin{cases}CN\\CN\end{cases}$ ecc., composti nei quali i due atomi di idrogeno metilenico sono più o meno facilmente sostituibili. Io invece ho dimostrato che la *diacetonamina:*



già a temperatura ordinaria può condensarsi coll'etere cianacetico e dare il bellissimo composto:



Ora poi colla nuova estensione che prende la reazione di Hantzsch l'importanza di questo etere è assai aumentata.

Secondo le mie ricerche l'etere cianacetico si comporta, in molte reazioni, analogamente all'etere acetacetico:

$$\begin{array}{ll} CH^2(CN) & CH(COCH^3) \\ | & | \\ CO.OC^2H^5 & CO.OC^2H^5 \end{array}$$

Il gruppo *acetilico* tiene la funzione del gruppo *cianico*. Io ho dimostrato che l'etere cianacetico colle ortoamidoaldeidi e con gli ortoamidochetoni, produce dei derivati chinolinici in modo affatto simile come l'etere acetacetico nella reazione di Friedländer. Solamente che nel mio caso non vi ha bisogno di un agente di condensazione, quale l'idrato sodico nella reazione di Friedländer. Il gruppo HC tra CN e $COOC^2H^5$ è forse più attivo che non nell'etere acetacetico.

Con queste ed altre ricerche intendo appunto di estendere questo parallelismo fra i due eteri.

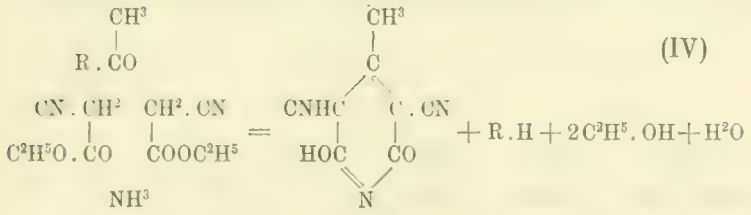
Ho iniziato a questo scopo delle esperienze per vedere di sostituire l'etere cianacetico all'etere acetacetico nella reazione di Michael; la reazione tra l'ammonialdeide, l'aldeide e l'etere cianacetico, che è molto viva, pare che avvenga nel modo seguente:

$$\begin{array}{ccc} CH^3 & & CH^3 \\ | & & | \\ CHO & & C \\ \\ CH^3 & CH^2.CN & H^2C \quad C.CN \\ | & | & | \quad\;\; | \\ CHO & COOC^2H^5 & HC \quad CO \\ & & \;\;\| \quad / \\ NH^3 & & N \end{array} = \qquad + C^2H^5.OH + H^2O + H^2 \qquad \text{(III)}$$

Si vedranno nelle note seguenti dei fatti assai interessanti i quali dimostrano che in determinate condizioni la molecola dei chetoni $R.COCH^3$ per l'azione dell'etere cianacetico e dell'ammoniaca gasosa, viene rotta per modo che si stacca $\underset{\underset{O}{\|}}{C}.CH^3$ e questo gruppo funziona come aldeide nella reazione coll'etere cianacetico e fornisce di fatti, per tutti i chetoni sino ad ora

studiati, lo stesso composto: $\beta\beta_1$ *dicianmetilglutaconimide*; l'altra parte della molecola R si eliminerebbe, sotto forma di *idrocarburo* ed invero è da notare il fatto interessante che un prodotto intermedio (di cui non si è ancora con sicurezza potuto determinare la composizione) ottenuto col *metiletilchetone*, l'etere cianacetico e l'ammoniaca gasosa e secca, pel solo contatto coll'acqua sviluppa un gas incoloro, poco solubile nell'acqua, che brucia con fiamma luminosa ma pallida e azzurrastra alla base e che probabilmente è il gas *etano* od *idruro di etile* C^2H^6 (1). Una sostanza simile si è ottenuta dal *metilpropilchetone* trattandolo con etere cianacetico ed ammoniaca gasosa; il prodotto bianco che si forma, cristallizzato dall'alcol assoluto e poi messo in presenza di acqua, a poco a poco si scioglie poi sviluppa delle bolle di un gas combustibile, che brucia con fiamma luminosa, solubile nell'alcol, e che molto probabilmente è il *propano* C^3H^8.

Sono questi, credo, i primi casi di sostanze organiche, che non siano composti organo-metallici, le quali pel solo contatto dell'acqua sviluppano un idrocarburo. In questa reazione i chetoni $R.COCH^3$ terrebbero la stessa funzione delle aldeidi nella reazione Hantzsch-Michael colla differenza che invece di formarsi un biidroderivato o di svilupparsi idrogeno si svilupperebbe un idrocarburo. Questa forma nuova della reazione di Hantzsch è interessantissima e si può rappresentare nel modo seguente:



(IV)

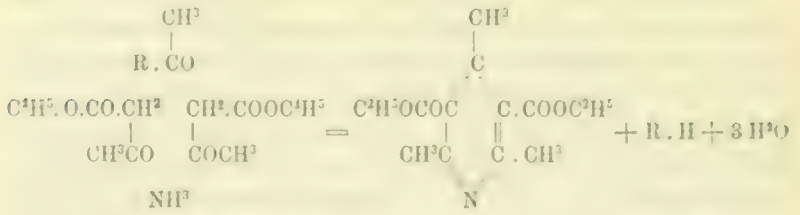
In questo caso dei chetoni $R.COCH^3$ la reazione è però complicata più che non l'indichi la equazione finale (IV), perchè si formano dei prodotti intermedi i quali o coll'acqua sola, nel

(1) La combustione di questo idrocarburo fatta da me e dal Dr. Grande nell'eudiometro di Bunsen, nel tempo della correzione delle bozze di questa nota, ha dimostrato che veramente è l'*etano* C^2H^6.

qual caso danno idrocarburo, o coll'ammoniaca si decompongono producendo sempre la $\beta\beta_1$ *dicianmetilglutaconimide.*

Di questi prodotti intermedi, che debbono essere molto importanti, continuano ora lo studio i dott. Grande e Pasquali.

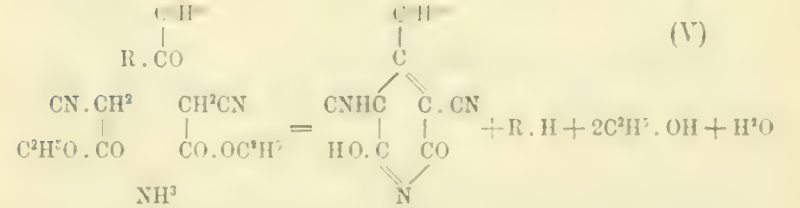
Ora naturalmente si studierà il modo di comportarsi dei chetoni grassi ed aromatici sugli eteri chetonici in presenza di ammoniaca gasosa nella speranza che la reazione avvenga in questo altro modo:



Ho quasi terminato lo studio dell'azione dell'etere cianacetico e dell'ammoniaca e amine sugli eteri propilacetacetico, benzilacetacetico, benzoilacetico, monoacetosuccinico ed altri eteri chetonici.

Da quanto ho esposto più sopra e dalle ricerche eseguite da Quenda, Pasquali e Grande se ne può trarre essenzialmente la importante conclusione seguente:

La reazione finale tra l'ammoniaca, l'etere cianacetico e le aldeidi od i chetoni avviene secondo la equazione generale:



(V)

Essendo R = idrogeno o un radicale alcolico.

Nel caso dei chetoni essendo R un radicale alcolico questo si svilupperebbe sotto forma di idrocarburo saturo C^nH^{2n+2}, mediante la decomposizione con acqua di un prodotto intermedio che si forma prima che abbia luogo la reazione finale sovrascritta.

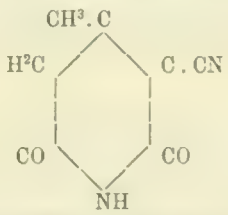
Le reazioni sopra segnate con I e IV e quindi anche quella V sono provate dall'esperienza, quelle segnate con II e III, che sono ancora in via di studio e che dò con tutta riserva, debbono essere dimostrate.

Io ho voluto ora ricordare queste ricerche fatte e da farsi da me e dai miei allievi, ed anche in parte ancora molto incomplete, o premature, per riserbarmi il diritto di continuare nel mio laboratorio queste reazioni generali, di vere condensazioni, per mezzo dell'etere cianacetico ed evitare che altri entrando improvvisamente in questo campo di ricerche renda quasi inutile molto lavoro già iniziato.

Azione dell'ammoniaca e dell'etere cianacetico sull'etere etilidenacetacetico e sull'aldeide etilica:

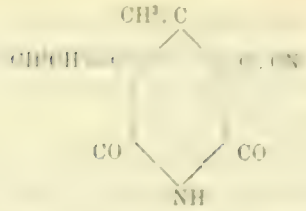
Nota del Dott. ENRICO QUENDA.

Per condensazione degli eteri chetonici coll'etere cianacetico in presenza di ammoniaca si ottiene una serie numerosa di composti assai interessanti che si possono considerare come derivanti dalla *glutaconimide* (1); e di questi il composto più semplice ottenuto è la β*cian*γ*metilglutaconimide:*



Dietro consiglio del prof. Guareschi studiai l'azione dell'etere cianacetico sull'etere acetetilidenacetico in presenza di ammoniaca; ma non ho potuto ottenere il composto

(1) I. Guareschi, *Sintesi di composti piridinici dagli eteri chetonici coll'etere cianacetico in presenza dell'ammoniaca e delle amine*, " Memorie R. Accademia delle Scienze di Torino ,, Serie III, t. XLVI.



che speravo si formasse in questa reazione: si sono formati invece altri composti molto importanti.

Seguendo il metodo indicato da Claisen e Matthews (1) preparai l'etere etilidenacetacetico $CH_3 . COC \begin{matrix} CH . CH^3 \\ CO . OC^2H^5 \end{matrix}$ e prima di usarlo ho voluto assicurarmi della purezza di questa sostanza che serviva di base alle mie esperienze.

I. Gr. 0,2094 di etere leggermente giallognolo distillato tra 209-213° diedero gr. 0,4670 di CO^2 e gr. 0,1430 di H^2O;

II. Gr. 0,1985 del medesimo campione di etere fornirono gr. 0,4442 di CO^2, e gr. 0,1368 di H^2O;

Da cui

	I	II
C =	60,82	61,03
H =	7,5	7,65

Numeri che corrispondono alla formola $C^7H^{12}O^3$ per la quale si calcola

C = 61,54
H = 7,69

Avuto così l'etere etilidenacetacetico, ne mescolai in cilindro a tappo smerigliato gr. 14,6 con gr. 11,3 di etere cianacetico, e cm.³ 20 circa di ammoniaca a 0,910 (nel rapporto dei loro pesi molecolari).

Dapprima si ha un liquido torbido e si sviluppa calore, ma agitando, dopo pochi minuti si ottiene un liquido giallognolo

(1) " Liebig's Annalen ", T. 218, p. 172.

limpido, dal quale si depositano subito numerosi cristalli, tanto da trasformarsi in una massa solida (A). Raccogliendo su filtro, lavando con acqua, e spremendo tra carta si hanno poi dalla acqua bollente degli aghetti incolori, splendenti fusibili oltre 310°.

Il liquido madre della massa cristallina (A) abbandonato a sè a lungo, lascia deporre (unitamente a poca sostanza fus. oltre 318°) una massa cristallina dura, gialla (B) che lavata con etere e fatta ripetutamente cristallizzare da alcool diluito, dà dei piccoli cristalli mamellonari perfettamente bianchi, solubilissimi in alcool, solubili in acqua, quasi insolubili in etere; fusibili a 210°-212°. E questi cristalli si ottengono in gran quantità se si lascia lungo tempo a sè la miscela dei due eteri con ammoniaca, ed in questo caso non si trovano più cristalli fusibili oltre i 310°.

Finalmente il liquido primitivo dal quale si separarono prima i cristalli fusibili oltre 310°, poi la sostanza fusibile a 210°-212°, lasciato lungamente in essiccatore, si trasforma in una massa vischiosa gialla (C), dalla quale si separa in piccola quantità un terzo composto che purificato fonde a 130°-131°.

Azione dell'ammoniaca sull'etere etilidenacetacetico. Il composto sopradetto fusibile a 130°-131° lo riconobbi identico all'*etere idrocollidindicarbonico* di Hantzsch (1).

Nella reazione ora descritta, però, come dissi, lo ebbi in quantità sempre piccola tanto da non poterlo analizzare.

Ottenni invece il medesimo composto facilmente ed in quantità notevole per azione dell'ammoniaca sull'etere etilidenacetacetico solo.

Le condizioni di preparazione trovate migliori furono le seguenti: far passare una corrente di ammoniaca gasosa secca attraverso all'etere etildenacetacetico, raffreddato con ghiaccio, poi lasciare a sè per circa 24 ore. Già durante il passaggio della corrente ammoniacale, si forma una massa cristallina gialla, che raccolta e spremuta tra carta si scolora prontamente per trattamento con etere. Si ha dall'alcool bollente in laminette leggermente fluorescenti, fusibili a 130°-131°, e dall'etere, per lenta evaporazione, in grossi cristalli. Solubilissimi in alcool

(1) " Liebig's Annalen ", T. 215, p. 1.

caldo questi cristalli sono pochissimo solubili in acqua ed in alcool freddo.

Le proprietà concordano con quelle dell'etere idrocollidindicarbonico $C^{14}H^{21}NO^4$ studiato da A. Hantzsch (1), che lo ottiene facendo agire l'etere acetacetico sulla anammonaldeide acetica sia direttamente, sia in soluzioni alcooliche.

Inoltre i cristalli 130-131°, da me ottenuti, secchi a 100° all'analisi diedero:

I. Gr. 0,2204 di sostanza diedero cm.³ 11,7 di N a 14° e 739mm;

II. Gr. 0,2349 di composto svilupparono cm³. 14,5 di N a 15° e 739mm;

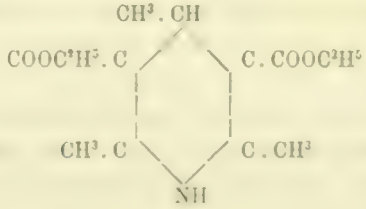
III. Gr. 0,1334 di sostanza fornirono gr. 0,3016 di CO^2, e gr. 0,0932 di H^2O;

IV. Gr. 0,1320 di sostanza diedero cm.³ 7,4 di N a 735mm e 15°;

V. Gr. 0,1624 di sostanza fornirono gr. 0,3675 di CO^2 e gr. 0,1108 di H^2O: e quindi si ha:

		I	II	III	IV	V
C	=	—	—	61,66	—	61,54
H	=	—	—	7,7	—	7,5
N	=	6,02	6,9	—	6,25	—

Ora se si calcola per l'etere *idrocollidindicarbonico*



si ha:

$$C\,\% = 62{,}92 \qquad H\,\% = 7{,}86 \qquad N\,\% = 5{,}25$$

(1) Loc. cit., p. 8.

Per spiegare la poca concordanza, nelle soprascritte analisi, del trovato col calcolato si deve notare un' osservazione già fatta da Hantzsch stesso (1), da Beyer (2), e da R. Schiff e P. Prosio (3), i quali nella combustione di questa e di tutte le altre sostanze di questo gruppo, rilevano l'*enorme difficoltà che si trova a bruciarli completamente.*

Ed infatti avendo preparato l'etere sopradetto seguendo esattamente il metodo dato da Hantzsch, ebbi nell'analisi non poca difficoltà ad ottenere dati soddisfacenti.

Per confermare ancora l'identità del composto da me ottenuto con quello di Hantzsch, preparai il composto bromurato $C^{14}H^{19}Br^{4}O^{4}N$ (4), e lo ebbi coi caratteri e proprietà descritte da Hantzsch.

Concludendo, si vede che facendo agire l'ammoniaca sopra l'etere etilidenacetacetico, quest'ultimo si scinde nei suoi componenti etere acetacetico ed aldeide, ed è poi sulla miscela dei due corpi così separati che agisce l'ammoniaca.

E per comprovare questo, avendo mescolato etere acetacetico (2 mol.) ed aldeide etilica (1 mol.), ed attraverso alla miscela, mantenuta fredda, avendo fatto passare una lenta corrente di ammoniaca secca, ottenni il medesimo composto fusibile a 130°-131°, che prima ottenevo per azione dell'ammoniaca sull'etere etilidenacetacetico; e analizzato diede:

	trovato	calcolato per $C^{14}H^{21}NO^{6}$
C =	61,6	62,9
H =	8,0	7,86

Come dissi, nella reazione tra etere etilidenacetacetico, etere cianacetico ed ammoniaca, oltre al composto (C) fusibile a 130°-131° ora descritto, separai pure una sostanza (A) fusibile oltre 310°. E di questa farò cenno ora.

(1) Luogo citato, p. 1.
(2) " Berliner Berichte ", XVIII, p. 618.
(3) " Gazzetta chimica italiana ", 1895, p. 72.
(4) Luogo citato, p. 14.

Composto fusibile oltre 310°. La soluzione acquosa di questa sostanza, perfettamente incolora, con percloruro di ferro fornisce colorazione rossastra, poi lentamente da dei cristalli, con nitrato d'argento precipitato abbondante bianchissimo, con cloruro di bario precipitato bianco voluminoso, con acetato neutro di rame colorazione verde, poi lentamente cristalli verde-erba riuniti a rosetta.

I cristalli secchi fondono oltre i 310°; a 120° circa perdono lentissimamente ammoniaca: con idrato di magnesio già a freddo danno ammoniaca: ciò che dimostra trattarsi di un sale di ammonio.

Dosai l'acqua di cristallizzazione di questo sale, ed ebbi:

I. Gr. 0,5463 di sost. secca all'aria, a 90°-95° perdettero gr. 0,0860 di H^2O;

II. Gr. 0,4099 di sost. a 100° perdettero gr. 0,0643;

III. Gr. 0,1798 persero gr. 0,0282 di H^2O;

IV. Gr. 0,2744 fornirono gr. 0,0432 di H^2O; da cui si ha:

	I	II	III	IV
H^2O =	15,7	15,68	15,6	15,7

All'analisi questa sostanza secca a 100° diede:

I. Gr. 0,1312 di sale diedero gr. 0,2408 di CO^2, e gr. 0,0483 di H^2O;

II. Gr. 0,1160 di sost. fornirono gr. 0,2138 di CO^2 e gr. 0,0403 di H^2O;

III. Gr. 0,1359 di sale fornirono gr. 0,2530 di CO^2, e gr. 0,0468 di H^2O;

IV. Gr. 0,1494 di sost. diedero cm.³ 38,8 di N a 743 e 25°;

V. Gr. 0,0802 di sost. fornirono gr. 0,1475 di CO^2, e gr. 0,0305 di H^2O;

VI. Gr. 0,1568 della sostanza secca a 100°, distillati con idrato di magnesio in corrente di vapor di acqua, fornirono gr. 0,2030 di cloroplatinato di ammonio, pari a gr 0,012 di N: quindi si ricava:

		I	II	III	IV	V	VI
C %	=	50,06	50,2	50,7	—	50,16	—
H „	=	4,08	3,86	3,82	—	4,2	—
N totale	=	—	—	—	27,8	—	—
N ammonico	=	—	—	—	—	—	7,6

Numeri che portano alla formola greggia $C^8H^8N^4O^2$ ossia $C^8H^4(NH^4)N^3O^2$. Infatti per la formola $C^8H^8N^4O^2 + 2H^2O$ si calcola:

$$H^2O\ \% = 15,7$$

e pel composto anidro $C^8H^4(NH^4)N^3O^2$ si calcola:

C	=	50,00
H	=	4,16
N totale	=	29,16
N ammonico	=	7,29

Sale di argento. Dalla soluzione acquosa calda del sale di ammonio con soluzione al 5 %, di $AgNO^3$ ebbi il sale di argento bianchissimo, fioccoso, poco solubile in acqua fredda, poco a caldo. Dall'acqua bollente si ha in aghi riuniti a ciuffi.

I. Gr. 0,2596 di sale secco all'aria, a 140°-145° persero gr. 0,0140 di H^2O:

II. Gr. 0,1340 di sale a 140°-145° fornirono gr. 0,007 di H^2O.

Quindi:

		trovato I	trovato II	calcolato per $C^8H^4N^3O^2Ag + H^2O$
H^2O %	=	5,4	5,2	6,0

I. Gr. 0,0914 di sale anidro diedero gr. 0,0354 di Ag;

II. Gr. 0,1260 di sale ricristallizzato e anidro fornirono gr. 0,0500 di Ag; donde si ha:

		trovato I	trovato II	calcolato per $C^8H^4N^3O^2Ag$
Ag %	=	38,7	39,6	38,29

Sale di rame. Ottenuto precipitando la soluzione concentrata acquosa calda del sale di ammonio con soluzione (6 %) di acetato neutro di rame. Si ha subito colorazione verde-erba, e lentamente cristalli riuniti a rosetta del medesimo colore, solubilissimi in acqua bollente. Il sale è anidro, e si conserva benissimo alla luce ed all'aria. Secco a 150°, e analizzato, diede:

I. Gr. 0,2882 di sale fornirono gr. 0,0936 di CuO;

II. Gr. 0,1173 di sale diedero gr. 0,0380 di CuO;

III. Gr. 0,1272 di sostanza fornirono gr. 0,0416 di CuO: da cui si ricava:

	trovato			calcolato per $C^8H^3N^3O^2Cu$
	I	II	III	
Cu % =	25,8	26,3	26,02	26,6

Questo è un sale basico: mentre preparato dal solfato di rame, come ha fatto il Dott. Grande, si ha un sale neutro cristallizzato con $9H^2O$.

Sale di sodio. Ebbi questo sale dalla soluzione acquosa calda dell'acido per neutralizzazione con carbonato di sodio. Si ottiene subito una massa fioccosa, leggera, bianchissima. Dall'acqua bollente si ha in cristalli setacei riuniti in ciuffi. È anidro.

Gr. 0,2777 di sale secco a 150° fornirono gr. 0,0943 di Na^2SO^4, cioè Na = 0,0306. Quindi:

	trovato	calcolato per $C^8H^4N^3O^2Na$
Na % =	11,01	11,6

Acido libero. Lo preparai scomponendo il sale di argento col H^2S, separando il solfuro di argento precipitato, ed evaporando il filtrato.

Gr. 2,2948 di sale di argento secco a 140°-145° li sospesi in circa 100 cm.³ di acqua, ed a b. m. feci passare per circa 3 ore una lenta corrente di H^2S, lasciando poi a sè chiuso il

vaso per altre 12 ore. Si separò il solfuro di argento, lasciando un liquido sovrastante perfettamente limpido ed incoloro. Raccolsi, seccai e pesai il solfuro di argento ottenuto.

Gr. 2,2948 di sale diedero gr. 1,0101 di Ag^2S, corrispondenti a gr. 0,8797 di Ag; e quindi Ag % = 38,34, mentre si calcola 38,29.

Concentrai a b. m. il liquido filtrato, ed ebbi delle laminette splendenti, incolore, che ricristallizzate assumono una leggera tinta bruna.

Questo composto è solubilissimo in acqua anche a freddo, solubilissimo in alcool; coll'acqua di cristallizzazione fonde a 244° in un liquido rosso decomponendosi, anidro fonde a 250°-252°. Con cloruro ferrico si colora in violaceo-azzurro.

Gr. 0,8104 di acido secco all'aria fornirono a 150° gr. 0,1628 di H^2O; da cui:

	trovato	calcolato per $C^8H^5N^3O^2$, $2\,^1/_2\,H^2O$
H^2O % =	20,1	20,45

Ed all'analisi ebbi:

I. Gr. 0,1119 di sost. secca a 150° diedero gr. 0,2254 di CO^2, e gr. 0,0332 di H^2O;

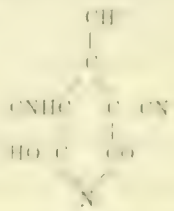
II. Gr. 0,0976 di acido fornirono gr. 0,1980 di CO^2 e gr. 0,0256 di HO^2; e quindi si ha:

	trovato		calcolato per $C^8H^5N^3O^2$
	I	II	
C =	55,08	55,3	54,8
H =	3,29	2,91	2,8

Dunque tutti i dati avuti dall'acido, dai sali di argento, di rame e di sodio vengono a confermare la formola $C^8H^5N^3O^2$ del sale di ammonio ottenuto.

Contemporaneamente si studiava in questo laboratorio dai dottori Pasquali e Grande l'azione dell'ammoniaca e dell'etere cianacetico sui chetoni grassi, ed ottennero essi pure un com-

posto $C_{11}H_{11}N^3O^2$, che dopo accurato confronto si riconobbe identico al mio. La formola proposta dal prof. Guareschi:



acquistava grande probabilità, ed allora egli dubitando che questo composto potesse formarsi per l'azione dell'aldeide sull'etere cianacetico in presenza di ammoniaca mi consigliò lo studio anche di questa reazione; ed i risultati ottenuti confermarono pienamente le previsioni.

Azione dell'etere cianacetico sull'aldeide etilica in presenza di ammoniaca.

Posi in cilindro a tappo smerigliato dell'etere cianacetico (1 mol.), poi dell'aldeide (2 mol.) ed in ultimo dell'ammoniaca a 0,910 (in quantità alquanto superiore al calcolato per 1 mol.).

Si ha reazione viva, sviluppo di calore e dopo pochi minuti soluzione limpida gialliccia. Lasciando a se, dopo 1 ora cominciano a depositarsi minuti cristalli riuniti a stelle, incolori, che raccolti, lavati con etere, asciugati tra carta, si hanno dall'acqua bollente in aghi splendenti incolori, fusibili oltre 310°, e che svolgono ammoniaca verso 120°. La soluzione acquosa di questo composto è incolora, da ammoniaca a freddo trattata con idrato di magnesio, precipita con nitrato di argento, cloruro di bario, acetato di rame, ecc. Questo composto presenta insomma tutti i caratteri del sale ammonico della dicianmetilglutaconimide già descritto.

Ne determinai l'acqua, ed ebbi:

I. Gr. 03322 di sale secco all'aria, persero a 105°-110° gr. 0,0548 di H^2O;

II. Gr. 0,4923 di sale secco all'aria, nel vuoto sul H^2SO^4 persero gr. 0,0748; e quindi:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C^8H^8N^4O^2, 2H^2O$
H^2O % =	16,4	15,2	15,7

Il sale secco nel vuoto analizzato diede:

I. Gr. 0,1114 di sostanza fornirono gr. 0,2070 di CO^2, e gr. 0,0450 di H^2O;

II. Gr. 0,0978 di sale diedero gr. 0,1806 di CO^2, e gr. 0,0368 di H^2O;

III. Gr. 0,0980 di sost. diedero gr. 0,1820 di CO^2, e gr. 0,0378 di H^2O;

IV. Gr. 0,0930 di sale diedero cm.^{3} 23,4 di N a 742^{mm} ed a 13°;

V. Gr. 0,1366 di sale fornirono 34cm.^{3}2 di N a 740^{mm} ed a 13°; donde si ricava:

	trovato I	trovato II	trovato III	trovato IV	trovato V	calcolato per $C^8H^8N^4O^2$
C =	50,67	50,36	50,6	—	—	50,00
H =	4,4	4,1	4,17	—	—	4,16
N =	—	—	—	28,77	28,5	29,1

Sale di bario. Lo ottenni per trattamento della soluzione acquosa calda del sale di ammonio, con soluzione 10 % di cloruro di bario. Si ha sotto forma di un precipitato gelatinoso, bianco, voluminoso, che dall'acqua bollente in soluzione diluita si ha in grosse lamine incolore.

Gr. 0,4544 di sale secco all'aria, a 160°-165° persero gr. 0,0570 di H^2O; donde si ha:

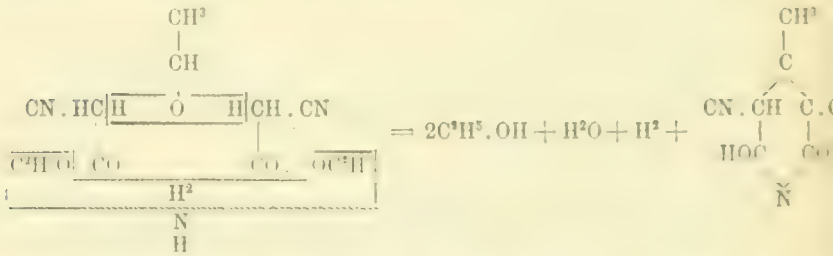
	trovato	calcolato per $(C^8H^4N^3O^2)^2Ba+4H^2O$
H^2O % =	12,54	12,8

I. Gr. 0,3981 di sale secco a 160° diedero gr. 0,1618 di $BaCO^3$, cioè Ba = 0,112;

II. Gr. 0,1630 di sale fornirono gr. 0,0662 di $BaCO^3$, pari a gr. 0,046 di Ba;

	trovato		calcolato per $(C^8H^5N^2O^4)^2Ba$
	I	II	
Ba % =	28,1	28,0	28,24

Evidentemente la dicianmetilglutaconimide si forma dall'aldeide ammoniaca ed etere cianacetico per una reazione simile a quella per la quale si ottengono i composti piridinici col metodo di Hantzsch (1). La reazione avrebbe luogo nel modo seguente (Guareschi):



E così si spiega bene come questo composto, insieme all'etere idrocollidindicarbonico, si formi dall'etere etilidenacetacetico. Questo per l'azione dell'ammoniaca si scinderebbe in aldeide ed etere acetacetico, cosiche i composti che si trovano a reagire tra loro sono quattro: etere cianacetico, etere acetacetico, aldeide etilica, ammoniaca. Per l'azione dell'etere acetacetico, aldeide ed ammoniaca si forma l'etere idrocollidindicarbonico di Hantzsch, e per l'azione dell'etere cianacetico coll'aldeide e l'ammoniaca si forma la dicianmetilglutaconimide.

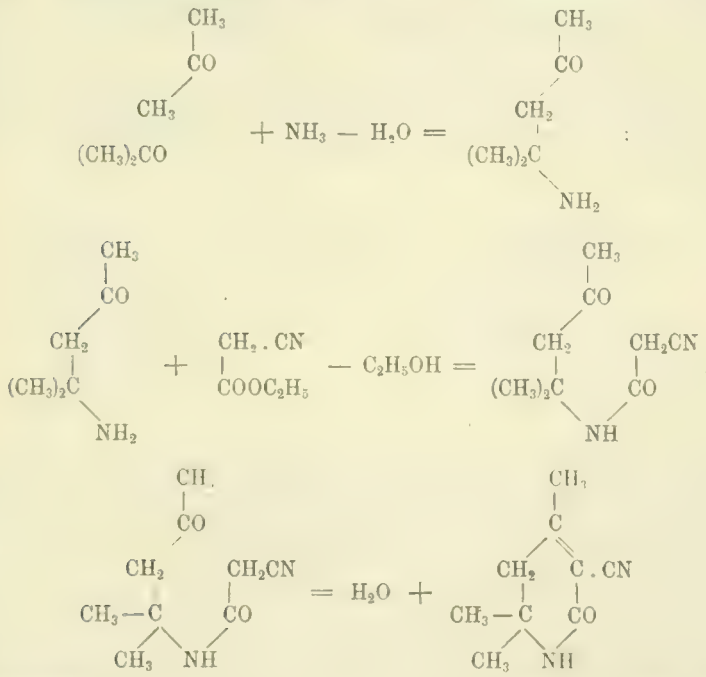
Come si formi il terzo composto fusibile a 210°-212° non ho ancora potuto stabilire con sicurezza.

(1) Luogo citato.

Azione dell'etere cianacetico e dell'ammoniaca sui chetoni grassi;

Nota del Dott. ADALBERTO PASQUALI;

In una nota preliminare (1) ho detto come, per consiglio del prof. Guareschi, io abbia preso a studiare l'azione dell'etere cianacetico e dell'ammoniaca sui chetoni grassi omologhi superiori dell'acetone, sperando che la reazione andasse nel senso indicato per l'acetone ordinario, reazione che conduce a un derivato della tetraidropiridina (2), nel modo seguente:



(1) " Reale Acccademia di Medicina di Torino „ (Seduta del 15 gennaio 1897).

(2) Guareschi, *Nuovo metodo di sintesi dei composti piridinici* (" Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino „, 1893, T. XXIII).

Dai chetoni grassi $C^nH^{2n}O$, non furono però, fino ad ora, ottenuti delle dichetoiamine omologhe della diacetonamina e ciò spiega come, operando in condizioni analoghe con ammoniaca ed etere cianacetico, non si formino composti omologhi del cianmetilpiperideone.

Dai differenti chetoni da me studiati, quindi, ho avuto dei risultati che quantunque interessanti, sono stati diversi da quelli che si potevano prevedere.

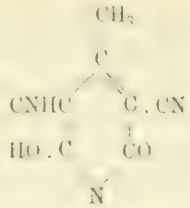
Quattro furono quelli che mi dettero risultati positivi e tutti a catena normale: un quinto, invece, il metilbutilchetone terziario (pinacolina) non reagì affatto, almeno nelle condizioni nelle quali mi sono, per ora, tenuto. Da quelli, per azione dell'etere cianacetico e dell'ammoniaca, o per evaporazione diretta, o per aggiunta d'acido cloridrico, sono arrivato a differenti prodotti, su due dei quali mi sono maggiormente fermato, perchè i soli che ho ottenuto in quantità piuttosto rilevante.

Di questi due, uno, in aghi, è uguale per tutti i chetoni e corrisponde a $C_8H_8N_4O_2$, l'altro, in laminette, è differente per ognuno di questi e sta in rapporto con l'omologia stessa dei chetoni:

Dal metilessilchetone normale . . .	$C_{11}H_{15}N_3O$
„ metilbutilchetone „ . . .	$C_9H_{11}N_3O$
„ metilpropilchetone „ . . .	$C_8H_9N_3O$
„ dimetilchetone	$C_6H_5N_3O$

L'interessante è che da questi differenti prodotti, omologhi fra di loro, per azione dell'ammoniaca, si passa ad una sostanza in aghi la quale all'analisi si mostrò, in tutti i casi, uguale a quella accennata sopra ($C_8H_8N_4O_2$).

Ora, la formula stessa di quest'ultimo derivato, il suo comportamento come sale d'ammonio, e il fatto che esso è uguale per tutti i chetoni servono già in parte a provare come la sua formula di struttura debba essere la seguente ammessa dal prof. Guareschi:

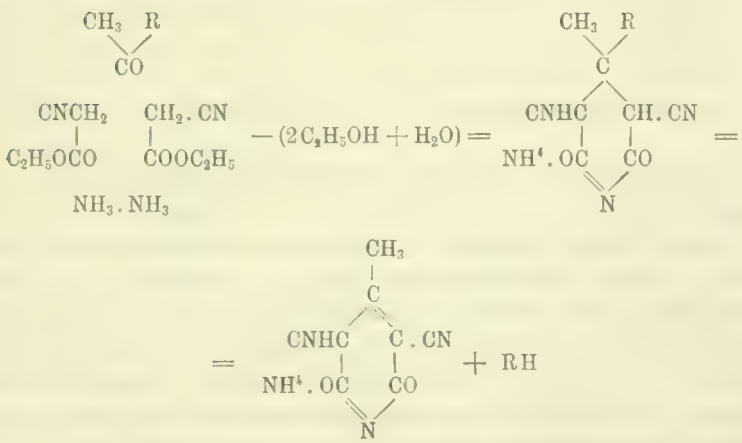


secondo la quale esso sarebbe la $\beta\beta_1$ *dicianmetilglutaconimide*.

Questa formula viene poi maggiormente confermata dal fatto che un prodotto identico fu ottenuto dal dott. E. Grande col metiletilchetone e dal dott. E. Quenda, il quale l'ebbe, facendo agire l'etere cianacetico e l'ammoniaca sull'acetaldeide.

Ora, per tutte queste reazioni risulta probabile che il chetone si rompa in due parti: l'una di esso si stacchi, eliminandosi, l'altra uguale in tutti i chetoni, entrerebbe nel composto $C_8H_5N_4O_2$.

La reazione andrebbe forse così:



in cui R indica il residuo chetonico.

Infatti, per azione dell'ammoniaca su tutti i prodotti omologhi in lamine, ho notato, nel caso di chetoni superiori, un leggero intorbidamento del liquido e spesso un odore speciale, dovuti forse alla presenza del residuo chetonico sotto forma di

idrocarburo! ma che sia proprio in tal forma che questo residuo si elimina è quello che ancora non ho potuto precisare.

Quello che posso far notare per ora si è che, trattando gr. 5 (1 molecola) di metilpropilchetone e gr. 13 (2 molecole) di etere cianacetico con ammoniaca gassosa e secca, ho avuto una massa solida cristallina (prodotto intermedio), che cristallizzata dall'alcool assoluto pesava gr. 4.

Di questa sostanza, molto azotata, introdussi gr. 1 sotto una campanella di vetro, sul mercurio, insieme a cc. 10 di acqua. Notai uno sviluppo di bollicine gassose e dopo 24 ore ero riuscito ad avere cc. 4.5 di gas. Questo gas che poteva essere costituito dal propano, bruciava infatti con fiamma luminosa e con colorazione azzurra ai bordi e alla base e si scioglieva nell'alcool assoluto.

Ma prima di venire ad una conclusione decisiva ho bisogno del controllo di altre esperienze.

È per questo, anzi, che ora studio in condizioni analoghe il metilfenilchetone (ipnone), perchè, nel caso che questo dia una reazione simile, sarà certamente più facile vedere come e sotto che forma un residuo aromatico si stacchi dalla molecola.

Metilessilchetone = $CH_3 . CO . C_6H_{13}$.

Cominciai dal provare l'azione dell'ammoniaca gassosa e secca:

In gr. 50 di chetone feci passare ammoniaca secca per due ore: il liquido intorbidò leggermente: vi aggiunsi gr. 22 di etere cianacetico, agitai e lasciai in riposo. Dopo 24 ore si depositarono pochi cristalli fusibili a 120° circa (cianacetamide) insieme a qualche goccia di liquido rossastro (probabilmente acqua). Feci di nuovo passare ammoniaca per due ore: dopo altre 24 ore raccolsi la massa che si era depositata (gr. 8.5) e che in parte fondeva a temperatura elevata. Il filtrato sottoposi di nuovo all'azione dell'ammoniaca: ebbi altro prodotto (gr. 6) che separai di nuovo.

In altri due trattamenti ammoniacali sul filtrato, fatti dopo l'aggiunta di gr. 10 di etere cianacetico, ebbi successivamente gr. 8 e gr. 1.5 di sostanza. Siccome il punto di fusione di queste

porzioni mostrava trattarsi dello stesso prodotto, le riunii tutte, ottenendo così un totale di circa gr. 24.

Lavai questo prodotto con etere e lo sciolsi in acqua calda. Questa soluzione divisi in due parti: una piccola porzione trattai con acido cloridrico fino a netta reazione acida: ebbi un precipitato bianco che, raccolto e lavato, cristallizzò dall'acqua bollente in lamine fusibili a 152°. Il resto della soluzione evaporai a b. m.: man mano che la soluzione andava perdendo la sua alcalinità, si depositavano delle lamine identiche alle precedenti: per ulteriore concentrazione, invece, si depositarono degli aghi che ottenni incolori con ripetute cristallizzazioni e che a 300° imbrunivano senza fondere. In tutti i casi, però, la quantità di sostanza fu di pochi decigrammi. Da ciò l'ipotesi della formazione di un prodotto intermedio e poco stabile, ipotesi confermata anche dal fatto che nella concentrazione delle soluzioni notai un grande sviluppo di bollicine gassose e potei in qualche caso constatare la presenza dell'acido prussico.

Un'analisi esatta del prodotto intermedio non fu possibile, perchè questo è poco stabile e cede spontaneamente ammoniaca. Si poteva anche ammettere che l'uno dei prodotti derivasse dall'altro per azione del calore e dell'acqua: questa ipotesi fu poi abbandonata, perchè non riuscì possibile ottenere lamine per ebollizione di una soluzione di aghi, nè aghi per ebollizione di una soluzione di lamine.

Gli stessi prodotti, e pressochè nelle stesse proporzioni, ottenni in trattamenti successivi, ripetuti con qualche modificazione nella quantità e nell'ordine d'aggiunta delle sostanze messe a reagire, con maggior precauzione nel riscaldamento, allo scopo di evitare o diminuire la probabile decomposizione e con l'uso dell'ammoniaca acquosa in sostituzione del gas ammoniaco secco.

Se, però, si adopera un forte eccesso d'ammoniaca acquosa concentrata (3 molecole per 1 di chetone e due di etere cianacetico), si lascia la mescolanza per parecchie ore a sè, agitando di tanto in tanto e poi la si dibatte con acqua, fino a sciogliere il prodotto solido formatosi, allora la soluzione acquosa, separata dal liquido oleoso che non ha reagito, e trattata con acido cloridrico, lascia deporre una quantità abbastanza grande di lamine.

Il perchè dell'avere ottenuto in questo modo una quantità maggiore di lamine che evaporando direttamente la soluzione ammoniacale primitiva, si ritrova forse nel fatto, che questo prodotto si decompone facilmente quando venga scaldato con ammoniaca anche non molto concentrata.

Oltre ai due prodotti sopraindicati, nel caso si adoperi un eccesso d'ammoniaca concentrata e, dopo aver separato la cianacetamide formatasi, si lasci la mescolanza a sè per molto tempo o la si scaldi a b. d'olio, si deposita una polvere bianca, pesante che, per essere pochissimo solubile nell'acqua, sembrerebbe costituita dal prodotto fusibile a 152°, ma che ne differisce, perchè fonde molto alto e perchè, cristallizzata dall'acqua bollente, si presenta in fiocchi costituiti da aghi sottilissimi.

Concludendo, dunque, dallo stesso chetone ho ottenuto tre differenti prodotti:

I prodotto: aghi abbastanza solubili fondenti alto;
II „ lamine poco solubili f. 152°;
III „ poco solubile che a 300° imbrunisce senza fondere.

I *prodotto*. Si presenta in aghi sottili, semitrasparenti, con leggera fluorescenza gialla: scaldati perdono la fluorescenza e diventano opachi. Oltre i 200° imbruniscono e a 300° ancora non fondono. Sono abbastanza solubili nell'acqua calda, poco nell'alcool, pochissimo nell'etere, nel solfuro di carbonio, nel benzolo, nel cloroformio. La loro soluzione acquosa ha reazione neutra e con acetato di rame dà un sale cristallizzato.

All'analisi:

I gr. 0,1384 di sost. dettero gr. 0,2516 di CO_2 e gr. 0,0584 di H_2O
II „ 0,1319 „ „ „ 0,2405 „ „ 0,0557 „
III „ 0,1038 „ „ cc. 27 di N a 20° e 744,5 mm.

Da cui la composizione centesimale seguente:

		trovato		
		I	II	III
C	=	49,56	49,73	—
H	=	4,66	4,7	—
N	=	—	—	28,8

La formola più semplice che si avvicini al trovato è la seguente:

$$C_5H_7N_2O$$

per la quale si calcola:

C	=	50
H	=	4,2
N	=	29,2

Con latte di magnesia dànno ammoniaca, ma quanta ne corrisponde alla formula doppia $C_8H_8N_4O_2$.

Gr. 0,1332 di sostanza diedero gr. 0,1549 di cloroplatinato
e „ 0,0722 di platino.

	trovato		calcolato per $C_8H_4(NH_4)N_3O_2$
	dal cloropl.	dal platino	
N ammoniacale %	7,5	7,7	7,3

Inoltre, la soluzione acquosa di aghi precipita con nitrato d'argento: questo precipitato, con latte di magnesia, non dà più ammoniaca: evidentemente trattasi d'un sale in cui l'argento ha sostituito l'ammonio.

Questo sale d'argento, cristallizzato dall'acqua bollente, si deposita in fiocchi.

I gr. 0,4546 di sale dissecc. all'aria perdettero grammi 0,0270 a 140°-150°
II „ 0,1413 „ „ „ diedero gr. 0,0513 d'Ag.
III „ 0,1126 „ „ „ „ cc. 14,85 di N a 26° e 739,5 mm.

da cui, per cento:

		trovato			calcolato per $C_8H_4AgN_3O_2.H_2O$
		I	II	III	
H_2O	=	5,93	—	—	6,00
Ag	=	—	36,09	—	36,00
N	=	—	—	14,4	14,00

Il sale d'argento fu sospeso nell'acqua e trattato con corrente di idrogeno solforato: il liquido separato per filtrazione dal solfuro d'argento, diede, per evaporazione, delle tavolette trasparenti, solubilissime nell'acqua, fondenti a 243-244°, quando sono essiccate all'aria, a 250-251°, quando sono state scaldate fino a perdita di peso da 160° a 170°. Queste tavolette dovevano costituire l'acido libero $C_8H_5N_3O_2$.

Infatti:

I gr. 0,2309 di sostanza essiccata all'aria, perdette gr. 0,0530 dopo di essere stata scaldata a 160°-170°.

II „ 0,0855 di prodotto anidro diedero cc. 17,8 di N a 19° e 743 mm.

da cui per cento:

	trovato		calcolato per $C_8H_5N_3O_2.3H_2O$
	I	II	
H_2O =	22,95	—	23,58
			per $C_8H_5N_3O_2$
N =	—	23,25	24,00

L'acido $C_8H_5N_3O_2$ riduce il permanganato svolgendo acido cianidrico. L'acqua di bromo viene decolorata, ma con prolungata ebollizione si colora di nuovo in giallo e in giallo rosso. Questa colorazione, però, non ha nulla a che fare per intensità e gradazione con quella rosso-violacea che in condizioni simili da la cianmetilglutaconimide ottenuta dal prof. Guareschi.

Inoltre, mentre quest'ultima si colora in verde col nitrito di potassio, l'acido $C_8H_5N_3O_2$, invece non si colora affatto con questo reattivo a freddo ed anche a caldo si colora appena in violetto pallido. Il differente modo di comportarsi di questi due derivati della glutaconimide con i due reattivi suaccennati è dovuto al fatto che nel composto da me ottenuto non esiste libero il CH_2 perchè sostituito in parte dal CN.

Il composto $C_8H_5N_3O_2$ come la cianmetilglutaconimide si colora invece in violetto col percloruro di ferro, ma molto meno sensibilmente di quest'ultima.

II *prodotto*. Lamine f. 152°. Sono solubilissime nell'alcool, pochissimo solubili nell'acqua anche bollente, dalla quale per raffreddamento si ridepositano bianchissime, opache, lucenti.

Le analisi fatte sulle prime porzioni mi dettero dei risultati che concordano per la formula $C_{11}H_{15}N_3O$, ma poi, ripetendo le combustioni sulla sostanza ricristallizzata più volte, ho ottenuto delle cifre che si allontanano sempre più dal calcolato.

Questa sconcordanza è forse da ricercarsi nella poca stabilità delle lamine, instabilità che risulta anche meglio per quelle ottenute da chetoni inferiori, come si vedrà in seguito.

I	gr.	0,1086	di sost.	died.	di CO_2	gr. 0,2552;	di H_2O	gr.	0,0782
II	„	0,1202	„	„	„	„ 0,2818;	„	„	0,0852
III	„	0,1344	„	„	„	„ 0,3136;	„	„	0,0902
IV	„	0,1138	„	„	di N	cc. 21,8 a 23°	e mm.		743,5
V	„	0,1265	„	„	„	„ 22,4 a 14°,5	„		739.

Da cui, per cento:

	trovato					calcolato per $C_{11}H_{15}N_3O$
	I	II	III	IV	V	
C =	64,08	63,9	63,7	—	—	64,3
H =	8	7,8	7,5	—	—	7,3
N =	—	—	—	20,9	20	20,5

Queste lamine non svolgono ammoniaca con latte di magnesia e la loro soluzione acquosa ha spiccata reazione acida: trattate con soluzione d'ammoniaca al 10 % si sciolgono prontamente per dar origine ad un magma cristallino se si opera in presenza di poca acqua.

Il prodotto che si forma dovrebbe corrispondere ad un sale di ammonio di cui le lamine non sono forse che l'acido: ma questo sale d'ammonio è instabilissimo: già a freddo sviluppa delle bollicine gassose e svolge acido prussico che si riconosce anche dall'odore intenso: scaldato, poi, a temperatura anche non molto elevata, si scioglie, colora la soluzione in rosso e, per raffreddamento, lascia deporre degli aghi in tutto simili a quelli descritti sopra ($C_8H_8N_4O_2$).

III *prodotto*. Questo si ottiene sempre in quantità piccolissima lasciando alla temperatura ordinaria, per parecchi giorni, la mescolanza di chetone, etere cianacetico ed ammoniaca, oppure scaldandola a b. d'olio. In ogni caso, si deposita in forma di polvere pesante, quasi affatto insolubile nell'acqua e che a 300° non fonde. Da tutte le esperienze risulta che per la formazione di questo prodotto è condizione necessaria l'azione dell'ammoniaca acquosa concentrata ed in eccesso.

Dalla sola combustione che mi fu possibile, data la piccola quantità di sostanza:

gr. 0,1140 di sostanza dettero gr. 0,1788 di CO_2
e „ 0,0510 di H_2O

da cui, per cento:

$$C = 42,7; \qquad H = 4,9.$$

Questi percentuali corrispondono a quelli della cianacetamide ($C_3H_4N_2O$) per la quale è

$$C = 42,8$$
$$H = 4,7$$

ma dalla cianacetamide quella sostanza differisce principalmente per il punto di fusione e per la sua quasi insolubilità nell'acqua.

Metilbutilchetone $CH_3 . CO . C_4H_9$.

In condizioni analoghe a quelle in cui mi sono tenuto col chetone precedente, anche con questo ottenni tre prodotti differenti e di questi, uno, il terzo, solo con l'uso dell'ammoniaca acquosa concentrata ed in eccesso.

La preparazione che mi diede dal metilbutilchetone normale, risultati migliori, fu la seguente:

Gr. 4,4 di chetone (1 molecola) furono mescolati con gr. 10 (2 molecole) di etere cianacetico e gr. 11,2 (3 molecole) d'ammoniaca al 20 %.

Agitai fino a che la massa liquida diventò omogenea: separai la cianacetamide formatasi ed il liquido filtrato, trattai con acido cloridrico fino a spiccata reazione acida. Si formò uno strato superiore oleoso, che, agitato, diventò solido, bianco. Raccolsi e cristallizzai il prodotto dall'alcool al 50 %. Ottenni gr. 1 di prodotto bianco in lamine simili, benchè più piccole, a quelle ottenute col chetone precedente e che fondevano a 177°-178°.

Quando, invece di aggiungere acido cloridrico alla massa liquida primitiva, evaporavo la soluzione dei prodotti che si andavano depositando lentamente, ottenevo allora una quantità molto minore di lamine, ma con prolungata concentrazione riuscivo ad ottenere anche degli aghi, che invece con l'HCl non mi fu mai possibile avere.

I *prodotto*. Già dall'aspetto si mostrò identico a quello ottenuto dal metilessilchetone.

L'identità fu anche confermata dal punto di fusione, dal fatto che da come quello un sale d'argento e di rame, quando venga trattato con soluzione acquosa di questi due sali ed anche dal fatto che dal suo sale d'argento si ottiene un acido libero che fonde a 243°-244° con l'acqua di cristallizzazione, a 250°-251° anidro, proprio come quello ottenuto dal chetone precedente e corrispondente a $C_8H_5N_3O_2$.

II *prodotto*. Lamine f. 177°-178°. Sono più solubili nell'acqua calda delle loro omologhe superiori, lo sono di meno nell'alcool. Quelle ottenute direttamente per semplice evaporazione dettero risultati analitici poco soddisfacenti, dovuti, probabilmente, all'instabilità della sostanza in liquidi alcalini. Invece quelle ottenute con l'aggiunta dell'acido cloridrico dettero risultati migliori e concordanti per la formula $C_9H_{11}N_3O_2$.

Infatti:

I gr. 0,1383 di sost. diel. gr. 0,3114 di CO_2; gr. 0,0785 di H_2O
II „ 0,1356 „ „ cc. 29,6 di N a 19° e 728 mm.

da cui:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_7H_{11}N_3O$
C % =	61,4	—	61,03
H % =	6,3	—	6,2
N % =	—	23,8	23,7

Queste lamine, come quelle ottenute dal metilessilchetone, trattate con ammoniaca, danno un prodotto che si decompone svolgendo acido prussico e che scaldato si colora lasciando deporre degli aghi i quali dalle proprietà fisiche si mostrarono identici a quelli già descritti ($C_8H_8N_4O_2$).

III *prodotto*. Dall'aspetto e dal comportamento al calore si mostrò per simile a quello ottenuto col metilbutilchetone.

Infatti:

I gr. 0,1080 di sost. diéd. gr. 0,1674 di CO_2; gr. 0,0482 di H_2O
II „ 0,1088 „ „ cc. 32,1 di N_2 15°,5 e 747 mm.

Da cui per cento:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_3H_4N_2O$ (formula della cianacetamide) (V. pag. 11)
C =	42,27	—	42,8
H =	4,9	—	4,7
N =	—	33,5	33,3

Metilpropilchetone = $CH_3 . CO . C_3H_7$.

In gr. 35 di chetone faccio passare ammoniaca gassosa e secca per tre ore: il liquido intorbida e lascia deporre dei fiocchetti. Dopo 24 ore aggiungo gr. 23 d'etere cianacetico: agito e faccio di nuovo passare ammoniaca, mentre raffreddo il recipiente. Si deposita una massa giallastra cristallina che il

giorno dopo è aumentata. Filtro alla pompa: la parte rimasta sul filtro lavo con etere ed ottengo gr. 13 di prodotto abbastanza bianco che sciolgo in cc. 120 d'acqua calda: filtro e concentro. Separo la prima porzione depostasi e concentro il liquido ancora. Osservo allora la formazione di due prodotti: uno leggero (laminette) che viene alla superficie dell'acqua, l'altro pesante che si deposita in aghi, per raffreddamento, in fondo al cristallizzatore. Separo questi due prodotti servendomi del loro differente grado di solubilità nell'acqua: ottengo così gr. 3 di aghi; gr. 0,2 di lamine.

I *prodotto*. Aghi: sono identici per l'aspetto e per le proprietà fisiche a quelli ottenuti dagli altri chetoni. Infatti:

Gr. 0,1158 di sostanza diedero cc. 30,2 di N a 22° e 744,5 mm.

da cui:

	trovato	calcolato per $C_8H_8N_4O_2$
N % =	28,7	29,2

II *prodotto*. Laminette: fondono a 196°-197°. Ne ottenni una quantità grande operando come appresso: mescolai gr. 50 di chetone (1 molecola) con gr. 70 di etere cianacetico (1 molecola) e con gr. 150 di soluzione di ammoniaca al 20 % (3 molecole). Il liquido diventò omogeneo. Dopo 24 ore precipitai con acido cloridrico. Raffreddai il vaso che l'aggiunta dell'acido aveva riscaldato e raccolsi su filtro la parte depostasi. La cristallizzai tre volte dall'alcool al 50 % ed ottenni gr. 18 di prodotto bianco, in lamine, fondente bene a 196°-197°. Queste lamine sono instabilissime in liquidi ammoniacali, in contatto dei quali dànno acido prussico e per riscaldamento il prodotto $C_8H_8N_4O_2$, come risultò dal comportamento di quest'ultimo e dal punto di fusione dell'acido libero corrispondente.

Le lamine analizzate dettero i seguenti risultati:

I	gr. 0,1537	di sost.	died.	gr. 0,3284	di CO_2;	gr. 0,0797	di H_2O
II	„ 0,1494	„	„	„ 0,3207	„	„ 0,0760	„
III	„ 0,1430	„	„	cc. 32,2 di N a 18° e 740 mm.			

da cui, per cento:

	trovato			calcolato per $C_4H_5N_3O$
	I	II	III	
C =	58,3	58,5	—	58,8
H =	5,7	5,5	—	5,5
N =	—	—	25,1	25,7

Non ottenni con questo chetone il prodotto $C_4H_4N_2O$ perchè non mi sono mai messo nelle condizioni più adatte per ottenerlo.

Dimetilchetone (acetone) $CH_3 . CO . CH_3$.

Tenendo conto delle condizioni che cogli altri chetoni furono più favorevoli per ottenere una quantità maggiore di prodotto, ho operato nel modo seguente:

A gr. 15 (1 mol.) di acetone aggiunsi gr. 58,4 (2 mol.) di etere cianacetico e gr. 64 (3 mol.) di ammoniaca acquosa al 20 %. La mescolanza svolse calore e il liquido, divenuto omogeneo, si colorò in giallo. Per raffreddamento si formò una massa biancastra cristallina che sciolsi in acqua a freddo. La soluzione trattai con acido cloridrico: ottenni un precipitato bianco, abbondantissimo che cristallizzato più volte dall'alcool al 50 %, si ridusse a gr. 6. Queste lamine bianche, fusibili a 213°-214° e che dovrebbero corrispondere a $C_7H_7N_3O$ si decompongono non solo quando vengano trattate con soluzione d'ammoniaca, ma anche lasciate per molto tempo nell'alcool al 50 %, alla temperatura ordinaria, finiscono per sciogliervisi quasi completamente, nel tempo stesso che svolgono odore intenso d'acido prussico.

E si deve probabilmente a questo fatto se le analisi di questa sostanza furono sconcordanti e lontane dal calcolato:

I gr. 0,1491 di sost. died. gr. 0,3154 di CO_2; gr. 0,0954 di H_2O
II „ 0,1437 „ „ cc. 36,9 di N a 16° e 742 mm.

da cui, per cento:

	trovato		calcolato per $C_6H_5N_3O$
	I	II	
C =	57,6	—	53,3
H =	4,8	—	3,7
N =	—	29	31,1

Siccome le lamine ottenute dagli altri chetoni, con ammoniaca danno, oltre ad acido prussico, il prodotto comune $C_4H_8N_4O_2$ che è un sale d'ammonio, pensai che quelle ottenute dall'acetone, le quali coll'alcool diluito dànno pure acido prussico, subissero una decomposizione analoga. Senonchè, non trovandosi in presenza d'ammoniaca, avrebbero dovuto dare l'acido corrispondente $C_3H_5N_3O$.

Evaporai, quindi, il liquido acquoso-alcoolico che a freddo aveva disciolto le lamine: ottenni un residuo sciropposo, trasparente che, sull'acido solforico si rapprese in una massa solida, bianca, solubilissima nell'acqua. Ma la sostanza non risultò per quella che si credeva, perchè fondeva a 180°-182°.

La piccola quantità di prodotto (gr. 0,4) non mi permise che un'analisi, la quale se fu una prova che non si trattava del prodotto $C_4H_8N_4O_2$, pure non mi condusse a nessun'altra formula possibile e razionale.

Concludendo, per ciò che più interessa:

Quando l'etere cianacetico reagisce in difetto sull'ammoniaca diluita e sul chetone, si ottengono due prodotti, ma in piccola quantità se si opera per evaporazione dei liquidi ammoniacali primitivi.

Gli stessi prodotti, ma in quantità maggiori, si ottengono adoperando il chetone, l'etere cianacetico e l'ammoniaca acquosa (20 %) nei rapporti molecolari di 1 : 2 : 3, ed evitando l'azione decomponente dell'ammoniaca a caldo, mediante precipitazione con acido cloridrico.

In questo caso si ottengono dei prodotti omologhi a reazione acida che, scaldati con soluzione d'ammoniaca, svolgendo

acido prussico, si trasformano nel prodotto comune $C_7H_5N_3O_4$, il quale è il sale d'ammonio della $\alpha\beta$ dicianmetilglutaconimide.

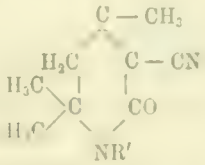
È evidente che, mentre la parte che differenzia i chetoni e che è quella che determina l'omologia nelle lacune, si elimina staccandosi dalla molecola, quando queste passano al prodotto $C_7H_5N_3O_4$, resta invece la parte C_6CH_4 che entra nel composto uguale per tutti i chetoni.

E questo viene in parte dimostrato anche dal fatto (cioè ho detto a pag. 69) che, dal metilpropilchetone con etere cianacetico ed ammoniaca gazzosa, ho ottenuto un prodotto intermedio, poco stabile, che non ho potuto ancora analizzare, ma che con acqua svolge un gas combustibile, solubile in alcool e costituito, probabilmente, da *propano*: fatto, questo, che se confermato, come spero, mi sembra assai importante.

Azione dell'etere cianacetico sopra il metiletilchetone in presenza di ammoniaca;

Nota del Dottor ERNESTO GRANDE.

Per l'azione dell'etere cianacetico sopra l'acetone in presenza di ammoniaca o di alcune amine primarie si formano dei composti β ciantetraidropiridinici o diidroderivati dell'α piridone, che si possono rappresentare colla formola.

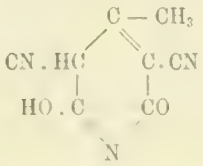


essendo R' = H; CH_3; $CH_2 . H_3$ ecc.; e per l'azione dell'etere cianacetico sugli eteri β chetonici in presenza di ammoniaca si formano dei derivati cianici della glutaconimide (1).

(1) I. Guareschi, " Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino ", Serie II, T. XLVI (1895).

Ho studiato l'azione dell'etere cianacetico sopra il metiletilchetone in presenza di ammoniaca per vedere, anche in questo caso, in quale senso va la reazione.

Come si vede dalle esperienze e analisi in seguito esposte si forma bensì un derivato ciantetraidropiridinico, ma questo invece del gruppo $\alpha_1 CH^2$ contiene un altro carbonile ed invece del $\beta_1 CH_2$ contiene $-CHCN$; ha cioè la seguente formola:



e considerandolo come derivante dalla glutaconimide sarebbe la $\beta\beta_1$ dician γ metilglutaconimide.

Siccome è diverso l'andamento della reazione, e diversi sono i corpi che si ottengono a seconda che si usa l'ammoniaca acquosa o il gaz ammonico così credo bene esporre brevemente le condizioni in cui ho operato.

Azione del metiletilchetone sull'etere cianacetico in presenza di ammoniaca acquosa.

A 30 cm³ di metiletilchetone aggiungevo 25 cm³ di ammoniaca della densità = 0.925 e dopo avere agitato il tutto con turbina di Rabe per 24 ore aggiungevo 10 cm³ di etere cianacetico. Dopo avere agitato fino ad avere un tutto omogeneo, evaporo il liquido che ne risulta, leggermente giallo, a BM. Il residuo greggio, lo lavo con etere parecchie volte e lo cristallizzo dall'acqua bollente. Si deposita prima una sostanza cristallizzata in lamine che dopo una seconda cristallizzazione fonde a 192°-193°; e poi per concentrazione delle acque madri un altro prodotto che fonde oltre 260°, cristallizzato in aghi, che è appunto il sale di ammonio del nuovo composto sovraccennato.

In altre operazioni, in cui facevo agire l'ammoniaca acquosa sul chetone ricuperato da precedenti operazioni mediante distillazione a temperatura non troppo elevata, ottenevo gli stessi prodotti.

Azione del gaz ammonico.

Invece di fare agire l'ammoniaca acquosa saturava 30 cm³ di metilbutilchetone, mantenuto freddo con ghiaccio, con gaz ammonico secco e dopo aggiungevo 15 cm³ di etere cianacetico. Lasciando la mescolanza a sè, dopo un po' di tempo si nota che in essa si formano delle goccioline, il liquido si fa torbido; poi ritorna limpido, e assume un colore giallo. Dopo qualche ora si separano da essa dei cristalli aghiformi che raccolgo su filtro, asciugo alla pompa e poi fra carta al torchio. Il liquido filtrato saturato nuovamente di gaz fornisce dopo aggiunta di etere cianacetico altro prodotto.

Tale prodotto non ha punto di fusione costante nelle diverse operazioni; è solubile in alcol a caldo da cui cristallizza, per raffreddamento in aghi. A contatto dell'acqua anche a freddo, si scompone con molta rapidità, fornendo acido cianidrico ed un *gaz* che brucia con fiamma luminosa ma pallida, azzurra alla base, ed il sale d'ammonio della dicianmetilglutaconimide. Meno rapidamente, ma anche a contatto dell'alcol si scompone. Il gas che si sviluppa è un idrocarburo che sto studiando ma che pare sia l'*etano* $C^{II}H^{6}$. In condizioni analoghe il Dr. Pasquali ebbe dal metilpropilchetone un prodotto intermedio che con acqua si decompone, dando un idrocarburo che pare sia il *propano*.

Fino ad ora non ho ancora dati sufficienti per potere trovare la formola di questo mio prodotto intermedio; spero però evitando che si decomponga di potere arrivare a stabilirne la composizione che potrà servire a spiegare anche come da esso derivi il sale di ammonio della dicianmetilglutaconimide.

Devo ancora notare che da questo prodotto intermedio non ho potuto ottenere le lamine fusibili a 192-193° che si hanno usando l'ammoniaca acquosa.

20, dician 9 metilglutaconimide $C_{11}H_{8}N_{2}O_{2} + 3H_{2}O$.

Ho sospeso in poca acqua il sale d'argento preparato dal sale d'ammonio ed ho sottoposto la miscela ad una corrente di

gaz solfidrico, scaldando a B. M. il palloncino in cui avviene la reazione. Quando l'idrogeno solforato non precipita più una porzione del liquido filtrato, separo il solfuro d'argento formatosi. Dal liquido filtrato dopo forte concentrazione si deposita per raffreddamento la diciannmetilglutaconimide in lamine leggermente gialle, che si purificano facendole ricristallizzare.

Questo composto puro fonde a 243°; anidro fonde a 250°-251°; è solubilissimo nell'acqua, anche a freddo. Ha reazione acida e forma sali ben cristallizzati.

Cristallizza con tre molecole di acqua di cui 2 $^1/_2$ perde a 100°-120° e l'altra mezza molecola a 150°-160°.

Gr. 0,7904 di sostanza secca all'aria, scaldati a 100°-120° perdettero gr. 0,1538 di H_2O;

Gr. 0,616 di sostanza secca all'aria, a 100°-120° perdettero gr. 0,1254 di H_2O;

Da cui:

	trovato		calcolato per $C_8H_5N_3O_2 + 2\,^1/_2 H_2O$
H_2O %	19,38	20,35	20,45

Gr. 0,513 di sostanza secca a 120° fino a peso costante, scaldata per 7 ore a 150°-160° perdette gr. 0,025 di H_2O.

Da cui:

	trovato	calcolato per $C_8H_5N_3O_2 + {}^1/_2H_2O$
H_2O %	4,89	5

All'analisi la sostanza secca a 120° ha dato i seguenti risultati:

I. Gr. 0,1230 di sostanza diedero 21 cm³ di N a 17,5 e 754^{mm};
II. Gr. 0,1106 fornirono 21,4 cc. di N a 16° e 756^{mm}.

Da cui:

	trovato		calcolato per $C_8H_5N_3O_2 + {}^1/_2H_2O$
% N	22,16	22,36	22,82

La sostanza secca a 160°-170° all'analisi diede i risultati seguenti:

I. Gr. 0,1092 fornirono 22 cm^3 di N a 12° e 747^{mm};

II. Gr. 0,0936 fornirono 19,4 cm^3 di N a 13° e 738^{mm};

III. Gr. 0,1060 diedero 0,2116 di CO_2 e 0,03 di H_2O.

Da cui la composizione centesimale

	I	II	III
C =	—	—	54,44
H =	—	—	3,44
N =	23,52	23,70	—

Numeri che conducono alla formola

$$C^8H^5N^3O^2$$

per la quale si calcola

C = 54,85
H = 2,85
N = 24,00

Sale d'ammonio. $C_8H_4N_3O_2(NH_4) + 2H_2O$. È il prodotto cristallizzato in aghi, fusibile oltre 260°, che si ottiene direttamente nella reazione.

Cristallizza con due molecole d'acqua che perde stando a lungo sul cloruro di calcio o sopra l'acido solforico.

Gr. 0,3678 di sostanza secca all'aria perdettero gr. 0,0576 di H_2O sull'acido solforico.

Da cui si ha H_2O %

trovato	calcolato per $C_8H_8N_4O_2 + 2H_2O$
15,66	15,78

Seccato sopra l'acido solforico ha dato all'analisi i seguenti risultati:

I. Gr. 0,1266 fornirono 32 cm^3 di N a 15° e 740^{mm};

II. Gr. 0,1002 diedero 25,6 cm^3 di N a 17° e 742^{mm};

III. Gr. 0,1090 fornirono 28,6 cm^3 di N a 17° e 741^{mm};

IV. Gr. 0,117 fornirono gr. 0,216 di CO_2 e gr. 0,0151 di H_2O;

V. Gr. 0,1546 fornirono gr. 0,2868 di CO_2 e gr. 0,059 di H_2O.

Da cui la composizione centesimale

	I	II	III	IV	V
C =	—	—	—	50,34	49,95
H =	—	—	—	4,31	4,23
N =	28,72	28,83	29,12	—	—

Numeri questi che conducono alla formola $C_8H_8N_4O_2$ per la quale si calcola

C = 50,0
H = 4,16
N = 29,16

In questo sale ho dosato l'azoto ammoniacale mediante distillazione con idrato di magnesio in corrente di vapore acqueo.

I. Gr. 0,220 di sostanza fornirono gr. 0,2270 di cloroplatinato di ammonio;

II. Gr. 0,239 fornirono gr. 0,2836 di cloroplatinato di ammonio.

Da cui:

	trovato		calcolato per $C_8H_4N_3O_2(NH_4)$
	I	II	
N ammonico %	6,5	7,4	7,28

Questo sale d'ammonio è bianco con leggiera iridescenza, poco solubile in acqua fredda, molto più nella calda.

Gr. 10,09 di soluzione satura a 12° lasciarono gr. 0,2675 di residuo, da cui si ha: sostanza sciolta in 100 gr. di acqua a 12° gr. 0,67.

È poco solubile in alcol, pochissimo in tutti i solventi ordinarii.

Fonde oltre 260° con decomposizione e con sviluppo di ammoniaca.

La soluzione acquosa con nitrato d'argento da un precipitato bianco, fioccoso, cristallizzato in aghi; con solfato di rame precipitato bianco verdastro cristallizzato in aghi.

Sale d'argento $C_4H_4N_2O_4Ag + H_2O$. Ottenuto versando in eccesso, nella soluzione acquosa satura del sale d'ammonio, una soluzione concentrata di nitrato d'argento.

Si forma un precipitato bianco fioccoso, costituito da aghi. Lo raccolgo su filtro e lavo finchè il liquido filtrato, con acido cloridrico non da più precipitato insolubile in eccesso di acido.

Questo sale è bianco, cristallizzato in piccoli aghetti. Stabile alla luce, pochissimo solubile in acqua.

I. Gr. 1,033 di sale d'ammonio fornirono gr. 1,335 di sale d'argento secco a 130°-140°.

II. Gr. 1,8616 di sale d' NH^4 fornirono gr. 2,6942 di sale d'argento secco a 140°-150°.

Nella 1ª preparazione avrei dovuto ottenerne gr. 1,52
" 2ª " " " " 2,74

Cristallizza con 1 molecola d'acqua che perde a 120°-130°, rigonfiando come la l'allume. Sul cloruro di calcio ne perde una parte.

I. Gr. 1,430 di sale secco all'aria scaldati a 120°-130° per 3 ore perdettero gr. 0,0952 di acqua;

II. Gr. 2,861 di sale secco all'aria a 140°-150° perdettero gr. 0,1668 di H_2O.

Da cui:

	I	II	calcolato per $C_8H_4N_3O_2Ag + H_2O$
H_2O %	6,65	5,83	6,0

Analizzato dopo che fu seccato sul cloruro di calcio ha dato:

I. Gr. 0,315 lasciarono gr. 0,115 di argento
II. „ 0,246 „ „ 0,098 „

Da cui si ha:

	I	II	calcolasi per $C_8H_4N_3O_2Ag + {}^1/_2H_2O$
Ag %	36,97	36,91	37,11

Gr. 0,3148 di sale di argento secco a 130°-140° fornirono gr. 0,1212 di argento metallico.

Gr. 2,6942 di sale secco a 140° sospesi in acqua e trattati a caldo con corrente di acido solfidrico per 3 ore, fornirono del solfuro d'argento che lavato, seccato e trattato con solfuro di carbonio e dopo nuovamente seccato pesava gr. 1,2032.

Da cui si ha % di Ag

trovato I	trovato II	calcolato per $C_8H_4N_3O_2Ag$
38,5	38,89	38,29

Sale di magnesio. $(C_8H_4N_3O_2)_2Mg + 4\,{}^1/_2\,H_2O$. Fu preparato scaldando con idrato di magnesio il sale d'ammonio, filtrando e svaporando il filtrato. Cristallizza in lamine con $4\,{}^1/_2$ molecole di acqua, che perde tutta sul cloruro di calcio. È facilmente solubile in acqua.

Gr. 0,4488 di sale secco all'aria perdettero dopo 80 ore sul cloruro di calcio nel vuoto gr. 0,0778 di acqua. Scaldato in stufa fino a 140° non perdette più di peso.

		calcolato per $(C_8H_4N_3O_2)_2Mg + 4\,{}^1/_2H_2O$
H_2O %	17,31	17,88

Gr. 0,368 di sale calcinati fornirono gr. 0,0352 di MgO.

Da cui:

		per $(C_8H_4N_3O_2)_2Mg$ calcolasi
Mg %	5,67	5,19

Sale di rame. $(C_8H_4N_3O_2)_2Cu + 9H_2O$. Fu preparato trattando una soluzione satura del sale d'ammonio con una soluzione pure satura di solfato di rame. Dopo un po' di tempo che si sono mescolate le due soluzioni si ottiene un precipitato bianco verdastro, aghiforme. Lo raccolgo e lo lavo con acqua finchè non ho più precipitato con cloruro di bario nell'acqua di lavaggio.

È un sale che cristallizza bene dall'acqua calda in bei aghi, talvolta lunghi più di un centimetro, di un colore bianco verdastro, iridescenti.

Cristallizza con 9 molecole d'acqua di cui una parte perde nel vuoto sul cloruro di calcio e la rimanente se scaldato a 140-150° per 7-8 ore. Quando ha perduto una parte della sua acqua di cristallizzazione è di colore giallo, quando è anidro bruno. Anidro assorbe molto avidamente l'umidità ed il colore bruno scuro passa al bruno meno carico. Lasciato all'aria diventa giallo.

I. Gr. 0,5444 di sale secco all'aria dopo 7 giorni nel vuoto sopra il cloruro di calcio avevano peso costante e perdettero gr. 0,0926 di acqua.

II. Gr, 0,4434 di sale secco nel vuoto sul cloruro di calcio perdettero dopo 1 ora a 100-110° e 2 ore a 140-145° gr. 0,0312 di acqua da cui si ha:

	I	II
H_2O %	17	7,03

	trovato in totale	calcolato per $C_{16}H_8N_6O_4Cu+7H_2O$
H_2O %	24,03	23,46

Gr. 0,4122 di questo sale, seccato in tal modo lasciarono gr. 0,0722 di ossido di rame quando vennero calcinati. Da cui si ha:

	trovato	calcolato per $C_{16}H_8N_6O_4Cu+2H_2O$
Cu %	13,96	14

Ho determinato l'acqua di cristallizzazione ed il rame in una seconda quantità di sale preparato nello stesso modo.

Gr. 0,719 di sale secco all'aria, scaldati per 7-8 ore a 140°-150° perdette gr. 0,203. Da cui si ha:

	trovato	calcolato per $C_{16}H_8N_6O_4Cu+9H_2O$
H_2O %	28,23	28,27

Per impedire che il sale assorba umidità durante la pesata, cosa che avviene molto facilmente, lo pesavo fra 2 vetrini.

Gr. 0,494 di sale anidro fornirono gr. 0,0908 di ossido di rame. Da cui si ha:

	trovato	calcolato per $C_{16}H_8N_6O_4Cu$
Cu %	14,65	15,32

La stessa sostanza dalla formola $C_8H_8N_4O_2$, riconosciuta identica per proprietà e per i sali che fornisce, fu ottenuta anche dal dottor Pasquali operando con chetoni omologhi superiori al metiletilchetone. Ciò farebbe supporre che del chetone, in certe speciali circostanze, entrerebbe in reazione solo il gruppo (CH_3—CO) e si staccherebbe l'altra parte.

Forse si avrà una spiegazione dell'andamento della reazione dallo studio del corpo instabile e delle lamine fusibili a 192°-193°.

Porgo sentiti ringraziamenti al prof. Guareschi per i consigli che mi ha dato durante l'esecuzione di questo lavoro.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 28 Febbraio 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Rossi, Pezzi, Nani, Cognetti de Martiis, Brusa, Perrero, Allievo, i Socii corrispondenti Martinelli e Patetta ed il Socio Segretario Ferrero.

Il Presidente commemora il defunto Socio Luigi Schiaparelli, ricordandone gli studii sulla storia antica e sulla geografia e l'opera lunga ed attiva nell'insegnamento, ed annuncia di aver affidato al Socio Claretta l'incarico di preparare più ampia commemorazione della vita e delle opere del Socio estinto, da leggersi in altra adunanza della Classe.

È comunicata la lettera, con cui, a nome anche della sua famiglia, la signora Francesca Schiaparelli Corona ringrazia l'Accademia per le condoglianze inviatele per la morte del suo consorte.

Sono comunicate le condoglianze di Società scientifiche, di Capi di pubblici Uffici e di Socii dell'Accademia per la morte del Socio Schiaparelli.

Il Socio Segretario presenta, a nome dell'autore, il Socio corrispondente prof. Giovanni MARINELLI, due opuscoli: " *Antonio Cecchi* „ (Firenze, 1897), " *Variazioni nella valutazione della superficie del Regno d'Italia* „ (Venezia, 1897). Presenta quindi la " *Relazione statistica sull'amministrazione della giustizia nel distretto della Corte d'Appello di Torino nell'anno 1897* „, esposta dal procuratore generale Enrico TORTI (Torino, 1897), e il volume: " *Legis Romanae Wisigothorum fragmenta ex codice palimpsesto Sanctae Legionensis Ecclesiae* „ (Madrid, 1896), offerto dall'Accademia Reale di Storia di Madrid.

Il Socio corrispondente MARINELLI legge una commemorazione del Socio corrispondente barone Cristoforo NEGRI, la quale sarà pubblicata nelle *Memorie* accademiche.

Il Socio corrispondente PATETTA legge una nota: " *Il manoscritto 1317 della Biblioteca di Troyes* „ contenente opere attribuite ad Irnerio.

Questa nota è pubblicata negli *Atti*.

LETTURE

Il manoscritto 1317 della Biblioteca di Troyes;

Nota del Socio corrispondente FEDERICO PATETTA.

Il ms. 1317 della biblioteca di Troyes (1), proveniente dal celebre monastero di Clairvaux, interessa vivamente i cultori della storia letteraria del diritto, perchè, essendo stato giudicato nella sua prima parte del principio del secolo decimo, fornisce un argomento di qualche valore per l'attribuzione ad Irnerio di tre opere che vi sono contenute, cioè della *Summa Codicis*, delle *Questiones de iuris subtilitatibus* e della *Summa legis longobardorum*.

Siccome però tale attribuzione parve a me e ad altri, per ragioni intrinseche, assolutamente insostenibile (2) e d'altra parte i giudizi sull'età del ms. non sono affatto concordi, credo di far cosa grata agli studiosi sottoponendolo a nuovo esame e dandone una descrizione possibilmente esatta ed accompagnata da qualche facsimile.

Per vero dire una descrizione apparentemente abbastanza particolareggiata si trova già nella prefazione alla *Summa Codicis* attribuita ad Irnerio e pubblicata nel 1894 dal prof. Fitting. Ma i risultati ai quali Fitting è giunto sono nei punti princi-

(1) Cfr. su questo ms. Harmand nel *Catal. génér. des mss. des Biblioth. des Départements*, II, 1855, p. 542 e seg.: Haenel, *Descriptio Breviarii Codicis Justin., quod inest in Cod. Trecensi* 1317, Lipsia, 1863: Fitting, *Summa Codicis des Irnerius*, 1894, p. III e segg.

(2) Cfr. il mio scritto: *Delle opere recentemente attribuite ad Irnerio, ecc.*, in " Bull. dell'Ist. di dir. romano, VIII, 1895, p. 39-154 e la risposta di Fitting, *Die Summa Codicis und die Questiones des Irnerius. Zur Abwehr*, in " Zeitschr. der Sav.-Stift. für Rechtsgesch. ", XVII, Rom. Abth., p. 1-96, alla quale ho replicato, per la parte che mi riguarda, in un lavoro in corso di stampa, che comparirà negli *Studi Senesi*.

pali profondamente diversi dai miei, e posso anche dire, almeno per alcune questioni di fatto, assolutamente errati.

Il ms. di Troyes, di medio formato (1), ha una rilegatura composta di spesse assicelle coperte esternamente da pelle bianca e rivestite internamente di pergamena. Nella pergamena dell'assicella posteriore si vedono alcune aggiunte (2), che risalgono molto probabilmente alla fine del secolo duodecimo, il che fa credere, che a quell'epoca appartenga anche la legatura.

Questa era difesa ed ornata agli angoli ed al centro da chiodi, ora scomparsi insieme col fermaglio. All'assicella posteriore erano attaccati esternamente due cartellini: quello in alto, di cui restato solo pochi brani, conteneva, di mano forse del secolo decimoquinto, l'indicazione delle opere comprese nel volume: l'altro, meglio conservato, ha la nota di collocazione *S. 19*.

Un terzo cartello, posto sul dorso del volume ed ora appena leggibile, è di mano del secolo scorso e contiene le seguenti indicazioni: " S. 19. Quaedam Constitutiones. Sententiae Patrum. Sermo Ambros. Autberti Presbyteri de Cupiditate Saecularibus utilis valdé. 1400 „.

In principio del ms. troviamo poi due fogli di guardia, il primo in bianco, il secondo contenente nel rovescio quanto segue.

In rosso, di mano oltramontana della fine del secolo XII:

" In hoc libello continentur quedam constitutiones et alie sententie plurime „.

(1) I fogli misurano mm. 247 per 160, fatta eccezione per gli ultimi dodici, che sono un po' meno alti e un po' più larghi (238 per 162).

(2) Si tratta dei seguenti versi:

" Fonte sacro locum vel mundat gratia totum,
Aut non est sacri lavacio pura lavacri „.
" Mens mala, mors intus; malus actus, mors foris.
Tumba, puella, puer, lazarus ista notant „.

Accanto al secondo verso, d'altro inchiostro, ma probabilmente della stessa mano, è posto come variante:

" Aut non est lavacri perfecta lavatio sacri „.

In fine della terza linea si legge la parola " v(*er*)sus „. Il segno d'abbrezione, che doveva essere sulla *r*, è scomparso per una tarlatura.

A questo è aggiunto in inchiostro nero ed in scrittura corsiva francese del secolo XV " et sermo (*d'altra mano* non completato) antemii auttoris presbiteri de capitulatis sive secularibus perutilis ..

Della stessa mano si trova poi, ripetuta tre volte in una sola linea ed in seguito cancellata, la nota *C. xv.* Così almeno mi parve si dovesse leggere, mentre Fitting lesse *G. xo.* e spiegò *Gloria Christo.*

Segue più in basso qualche lettera raschiata, poi in altra linea la nota di collocazione *S. IV*, che abbiamo già trovata due volte ed è ancora ripetuta nel margine inferiore del secondo foglio *xxiv*, in quello del penultimo foglio *xxxi*, e nella pergamena, che riveste internamente l'assicella posteriore.

Infine abbiamo ancora l'indicazione della biblioteca, alla quale il libro anticamente apparteneva, tracciata da mano, apparentemente straniera, che può essere della fine del sec. XII:

li☨ sce MARIE DE CLARAVALLE

La stessa indicazione, d'altra mano straniera e pure antica, si trova nel foglio di guardia alla fine del ms.: Liber Sce Marie Clarevall'. In questo foglio, al disopra e al disotto dell'indicazione riportata, una mano leggermente posteriore scrisse versi e sentenze varie (1).

(1) Per es.:

" Dives mendicus deus infernus paradisus
Pascit deposcit conpensat torquet amenat
Ingluviem micam meritum ditem patientem
Delitiis precibus mercede dolore quiete ..

Si ha il senso leggendo le parole in colonna.

" Versus retrogradi. .
" Sit tua conditio stabilis nec tempore parvo
Vivere te faciat omnipotens deus hic.
Plebs tua non tua res virtus non copia rerum
Scandere te fecit hoc decus eximium ..

Leggendo i versi a cominciare dall'ultimo ed in senso inverso, il signifi-

Il ms., tolti i fogli di guardia, ha in complesso 174 fogli numerati in numeri romani forse nel secolo XV, e consta di quattro parti diverse, di cui tre mutile.

I 174 fogli sono distribuiti in 22 fascicoli, di cui i primi 20 numerati da epoca antica in numeri romani nel margine inferiore dell'ultima pagina. I fascicoli constano ciascuno di 8 fogli, salvo l'ottavo che ne ha 9, il decimo che ne ha 10, il quindicesimo che ne ha 7, e l'ultimo che ne ha 4. Nel quindicesimo fascicolo (ff. 116-122), e precisamente fra i fogli 117 e 118 da una parte e 121 e 122 dall'altra, è inoltre inserita una striscia di pergamena, lunga circa 110 mm. e larga 88, di cui dirò in seguito.

La prima parte del ms., che specialmente ci interessa perchè contiene le opere giuridiche, comprende i primi dieci fascicoli, ossia complessivamente 83 fogli. È scritta a due colonne, di 38 o 37 linee ciascuna (1), e da mani diverse (2), benchè appartenenti alla stessa epoca ed alla stessa scuola calligrafica.

La prima mano giunse, se non erro, fino al f. 32 inclusivamente. La scrittura, di cui do un facsimile tolto dal f. 18[v],

-ato e precisamente opposto, a quello che risulta dalla prima lettura. Al disotto dell'indicazione della biblioteca, si trovano per es. i seguenti versi:

" Qui tumulum cernis cur non mortalia spernis?
Tali nanque domo clauditur omnis homo.
Post hominem vermis, post vermem fetor et horror;
Sic in non hominem vertitur omnis homo ".

(1) Il numero delle linee, tracciate come in tutto il ms. colla punta, dopo misurati gli intervalli col compasso, è eccezionalmente di 39, per es. nel f. 33. Fitting dice, a pag. VII, che il numero delle linee varia da 34 a 39, ma a me non è riuscito di trovare nessuna colonna, che abbia meno di 37 linee, benchè abbia esaminato, fra altre, anche tutte le prime pagine dei fascicoli.

(2) Fitting non ha saputo ben distinguere le varie mani. Egli infatti afferma, che la parte giuridica è opera di due soli amanuensi, di cui uno avrebbe scritto i primi cinque fascicoli e l'altro i rimanenti. È vero che in principio del sesto fascicolo sono ripetute alcune linee, che già erano state ricopiate in fine del fascicolo precedente, ma questo fatto non è certo una prova in favore dell'ipotesi di Fitting, che i due amanuensi si fossero diviso fin da principio il lavoro in parti eguali e che l'antico manoscritto corrispondesse perfettamente al nuovo, essendo probabile che si tratti semplicemente di una svista dell'amanuense del fascicolo sesto.

è minuscola, poco regolare ed inelegante, che a cominciare dall'ultima colonna del f. 1 va divenendo sempre più minuta e fitta, tanto che alcune facciate sembrano a prima vista di mano diversa da quella, che scrisse i primi fogli.

Non mi pare che la scrittura presenti particolarità per sè molto importanti. Darò però qualche indicazione, e specialmente quelle che servono per distinguere le varie mani.

La *d* ha preponderantemente la forma onciale, cioè coll'asta piegata a sinistra, mentre la *d* coll'asta diritta è relativamente rara.

La *m* in fine di parola ha qualche volta la forma ꝯ.

La *r* ha due forme *r* e ɾ, questa seconda forma specialmente dopo *o*, come trasformazione del nesso *or*.

Così pure ha due forme la *s*, cioè *r* e *s*: quest'ultima forma corrispondente quasi all'attuale *s* maiuscola, si trova specialmente in fine di parola, ma qualche volta anche in mezzo.

Accanto alla solita *u* compare pure la forma *v* non solo in principio di parola, dove è anzi frequentissima, ma anche a mezzo e nella abbreviazione *p̄* = *pru*.

Nel dittongo *ae* le due lettere sono qualche rara volta staccate, qualche volta unite con *e*, più spesso colla caudata. Questa rappresenta talora anche il dittongo *oe*. Sono frequenti i soliti nessi di *d* e *b* nell'abbreviazione di *deb*, *q* e *b* o *d* od *s* nelle abbreviazioni di *quib*, *quid* o *quidem*, e *quis*.

Noto ancora p̈ = *propri* e q̈; = *quoque*, dove la *p* e la *q* con due segni di abbreviazione fungono come due *p* o due *q* consecutive ciascuna con un segno.

La *s* è frequentemente soprascritta in fine di parola, raramente invece nel mezzo.

La *et* congiunzione è rappresentata dal segno tironiano analogo alla cifra arabica 7, mentre il nesso corsivo *et* non è forse usato dal primo amanuense e lo è da qualche altro solo raramente. Invece del segno tironiano, usato anche nell'abbreviazione di *etiam* ed in quella di *ent* nelle finali dei verbi, comparo abitualmente il punto e virgola nella abbreviazione di *set* (s;) e nell'*et* finale.

Analogamente troviamo *b*; per *bus* e *q*; per il suffisso *que*, non *b*ꝫ e *q*ꝫ, salvo eccezioni.

Abituale è l'abbreviazione ÷ per *est* ed H per *enim*, e non raro ⁊ per *con*. Il *vel* è reso con *ul* e con *l*. La *s* tagliata è usata per l'aggettivo *secundum*, oltrechè per la preposizione. La *p* tagliata (ꝑ) indica indifferentemente *per*, *par* e *por*: *p'* è *pes* o *post*: *ꝛ* corrisponde a *cir* e *cri*: *cc* indica *contra* anche nei composti. Frequente è la solita abbreviazione di *rum* in fine di parola.

La *i* ha l'accento quando s'incontra con altra *i*, o può essere altrimenti confusa. I segni di punteggiatura sono il punto semplice, il punto con sopra una specie di virgola rovesciata, ed il punto e virgola comune, quest'ultimo specialmente in fine dei titoli, dove si trova però anche il semplice punto, o la punteggiatura manca affatto. Dopo le rubriche si trovano spesso due punti seguiti da un segno analogo all'abbreviazione tironiana di *et* o a quella di *con*, oppure il punto semplice e più raramente il punto e virgola (;).

Una nuova mano appare nel fascicolo quinto, cioè nei fogli 33-40, nei quali il carattere è ancor più irregolare; la *s* di forma maiuscola (S) scompare quasi intieramente ed alle abbreviazioni *b*; *s*; *q*; si sostituiscono per regola quelle *b*, *s7* *q*. Anche di questa scrittura do un facsimile, tolto dal f. 35ᵛ.

Altra scrittura incomincia ancora col fascicolo seguente, cioè col f. 41, meno irregolare, più chiara, più diritta e tendente, direi quasi, alla forma quadrata. Questa nuova scrittura è caratterizzata specialmente dall'assoluta prevalenza della *d* coll'asta diritta in confronto della *d* di forma onciale. Inoltre è caratteristica la forma della *s* soprascritta in fine e nel corpo di parola, e notevole pure la *g*. Infine anche le parole sono tenute meglio staccate e distinte fra di loro, di quello, che lo siano dai due precedenti ammanuensi.

Il resto della parte giuridica (f. 49-83), fatta forse eccezione per alcune pagine (per es. f. 60, col. 2ª a metà fino a f. 61ᵃ) è scritto da almeno due mani, che appaiono a primo aspetto diverse dalle precedenti, ma si rassomigliano invece straordinariamente fra di loro. La mano, da cui è scritto il quaderno nono (f. 66-73), si distingue dall'altra specialmente nella forma e collocazione della *s* soprascritta ed anche dell'abbreviazione di *us*, e nelle abbreviazioni di *de*, *bus* e *rum*. Inoltre

per *tantum* è sempre usata l'insolita abbreviazione *tat*, corrispondente a *qat* abbreviazione di *quantum*. Credo però che non si tratti qui di una particolarità dell'amanuense del fascicolo nono, ma che egli non abbia fatto invece, che riprodurre le abbreviazioni dell'archetipo. Trovo infatti, che anche l'amanuense del fascicolo seguente uso *tat* nell'abbreviazione di *tantumodo*, e che fraintese qualche volta la stessa abbreviazione, sostituendovi *int̄* ossia *inter*. Per *tamen* l'amanuense del fascicolo nono usa indifferentemente *tm* e *tn̄*. Noto a questo proposito che nella prima e seconda parte del ms. è usato *tn̄* per *tantum* e *tm* per *tamen*, salvo eccezioni tanto rare, da poter essere ritenuti errori. Invece nella terza parte *tn* significa sempre *tamen* e *tm tantum*, mentre nella quarta non ho mai trovato l'abbreviazione di *tantum* e *tamen* è reso con *tam*. È inoltre notevole il fatto, che i correttori della prima e seconda parte cambiarono qualche volta *tn̄* in *tm* e viceversa *tm* in *tn̄*, intendendo evidentemente tali abbreviazioni nel senso, in cui sono usate nella parte terza.

L'inchiostro con cui fu scritta la parte giuridica e la terza parte del ms. è in generale piuttosto sbiadito, mentre è più nero quello della seconda e specialmente dell'ultima parte.

Per le iniziali, molto semplici, e per le rubriche si è usato il solo inchiostro rosso, come in tutto il resto del ms., salvo nella parte terza, dove compare anche il giallo.

Noterò da ultimo, che in tutta la parte giuridica sono indicate spesso colle semplici iniziali alcune parole tecniche di uso più frequente, come accade in tutti i mss. giuridici. Così *p. u.* significa *praescriptis verbis*, *c. n. constitutio nova*, *s. c. senatusconsultum* ecc. Notevole è, nel facsim. 2, *n. s.* per *non solum*. Nella *summa* longobardica a f. 67[v] troviamo, precisamente come nel ms. Parigino usato da Anschütz (p. 31, n. 5), " *ad G. aut p. aut a.* " per indicare " *ad Gasindium aut parentes aut amicum* ", ma qui, come altrove, il significato delle abbreviazioni risultava dal testo della legge compendiata.

La prima parte del ms. di Troyes, ora descritta, contiene le seguenti opere giuridiche.

F. 1-65: *Summa Codicis* falsamente attribuita ad Irnerio, mancante nel libro sesto, nel libro ottavo ed in fine.

La prima lacuna cade fra il f. 48 e 49, e corrisponde alla fine di un fascicolo ed al cambiamento di amanuense. La parte mancante in conseguenza di questa lacuna avrebbe occupato circa un foglio del ms. Può trattarsi quindi di una dimenticanza, o della perdita di un foglio stato aggiunto senza corrispondente fra il fascicolo sesto ed il settimo.

La seconda lacuna, parimenti dell'estensione di un foglio, deve essere stata prodotta precisamente dall'essere stato in epoca antica asportato un foglio fra l'attuale f. 60 ed il 61. Infatti il f. 61, che si trova in mezzo all'ultimo dei fascicoli contenenti la *Summa*, manca appunto del suo corrispondente ed è quasi staccato.

Infine l'ultima lacuna è prodotta o da straordinaria trascuranza degli amanuensi, o dalla perdita di un fascicolo, o almeno di un foglio. Infatti col f. 65 finisce appunto un fascicolo ed a piedi di pagina si trovano le parole *in pari enim causa*, che rinviano al fascicolo seguente. Non è quindi ammissibile la congettura di Fitting, che la lacuna esistesse già nell'archetipo, non essendo credibile che la copia gli corrispondesse in modo così perfetto (1).

In fine del fascicolo 7, cioè nel f. 56, rimase in bianco l'ultima colonna e parte della penultima dopo il titolo *De interesse* (*Summa Cod.* 7, 31), senza che vi sia però nessuna lacuna nel testo.

F. 66-70 col. 4: *Summa legis longobardorum* pubblicata da Anschütz nel 1870 specialmente in base al ms. di Parigi 4615, mentre il ms. di Troyes in gran parte non è stato ancora collazionato.

F. 70 col. 4-71 col. 3: un trattatello sulle successioni, secondo le novelle di Giustiniano ed il diritto longobardo, pubblicato nel 1863 da Haenel, ed alcuni capitoli di diritto feudale, che certo l'amanuense considerò come una continuazione della trattazione precedente. Questi capitoli, che formano anch'essi un piccolo trattato, passarono, alquanto rimaneggiati, nei *libri Feudorum* come capitoli 1-6 del titolo VI dell'*Antiqua* (*Feud.*, I, 14-18); ma, secondo Lehmann, non appartengono alla prima

(1) Cfr. il mio scritto citato: *Delle opere recentemente attribuite ad Irnerio*, p. 154.

redazione. Gli stessi capitoli si trovano pure, isolati e precisamente nello stesso ordine, nel ms. di Bamberga D. II. 5, sacc. XII, contenente le Istituzioni. Il testo del ms. di Troyes corrisponde, salvo alcune varianti, a quello pubblicato da Lehmann appunto secondo il codice di Bamberga e secondo il ms. Parig. lat. 4615, sacc. XII.

F. 71 col. 3-f. 83: *Questiones de iuris subtilitatibus* pubblicate da Fitting nel 1894, mutile esse pure in fine.

Col f. 84 incomincia la seconda parte del ms. che giunge fino a f. 122 inclusivamente. Questa parte è presso a poco della stessa epoca della prima, ma non ha del resto nulla di comune con esse, come appare, oltre che dalla scrittura e dall'inchiostro diversi, anche dall'essere le colonne di 43 o 44 linee ciascuna.

L'opera, senza titolo, contenuta in questa seconda parte, è una raccolta di brani tolti da santi padri e raggruppati in vari capitoli con rubriche corrispondenti (1).

Il primo passo, coll'indicazione " Ier. in expositione symboli " incomincia " Tradunt maiores nostri quod post ascensionem domini..... ". L'opera, tutta di una sola mano, finisce a f. 120 col. 4 dove una mano contemporanea scrisse *finit*.

Seguono altri brani di santi padri aggiunti a varie riprese e da varie mani, tutte però presso a poco contemporanee, fino a parte della colonna prima del f. 122. Il resto del foglio è in bianco.

La terza parte del ms. è formata dai fogli 123-162, ed è scritta in buona parte da mano, che ha straordinaria analogia con quelle dei fogli 47 e seguenti. Fanno eccezione gli ultimi fogli, da 156 in poi, nei quali mi pare di distinguere varie

(1) Ecco le prime rubriche fino al f. 95: " Jer. in expositione symboli: De auctoritate divina: Quid summatim in his libris, vel quibus modis sit intelligendum: De veteri testamento: De utroque testamento: De evangelio: De posteriorum libris: De auctoritate ecclesie: De fide, spe et caritate: De trinitate: De creaturis: De angelis: De malis angelis: De primis hominibus: Quid nature sit, quid vitii, quid gratie: De qualitate animi corporisve: De lapsu hominis et pena: De malo seu peccato: De temporalibus vite solatiis: De doctrinis: De eloquentia: De scientiis diversis: De legibus quibuslibet: De romano imperio: De regibus: De bellis: De pace: De iustitia et iudiciis: De philosophis: De prophetis: De iohannis baptismo: De virgine matre: De virginis conceptione..... ".

mani, ed inoltre il primo fascicolo di questa terza parte, scritto da due mani diverse, l'una delle quali scrisse i fogli 123-125, l'altra i fogli 125ᵇ-130.

Che questo primo fascicolo sia stato compiuto quando era già almeno incominciato da altro amanuense il fascicolo seguente, appare più che probabile dal fatto, che per farvi entrare tutta la materia dell'archetipo si è dovuto nel f. 130 invadere i margini portando il numero delle linee a 41, mentre negli altri fogli la terza parte ha regolarmente lo stesso numero di linee della prima, della quale deve forse considerarsi come continuazione.

La notata somiglianza di scrittura dei fogli 49 e seguenti e 131 e seguenti, si vedrà anche dai facsimili 3 e 4 tolti dai f. 64ᵛ e 153ᵛ. Ho scelto il f. 64ᵛ volendo che i tre primi facsimili fossero tolti da una stessa opera, perchè non potesse nascere dubbio sulla contemporaneità delle scritture. Del resto la scrittura del f. 131 e segg. rassomiglia ancor più a quella del fascicolo nono, tanto che si può, senza troppa esitazione, riconoscervi la mano dello stesso amanuense.

L'opera contenuta nella terza parte del ms. di Troyes è, secondo Fitting, una collezione di canoni, che mostra una stretta parentela col Decreto e la Pannormia d'Ivone, e può forse identificarsi col compendio del Decreto fatto da Ugo, vescovo di Châlons fra il 1100 ed il 1113. Quest' ipotesi non mi sembra fondata, perchè il preteso compendio è formato in parte di materiali, che non compaiono nel Decreto, come neppure nella Pannormia d'Ivone. Riconosco d'altra parte che i frammenti di diritto romano possono realmente essere stati presi dal Decreto d'Ivone, insieme coi passi dei capitolari franchi ed altri specialmente della parte riguardante il matrimonio.

Aggiungo che la distribuzione delle materie è diversa da quella del Decreto d'Ivone. Infatti la collezione del ms. di Troyes tratta dell'unità e trinità di Dio (1); degli angeli (f. 129); della creazione dell' uomo, stato primitivo dell' uomo, libero arbitrio, peccato originale, varie specie di peccati (f. 130ᵛ); del matrimonio (f. 135), battesimo (f. 147ᵛ), cresima (f. 152ᵛ), euca-

(1) L'opera incomincia, senza titolo, colle parole " Ad iustitiam credere debemus corde et confiteri ore, quia et in patre totus est filius et totus in filio pater..... ,

tistia (f. 154); penitenza (f. 157); de ordinibus ordinandis (?), de excellentia sacrorum ordinum et vita ordinandorum (f. 158). Qui l'opera finisce mutila in mezzo ad un capitolo preso, secondo la rubrica, da Urbano II.

Segue l'ultima parte del ms., cioè gli ultimi dodici fogli, scritti a piene linee in numero di 25 per pagina, da mano della fine del secolo duodecimo. Questi fogli contengono il Sermo *de capitulis* di S. Ambrogio Autperto, pubblicato in Migne, *Patrol. lat.*, vol. 89, col. 1277 e segg. Il sermone è però mutilo, giungendo solo fino alle parole " Quibus etiam attestante evvangelio in fine dicetur: Venite..... ", cioè fino al principio del cap. 15 (ed. cit. col. 1290).

Finita così la descrizione del codice di Troyes, venge alla questione principale cioè alla data da assegnarsi alla parte giuridica.

Il ms. di Troyes fu, senza distinzione, attribuito al secolo XII da Harmand, al principio del secolo XIII da Hagnel. Fitting invece giudica, che la parte giuridica sia del principio del secolo duodecimo, e questo tanto per ragioni paleografiche quanto per ragioni intrinseche.

Di quest'ultime però non esito ad affermare, che sono affatto inconcludenti. Fitting distingue nel ms. di Troyes, oltre agli ultimi dodici fogli contenenti il sermone *de capitulis*, due parti, l'una giuridica scritta probabilmente in Italia, l'altra teologica scritta a Clairvaux. Questa seconda parte sarebbe in ogni modo anteriore al 1153; quindi la parte giuridica, specialmente se venuta dall'Italia, dovrebbe essere anche più antica.

Ora chiunque abbia qualche pratica di mss. capisce, che questo ragionamento non ha valore, perchè col modo in cui è stato formato il codice di Troyes non si può certo argomentare l'età relativa delle varie parti dalla posizione, che fu loro assegnata nel rilegarle. Ma oltre a ciò non si possono assolutamente accettare gli argomenti, con cui Fitting crede di dimostrare che la parte teologica è anteriore al 1153; quindi viene anche a mancare la base del ragionamento.

Le ragioni, che secondo Fitting farebbero credere la parte teologica anteriore al 1153, sono due.

In primo luogo la striscia di pergamena, che come ho detto si trova nel fascicolo 15, contiene da una parte in otto linee

l'indice, o parte d'indice, di un'opera teologica, dall'altra, forse d'inchiostro diverso, ma della stessa mano, le parole " Dno et uenerabili patri . B . di gra ". Fitting afferma che queste parole sono un indirizzo, il cui seguito rimane nascosto nella piegatura, e nel *B.* vuol ravvisare S. Bernardo abate di Clairvaux dal 1115 al 1153. Da ciò egli conclude che il ms. deve essere stato rilegato all'epoca di S. Bernardo, e quindi che la parte teologica fu scritta in tale epoca.

Ma anche qui il ragionamento, per sè stesso inconcludente, manca di base, perchè quanto scrive Fitting sulla chiusa del preteso indirizzo nascosto nella rilegatura è assolutamente falso. Tale chiusa non ha mai esistito, perchè l'amanuense si è fermato appunto alla parola *gratia*, come si vede chiarissimamente e posso quindi affermare nel modo il più reciso senza temere smentita.

Siamo dunque in presenza di una semplice prova di penna, non di un indirizzo, e nulla ci obbliga a ravvisare S. Bernardo nel *B.*, che può essere spiegato in tanti altri modi. Aggiungo, che anche riferendo il *B.* a S. Bernardo non si esclude la possibilità, che la prova di penna sia posteriore alla morte del santo, di cui in Clairvaux era certo viva la memoria; inoltre la striscia di pergamena in questione, anche se scritta all'epoca di S. Bernardo, potrebbe essere stata rilegata colle altre parti dell'attuale ms. di Troyes solo posteriormente.

Il secondo argomento di Fitting è desunto dal fatto, che la parte teologica del ms. di Troyes contiene una collezione, che egli crede dipendente dal Decreto d'Ivone, come già ho detto. Ora, a parer suo, è assolutamente inverosimile, che tale collezione sia stata trascritta dopo la pubblicazione del Decreto di Graziano, compilato secondo Schulte fra il 1139 ed il 1142, conosciuto in Roma già nel 1144 e certo poco dopo anche a Clairvaux (1). All'opinione predominante (2), che il Decreto sia stato compilato solo nel 1150 o 1151, Fitting non accenna neppure, ma non è il caso di far questione di anni, perchè l'argomentazione manca anche qui di base.

---

(1) " .....denn es hat doch alle Wahrscheinlichkeit gegen sich, dass dieses Stück noch nach der Veröffentlichung des Gratianischen Decretes abgeschrieben worden wäre..... ".

(2) Cfr. per es. LAURIN, *Introductio in corpus iuris canonici*, 1889, p. 21-25.

Infatti solo chi non si sia mai occupato di collezioni canoniche può credere che dopo la pubblicazione del Decreto di Graziano, che non aveva carattere ufficiale, le collezioni anteriori, e specialmente quelle di Ivone, siano state subito dimenticate, o almeno non siano più state trascritte.

Scorrendo qualche catalogo di mss., noto per es. a Monaco di Baviera i mss. 2593, 2594, 4545 del secolo XIII, 11316 del secolo XII-XIII, contenenti le collezioni di canoni di Ivone o compendi di esse: a Berlino della seconda metà del secolo XII il ms. Phill. n. 95 del catalogo di Rose " Collectio decem partium cum prologo Ivonis ,, : a Torino il ms. CMV del catalogo di Pasini, contenente la Pannormia e giudicato del sec. XIII, mentre lo credo invece della seconda metà del XII: a Venezia del secolo XIII il ms. della Pannormia Clas. 8 cod. 12: infine nel *catal. codd. mss. bibl. Univers. Rheno-Traiect.*, stampato nel 1887, il cod. n. 621 contenente la Pannormia e giudicato addirittura della fine del secolo XIII o del principio del XIV. Altro che 1153!

Aggiungo che fra i mss. da me esaminati il Torinese D. V. 19 ed il Vatic. Reg. 135, il primo della fine del XII, il secondo del principio del XIII secolo, contengono estratti tanto di Graziano che di Ivone.

Lo stesso risultato darebbero le ricerche, che si facessero per altre collezioni antegrazianee.

Ricordo, per esempio, che appartiene al secolo XIII il ms. di Praga contenente la collezione illustrata da Schulte nel suo scritto " Ueber drei in Prager-Handschriften enthaltene Canonen-Sammlungen ,, 1868, p. 171 e segg. Inoltre ebbi io stesso occasione di descrivere il ms. Vaticano 5715 contenente la Cesaraugustana ampliata con aggiunte tratte da altre fonti, fra cui anche le *exceptiones ex decretis Gratiani* (1). Al ms. Vaticano deve corrispondere perfettamente il Parigino 4876, per cui appare che dopo la pubblicazione del Decreto, anzi delle *exceptiones decretorum Gratiani*, si è ancora formata una famiglia di ms. della Cesaraugustana.

Potrei aggiungere anche altri esempi, ma credo inutile di insistere maggiormente su questo punto.

(1) Cfr. il mio scritto: *Per la storia del dir. romano nel M. E.*, Roma, 1892, p. 14, 15 (Estr. dalla " Riv. ital. per le scienze giurid. ,, vol. XII).

Così le ragioni intrinseche invocate da Fitting in favore della data da lui assegnata al ms. di Troyes cadono completamente.

Vi sarebbero invece altre ragioni intrinseche, che a parer mio rendono impossibile tale data, ma di queste mi sono già occupato negli scritti citati a p. 3, n. 2, ed intendo ora di prescindere completamente da esse.

Restano dunque le ragioni paleografiche di Fitting, se così si possono chiamare, perchè veramente egli non fa che riferirsi al giudizio del defunto Schum, ed affermare che la scrittura della prima parte del ms. di Troyes rassomiglia molto a quella di un ms. d'origine italiana, giudicato del secolo XI, di cui si ha il facsimile nelle *Schrifttafeln* di Arndt tav. 19.

Di questa somiglianza potranno giudicare i lettori valendosi dei facsimili, che pubblico; non posso invece farlo io, per ora, perchè le biblioteche di Torino non possiedono l'opera citata di Arndt.

Ad ogni modo esaminando direttamente il ms. di Troyes non posso accogliere l'opinione di Haenel che lo giudica del principio del secolo XIII, ma tanto meno quella di Fitting che anticipa la data di circa un secolo.

Uno dei più insigni paleografi moderni, il Thompson (1), nota come *stile caratteristico* del secolo XIII, che " alla scrittura più grande e più distinta dei secoli XI e XII venne sostituendosi una scrittura più serrata (2), benchè sempre distinta, nella quale le lettere sono più legate insieme da tratti d'unione e più schiacciate lateralmente ".

Queste caratteristiche si riscontrano, almeno in parte, nel nostro ms., dove è notevole anche l'uso frequente della seconda forma di *r*, già indicata, e la quasi completa mancanza del nesso corsivo per *et*, almeno nella parte, che ci interessa. Ciò spiega il giudizio di Haenel. Ma a non sorpassare nella datazione il secolo XII mi induce l'uso quasi regolare dei dittonghi, la *s*

(1) *Paleografia*, trad. Fumagalli, 1890, p. 94: oppure in *Encyclopaedia Britannica*, 9ª ed., XVIII, p. 160 all'art. *palaeography*. Cfr. anche l'*Handbook* dello stesso autore, 2ª ed., 1894, p. 269 e 272.

(2) Ho sostituito la parola *serrata* a quella *intricata*, di cui si servì Fumagalli, perchè così intendo il *cramped* dell'originale.

soprascritta, e il non essere ancora molto accentuate le angolosità, che precorrono la scrittura gotica propriamente detta.

Per tutto questo porrei la parte giuridica del ms. di Troyes, anzi in generale tutto il ms., meno il *verso de cupiditate*, nel settimo od ottavo decennio del secolo XII, basandomi anche sul giudizio, che ebbe la bontà di darne, dopo esame diretto, l'illustre prof. Carlo Cipolla dell'Università di Torino, paleografo valentissimo.

Aggiungo, che altri paleografi di grande valore, i quali però giudicavano su facsimili fotografici e non direttamente sul ms., attribuirono senza altro la scrittura alla fine del secolo duodecimo (1).

Mi resta a dire brevemente di un'ultima questione, quella cioè dell'origine del ms.

Fitting ritiene la parte giuridica d'origine italiana, il resto invece d'origine francese.

Questa sua ipotesi non si può più sostenere almeno intieramente, perchè nella parte ritenuta francese compare, come ho detto, una scrittura somigliantissima, se non altro, a quella di alcuni amanuensi della prima parte, ed oltre a ciò non ha valore l'unico argomento addotto per provare che la parte teologica fu scritta a Clairvaux.

Quanto all'origine italiana della parte giuridica, essa è presunta da Fitting specialmente per tre argomenti, cioè per l'uso della pergamena così detta italiana, per l'ortografia e per la presenza di compilazioni di diritto longobardo.

Nessuna di queste ragioni è convincente.

La pergamena usata nella parte giuridica del ms. di Troyes ha realmente i caratteri della così detta pergamena italiana, almeno a quanto pare, poichè, come è noto, la differenza fra la pergamena italo-ispanica e quella franco-tedesca (2) si riscontra

(1) Un esimio collega giudicava per es. che la scrittura del ms. di Troyes " partecipa più del movimento della scrittura gotica che del movimento dell'antica romana perfezionata. Per cui in nessun modo va assegnata alla prima metà del XII secolo, ma indubitatamente alla seconda ed anzi alla sua fine ".

(2) Cfr., per tutto quanto riguarda le due specie di pergamena, Wattenbach, *Das Schriftwesen im Mittelalter*, 3ª ed., 1896, p. 116 e segg.: Sickel, *Urkunden der Karolinger*, I, 1867, p. 287 (288), n. 5: Paoli, *Programma scol. di paleogr.*, II, 1894, p. 67

specialmente nei documenti e non nei codici. Va però osservato, che la pergamena usata nelle pretese parti francesi del ms. è perfettamente uguale, e che tanto in Francia quanto in alcune parti della Germania si trova spesso usata pergamena importata, o forse anche preparata col metodo italiano.

Per l'ortografia Fitting nota le forme *immora* (per *in mora*), *sustitutio*, *astinent*, *ammittitur* (per *admittitur*) *oscuro*, *defunti*, *ostet* (per *obstet*), *lutuosam*. Non so, se queste particolarità ortografiche bastino a caratterizzare un ms. come italiano. Nel caso concreto poi, essendo indubbiamente italiano l'archetipo, l'ortografia originale poteva, in parte almeno, conservarsi anche in copie fatte fuori d'Italia.

Infine non fa ostacolo all'origine francese il trovar copiate le parti, relativamente brevi, riguardanti il diritto longobardo, conosciuto anche in Francia per influenza bolognese (1).

Con queste osservazioni non intendo affermare in modo assoluto l'origine francese del codice di Troyes.

Credo che le varie parti siano state probabilmente scritte nello stesso luogo, e precisamente in qualche monastero, come dimostra il frequente cambiamento di mani. Suppongo, che i fascicoli siano rimasti per qualche tempo slegati, forse per facilitare nuove trascrizioni.

Se poi il ms. sia francese od italiano, lascio giudicare a chi vorrà esaminare attentamente i facsimili aggiunti a questo lavoretto, o, meglio ancora, riprendere direttamente in esame il ms. Non voglio però dissimulare l'impressione mia e di altri, che in favore dell'origine francese parlino i caratteri generali della scrittura, ancorchè non molto spiccati, come è naturale data l'età del ms. I tratti accennanti ad origine francese si vedono invece meglio nelle aggiunte contenute nei fogli di guardia, compresa l'annotazione " *In hoc libello* ecc. „; e questo perchè la scrittura è più trascurata e più naturale. Osservo questo, perchè appunto l'annotazione citata " In hoc libello ecc. „ scritta con inchiostro rosso, ha grande somiglianza colla prima rubrica della *Summa Codicis* " De nomine libri et materia „ (f. 1ª).

---

(1) Cfr. Conrat, *Geschichte der Quellen*, I, p. 479 e n. 5; e il mio scritto citato *Per la Storia del Dir. rom. nel M. E.*, p. 24 e n. 1.

In ogni modo, come ho detto, lascio ad altri l'ufficio di pronunciare la sentenza definitiva.

Esprimo infine vive grazie alla direzione della biblioteca di Troyes ed ai Ministeri dell'Istruzione pubblica di Francia e d'Italia, che mi procurarono il mezzo di studiare a mio agio il ms., depositato anche ora presso la Biblioteca Nazionale di Torino.

L'Accademico Segretario
ERMANNO FERRERO.

1. f. 18. d

XLVII

[illegible] sed dicuntur. et quia in eu[illegible]. [illegible] [illegible] ut ea sibi offerantur reddunt. Redunt [illegible] [illegible] commodum suum. Hec furto rapina. tre animo sumuntur. Item ceteris quoq; delicis. quantum fortuna lesum nonca[illegible]. et dolo. Ponit enim lege. Item edicto [illegible]. Lege ut furti nec manifesti. edicto [illegible] ut bonorum rapt[illegible]. Deinde quod petit [illegible] quia lesum a suo passus est. datur utilis actio. et bone fidei iudicium. Iuri iniuriam dedit inter pignoratitia. uel bona fide [illegible]. Nam competit. quinovium suum [illegible]. Si autem desinit possidere. dum fuit et [illegible]. quando ceteris actio cum aliquid ambulat. Si tamen dolo desinit possidere. tunc enim mutuo [illegible] dolus enim pro possessione habetur. Sed his quinque interrogatis. R. ser[illegible] alienum suum esse. utili teneatur. Venit

si iuraserit cum deliquid. quando cepit facere. ut ea sibi dicuntur. ea sunt officium. ac [illegible] quod [illegible] est una pro esse nocuit esse. et eo si iuris deliquid. et sibi efficiatur. inde eto teneatur.

A. De exhibendum.

De exhibendum quidem actio pertinet. intentacionis iudicii permissi pro [illegible] ut [illegible] ut [illegible] actio. non solum prudentiorum [illegible]. si cum plus causis introducta est. et ea causa eam in medio ponitur. In actione adeo [illegible] tum speranda tum est quid sit exhibere. ut eam competat. et in quo. quando neuenat et ubi exhibitio fieri debet. et quomodo res offerunt. exhibere quod est. et sed cum habet. et opus in publico apprehendere. mutuo facere. hanc eam competit cum sint. In eam qui facultate

h expiscere. forte occasione in quibus aperta. nec unte

pecunia eam locuti. ea pp precatur impensum indere. et non casu mq repentino dari. puta cum filia a patri ignorati suscepta. res suo filio in domo collocare uelit. si pater puelle hereuat. dampesax restituendam [illegible]. Sed infans stulti edimois. muro [illegible] domo expositus. insuatur eu recte petit dis poi. ra un impensa refudat. Ille greco pp fuit sa. Q sit

h ueusq; diue sepe. nec deuit inspere. Loga. sucundo. [illegible] dum est. Que admodum ius sepe aucioratur p romam mutat. imo et oula pplo hi permissum est. ra ius inseptum reb. pis. facu cod iudicio declarat. Nutl eni inter e pplis suffragia uoluntate sua dedarat. an pis negotia. Condie excusu consuetudine hi obedire. Diuum n more esse uetum oppidum plege suat. Sed hi differ. q. ui sepe n nutata romane n admittit. Id aut esuetudinarium. in solu urbi rome. sed fauiu oppidi reapiedu est. du unum sepe non buit. et quemadmodum iura septa. ad similia pducida sit. ra

reb. cogitum esse uidet obligandi. Sed qs mte sua de

do lege eta dicat. maxime mitendo. litulnate qs aliqtis. esse uidet. accipitere re obligat. p sde

mplenda. un p septa. u. agi. aut lege impleta. dari

pei edita. Consu q. uolutate dr hodie dotano ei. Cu estat nine absentes eo ptio possit. ri iusu fruc

reuenti. prudentiore habet. q eu. multi alii

communia sit. Qualite aut dotiones ptiteat iudi

du est. Pticuit qd hodie simplanue. iudicuue. sed

te cu dotur estedit sua uolutate. sine iscripta

sine alt. Cu aut dotio septa eunt. inca sint

iobseruana potit. ut sualt qnqtio sol. los sit

sinuationem desidere. Et insinsu ea ipnitate sit.

nn sicu septa fiat. mbas escribndi non dotio

re rui non pala. oportet. Nec occulte sui sal

t puti fin deby. immo t abpio dotione. t abalie

sbat. Sed ulti pfinitate sit. acta necessitio ab

tiantur ap magistri esse. t ipuci ap eos me

tiones. S unq dotiones q. abiecu est esse

2. f. 35. v.

nito utq; eu incussuccedit. Sed sicu in filiu

pori mat monui sobole non relicta discede

re redit. admitte onium; in quitu ac

quit ex pacto nos existimum ubique.

Ile est mutu pp sed a nupcia similie amit

tit. dotis onium, alioq; dotis; sed ut licita

apere uxo. usufructu. hec parnta in

perito. Que omia uasiunt. n. s. in parte.

s. ; anno. ; pauo. tre ama. ; pauna. Do

nitin parnta phireb. ubi sob stricti. que

re sic exta. mortuo pat. uendicau abo

posesot ps. Sicni eo supte abhrib. et edica.

b aut p mtte ubis. siue alterum. siue

neutri; parnta hereditate adiuit. Et oe

ne adicto. ut ubi q exceo mmo s sponsu

cia. largitate sua. parnta. semp p capu

as acquiat. Ex his intelligno que capa

Dos quide ; unpmo ; in secdo mmo dat

sacp intuit. Id dedoti. p missione.

; nuda pollicitatione. apponit. p mutu

do p stipulatione. Pollicitatio uo est. soli offrit

p missu. quo casu. p. u. act. peti potest.

hodie uo inoi docti co uitio est. tacita stipu

latio intelligit. ; id omis dote ex stipulatu

peti pos. Et tbu cue. sua amuliere. sua

ab alio p muliere. do p mittat. Pat enim

cogit. tre mat incisu. patnu eni officiu ÷

dotare filia. Mat uo sibi licita cogit. Cep

p sue ecuolutate b facu. dotin de suo quod

p mist sep ei dotare debet. Et b tacita

spe. t quita p misasit. t arbitratu bonum

n sed dotis dat p mist. Spe unt quitate n

adicta. et arbitrio cessante. p mission nulla ÷

ero ratio. tre p missio ra de mu uay. sim n

4. f. 153. v.

lacma reus fiery. sic a bono catechumino bap

tism. dei adrogni eclos capescendu. Sic male

baptizato uia ; fessio. Q eni dyc n qere. f. r. ge

a. re. ipe ydyc. n abundauit iustitia uia. plusq

s. ; f. n. c. Mag stiq; sacmo. Siq; occurrit

ecma necessitas a catholica pq accipiat n in

uenit. ; ia pace catholica custodiat. si pallq

eo catholica unitate positu accepit. q. erat

ipa catholica unitate accepit? si stati ; s

hac uia mugur. no eu n catholica deputam?

Si a fuit accepali merte libat? cu se catholice

coggatoi ; plenna corpuli reddidit un nuq

corde discesserat. no blu n ipbam? q. fe. sit

securissime ; ue laudam? qi edidit pseuc

cordi suo dni. u unitate fuisat. ; sin baptisma

licito q. ucuq uuen no boiu ; di ce cognou

noluit celue uia mugre. Sed Tu ualet

nap adsalute baptism? cu illa ficto uia e fe

lice recessit. q cordie imatia t sadiego p

rem. aut n ho n pap que t spl di. nuqd in si om

tegru licma accipit. ? iu nuqd io si fecerit rop

pinonu carnalu uanitate emdauitur. denuo q

accepit reperendu est. ? accip quisq. s fide sua s.

qnu cap gubnante mia di. ? Sed sacma si ens

sibi. uq. s intag ; si pue intelligunt. ; discordiole

tatem sic septa cuglu. si eide ipu e uqiung e. ;

si innubilu fallitate opinonu uarietate asserat.

Sed Spm sem gisola catholica pman?

ipotione dari dr. numiru intelligi maiores

nri uoluer. q. apis aut. qm carnal diffusa est

cordib. p spm sem qui dat? e ipu e carnal qn

hit qa catholica cione pum. Sed q. eccia pa

diso cgnita indicat nob. baptismu et. hoci ; fora

accipe. s. salut beatitudinis ecce ea nomine ut

pape ut tenere. Na ; flumina de fonte padisi

; foras large manauit. nec tn sine sopotamia

ut egypto. quo illa flumina pueneri. e felicita

uite que ipadiso comemoratur. Simile q. bap

PROGRAMMA

PER

L'XI PREMIO BRESSA

La Reale Accademia delle Scienze di Torino, uniformandosi alle disposizioni testamentarie del Dottore Cesare Alessandro Bressa, ed al Programma relativo pubblicatosi in data 7 Dicembre 1876, annunzia che col 31 Dicembre 1896 si chiuse il Concorso per le scoperte e le opere scientifiche fatte nel quadriennio 1893-96, al quale concorso erano solamente chiamati **Scienziati ed Inventori Italiani.**

Contemporaneamente essa Accademia ricorda che, a cominciare dal 1° Gennaio 1895, è aperto il Concorso per l'undecimo premio Bressa, a cui a mente del Testatore saranno ammessi **Scienziati ed Inventori di tutte le nazioni.**

Questo Concorso ha per iscopo di premiare quello Scienziato, di qualunque nazione egli sia, che durante il quadriennio 1895-98, " a giudizio dell'Accademia delle Scienze di Torino, " avrà fatto la più insigne ed utile scoperta, o prodotto l'opera " più celebre in fatto di scienze fisiche e sperimentali, storia " naturale, matematiche pure ed applicate, chimica, fisiologia e " patologia, non escluse la geologia, la storia, la geografia e la " statistica ".

Questo Concorso verrà chiuso col 31 dicembre 1898.

La somma destinata al premio, dedotta la tassa di ricchezza mobile, sarà di lire **9600** (novemila seicento).

Chi intenda presentarsi al Concorso dovrà dichiararlo, entro il termine sopra indicato, con lettera diretta al Presidente dell'Accademia, e inviare l'opera con la quale concorre. L'opera dovrà essere stampata: non si terrà alcun conto dei manoscritti.

Le opere presentate dai Concorrenti, che non venissero premiati, non saranno restituite.

Nessuno dei Soci nazionali, residenti o non residenti, dell'Accademia Torinese potrà conseguire il premio.

L'Accademia dà il premio allo Scienziato che essa giudica più degno, ancorchè non si sia presentato al Concorso.

Torino, 1° Gennaio 1897.

Il Presidente dell'Accademia
G. Carle.

Il segretario della Giunta
E. d'Ovidio.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 7 al 21 Febbraio 1897.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **American Journal** of Science. Editor Edward S. Dana. Fourth Ser., vol. III, n. 14. February 1897. New-Haven; 8°.

* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem; tome XXX, livr. 4. Harlem, 1896; 8°.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LV, disp. 2ª. Venezia, 1896-97; 8°.

* **Bergens** Museums Aarbog for 1896 Afhandlinger og Aarsberetning udgivne af Bergens Museum. Bergen, 1897; 8°.

Bollettino dei Musei di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università di Torino, n.i 229-267. Torino, 1896; 8°.

* **Bulletin** de la Société belge de Microscopie. XXIIe an., 1896-97, n° 1, 2, 3. Bruxelles, 1896.

* **Comptes-Rendus** des séances de l'Académie des Sciences de Cracovie, décembre 1896; 8°.

* **Geological** Literature added to the Geological Society's Library during the year ended December 31st. 1896. London, 1897; 8°.

** **Memoirs** of Geological Survey of India. Ser. XIII, vol. II; Ser. XV, vol. II, Par. 2. Calcutta, 1895; 4°.

Memoirs of the Geological Survey of India. Vol. XXVII, Part I. Calcutta, 1895; 8°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LVII, n. 3. London, 1896; 8°.

Preisschriften gekrönt und herausgegeben von der Fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft zu Leipzig. N. XIII der math. naturw. Section. Leipzig, 1896; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Irish Academy. Third series, vol. IV, n. 1. Dublin, 1896; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LX, 365. London, 1896; 8°.

* **Quarterly** Journal of Geological Society. Vol. LIII, Part 1. Index to volumes I-L. Part I. London, 1896; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXX, fasc. 1, 2. Milano, 1897; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3ª, vol. II, fasc. 12. Napoli, 1896; 8°.

Résultats des Campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert I, Prince Souverain de Monaco; fasc. XI. Monaco, 1896; 4° (*dono di S. A. M.re il Principe Alberto I di Monaco*).

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXIX, fasc. 12°. Modena, 1896; 8°.

** **Verhandlungen** der physikalischen Gesellschaft zu Berlin. XV Jahrg., n. 7. 1896; 8°.

** **Verhandlungen** der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien. Jahr. 1893-1896. Wien, 1894-1896; 4 vol. 8°.

* **Wissenschaftliche** Meersuntersuchungen herausg. von der Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchungen der deutschen Meere in Kiel und der biologischen Anstalt auf Helgoland. N. F. Zweiter Band. Heft 1, Abt. 1. Kiel und Leipzig, 1896; 4°.

* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXVIII, n. 9. 1896.

Alfaro (A.). Mamiferos de Costa Rica. San José, Costa Rica, 1897; 8° (*dalla Direzione del Museo Nazionale*).

Gambera (P.). Della velocità atomica dei gas perfetti. Salerno, 1896; 8° (*dall'A.*).

Macchiati (L.). I tegumenti seminali della *Vicia narbonensis* L. non contengono i grani d'amido incapsulati del dott. Buscalioni. Modena, 1897; 8° (*Id.*).

Nodon (A.). La photographie du Spectre infra-rouge et étude des rayons Rœntgen. Paris, 1897; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 14 al 28 Febbraio 1897.

* **Abhandlungen** der philologisch-historischen Classe d. k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. Bd. XVIII, n. 1. Leipzig, 1897; 8°.

* **Annuario** della R. Scuola superiore d'Agricoltura in Portici. Vol. VII, 1897, fasc. 1. Discorsi inaugurali; 8°.

* **Atti** della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze, 4ª serie, vol. XIX, disp. 3-4, 1896; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la Historia; t. XXX, cuad. II. Madrid, 1897; 8°.

Jugoslavenska Akademija Znanosti i Umjetnosti. Rad. Knjiga CXXVII, CXXIX; Rječnik hrvatskoga ili srpskoga jezika..... Svezak 16. (Jezićac-Kamenpobili) Starine..... Knjiga XXVIII. Zagrebu, 1896; 8°.

* **Legis** romanae Visigothorum Fragmenta, 1 vol.; f° (*dall'Accademia di Storia di Madrid*).

* **Rozprawy** Akademii Umiejętności. Wydział Historyczno-Filozoficzny. S. II, t. VII. Krakowie, 1895; 8°.

Bianco di S. Secondo (F.). L'Accademia torinese dei Fulminati e il suo presidente nel 1670. Roma, 1897; 8° (*dall'A.*).

Fazy (H.). La guerre du pays de Gex et l'occupation genevoise (1589-1601). Genève, 1897; 8° (*dall'Istituto Nazionale di Ginevra*).

Marre (A.). Le Sadjarah Malayou (L'arbre généalogique Malais). T. 1er. Vaucresson, 1897; 8° (*dall'A.*).

Michon (É.). Nouveaux milliaires d'Arabie découverts par le P. Germer-Durand. Paris, 1896; 8° (*Id.*).

Puccini (R.). La scienza e l'ateismo. Lettere. Siena, 1890; 8° (*dall'A.*).

— La scienza e il libero arbitrio, con appendice sul recente libro " Il pessimismo e l'evoluzione „ di G. Trezza. Siena, 1890; 8° (*Id.*).

— Il soprannaturale e la scienza in ordine al progresso. Torino, 1894; 2 vol. 8° (*Id.*).

— Introduzione alla sociologia. Siena, 1894; 8° (*Id.*).

— Breve studio sui " Promessi Sposi „ di A. Manzoni. Siena, 1896; 8° (*Id.*).

— Il romanzo psicologico e la sua importanza educativa. Siena, 1896; 8° (*Id.*).

Sanquirico (G.). Istruzione superiore agraria. Discorso inaugurale e Relazione per l'anno 1895-96. Torino, 1897; 8° (*Id.*).

Zíbrt (C.). O Srovnávacím studiu Lidového Podání na vysvětlenou a na obranu. Praze, 1897; 8° (*Id.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

N. Y. Academy of Sciences
Rec'd June 1 --Oct. 25 97

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 7 Marzo 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: D'Ovidio, Direttore della Classe, Berruti, Bizzozero, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre, Volterra, Jadanza, Guareschi, Guidi, Fileti e Naccari Segretarie.

Viene letto ed approvato il verbale della precedente seduta.

Il Segretario comunica la lettera di ringraziamento inviata dal Prof. Felice Klein per la sua nomina a Socio straniero. Comunica pure una circolare d'invito al Congresso geologico che si terrà quest'anno a Pietroburgo.

Il Socio Segre per incarico della famiglia del compianto collega Galileo Ferraris presenta per la pubblicazione nelle *Memorie* un manoscritto trovato fra le carte di questo. Egli aggiunge in proposito le seguenti notizie: Il manoscritto fu redatto dal Ferraris, che ne lesse alcune pagine a qualche amico e ne parlò ad altri, in questi ultimi anni e probabilmente nel 1895. È quasi tutto pronto per la stampa. Solo poche pagine hanno bisogno di compimento e il Socio Segre si riserva di darlo giovandosi delle indicazioni esplicite che vi si trovano e dei cenni che son fatti a matita nel margine. Questo lavoro doveva costituire come un primo capitolo d'indole puramente

geometrica d'un trattato completo di elettrotecnica, che l'autore vagheggiava di scrivere. Però le teorie che vi sono svolte con una semplicità ed una lucidità veramente singolari, si applicano anche ad altre parti della Fisica, come l'idrodinamica, ecc. Non essendo nel manoscritto indicato alcun titolo, il Socio SEGRE ha creduto opportuno di scegliere il seguente: " *Teoria geometrica dei campi vettoriali, come introduzione allo studio dell'elettricità, del magnetismo, ecc.* ".

Il Presidente pone ai voti l'accoglimento della memoria, che viene approvato all'unanimità.

Il Socio VOLTERRA presenta una memoria del Prof. TIZZONI intitolata: " *Sulle vibrazioni dei corpi solidi omogenei ed isotropi* ". Ne viene affidato l'esame ai Socii VOLTERRA e SEGRE.

Il Socio D'OVIDIO per incarico del Socio PEANO presenta una nota del Dott. Angelo RAMORINO, intitolata: " *Sopra alcune proprietà delle curve nello spazio in relazione con la loro curvatura e torsione* ". Sarà inserita negli *Atti*.

Il Socio SPEZIA, anche a nome del Socio COSSA, legge la relazione sopra la memoria del Dott. Giuseppe PIOLTI intitolata: " *Sull'origine della magnesite di Casalotto* ", proponendone la lettura. Compiuta questa, la Classe accoglie la memoria nei volumi accademici.

LETTURE

Sopra alcune proprietà delle curve nello spazio in relazione con la loro curvatura e torsione;

Nota del Dott. ANGELO RAMORINO.

1. — Il Sig. DARBOUX, nella 4ª parte delle sue *Leçons sur la Théorie générale des surfaces et les applications géométriques du Calcul infinitésimal* (1), occupandosi delle curve gobbe e della loro curvatura e torsione, si propone di determinare il volume V del tetraedro che ha per vertici quattro punti $M_1 M_2 M_3 M_4$ della curva, infinitamente prossimi a un punto M della medesima.

Per questo, assume le coordinate cartesiane ortogonali $x\,y\,z$ del punto mobile M come funzioni d'una stessa variabile numerica t; e, indicato con $t+h$, $x_i\,y_i\,z_i$ il valore della variabile t e i corrispondenti valori delle coordinate $x\,y\,z$ relativamente al punto M_i $(i=1,2,3,4)$, sostituisce nella formola

$$6\,V = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix}$$

al posto delle $x_i\,y_i\,z_i$ i loro sviluppi secondo le potenze delle h mediante la formola di Taylor, *trascurando in questi sviluppi le potenze delle h superiori alla terza*. Così giunge al risultato

(1) Paris, 1896: *Notes de l'Auteur*. — Nota 4ª, pag. 423 e seg.

$$V = -\frac{1}{72}(h_4-h_1)(h_4-h_2)(h_4-h_3)(h_3-h_1)(h_3-h_2)(h_2-h_1)\begin{vmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{vmatrix}$$

ove $x'y'z'$, x''..... sono le derivate 1ª, 2ª, 3ª di xyz rispetto a t.

Evidentemente il Sig. Darboux coll'asserire che *il rapporto* $M_1M_2M_3M_4$ *ha l'espressione trovata quando si trascurino quelle certe quantità*, vuole intendere — nè saprei dare altra interpretazione al suo concetto — che è

$$(\alpha) \qquad \lim \frac{M_1M_2M_3M_4}{(h_4-h_1)\ldots(h_2-h_1)} = -\frac{1}{72}\begin{vmatrix} x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \\ x''' & y''' & z''' \end{vmatrix},$$

ove il limite si prenda col far tendere le h_i a zero.

Ora: questo — come risulterà dalle cose che verrò esponendo — è vero; ma la dimostrazione su citata non è sufficiente a farne risaltare la verità, in quanto che in essa l'autore non tien conto di quantità, che non è permesso di trascurare. In vero, per potere, anzi tutto, parlare di limite d'una funzione di più variabili che, come la quantità trascurata dal Darboux, sia il rapporto di due funzioni annullantisi contemporaneamente per i valori considerati delle variabili, non vedremmo altra via praticabile che quella di ricorrere al Teorema, che dà l'esistenza del limite per un siffatto rapporto quando il denominatore sia una *forma definita* delle variabili e il numeratore una funzione di grado superiore a quello del denominatore. E questo non è il caso, non essendo il denominatore, — cioè il prodotto $(h_4-h_1)\ldots(h_2-h_1)$, che indicheremo con $\Pi(h_1\,h_2\,h_3\,h_4)$ — una forma definita.

Ma c'è di più. Nel caso attuale, data appunto la forma speciale del denominatore nella quantità trascurata dal Darboux, si può dimostrare che questa quantità, col tendere a zero delle h_i, non ha per limite lo zero.

Facciamo in fatti $h_2 = h_1 + h_1'$, $h_3 = h_1 + h_1''$, $h_4 = h_1 + h_1'''$, essendo $r\,s\,t$ numeri interi positivi arbitrari, grandi a piacimento.

Allora il $\Pi(h_1 h_2 h_3 h_4)$ diviene

$$(h_4 - h_1) \dots (h_2 - h_1) = h_1^{r+s+t}(h_1' - h_1'')(h_1'' - h_1''')(h_1''' - h_1'')$$

e, quindi, è infinitesimo con h_1 d'ordine superiore ad $r+s+t$, ossia d'un ordine n tanto grande quanto vogliamo. Ora: perchè il rapporto trascurato avesse per limite lo zero, dovrebbe il numeratore essere una funzione infinitesima con h_1 d'ordine superiore ad n, ossia, sviluppato secondo le potenze crescenti di h_1, dovrebbe cominciare con un termine di grado superiore ad n e però tanto alto quanto ci piace. Il che in questo caso non accade, avendo il Darboux trascurato le potenze di h_1 superiori ad una data e, precisamente, superiori alla terza.

La relazione (α) è, in vece, suscettibile di dimostrazioni completamente rigorose. Già fin dal 1887 il Prof. Peano, nelle sue *Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale*, era giunto a questa relazione, senza nulla *trascurare*, mediante le funzioni interpolari.

Io qui mi propongo di darne un'altra dimostrazione, evitando l'uso di queste funzioni, e ricorrendo in vece alle forme geometriche.

2. — A tale uopo, stimo opportuno di premettere alcune considerazioni, alcune proprietà, le quali è bene siano chiarite, precisate, nettamente distinte fra loro.

Definizioni. — α) Dati dei numeri $\kappa_1 \kappa_2 \dots$ in numero finito od infinito, diciamo che il numero κ è medio tra essi, se κ è non maggiore del limite superiore e non minore del limite inferiore dei numeri dati.

β) Dati dei volumi $V_1 V_2 \dots$ in numero finito od infinito, diciamo che il volume V è *medio* tra essi, se, detto U il volume unità, il numero $\frac{V}{U}$ è medio tra i numeri $\frac{V_1}{U}, \frac{V_2}{U}, \dots$

γ) Diciamo, in fine, che una forma geometrica qualunque φ di 1°, 2° o 3° grado è *media* tra le forme, in numero finito o infinito, $\varphi_1 \varphi_2 \dots$ dello stesso grado di φ, per intendere che, per qualunque scelta della superficie o linea o punto P, il volume φP è medio tra i volumi $\varphi_1 P, \varphi_2 P, \dots$

Mediante queste definizioni, alcuni Teoremi sulle funzioni reali di variabile reale si possono, con opportune modificazioni, estendere alle funzioni complesse di variabile reale. Così, ad esempio, il *Teorema della media:* " *Se $f(t)$ è una funzione reale della variabile reale t, definita nell'intervallo $t_1 t_2$ e avente derivata in tutto questo intervallo, si ha*

$$\frac{f(t_2)-f(t_1)}{t_2-t_1}=f'(u)\,.$$

essendo u un valore di t compreso fra t_1 e t_2 " vale ancora per le funzioni complesse di variabile reale, purchè si enunci nel modo seguente:

Teorema I. — " *Se $f(t)$ è una forma geometrica di grado qualunque, definita nell'intervallo $t_1 t_2$ e avente derivata in tutto questo intervallo, sarà $\frac{f(t_2)-f(t_1)}{t_2-t_1}$ medio tra i valori di $f'(t)$ nell'intervallo medesimo* ".

Infatti, se moltiplichiamo la forma $f(t)$ di 1°, 2° o 3° grado rispettivamente per una superficie, linea o punto qualunque P, abbiamo il volume fP, funzione numerica della variabile t, alla quale possiamo applicare il Teorema della media testè ricordato. Così troviamo che $\frac{f(t_2)-f(t_1)}{t_2-t_1}$ P è medio tra i valori di f'P nell'intervallo considerato, e però, $\frac{f(t_2)-f(t_1)}{t_2-t_1}$ è medio tra i valori di f' nell'intervallo medesimo.

Così pure il *Teorema di* Rolle: " *Se una funzione reale $f(t)$, definita nell'intervallo $t_1 t_2$ e avente derivata determinata e finita in tutto questo intervallo, si annulla agli estremi di esso, la sua prima derivata si annullerà per un valore di t compreso fra t_1 e t_2* ", e la sua *Generalizzazione:* " *Se la funzione reale $f(t)$, avente le successive derivate $f' f'' \ldots f^{(n)}$, si annulla per $n+1$ valori distinti della variabile, la sua derivata n° si annulla per un valore di t medio tra quelli considerati* ", si estendono immediatamente, con modificazioni analoghe a quelle del Teorema precedente, alle funzioni complesse di variabile reale, e danno:

Teorema II. — " *Se una forma geometrica di grado qualunque $f(t)$ funzione della variabile numerica t, definita nell'inter-*

vallo $t_1 t_2$ e avente derivata in tutto questo intervallo, si annulla agli estremi $t_1 t_2$ di esso, zero è medio fra i valori di f' nell'intervallo medesimo „.

La dimostrazione si deduce immediatamente dal Teorema I.

Teorema III (generalizzazione del precedente). — " *Se una forma geometrica di grado qualunque $f(t)$, funzione della variabile numerica t, avente le successive derivate $f' f'' \dots f^{(n)}$, si annulla per $n+1$ valori $t_1 t_2 \dots t_{n+1}$ della variabile, un valore medio tra i valori di $f^{(n)}(t)$ per t compreso tra $t_1 t_2 \dots t_{n+1}$ è lo zero* „.

La dimostrazione si riduce tosto, come s'è fatto per il Teorema I, a quella del Teorema corrispondente sulle funzioni numeriche, moltiplicando la forma considerata di 1°, 2° o 3° grado $f(t)$ rispettivamente per una superficie, linea o punto qualunque P. In fatti, allora il volume f'P, ch'è una funzione numerica della variabile numerica t, avente le successive derivate f'P, f''P ... $f^{(n)}$P, e che si annulla per gli $n+1$ valori $t_1 t_2 \dots t_{n+1}$ della variabile, è suscettibile dell'applicazione del Teorema sopra ricordato, generalizzazione di quello di Rolle; avremo, cioè, che il volume $f^{(n)}$P si annullerà per un valore di t compreso fra $t_1 t_2 \dots t_{n+1}$ ossia zero sarà medio tra i valori di $f^{(n)}$P per t compreso fra $t_1 t_2 \dots t_{n+1}$ e, però, che zero è medio tra i valori di $f^{(n)}(t)$ per t compreso fra $t_1 t_2 \dots t_{n+1}$.

Da questa proposizione segue immediatamente il

Teorema IV. — " *Se una forma geometrica di grado qualunque $f(t)$, funzione della variabile numerica t avente le successive derivate $f' f'' \dots f^{(n)}$, si annulla per n valori $t_1 t_2 \dots t_n$ della variabile, si ha la relazione*

$$f(t) = \frac{1}{n!} (t - t_1)(t - t_2) \dots (t - t_n) K,$$

essendo K una forma geometrica dello stesso grado della $f(t)$ e media fra i valori di $f^{(n)}(t)$ per t compreso fra $t\, t_1 t_2 \dots t_n$ „.

In fatti, indichiamo con K una forma geometrica dello stesso grado della $f(t)$ e tale che per un altro valore t_0 di t, diverso da $t_1 t_2 \dots t_n$, si abbia

$$f(t_0) - \frac{1}{n!} (t_0 - t_1)(t_0 - t_2) \dots (t_0 - t_n) K = 0. \qquad (1)$$

Se consideriamo la forma

$$\varphi(t) = f(t) - \frac{1}{n!}(t - t_0)(t - t_1)\dots(t - t_n)K,$$

abbiamo che, per le ipotesi fatte, essa è una funzione della variabile numerica t avente le successive derivate $\varphi', \varphi'', \dots \varphi^{(n)}$ e tale che

$$\varphi(t_0) = 0 \quad \varphi(t_1) = 0 \dots \varphi(t_n) = 0;$$

e, però, per il Teorema precedente, zero dovrà essere media tra i valori di $\varphi^{(n)}(t)$ per t compreso fra $t_0 t_1 \dots t_n$. Ora è

$$\varphi^{(n)}(t) = f^{(n)}(t) - K;$$

sarà quindi lo zero medio tra i valori di $f^{(n)}(t) - K$, ossia K sarà una forma dello stesso grado della $f(t)$ e media tra i valori di $f^{(n)}(t)$, per t compreso fra $t_0 t_1 \dots t_n$. La (1) perciò possiamo scriverla

$$f(t_0) = \frac{1}{n!}(t_0 - t_1)(t_0 - t_2)\dots(t_0 - t_n)K,$$

avendo K il detto significato; e, se al posto di t_0 leggiamo un valore qualunque t, abbiamo finalmente la formola, che volevamo dimostrare,

$$f(t) = \frac{1}{n!}(t - t_1)(t - t_2)\dots(t - t_n)K,$$

nella quale K sta a rappresentare una forma geometrica dello stesso grado di $f(t)$ e media tra i valori di $f^{(n)}(t)$ per t compreso fra $t\, t_1 \dots t_n$.

Ed altre molte proposizioni delle funzioni reali di variabile reale si estendono con eguale facilità alle funzioni complesse di variabile reale, alle forme geometriche funzioni di variabile numerica, purchè s'introducano in esse modificazioni analoghe a quelle delle proposizioni precedenti. Al mio scopo però queste bastano.

3. — Consideriamo una curva nello spazio descritta da un punto M funzione della variabile numerica t, avente derivate prima, seconda, terza, M' M'' M''', che in un punto del nostro ragionamento vedremo esserci necessario di supporre continue. Se M_1 M_2 M_3 M_4 sono quattro punti della curva corrispondenti ai valori t_1 t_2 t_3 t_4 di t, applicando ad $M_1 M$, funzione complessa della variabile numerica t che si annulla per $t = t_1$ ed ha per derivata $M_1 M'$, il Teorema I, abbiamo

$$M_1 M_2 = (t_2 - t_1) M_1 M' \tag{1}$$

ove M' è media tra i valori che M' assume nell'intervallo $t_1 t_2$.

Passando al triangolo $M_1 M_2 M$, altra forma geometrica funzione della variabile numerica t, che ha per 2ª derivata $M_1 M_2 M''$ e si annulla per $t = t_1$ e $t = t_2$, possiamo ad essa applicare il Teorema IV, ed abbiamo

$$M_1 M_2 M = \frac{1}{2} (t - t_1)(t - t_2) M_1 M_2 M'',$$

essendo M'' media tra i valori di M'' per t compreso fra $t t_1 t_2$, e, quindi:

$$M_1 M_2 M_3 = \frac{1}{2} (t_3 - t_1)(t_3 - t_2) M_1 M_2 M'', \tag{2}$$

essendo qui M'' media tra i valori di M'' per t compreso fra $t_1 t_2 t_3$.

Finalmente, se consideriamo il tetraedro $M_1 M_2 M_3 M$, forma geometrica di 3° grado funzione della variabile numerica t, che ha per 3ª derivata $M_1 M_2 M_3 M'''$ e si annulla per $t = t_1$, $t = t_2$ e $t = t_3$, possiamo anche ad essa applicare il Teorema IV (o, trattandosi ora, in sostanza, d'una funzione numerica della variabile numerica t, l'analogo Teorema sulle funzioni reali di variabile reale), ed otteniamo

$$M_1 M_2 M_3 M = \frac{1}{6} (t - t_1)(t - t_2)(t - t_3) M_1 M_2 M_3 M''',$$

essendo M''' media tra i valori di M''' per t compreso fra

$t\, t_1 t_2 t_3$ (o, se si vuole, un valore di M''' corrispondente a un valore di t medio fra $t\, t_1\, t_2\, t_3$), e quindi:

$$M_1\, M_2\, M_3\, M_4 = \frac{1}{6}\,(t_4 - t_1)\,(t_4 - t_2)\,(t_4 - t_3)\, M_1\, M_2\, M_3\, M''' ; \qquad (3)$$

e qui M''' è media tra i valori di M''' per t compreso fra $t_1 t_2 t_3 t_4$ (o anche, se si vuole, è un valore di M''' corrispondente a un valore di t medio fra $t_1\, t_2\, t_3\, t_4$).

Sostituendo ora ad $M_1\, M_2$ nella (2) il valore dato dalla (1), si ha:

$$M_1\, M_2\, M_3 = \frac{1}{2}\,(t_3 - t_1)\,(t_3 - t_2)\,(t_3 - t_1)\, M_1\, M'\, M'' ;$$

e, ponendo quest'espressione al posto di $M_1\, M_2\, M_3$ nella (3):

$$M_1 M_2 M_3 M_4 = \frac{1}{12}\,(t_4 - t_1)(t_4 - t_2)(t_4 - t_3)(t_3 - t_2)(t_3 - t_1)(t_2 - t_1)\, M\, M'\, M''\, M''' ;$$

ove $M'\, M''\, M'''$ hanno i significati detti.

Se dividiamo per il $\Pi(t_4\, t_3\, t_2\, t_1)$ e passiamo al limite col far tendere $t_1\, t_2\, t_3\, t_4$ allo stesso valore t, sicchè — se, come avevo preannunziato, supponiamo continue la prima, seconda, terza derivata del punto M — i valori $M'\, M''\, M'''$ dell'ultima relazione tendono rispettivamente ai valori $M'\, M''\, M'''$ corrispondenti al valore t cioè al punto M, otteniamo

$$\lim \frac{M_1 M_2 M_3 M_4}{(t_4 - t_1) \ldots (t_2 - t_1)} = \frac{1}{12}\, M\, M'\, M''\, M''' .$$

Indicando ora con $x\, y\, z$ le coordinate cartesiane del punto M rispetto ad un'origine O e a tre vettori di riferimento I J K (che, per seguire l'uso comune, benchè ciò non sia qui necessario, si possono supporre eguali in lunghezza all'unità di misura), si ha

$$\left.\begin{aligned} M &= O + x\mathrm{I} + y\mathrm{J} + z\mathrm{K} \\ M' &= \phantom{O +{}} x'\mathrm{I} + y'\mathrm{J} + z'\mathrm{K} \\ M'' &= \phantom{O +{}} x''\mathrm{I} + y''\mathrm{J} + z''\mathrm{K} \\ M''' &= \phantom{O +{}} x'''\mathrm{I} + y'''\mathrm{J} + z'''\mathrm{K} \end{aligned}\right\} ;$$

e quindi, eseguendo il prodotto *esterno* o *alternato* di GRASSMANN che, com'è noto, coincide con

$$\begin{matrix} 1 & x & y & z \\ 0 & x' & y' & z' \\ 0 & x'' & y'' & z'' \\ 0 & x''' & y''' & z''' \end{matrix} \quad \mathrm{OIJK}.$$

si ottiene

$$\mathrm{MM'M''M'''} = \begin{vmatrix} x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \\ x''' & y''' & z''' \end{vmatrix} \mathrm{OIJK}.$$

Ora: i due membri di questa relazione sono omogenei. Se passiamo dai tetraedri ai numeri che ne misurano i volumi, assumendo al solito come unità di volume il cubo avente per spigolo l'unità di misura, e dando al volume OIJK il segno *più* o *meno* a seconda che il tetraedro stesso OIJK è destrorso o sinistrorso, abbiamo che in valore e segno sarà

$$\mathrm{OIJK} = \frac{1}{6}\,\mathrm{sen}(\mathrm{I}, \mathrm{J}, \mathrm{K})$$

e quindi

$$\lim \frac{\mathrm{M_1M_2M_3M_4}}{(t_4 - t_1)\ldots(t_2 - t_1)} = \frac{1}{72} \begin{vmatrix} x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \\ x''' & y''' & z''' \end{vmatrix} \mathrm{sen}(\mathrm{I}, \mathrm{J}, \mathrm{K}) \qquad (4)$$

che è precisamente la formola alla quale volevamo giungere. Essa si ridurrebbe immediatamente alla forma (α) del n° 1, ponendo $t_i = t + h_i$ $(i = 1, 2, 3, 4)$, e supponendo i vettori IJK di riferimento, oltre che eguali in lunghezza all'unità di misura, anche ortogonali fra loro a due a due e tali da farsi la convenzione opposta alla sopra detta riguardo al segno del volume OIJK.

Il risultato, a cui siamo giunti, ci permette di dire che,

se $M'M''M'''$ è diverso da zero, tale è pure il volume del tetraedro $M_1M_2M_3M_4$, supposti i punti $M_2M_3M_4$ sufficientemente prossimi al punto M (ossia i valori $t_2 t_3 t_4$ della variabile t sufficientemente prossimi al valore t di essa); sicchè " *in quella ipotesi, si può sempre determinare nelle vicinanze del punto* M *un arco della curva tale, che da un piano qualunque non sia incontrato in più di tre punti* ".

4. — Una proprietà importante che scaturisce tosto dalle cose dette è la seguente.

Riprendiamo la relazione dimostrata nel n° precedente

$$\lim \frac{M_1 M_2 M_3 M_4}{(t_4 - t_1) \dots (t_2 - t_1)} = \frac{1}{12} M M' M'' M''', \qquad (\alpha)$$

nella quale supporremo che i valori $t_1 t_2 t_3 t_4$ di t siano disposti in ordine di grandezza, crescente o decrescente poco importa, trattandosi di una curva nello spazio (mentre, com'è noto, ciò non sarebbe più indifferente per una curva piana).

Consideriamo tre vettori T N B di lunghezza l'unità di misura, diretti rispettivamente secondo la tangente, la normale principale e la binormale alla curva in M, e tali, per quanto riguarda il loro verso, che si abbia

$$T = \frac{M'}{\text{mod}\, M'} \qquad (1) \qquad\qquad N = \frac{T'}{\text{mod}\, T'} \qquad (2)$$

e che il trivettore T N B sia, per esempio, positivo ossia il tetraedro M T N B sinistrorso. Allora, se si denota con ρ_1 il raggio di torsione della curva in M, dovendo essere, per una delle formole di Frenet,

$$\frac{dB}{ds} = \frac{1}{\rho_1} N,$$

la torsione $\frac{1}{\rho_1}$ viene ad avere un segno determinato, mentre, come si sa, la curvatura d'una curva storta è una grandezza assoluta, priva affatto di segno.

Le relazioni (1) e (2), ricordando che è $\text{mod}\, M' = \frac{ds}{dt}$ e

$\operatorname{mod} T' = \left(\frac{ds}{dt}\right)\frac{1}{\rho}$, ove ρ indica il raggio di curvatura della curva in M, si possono scrivere

$$M' = \left(\frac{ds}{dt}\right) T \quad \ldots (1') \qquad T' = \left(\frac{ds}{dt}\right)\frac{1}{\rho} N \quad \ldots (2').$$

Derivando la prima di queste rispetto a t e tenendo presente la seconda, si ha

$$M'' = \left(\frac{d^2s}{dt^2}\right) T + \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \frac{1}{\rho} N \qquad (1'')$$

Derivando ancora:

$$M''' = \frac{d^3s}{dt^3} T + \left(\frac{d^2s}{dt^2}\right) T' + 2\left(\frac{ds}{dt}\right)\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)\frac{1}{\rho} N -$$

$$- \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \frac{\rho'}{\rho^2} N + \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \frac{1}{\rho} N';$$

e tenendo in questa presente, oltre alla sopra ricordata formola di Frenet (2'), anche quella che dà N'

$$N' = -\left(\frac{ds}{dt}\right)\frac{1}{\rho} T - \left(\frac{ds}{dt}\right)\frac{1}{\rho_1} B,$$

si ha

$$M''' = \left[\frac{d^3s}{dt^3} - \left(\frac{ds}{dt}\right)^3 \frac{1}{\rho^2}\right] T + \left[3\left(\frac{ds}{dt}\right)\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)\frac{1}{\rho} -\right.$$

$$\left. - \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \frac{\rho'}{\rho^2}\right] N - \left(\frac{ds}{dt}\right)^3 \frac{1}{\rho} \cdot \frac{1}{\rho_1} B. \qquad (1''')$$

Moltiplichiamo ora fra loro (1') (1'') (1'''); otterremo:

$$M' M'' M''' = -\left(\frac{ds}{dt}\right)^6 \frac{1}{\rho^2} \cdot \frac{1}{\rho_1} TNB;$$

e, sostituendo nella (α), avremo finalmente la relazione

$$\lim \frac{M_1 M_2 M_3 M_4}{(t_4 - t_1) \ldots (t_2 - t_1)} = -\frac{1}{12}\left(\frac{ds}{dt}\right)^6 \frac{1}{\rho^2} \cdot \frac{1}{\rho_1} MTNB;$$

dalla quale, *dando alle ipotesi fatte*, possiamo trarre che: « *Se i valori $t_1 t_2 t_3 t_4$ di t, disposti in ordine di grandezza, sono sufficientemente prossimi a t, il tetraedro $M_1 M_2 M_3 M_4$ sarà destrorso o sinistrorso a seconda che positiva o negativa è la torsione della curva* ».

5. — Terminero queste considerazioni, deducendo dalle proprietà esposte una formola atta a dare la minima distanza tra due tangenti infinitamente vicine d'una curva nello spazio: relazione che, sotto forma leggermente diversa, anche il Darboux determina nel lavoro citato trascurando degli infinitesimi di second'ordine.

Osserviamo, a questo proposito, che la relazione (4) dimostrata nel n° 3 — se per semplicità supponiamo a due a due ortogonali i tre vettori IJK e indichiamo, per brevità, con Δ il determinante che in essa relazione figura — si può scrivere

$$\lim \frac{1}{6} \frac{M_1 M_2}{t_2 - t_1} \cdot \frac{M_2 M_3}{(t_4 - t_1)(t_4 - t_2)(t_3 - t_1)(t_3 - t_2)} \cdot \frac{M_3 M_4}{t_4 - t_3} = \frac{1}{72} \Delta.$$

Se qui facciamo tendere t_1 e t_2 ad uno stesso valore t (cui corrisponda il punto M della curva) e $t_3 t_4$ ad uno stesso valore t' (cui corrisponda il punto N), e passiamo al limite tenendo presente il Teorema I del n° 2, abbiamo

$$\lim \frac{M' . M_2 M_3 . N'}{(t' - t)^4} = \frac{1}{12} \Delta .$$

ossia, denotando con δ la minima distanza tra le tangenti alla curva in M ed N e ricordando che è

$$M' . M_2 M_3 . N' = \text{mod}\, M' . \text{mod}\, N' . \delta \,\text{sen}\,(M', N') .$$

abbiamo ancora

$$\lim \frac{\text{mod}\, M' . \text{mod}\, N' . \delta \,\text{sen}\,(M', N')}{(t' - t)^4} = \frac{1}{12} \Delta.$$

Ora introduciamo l'ipotesi che le due tangenti considerate siano infinitamente vicine, vale a dire facciamo tendere t' a t

e, quindi, il punto N al punto M. Allora, poichè la relazione precedente si può scrivere

$$\lim \operatorname{mod} M' . \operatorname{mod} N' . \frac{\delta}{(t'-t)^3} \cdot \frac{\operatorname{sen}(M', N')}{s'-s} \cdot \frac{s'-s}{t'-t} = \frac{\Delta}{12},$$

ove con s e s' abbiamo indicato rispettivamente gli archi della curva compresi fra un suo punto fisso e i punti M ed N, avremo, per t' tendente a t:

$$\lim \frac{\delta}{(t'-t)^3} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{\Delta}{12(\operatorname{mod} M')^2}$$

od anche:

$$\lim \frac{\delta}{(t'-t)^3} = \frac{\Delta}{12 \frac{1}{\rho} \left(\frac{ds}{dt}\right)^3}.$$

Quindi, denotando con ω il modulo del bivettore $M'M''$, che per le (1′) e (1″) del n° precedente è dato da

$$M'M'' = \frac{1}{\rho} \left(\frac{ds}{dt}\right)^3 TN,$$

si ha finalmente

$$\omega = \operatorname{mod}(M'M'') = \frac{1}{\rho} \left(\frac{ds}{dt}\right)^3.$$

e, però:

$$\lim \frac{\delta}{(t'-t)^3} = \frac{\Delta}{12\omega};$$

che è il risultato, cui m'ero prefisso di giungere e nel quale, volendo, si possono far comparire — ricordando le convenienti espressioni trovate di Δ e ω — la curvatura e la torsione della curva.

Con ragionamenti analoghi, partendo di nuovo dalla formola (4) del n° 3 — nella quale si faccia tendere $t_1 t_2 t_3$ ad uno stesso valore t (cui corrisponda il punto M) e al posto di t_4 e M, si legga rispettivamente t' e N — si determina la distanza del punto N dal piano osculatore alla curva in M; ecc.

Relazione sulla Memoria del Dott. Giuseppe Piolti.

Sull'origine della magnesite di Casellette (Val di Susa).

Il dott. Piolti col suo scritto volle essenzialmente dimostrare quale sia stato il modo di formazione del giacimento di magnesite situato a Casellette e che viene coltivato per l'industria.

L'autore descrive anzitutto come la magnesite sia disseminata in numerose o piccole litoclasi, le quali s'intrecciano fra loro in una roccia in via di decomposizione, e per meglio indicare tale giacitura della magnesite l'autore unisce una fotografia del cantiere di escavazione.

Alla predetta descrizione fa seguito uno studio petrografico delle roccie le quali si presentano in relazione col giacimento e che sono la lherzolite, il serpentino ed alcune varietà di eufotidi; queste ultime roccie costituirebbero grandi dicchi nella lherzolite. La presenza della magnesite poi sarebbe esclusa dall'eufotide e costante invece in un materiale molto friabile costituito da residui di una lherzolite passante al serpentino e da serpentino.

L'autore quindi prende in esame speciale la magnesite ed altri minerali e composti chimici associati ad essa e che debbono ritenersi paragenetici colla magnesite stessa. Fra questi sono d'interesse, per lo scopo dello scritto, l'opale ed un composto organico associato a silice, sesquiossido di ferro ed allumina.

Dopo avere così descritto la natura delle roccie, la disposizione in esse della magnesite ed i minerali paragenetici, l'autore accetta e conferma in massima l'opinione già espressa da altri che la magnesite sia un prodotto di decomposizione.

Ma le ipotesi già conosciute sono varie per i diversi giacimenti a cui si riferiscono, sia a riguardo della roccia che può

fornire la magnesite sia a riguardo delle cause del processo di decomposizione.

Pel giacimento di Caselletto il dott. Piolti con speciali considerazioni, avvalorate anche da esperienze e da analisi, arriva alle due conclusioni:

1° che la magnesite di Caselletto è dovuta all'alterazione della lherzolite per azione concomitante delle acque contenenti acido carbonico e delle sostanze umiche contenute nel terreno sovrastante la roccia;

2° che la formazione del serpentino e la segregazione dell'opale e dei carbonati di magnesio e di ferro sono sincrone.

Tali conclusioni sono bene appoggiate dal complesso del lavoro eseguito con quella diligenza e copia di osservazioni che erano necessarie pel non facile argomento di geologia chimica trattato dall'autore.

Perciò i sottoscritti propongono che la memoria presentata dal dott. Piolti sia inserta nei volumi dell'Accademia.

GIORGIO SPEZIA, *Relatore*
A. COSSA.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 14 Marzo 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: CLARETTA, Direttore della Classe, PEYRON, ROSSI, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, NANI, COGNETTI DE MARTIIS, CIPOLLA, BRUSA, ALLIEVO e FERRERO Segretario.

Fra le pubblicazioni pervenute in dono alla Classe il Socio Segretario segnala il volume del Socio Corrispondente Cornelio DESIMONI, " *Sulle marche d'Italia e sulle loro diramazioni in marchesati* ", 2ª ediz. accresciuta di altri studi ecc. (Genova, 1897). Presenta inoltre l'" *Annuario della R. Università di Pisa per l'anno accademico 1896-1897* ", inviato dal Rettore di quella Università.

Il Socio CIPOLLA legge un suo lavoro: " *Alcuni studi per la storia della 'saltaria' in un villaggio del Veronese (1524-1758)* ", ed un altro del sacerdote Antonio SPAGNOLO: " *Intorno all'origine dei testi di diritto canonico contenuti in un codice della Capitolare di Verona* ".

Il Socio BRUSA legge una sua nota sulla sentenza pronunciata dalla Commissione delle prede circa la cattura della nave *Doelwyk* nel Mar Rosso nell'agosto 1896.

Questi lavori sono pubblicati negli *Atti*.

LETTURE

Alcuni studi per la storia della " saltaria " in un villaggio del Veronese (1524-1578);

Nota del Socio CARLO CIPOLLA.

Nella storia dell'economia pubblica delle età passate una pagina è riserbata anche ai " valdemanni ", ai " saltarii ", ai " camperi " (1), poichè è bello ed utile il ricercare come per l'addietro praticamente si definivano le relazioni fra il diritto pubblico e il diritto privato in ordine ad una quistione di gravissima importanza, quale è quella della difesa degli interessi agrari. Di quando in quando si vanno facendo pubblicazioni che, in un modo o nell'altro, recano luce sopra di tale argomento, ma non conosco alcun lavoro di carattere complessivo che chiarisca il difficile, ma interessante argomento. Anche negli ultimi mesi si sono viste venire innanzi nuove parziali contribuzioni alla storia della saltaria. Per la storia della valle di Vigezzo e precisamente per quella della incantevole borgata di Malesco, il ch. dott. Giacomo Pollini (2) pubblicò documenti di molto rilievo, e tra essi uno statuto del 1450, nel quale si parla del " camparius ", e dell'obbligo che gli incombeva di denunciare gli attentati alla proprietà privata. Dei " camperi " che esercitavano " lo offitio de la camperia " discorrono gli statuti di Laino, comune della Valle Intelvi, sopra Como. Sono statuti campestri, rima-

(1) Pochissimo sul *saltario* e la *saltaria* dice Rezasco, *Dizionario del linguaggio italiano storico ed amministrativo*, Firenze, 1881, pp. 1005-6. Cfr. sotto *camparia*, a pp. 136-7.

(2) *Notizie storiche, statuti antichi, documenti e antichità romane di Malesco, comune della Valle Vigezzo nell'Ossola*, Torino, 1896, p. 271. Veggasi anche a p. 302, dove sommariamente si espongono gli offieri di questi campari. A p. 200 si accenna ad una riforma introdotta l'anno 1648 nella istituzione dei campari.

ripolati nel 1458 al tempo di Francesco Sforza duca di Milano, e vennero or ora posti in luce da Pietro Conti (1).

Volli anch'io portare il mio piccolo contributo alla storia della " saltaria ", trascrivendo o riassumendo alcuni documenti della prima metà del Cinquecento, che parlano di tale argomento, e che trovai nell'archivio comunale di Tregnago, grosso villaggio della montagna Veronese. Non intendo, a gran tratto, di tesser qui la storia della " saltaria " a Tregnago, che sarebbe cosa nè facile, nè breve; ma soltanto mi limito a dare alcune poche notizie, destinate piuttosto a indicare le quistioni, che a sciogliere.

Nell'alta Italia oggidì non si segue dappertutto un identico sistema per la tutela della proprietà rustica. Nel Veronese, se si eccettuano i guardaboschi di istituzione governativa, non ci sono, almeno per quanto mi è noto, nè saltari, nè campari, nominati dai Comuni (2). Chi vuol difendere i prodotti dei propri campi, ci pensa per conto suo. Invece a Malesco, villaggio di cui dicemmo teste, i campari sono anche attualmente nominati dal Comune (3). Adiacenti alle montagne veronesi sono quelle del Trentino. Mi riferiva teste il prof. conte L. Cesarini-Sforza qualche notizia sopra gli usi di quella regione. A Levico, terra del Trentino, oltre alle guardie forestali, si hanno le guardie *campestri* nominate dalla " rappresentanza " comunale, e con stipendio fisso. Alla Madonna di mezzo agosto si nominano cinque altre guardie dette *saltari*, che sono pagate, sia con denaro, sia con uva, dai proprietari delle campagne; e queste guardie hanno appunto cura dell'uva. In antico, anche nel Trentino queste guardie campestri o saltari avevano effettivamente l'obbligo di risarcire i proprietari del danno che essi subissero per la loro negligenza, e il conte Cesarini-Sforza mi citò a questo proposito l'esplicita testimonianza dello statuto di Terlago del 1424 (cfr. la Nota aggiunta). Ma nel fatto ben si sa che, oggidì almeno, chi ha avuto, ha avuto.

(1) *Memorie storiche della Vall'Intelvi*, Como, 1896, p. 84 e 230.

(2) Nei miei *Statuti rurali Veronesi* (I, pp. 82, 158, 160, 168; Venezia, 1890) m'incontrai più volte nei saltari. Un documento del 1397 ricorda quelli di Cavalpone. Lo statuto di Cerea del 1504 distingue i saltari, detti pubblici, dai saltari delle campagne, ed accenna ad alcuni fra i loro obblighi.

(3) Me ne assicurava verbalmente il dott. G. Pollini, autore della storia di Malesco.

Mi piace di riferire qui ciò che avviene in Sardegna, secondo che appresi dal mio carissimo amico dottor Giuseppe Calligaris, del r. liceo Parini di Milano, che fu per alcuni anni professore a Sassari, e dai parenti della sua signora, che appartiene alla famiglia Gutierras, una fra le migliori di quella città. Il confronto colla Sardegna non è di semplice lusso, poichè vedremo che i saltari di Tregnago corrispondono, in parecchi punti essenziali, coi " barracelli „ (1) dell'isola. Gli uni e gli altri difendono le campagne e ne guarantiscono i prodotti al proprietario, sono nominati dal Comune, e hanno in parte almeno la cura della sicurezza pubblica.

Non sempre, ma per alcuni anni, siccome tosto vedremo, il Comune di Tregnago in luogo di nominare senz'altro i saltari, pose invece allo incanto la saltaria, e la cedette al migliore offerente, restando questo nel diritto e nel dovere di scegliersi i suoi compagni. Un costume alquanto somigliante è seguìto in Sardegna, per rispetto alla elezione del capitano dei barracelli, in quanto che, senza che il Comune rinunzi al suo diritto di nomina, la scelta dei barracelli vien fatta secondo le proposte di essi.

Se c'è una somiglianza così stretta tra quanto avviene in Sardegna, e quanto accadeva lassù, in un villaggio delle prealpi Venete, bisogna ben dire che l'istituzione della saltaria fosse largamente diffusa, e si determinasse per ragioni di estesa efficacia.

In Sardegna il barracellato è istituzione comune e profondamente radicata, che Vittorio Emanuele II regolò colla legge 22 maggio 1853 (2). La compagnia barracellare si istituisce annualmente in ogni Comune, ed è nominata dal Consiglio comunale, scegliendone i membri fra coloro che dichiararono di aspi-

(1) " Barracello „ significa " bargello „. Nel dialetto veronese la parola scomparve, o piuttosto rimase soltanto come nome proprio, che si usa dare ai buoi, assumendo la forma *barisello*.

(2) La legge è riferita per intero, e accompagnata da molte note, nell'opera di F. M. Ferra, *Illustrazioni delle leggi sui monti di soccorso e sulle compagnie barracellari della Sardegna*. 2ª ed., Cagliari, 1895. Devo la conoscenza di questo libro alla cortesia del Calligaris e della famiglia Gutierras. — Brevissimo cenno dei barracelli sardi può vedersi presso Rezasco, *Dizionario, ecc.*, p. 95.

rare a farne parte. Se la nomina è fatta dal Consiglio, la superiore autorità governativa esercita qualche influenza sulla composizione della Compagnia, sia perchè questa nella sua sfera d'azione tocca anche gli interessi pubblici, sia anche complicatamente per dare maggiore e più sicura garanzia ai privati.

Usa il Consiglio di affidare ad una persona di sua fiducia l'ufficio di presentare la lista delle persone da lui stimate oneste e capaci, ed è la lista dei nomi, fra i quali poscia avviene la scelta. La persona a ciò designata dal Comune è di solito colui che sarà poscia il capitano della Compagnia. Formata la Compagnia dei barracelli, questi hanno il diritto di portar armi, ed hanno l'obbligo di vegliare per un intero anno (a far tempo dal primo novembre) sulla sicurezza sì del bestiame, che dei prodotti dei campi. I barracelli non hanno alcuno stipendio del Comune, ma ciascun proprietario assicurando i suoi redditi alla Compagnia, paga alcune tasse, maggiori o minori, a seconda della specie e della quantità dei beni assicurati. I barracelli assumono l'obbligo della rifusione dei danni, e perciò sorvegliano colla maggiore diligenza alla sicurezza della proprietà. Infatti quanto minore è il numero e l'entità dei furti campestri, tanto maggiore è il loro guadagno.

I barracelli hanno il dovere di denunciare i reati campestri, di cui possono avere notizia.

Il guadagno della Compagnia non è molto largo; anzi spesso avviene che essa non si trovi in grado di soddisfare agli impegni assunti, così che il Comune debba venirle in aiuto.

La istituzione del barracellato è antica in Sardegna; anzi nel preambolo alla legge del 1853 se ne fa risalire l'origine al XIII secolo, allorchè l'isola si rese indipendente dalla repubblica di Genova.

Nel reame di Napoli, sotto il governo borbonico, la pubblica sicurezza era spesso affidata a compagnie di gendarmi, che risarcivano i danni che per loro negligenza avessero avuto le proprietà private. Ecco adunque ripresentarsi anche qui almeno uno dei concetti informativi del barracellato sardo.

Le notizie che qui seguiranno sono desunte da alcuni volumi, cartacei, contenenti le *Terminazioni* (secondo che si usava dire) del Consiglio di Tregnago. Questi volumi conservansi nel vecchio archivio del Comune. Le più antiche notizie sopra i

saltari di Tregnago che abbia finora trovate (1) si riferiscono all'aprile del 1524 e all'aprile del 1525. Nell'uno e nell'altro caso si deliberò la scelta dei " saltari a la guarda de l'ua „ (2). Ma pur troppo le pagine nelle quali si parla di queste elezioni sono cotanto danneggiate dall'umidità, da non riuscire agevole la loro lettura.

Senza dubbio sarebbe a desiderare che tale danno non ci fosse stato, poichè le relative deliberazioni contengono un sunto degli obblighi ai quali i saltari andavano incontro. Non può dirsi tuttavia che le macchie d'acqua ci abbiano causato un danno veramente notevole, giacchè dal più al meno questi più antichi statuti dei saltari — se mi si vuol passare l'espressione un po' troppo solenne di " statuti „ — si ripetono uguali, o almeno simili tra loro, in ciascun anno.

Per gli anni 1526-8 nulla trovasi. Ma ecco che sotto la data del 30 dicembre 1529 (3) ci si mettono sott'occhio le costumanze che reggevano non più i saltari dell'uva, ma i saltari *del Comune* o *delle biade*.

" Adì 30 xbre 1530,

" Capituli fati per mi Zuanantonio de Martin not. de Comun
" de Tregnago de mandato de consegi (4) de dito Comun, con-
" vochà su la caxa de l'antedito Comun, a qualoncha persona
" volle essere saltaro de dito Comun, de l'ano 1530, con pati
" infrascripti, che se devolgarà chi de soto, al tuto per tuto sia
" conservà per queli tal saltari.

" primo — Sia obligadi a costedir et guardar la canpagna,
" over corte del Comun predito si de monte quanto de piano, eccto
" i broli (5) zenti da muro integralmente. — Item [sia] obigadi (*sic*)
" da dover dare bona et indonia segurtà a chadaun in spicilità

(1) Volume segnato: N. La prima deliberazione trovasi al f. 3 *verso*.

(2) Cioè: dell'uva.

(3) Vol. N, senza numerazione di pagine.

(4) Cioè: de' consiglieri.

(5) Anche oggidì nel dialetto veronese chiamasi *brolo* un tratto di terreno, di solito vitato, arborato e spesso in parte anche coltivato ad orto, purchè sia cinto da muro

" et in solidom con quel tal saltaro (1), azo ch'el Comun sia " conservà da ogni dano et interesse che podesse avenir per " cazon de diti saltari e non altramente. Item habia a pagar " minalli (2) 24 formento, conduto a Verona a sue proprie spese, " zoe minalli 12 a miser Sebastian de i Grigoli e minalli 12 a " miser Zuan Sagramoxo de Verona et al tuto si conserva el " Comun da ogni teresso (3) podesse avenir da i diti e dezia (4) " de ogni altra cosa podesse uenir, zoe de (5) cuxi fosse acusado " deto Comun et altro. Item habia de sue mercede fage una " de campo et uno quartarolo (4) de liome (5), da queli fano " estimo con dito Comun; e [da] quali non fano estimo habia " fage (6) 2 al canpo (7) et quartaroli dui de liome, come è " fato per li ani prossimi pasati, non altramente. Item si " algun saltaro recuxesse de non la voler falla, non la possa " dar ad altri, abia renonzialla al Comun et non possa domandar " pagamento al Comun per quel tempo averà costedì over " guardà ".

La elezione ebbe luogo immediatamente nel Consiglio, col sistema della ballottazione, siccome nel caso dei saltari dell'uva. Eletti i quattro saltari, si registrarono i loro nomi subito dopo lo statuto ora qui riferito, insieme ai nomi di coloro, che diedero " segurta " per essi, quelli cioè che si offersero loro mallevadori.

Il significato del documento è sufficientemente chiaro almeno nelle sue linee generali. I quattro saltari dovevano custodire e guardare le biade (frumento e legumi) dei campi costituenti il comune. Al comune di Tregnago erano annessi altri Comuni vicini, di popolazione minore, che nel loro complesso si comprendevano sotto il nome di *pertinenze*. Il comune di Tregnago

(1) Vale a dire: ogni saltaro deve avere la persona che presti la malleveria per lui in particolare.

(2) L'antico " minale " è la terza parte di un sacco veronese. Importerà circa 30 chilogrammi di frumento.

(3) Cioè: interesse.

(4) La quarta parte del minale.

(5) *Liome* vale: legume.

(6) Covoni.

(7) Il campo veronese corrisponde a circa il terzo di un ettaro.

colle sue *pertinenze*, costituiva una unità amministrativa detta " Vicariato ", che corrisponde in qualche modo al " distretto " o al " mandamento " di oggidì. Il Consiglio comunale di Tregnago nominava soltanto i saltari che dovevano attendere alla sicurezza del comune stesso; agli altri comuni potevano e dovevano pensare i rispettivi consigli.

Questi saltari aveano in custodia tutti i campi coltivati a biada, senza eccezione, compresi anche quelli appartenenti a *forestieri*, cioè a persone che non pagavano gli aggravi del Comune, e che risiedevano fuori di esso. Per ogni *campo* essi riscuotevano dal proprietario una certa quantità di frumento e di legume; chi non era del sito, pagava il doppio del comunista, e il motivo n'è chiaro. Il Comune imponeva un aggravio ai saltari, che avevano modo di mettere insieme tanti redditi, e dell'aggravio si serviva per pagare certi suoi debiti, verso persone di Verona.

Diversi dai saltari dal Comune, erano quelli dell'uva, dei quali facemmo testè breve ricordo. Quelli si sceglievano sul cadere dell'anno, questi invece eleggevansi nella primavera o nell'estate, e ad essi era affidata in primo luogo la custodia dell'uva, e quindi anche la guardia delle altre frutta. Dell'olivo non si parla. Nè certo questo silenzio vuolsi attribuire alla mancanza di quell'albero, che anzi esso doveva allora essere coltivato più largamente che oggi non sia. Ma l'ulivo difficilmente si ruba. I ladri d'olivo hanno da lavorar molto e da guadagnar poco.

Nella state del 1530 si procedette dal Consiglio comunale alla elezione dei saltari dell'uva, come apparisce dal seguente documento (1);

" Adi 7 zugno 1530

" Capituli fati per el Consegio del Comun de Tregnago a
" qualoncha persona vol essere saltaro de le sorte, zoè de l'ano
" 1530.

" prima Sia obigadi a dover guardar la canpagna, tute le
" frute che sono in canpagna, zoè uva e rave, noxe, pomi e piri
" e figi et ogni altra frute, segondo solito. Item [sia] obigadi

(1) Tolto dal citato vol. N.

" a dover dare bona et indonia suficienta segurtà, che piazo al
" Comun, et debi stabrel fora ogni di dal precipio (?) sera fati,
" in fine non scavarà le rave, Et nesun che sarà saltaro non
" la possa dare ad altri; non la volendo far lui, la renunzia al
" Comun et non possa domandar pagamento algun al Comune
" per quel tenpo averà costedì, non altra mente. Item habia
" una sechia de mexura de uva da ogni oto ordini de vigna (1)
" de longeza del campo. Item s'itenda a dar segurtà a cadaun
" in spezialità. Item scode..... segondo el solito, zoè de 4
" ordini..... sechi uva.

Addì 25 luglio il Consiglio ballottò i quattro saltari.

Qui non si obbligano i saltari a nessun pagamento in vantaggio Comune.

Quasi tutti gli anni, questi regolamenti mutavano, in alcune delle loro speciali prescrizioni, pur rimanendo sostanzialmente li stessi, fino a che, aggiungendosi ritocchi a ritocchi, anche la loro sostanza ne rimaneva intaccata.

Addì 26 dicembre 1530 (2), il notaio del Comune " Zuanantonio del Martin ", il quale avea compilato gli statuti dell'anno precedente, stese nuovi " Capitulì ". Il più grave mutamento consiste nella introduzione del seguente paragrafo:

" Item el Comun non pretende de voler fare restor algun
" de nebia, suto, eceto per la tempesta, che Dio non volia, s'el
" sera el dano de più de minalli 10 formento abia dano diti
" saltari, in quel caxo sia obigado el Comun a far restor, e
" questo è per pato espresso non altramente ". Ciò significa, che il Comune non voleva, tranne che nel solo caso della grandine, rinunciare ai suoi diritti verso i saltari, anche se questi avessero perduto sui loro redditi, per causa di siccità (" suto "), o di qualche malattia, che avesse diminuito i prodotti. La malattia del frumento, con frase adoperata anche al presente, qui è chiamata *nebbia*. Con questo nome si vuol significare di solito la malattia prodotta da qualche crittogama.

Ai capitoli, segue il cenno sulla elezione, la quale ebbe luogo subito, e fu fatta, per ballotte, dal Consiglio, radunato

(1) Anche oggidì dicesi: *ordini de vigne*, nel senso di: filari di viti.
(2) Vol. H, f. 95 *r*.

" in la deceplina ", cioè nel locale della confraternita dei disciplinati.

Assai somiglianti ai capitoli deliberati sul cadere del 1530, furono quelli accettati il 24 dicembre 1531, dal Consiglio raccolto " in la deceplina ". Anche questi ultimi si dicono " fati " dal notaio del comune " Zuanantonio di Martin " (1). La elezione seguì poi il 28 dicembre.

Il 25 luglio 1532 (2), il Consiglio, radunato sotto la loggia del Comune, alla presenza del Vicario, nominò i quattro " saltari de la sorte ". Questa espressione sembra significare: frutta in sorte, cioè: frutta di ogni sorta. Stabilì che questi saltari " abia " a guardar uva, rave, noxe, pomi, e mandoli, castagne et tute " le frute su la campagna et sia obligadi e conservar el Comun " da ogni dano podesse avenir, per cuxì fosse dada al Comun " di dani ". Al presente, il prodotto delle rape, delle noci e dei mandorli, è ridotto in Tregnago a così scarsa quantità, che veramente non ci sarebbe il motivo di nominare i saltari a proteggerlo. Le rape si coltivano più al nord di Tregnago, sulla alta montagna, dove riescono più dolci e soddisfano meglio i gusti degli acquirenti. Fino ad ora le ricerche sui mutamenti subiti nei vari luoghi dalla coltura dei terreni sono scarsissime. Eppure essi sarebbero a farsi, sia in servizio degli studi economici, sia per i legami che la coltura dei terreni ha colle condizioni meteorologiche e climatiche.

Qualche luce sulla maniera con cui avvenivano tali elezioni possiamo avere dalla votazione 31 dicembre 1533 (3), colla quale il Consiglio nominò i soliti quattro saltari del Comune. Dice il documento che " fo abalotati omini 26, i quali era scriti in po- " liza ". Dunque si formava una scheda (" poliza "), e si votavano uno ad uno i nomi scritti sulla medesima. Come si formasse quella scheda qui non è detto; e neanche da quanto arrivai a conoscere per gli anni successivi, non potei rendermi di ciò conto sicuro. Pare che si presentassero le persone aspiranti a tale carica, e che si registrasse chi lo chiedeva. Pensiamo alla costituzione dei baracellari in Sardegna.

(1) E si leggono nel volume H, f. 99 *v*.
(2) Vol. H, f. 103 *r*.
(3) Vol. H, f. 110 *r*.

Il 28 dic. 1534 (1) il Consiglio elesse i quattro saltari del Comune per l'anno 1535, ed anche in tale occasione si parlò della " poliza „; anzi " Zuanantonio not. „ la presentò egli stesso al Comune; sopra ad essa stavano scritti venti nomi.

Può forse dar qualche luce una deliberazione del Consiglio presa il 25 marzo 1575 (2), quando si sostituì un " saltaro da la biava „, che era morto. Vi si legge: " ... et vista la poliza " de homeni, [i] quali se havevano fatto scriver a tal officio, " fo balotadi tuti... „.

Davasi il caso che qualche saltaro rifiutava l'ufficio. Abbiamo veduto che colui il quale rinunciava alla carica, dopo di averla esercitata per qualche tempo, non poteva pretendere dal Comune alcun pagamento, per i servizi prestati. Ma dall'atto con cui il 6 agosto 1536 (3) si elessero i *saltari delle sorte*, sembra doversi argomentare che qualcuno rifiutava di accettare, fin dal primo momento, l'officio, cui era chiamato. Vi si leggono infatti queste parole: " Item per che fu otenuto in dito Consego et " alcuni di vixenanza (4), che de cetero li diti saltari de l'ua et " eziam li altri de Comun per l'avenir, quando sera leti (5) per " saltari si recuxara over refudara de non falla (6), diti saltari, " che non possa più intrare in balote da essere saltari, habia " vachar 5 anni che a venir „. Vale a dire che colui il quale non accetta l'officio, per cinque anni non possa più venire ad esso chiamato. E si noti, che simili prescrizioni rinnovaronsi poscia più volte.

Pare che i guadagni fatti dai saltari delle biade aumentassero, giacchè quando si elessero quelli che dovevano prestar servizio nel 1535, e ciò fu il 26 dicembre 1534 (7), si aumentò il loro aggravio, portandolo a 40 *minali*. L'elezione ebbe poi luogo al 28 di quel mese. E si elevò ancora l'imposta il 22 di-

(1) Vol. H, f. 113 *v*.

(2) Vol. I, f. 22 *v*.

(3) Vol. H, f. 119 *v*.

(4) Cioè fu vinto nel Consiglio, al quale presero parte, oltre ai consiglieri, anche alcuni " vicini „, o comunisti, come ora diremmo.

(5) Cioè: eletti.

(6) Cioè: farla (la missione di saltaro).

(7) Vol. H, f. 113 *v*.

cembre 1536 (1), portandola a 48 *minali*. Nel resto, i patti rimasero presso a poco invariati, salvoche si volle mostrare una certa indulgenza verso gli abitanti della montagna alta, rispetto al frumento che dovevano dare ai saltari: " ..... sarvo reserva, " se queli de la montagna recusaxe de non voler pagar solum " una faza de campo, come fano queli del Comun, per quele pece " de terra che serà su la nostra corte ". Pare adunque che, a rigore di diritto, quelli della montagna fossero obbligati a dare due covoni, come facevano i forestieri, e non un solo covone, conforme all'obbligo dei comunisti.

Addì 22 luglio 1538 (2) eleggendosi, secondo il consueto i saltari *della sorte*, ne venne fissato lo stipendio a 12 lire.

Una radicale modificazione agli usi invalsi venne introdotta sul cadere del 1539 (3), quando si deliberò di mettere la saltaria delle biade all'incanto. Colui che la otteneva, doveva scegliersi tre compagni, così che i saltari rimanevano sempre al numero ordinario, cioè quattro.

Riproduco il documento:

" Saltari del Comun de Tregnago del anno 1540 facti a " l'oncanto, come qui de soto se vede.

" Esendo congregado li omni del Consego del Comun de " Tregnago sul locho de la abitazion del sp. miser Cesaro da " Pratii, dignissimo vicario de dito locho, però unidi inseme " con lizentia del nobe omo miser Antonio q. miser Ieronimo " Dimante, delegà dal suprascripto miser lo vicario, li quali " omni volendo fare la utilita del suo Comun, così del povero, " come del richo, ano deliberato di volere metere la saltaria " del dito Comun a lo incanto, anchora che per el tempo pa- " sado siano sta facto dicti saltari a balote, per che niuno " del Comun non si posa dolere ano deliberato de (4) fare ia- " mare la vesinanza per vedere la sua opinione, anchora che " lori avese la libertà di podere fare diti saltari. a di ultimo " dezembrio 1539 fu congregado la dita vesinanza nel locho solito

(1) Vol. H, f. 121 *r*.
(2) Vol. H, f. 127 *r*.
(3) Vol. R, f. 1 *r*.
(4) Ms.: de di.

" del comun de Tregnago, con lizentia del nobe omo miser Antonio q. miser Leronimo Dimante, a la quale vesinanza per " li omini del Consego del dito Comun de l'ano 1539 li subito, " si come per lori era sta deliberato avendo consiluta el bene- " fizio universale de metere a lo incanto la saltaria del suo " Comun, pero semper con reservativa dil vellere de la mazoro " parte de li omni del Comun de Tregnago, et per volere diti " omni del Consego fare cognoscere a li sui omni, anno tacto " congregare la soprascripta vesinanza, la quale avendo inteso " la deliberation facea per suo benefizio universale, tuti de uno " animo, concordi e ad allta (*sic*) voze, rispose che loi siano " contenti, che la fuse mesa a lo incanto e per che semper a " far tal ofizilo ne] somno varie opinione, le quale sono semper " mai causa di metere discordia, overo risa (1), vollendo talle " cosa obviare, ano deliberato di fare iamare le avose (2), et cosi " fu iamade per Lonardo q. Zuan Martin del..... de l'ano 1539, " le quale avose fu numero 59 dil volere di Consego et avose " numero 19 in contrario, dove che fu obtenudo che dita sal- " taria andase a lo incanto con li pati e capitoli infrascripti.

" primo Quelori che vorano fare tall saltaria siano obligadi " a trovari li compagni, tanto che siano al numero de 4 in tutto, " ecetuando li saltari de l'ano proximo pasado, che non posano " levare dita saltaria, ne etiania essere compagni. Item che " diti saltari siano obligati a custodire la canpagna de dito " Comun, cosi del monte, come del piano, ecoto broli, orti e citi " de mura, e del tuto siano obligati a conservare el Comun de " ogni danno et intereso, che podese venire. Item siano " obglligati (*sic*) a dare e pagare tuta quella quantita de fo- " mento (*sic*), che per el dito saltaro serano leva lo pllubicho (*sic*) " incanto al Comun, overo darlo e portarlo a sue proprie spese, " dove al masaro del dito Comun piazera, si come sono sta " obligati per il tenpo pasado, si come consta ne libro O a carte " 121 (3). Item che siano ubligati a dare e pagare dito for- " mento de tuto, laudado per dui omni da ben. Item che siano " obligati a dare bona e sufiziente segurta del tuto, che piaza

(1) Cioè rissa:
(2) Le voci, i voti.
(3) È il volume H, che citammo in addietro proprio al f. 121 *r*.

" al Comun. Item che diti salltarii (*sic*) abiano d'avere per " sue merzede faze una de ogni sorte biava del canpo et simil- " mente uno quarterolo de ligume per cadauno canpo da tuti " quelli, che fano estimo con el Comun de Tregnago et de li " folesteri habiano fage due dil campo et quartaroli dui ligumi e " non ultra. Item el sia ..... la soprascripta saltaria libera, " videlicet a questo modo: se caso fuse, che Dio non el vollia, " che el tenpeste, el Comun non volle essere ubligato a darge " restoro alcuno, ecceto s'el danno fusse de minali 10 de li sui " de li saltari; in quelo caso el Comun sono obligado a farli " restoro de tuto et similiter s'el fuse persone alcune, cio[e] " folesteri, che non fazesce estimo con el Comun de Tregnago, " li qualli volesse fare litte con li saltari, el Comun non volle " essere ubligato a niente. Et cossi in quella medema ora fu " messo a lo incanto dita saltaria, con li pacti e capituli ut " sopra ".

La *vicinanza*, che accettò la trasformazione della saltaria, proposta dal Consiglio, era l'assemblea di tutti i capi di casa. Essa si radunava, di regola, soltanto allora che si trattava dei maggiori interessi del Comune.

Avvezzi siccome noi siamo alla tutela governativa, che sorveglia i singoli atti dei corpi morali, ci riesce difficile a intendere la libertà d'azione dei Consigli comunali del sec. XVI. L'antica costituzione medioevale, che o per via di statuti, o in forza delle consuetudini, si era profondamente immedesimata nella vita delle nostre popolazioni, non sapeva adagiarsi al soffio livellatore dell'età moderna. Nel secolo XVI l'autorità del governo centrale era ancora ristretta, e non mirava ad assorbire gli elementi vitali, che, nel campo amministrativo, potevano ancora muoversi e svolgersi con certa quale libertà anche nelle piccole terre. Da questa considerazione d'indole generale, facciamo ritorno ai nostri saltari.

Nuovi saltari si fecero il 28 dic. 1540 (1), e si ripeterono e con poche modificazioni, gli antichi statuti. Ma, com'è naturale, invece di stabilire senz'altro il numero dei *minali* di frumento che erano dovuti al comune, si disse: "... tuta quela quan-

(1) Vol. R, f. 3 *r*.

" tità de formento che per dito saltaro serano levada a lo " incanto... ".

Continuossi ad eleggere i saltari *delle sorte*, come prima, dal Consiglio, e lo vediamo dalla elezione del 10 agosto 1541 (1).

Il continuo aumento dei redditi dei saltari può vedersi da ciò che nella *vicinanza* raccolta, sotto la loggia del Comune, il 31 dic. 1542 (2), quantunque venisse deliberato che il Comune " ne per suto, ne per altra adversità nesuna " non avrebbe accordato alcun " restoro ", tuttavia la saltaria fu levata all'incanto per 91 minale.

Il 31 dicembre 1543 (3) " fu chiamata al castello e puoi " a campana sonata " fu raccolta la vicinia. Usavasi dunque invitare i " vicini " all'assemblea, prima facendo bandire questa, dall'alto del castello (le cui rovine s'ergono ancora sopra il vertice di uno dei colli ai cui piedi si distende Tregnago), sia suonando la campana. Nei patti formulati in questa occasione, fra le avverse vicende cui le biade potevano andar soggette, si ricordano anche le " cavalete ", nel che forse abbiamo un indizio a credere che intorno a quel tempo anche il paese di Tregnago fosse stato molestato da una invasione di locuste (4). Il Comune non avrebbe dato alcun " risstoro ", se non che nel caso di una grandine, e solo fino alla quantità di 10 minali di frumento, " e che li diti " saltari debia far estimare dito danno infra termine de 3 zorni " e se questo non farano che al dito Comun non vole sotozasere " a danno alcuno e che se diti stimadori non trovasse danno, " che li diti saltari debia pagare li diti estimadori a suo dano e " interesse ".

I guadagni dei saltari crescevano sempre, infatti il 28 dicembre 1544 (5) la saltaria data a chi offerse 108 minali. Al principio della state del 1549 cadde la grandine, e il 2 di giugno (6) si presentarono in Consiglio i saltari lamentandosi " per lo dano de la tempesta ": sicchè si approvò di mandare

(1) Vol. R, f. 12 *r*.

(2) Vol. R, f. 23 *r*.

(3) Vol. R, f. 32 *r*.

(4) La parola *cavallette* nel senso di locuste, non è solo del dialetto, ma viene registrata nel *Vocabolario della Crusca*, 5ª ediz., II, 703, Firenze, 1866.

(5) Vol. R, f. 35 *v*.

(6) Vol. R, f. 53 *v*.

due persone, l'una a nome dei saltari, e l'altra " da la parte " de li homeni del Comun „, per esaminare la gravità delle perdite. E il 10 agosto il Consiglio accordò ai saltari " per amor " de Dio „ una diminuzione nel fitto.

Nulla di notevole trovo in questi anni, rispetto alla elezione dei saltari *delle sorti*. Ma incontro il ricordo della " saltaria de " la uva di foresteri „. Questa saltaria fu messa all'incanto addì 8 settembre 1547 (1), e fu levata da chi offerse lire 3 e soldi 15. In questo e nei casi consimili si parla evidentemente della saltaria per la difesa dell'uva e delle altre frutta. Alle biade non puossi qui alludere. Infatti i forestieri, cioè coloro che non facevano estimo col Comune, avevano le loro biade guardate dai *saltari del Comune*, ai quali pagavano una retribuzione doppia di quelli, cui erano tenuti i comunisti. Pare che anche rispetto alla saltaria dei forestieri, i guadagni da parte dei saltari crescessero, dacchè il 18 settembre 1558, il " prezio „ d'incanto salì a lire 8 e soldi 5 (2). Più tardi il valore diminuì, e il 3 settembre 1564 (3) venne levata per lire 3 " al publicho incanto la uva di folesteri „.

Torniamo ai saltari delle biade, che — per quanto si può giudicare — erano considerati come i principali. Sembra che la nomina fatta per mezzo di incanto, e col voto della vicinia, non soddisfacesse. Leggo infatti che il 30 dicembre 1549 (4) i quattro saltari, per l'anno successivo, si elessero direttamente dal Consiglio, secondo gli usi antichi. Nella deliberazione, si ripeterono presso a poco i capitoli di un tempo, con qualche ritocco. A proposito del *ristoro*, si cercò di ovviare alla spesa degli stimatori. I saltari si obbligarono " a guardare e custodir tuta la canpagna et " monte de la corte e pertinentie (5) di Tregnago, a conser- " vare el Comun da oni danno et interese „.

Il 27 nov. 1552 (6), ai soliti patti uno se ne aggiunse, per

(1) Vol. R, f. 48 *r*.
(2) Vol. B, f. 33 *r*.
(3) Vol. B, f. 91 *t*.
(4) Vol. R, f. 55 *r*.
(5) Può darsi che con questa parola non si alluda punto alle *pertinenze* del vicariato di Tregnago, ma solo, rispettivamente, a quelle del Comune.
(6) Vol. R, f. 74 *r*.

impedire — come sembra — i pascoli abusivi delle bestie spettanti a persone estranee al Comune. Si disse infatti: "..... zon- " zendo uno capitulo, che se li saltari trovera bestie de qua- " loncha persone che non fagia estimo con el dito Comun, che " li diti saltari debia manifestare dite bestie, e contratazando a " questo, li diti saltari debia e sia obligado a pagare uno du- " chato, quando li diti saltari sarano trovadi contratazienti a " questo e che oni homo del Comun possano acusare diti saltari e " dita pena si sia in arbitrio di diti (1) homeni de Consegio ". Il fitto fu ristretto a 90 *minali*.

Dei *saltari delle sorte* addì 13 agosto 1557 (2) è detto che " siano obligadi a dare bona segurta a suo Comun de oni danno " e interesso che podesse advenire per sua causa ". Similmente nella terminazione del 26 dic. 1563 (3) si legge " et debia con- " servare el suo Comun da oni dano e interesso, che podesse " avenir per mala guarda de la campagna et debia dare bona " segurtà, tuti separada a uno per uno... ". Con che pare si voglia significare, che, se il Comune si trovasse obbligato a risarcimenti ai privati, per negligenza dei saltari, questi siano alla loro volta garanti verso il Comune, per la sua indennità. Il concetto dell'indennità sia del Comune, sia dei privati, di fronte ai saltari, è accennato con sufficiente chiarezza in gran parte dai documenti, che vengo riassumendo, senza che peraltro si diano mai a tale proposito quelle spiegazioni piene e complete di cui avremmo bisogno.

Notevole è la deliberazione presa il 31 dicembre 1531 (4) quando si elessero i saltari delle biade per l'anno seguente. I saltari venivano non solo obbligati a custodire " le campage e " monti e conservare el suo Comun de oni danno e interesso ", ma prescrivevasi ancora quanto segue: " Item che li diti saltari " si siano obligadi a denontiare tuti li malfatoro, che le trova- " rano in campagna e in monte cossi citadini, come contadini, " et quando li diti saltari denontiarano li malfatori allo offitio " del vichario, che in quelo zorno si siano obligadi a denon-

(1) Ms.: dito.
(2) Vol. B, f. 16 *r*.
(3) Vol. B, f. 84 *r*.
(4) Vol. B, f. 20 *v*.

" tiare al nodaro (1), socto pena de tanto, quanto valerano la " condenanza de quelo manifesto (2), et se li troverano qualche " malfatoro che li diti saltari non li volia acusare e che li diti " saltari si siano acusadi al vichario o si a li homini de Comun, " che li diti si siano condenati in la pena soprascripta, senza " remission ". Qui i saltari assumono la funzione di proteggere direttamente la pubblica tutela, sebbene ciò avvenga soltanto in correlazione coi furti campestri. La cosa è importante, ed ha viva rassomiglianza con quanto dicemmo dei " baracellari " e delle guardie campestri dell'Italia meridionale, al tempo dei re borbonici.

Talvolta ai saltari del Comune si impone anche la garanzia per i danni delle frutta e dei boschi. Lo vediamo nella deliberazione del Consiglio in data del 31 dic. 1560 (3): "... et che " diti saltari siano obligadi a conservar al suo Comun da oni " dano e latrozini facti per la campagna de biave, fruti de oni " sorte, legni de boschi e legni de vignali e de oni altra sorte " legname ". Qui il fitto resta fermo a 90 minali, e alla retribuzione solita, che i saltari riscuotevano dai privati, si aggiunge quella del " formenton ", del panico e del miglio, grani che si fanno equivalenti ai legumi. La menzione che qui si fa in questo luogo del " formenton " ci assicura che la coltivazione del maiz a questo tempo era ormai diffusa in Tregnago.

Ma nonostante queste aggiunte, che l'occasione suggeriva, rimane sempre fissa l'antica massima, e la contribuzione del covone di frumento per ciascun campo, resta tuttavia il punto principale.

Nella terminazione del 4 gennaio 1567 (4), riguardante i saltari delle biade, si spiegò meglio che prima non si fosse fatto l'obbligo dei saltari, rispetto al risarcimento dei danni: "... vo- " leno che li saltari siano obligadi a guardar e custodire e sa- " tisfare tuti li dani che serano fati in broli e orti centi de " spine, ma che li saltari non siano obligadi a li dani de li broli " centi de muro, come se ano costumado ".

(1) Alludesi al *notaio del Comune*, che presso a poco corrisponde all'odierno segretario comunale.

(2) Cioè la pena dovuta al reato manifestato.

(3) Vol. B, f. 57 *v*.

(4) Vol. B, f. 113 *v*.

Più volte si ripeteva ai saltari, che essi dovevano " manifestare „ quelli che, non facendo estimo col comune, andavano a pascolare le loro bestie, tagliavano legna o recavano altri danni al Comune. A tal fine, il 10 luglio 1567 (1) si deliberò di dar loro lo stipendio di uno scudo, e " la mità de li manifesti „, cioè delle ammende pagate dai contravventori. Qui l'officio dei saltari come officiali di polizia si allarga oltre ai ristretti confini della loro naturale giurisdizione.

Il fitto pagato dai saltari *delle biade* si conservò, di questi anni, sull'ammontare di 90 *minali*.

Poco ho a dire anche dei saltari *delle sorte*, i quali rimasero lungo tempo nelle vecchie condizioni " obligadi a dare bona sicurta de conservar el Comun de oni dano e interesso a sue " proprie spexe, et debiano guardar molto ben le campagne " e tuti li fonti de oni sorte, prima la uva, figi, peri, pomi, " mandole, nose et altri fructi de oni sorte, e rave, per fina " che se fa la vendemia „. Così dice la terminazione del 25 luglio 1567, fissando a lire 12 il loro stipendio (2). Più tardi, a ciascuno dei quattro saltari *delle sorte* si fissò il luogo, in cui dovevano far guardia. Quindi vediamo, sotto il 10 agosto 1570 (3), che ad uno si attribuiva il " Peresin „, a un secondo " Montechio „, a un terzo " Campagnole „, e all'ultimo " la Stra „. Questi nomi locali si conservano ancora, e servono a determinare il territorio situato a mezzodì del villaggio, dove più abbondano le viti e gli alberi fruttiferi. " Peresin „ e " Montecchio „ trovansi alla destra del torrente che attraversa il paese, " Campagnole „ e " la Stra „ alla sinistra del medesimo.

L'anno 1571 non fu bene avventurato per l'agricoltura. La neve fece morire molte biade, ed impedì alla primavera la seminagione dei " marzolli „, cioè del frumento marzuolo (4). Essendosi di ciò lagnati i saltari, il Consiglio (2 marzo 1571) accordò loro " un pocho di ristoro „ (5), e nella elezione seguente (30 dicembre 1571) il contributo per l'anno prossimo venne ridotto

(1) Vol. B, f. 116 *r*.
(2) Vol. B, f. 117 *r*.
(3) Vol. B, f. 154 *r*.
(4) *Vocabolario dell'Accad. della Crusca*, VI, 558.
(5) Vol. B, f. 163 *r*.

a 70 minali (1). Due anni dopo, il fitto diminuivasi a 65 minali (2), segno evidente della deficienza crescente dei prodotti.

Leggere modificazioni agli usi invalsi vennero introdotte di lì a qualche anno, allorchè si compilarono i nuovi statuti, coi quali metto termine a questo breve studio.

Siamo alla fine del 1575 e bisogna eleggere i saltari per l'anno prossimo. Il Consiglio pensa quindi alla nomina, e ai capitoli ai quali gli eletti dovranno attenersi.

" Adi 31 decembrio 1575 (3).

" Capitoli fatti per li consilieri dil Comun di Tregnago, " qualli siano et debino esser osservati da quelli che serano " fatti saltari de le biave del Comun per l'anno 1576 (4).

" Primo. Quelli che serano creati saltari siano obligati " subito dar al suo Comun una idonea et sufficiente segurtà per " ciascuno di essi, qual piacia alli homeni de Consilio, presen- " tandola al nodaro di Comun, qual segurta sia et se intendi " obligata con il saltaro, che la presentarà, principaliter et in " solidum, con le debite renoncie.

" 2. Item siano obligati conservar il Comun senza danno " da tutti li danni di qualonche sorte che fossero fatti de anno

(1) Vol. B, f. 168 *r*. Quantunque non abbia relazione alcuna col nostro argomento, piacemi di riferire qui un documento (vol. B, f. 176 *r*), che riesce di nobile ricordo al comune. Di rado, molto di rado, le terminazioni di un villaggio rispecchiano la eco della grande politica. Perciò questo accenno, pur lieve, vuol essere raccolto con cura rispettosa.

" Adi 10 avosto 1572

" Nel publicho consiglio oltrascrito con la presentia del sop. s.^{or} vicario, " el qual s.^{or} vicario lezete due letere venute dali clarissimi Retori et in " esecution de quelle de di 7 del presente, fu posto due dadie sopra lo " estimo di beni, una de lire 33 et soldi 1] per soldo per el sussidio ordi- " nario de eser pagato per tuto el mese de otoro prossimo con utille de " soldi diese per cento, et l'altra dadia de lire 33 soldi 1] per il campadego " esser pagata a Mr Alfonso Morando per ienefici) dela ilustrissima Signoria " in la guera turchesca ".

(2) Vol. B, f. 194 *r*.

(3) Vol. D, f. 32 *v*-33 *r*.

(4) Altra mano, quasi contemporanea, aggiunse qui: " et cossi de anno " in anno ".

" 1570 in campagna et corte del Comun di Tregnago et sopra
" li conti de Comun, con questa agionta che se fossero robbat-
" tagie si de formento, come altra sorte de grani et liome fora
" de le pezze de terra, che sonno sopra il monte, delle quale li
" saltari non scodeno (1) saltaria che similmente essendo accusato
" il Comun, per de[tti] (2) danni, essi saltari siano obligati con-
" servar anche il Comun senza danni per tal danni, esclusi però
" li dani che fossero fatti nelli broli sarati de muro, e li quali
" li saltari non siano obligati.

" 3. Item detti saltari siano obligati dar et pagar al Comun
" di Tregnago per detta saltaria minalli sesanta di formento
" bello, neto, secho et ben crivelatto, pagando per tutto il giorno
" di Madona santa Maria de agosto, consignandolo al massaro
" del Comun, et conducendolo a proprie spese de li saltari sopra
" la casa del Comun.

" 4. Item detti saltari habino per sue mercede de la sal-
" taria una fagia del campo de tutte quelle terre che serano
" seminate si nel piano, come nel monte, intendendo delli terreni,
" idest che fano estimo con il Comun, et uno quarterollo de
" liome per campo et da quelli che non fanno estimo con il
" Comun faggie due per campo et dui quartaroli de liome per
" campo, secondo il solito, eccetuando da questo capitulo il Maso
" di Rancani et quello de Pian de Cologna.

" 5. Item s'el tempestasse, che Iddio non voglia, il Comun
" non vole esser obligatto a restoro alcuno, eccetuando s'el
" danno (3) eccedese la summa de minalli sei de formento de
" saltaria, nel qual caso siano elleti dui stimadori, uno per il
" Comun et l'altro per li saltari, ed essendoli danno, che ecce-
" desse la detta somma, il Comun sia obligatto farli restoro per
" quello sera stimatto per detti estimadori, et caso ch'el danno
" non eccedesse la ditta summa de minalli sei de formento di
" saltaria di danno, il Comun non vole esser obligatto in conto
" alcuno farli restoro, che così fu convenuto per fatto espresso.

" Nel resto se intendino essi saltari obligati secondo il tenor

(1) Cioè: riscuotono.
(2) *Ms.*: del.
(3) Qui fu aggiunta la parola: non.

" anche delli capitoli fatti de anno 1536 adi 22 decembrio, in " libro O de Comun, c. 121 (1) ".

Qualche anno dopo, a questi statuti si fece un'aggiunta, dalla quale impariamo che i saltari delle biade, tuttochè eletti con tanta precauzione, non erano poi quegli uomini sicuri e leali, che si avrebbe potuto desiderare in faccenda sì delicata.

Sotto il dì 3 dicembre 1568 leggiamo (2):

" Capituli fatti per li homeni de Consilio dell' 12 e 18 al " numero de 25, da essere inviolabilmente osservati per li sal- " tari, che serano fatti per custodia della campagna de in anno " in anno, non derogando perho li capituli vechi et antiqui.

" Primo, Vedendo la malitia et malignità delli homeni " creati de anno in anno saltari acresinta, che di continuo cer- " cano di meter il Comun in litigio, perho hanno deliberato, che " tuti queli che de anno in anno serano fatti saltari delle biave, " haver debino per sue mercede de tuti li terari una fagia del " campo, de tutte quelle terre che serano state et serano se- " minate de biave grosse, si de spelte, come de vecce et de " ogni altra sorte de gran da spigo, sì nel monte, come nel " pian, et de liomi un quartarolo del campo, intendendo etiam " li megi, panizzi et formentoni de coltura, tamen, et li sij com- " preso etiam tuti li consorti del Comun, et dalli foresteri et " che non fanno in Comun, ...eto perhò li consorti fagie due " del campo et cioè della sorte (3) et al modo predetto et quar- " roli dui de liome del campo; et si per caso detti saltari non " potesse scoder al modo predetto o per ignoranza o per negli- " gentia, esso Comun non vole et non intende esser obligato a " mantenerli cossa alcuna, ma essi saltari sianno et s'intendan " esser in logo del detto Comun.

" 2. Item, decto Comun non voleno et non intendeno esser " obligati in conto alcuno a far restoro a detti saltari, sì de " inondation de aque, venti, nebie seche et de altre influentie

(1) Per noi è questo il libro segnato H.

(2) Vol. D, f. 72 *r*.

(3) Vale a dire: " de' grani in sorte ".

" de aere, se non che tempesta, tamen iuxta il quinto capitulo " in questo annotato a c. 33.

" 3. Item che detti saltari siano obligati dar et pagar al " Comun quella quantita de fermento, che de anno in anno se- " ranno fatti sotto tal condétion saltari, conenta sulla casa del " Comun iusta li capituli vechi.

" [4]. Item detti saltari, che serano fatti a....., imediate de- " bino dar bona, idonea et suficiente segurta, che piasino alli " homeni de Consilio delli 12 et 18, qual se obligi in solidum " cum le debite renontie, et da esser denontiata al tadar del " Comun ".

Sui saltari delle biade, o del Comune, siamo, come si vede, abbastanza bene informati, per l'epoca qui considerata; ameremmo soltanto avere maggiori schiarimenti sul modo con cui si facevano i risarcimenti in favore dei danneggiati. Alquanto meno complete sono le nostre notizie sui saltari *delle uve*, specialmente per rispetto alle loro relazioni coi privati. Poco sappiamo sulla saltaria dell'uva dei forestieri. Tuttavolta, nonostante queste inevitabili lacune, mi pare che riescano fermati i principali profili della saltaria, istituzione che tocca assai da vicino la vita privata e la pubblica, e che, vissuta per secoli e secoli, lega all'età moderna qualche briciola delle istituzioni medioevali.

NOTA AGGIUNTA. — Il prof. conte L. Cesarini-Sforza mi invia, per sua gentilezza, l'estratto dallo Statuto di Perugia del 1424. Quello statuto, che è tuttora inedito, e che il prof. Cesarini-Sforza si propone di pubblicare, al capo X prescrive così: " Item quod in dicta regula Pa- " satis obligi et poni debeant duo saltuarij campanei et duo visitores " *(guardie per l'uva)* et decem saltuarij montis..... et teneantur *(intendasi: " i saltari)* de mane usque ad sextam *(ora 9 ant.)* et de sero ante ve- " speras ire [et] usque ad noctem stare super saltariam et ad hoc supra- " scriptis sub pena XX solidorum pro quolibet et qualibet die et pena X " solidorum pro quolibet die et quolibet saltuario [illegible] et quod sal- " tuarius montis habeat de quolibet pignore damnificatorum reperti *(sic)* " in damno tertiam partem pignoris, et si aliquod damnum fuerit in pos- " sessione alicuius et saltuarius damnificatorem nominare nesciverit, te- " neatur saltuarius reficere damnum passo, nisi saltuarius per iuram. vel " suo sacramento probet damnum de nocte fuisse, et eo casu non te- " neatur ".

Intorno all'origine dei testi di diritto canonico contenuti in un codice della biblioteca Capitolare di Verona;

Nota del Sac. ANTONIO SPAGNOLO.

Una vera *Bibliotheca iuris canonici veteris* (1) noi abbiamo nel Codice Capitolare LX (58): *Canones Conciliorum Africana Provinciæ et aliorum plurium conciliorum*, membranaceo, in onciale, di fogli 126, mm. 260 × 200, legato in pergamena. Zangemeister e Wattenbach (2), che dànno la fotografia di una pagina, sono d'accordo col Maassen (3), col Turner (4) e col Giuliari (5), nel riferirlo al secolo VII, piuttosto che all'VIII, come vorrebbe il Reifferscheid (6).

Il nome dell'amanuense è scritto sull'ultimo foglio verso, in capitale, con lettere alternate in rosso e nero. Colle integrazioni proposte dai Ballerini (7) e dal Maassen (8) quella sottoscrizione suona: *Hec de mendosis exemplaribus transtuli tandem, et quedam quidem, quamvis non ut volui ut tamen potui, recorrexi, quedam autem tacito pretermisi, rem in Domini arbitrio derelinquens: qui legis, ora pro me peccatore, si Deum abeas redemptorem: humilimus omnium Theodosius indignus diaconus fecit.*

Questo codice sembra composto di due parti, come viene indicato dalla differente numerazione delle pagine, dal numero

(1) Maffei, *Append. Histor. Theol.*, p. 75, Edit. Trident. 1742.

(2) *Exempla codic. latinor. litteris maius. scriptor.*, N. 43.

(3) *Geschichte der Quellen und der Literatur des canonischen Rechts im Abendlande*, Gratz, 1870, p. 546.

(4) " *The Guardian* ". Londra, December 1895, p. 1125.

(5) *Memorie per un futuro Catal. dei mss. della Capitolare*; ms., ivi.

(6) *Bibliotheca Patr. Latinor. Italica*, p. 35, Wien, 1865.

(7) *Leo. Magn. Opera*, III, pars II, § 9, Edit. Venet., 1757.

(8) Op. cit., p. 547.

delle linee (1) e dalla segnatura dei quaderni. La identica materia però e il carattere certo della stessa epoca e forse della medesima mano, uniscono sì strettamente queste due parti da doverle ritenere come essenziali di una unica collezione, nè di ciò mossero dubbio i Ballerini, il Maffei e gli altri che studiarono il codice.

Esso contiene:

I f. 1*r*-2*r*. Mancando il primo foglio, parte dei titoli del Concilio Cartaginese dell'anno 419, nn. XLVIII-CVIII.

II f. 2*r*-35*r*. *De concilio quod Ipponi regio factum est.* Precede la commemorazione storica " *Gloriosissimo imperatori Theodosio tuo III dec.* ", seguono poi i canoni dei vari Concilii Africani, cominciando dall'Ipponese del 393, come presso Dionisio (2), ove per altro i canoni sono 105, mentre nel nostro codice sommano 108.

L'ultimo documento: *Epistola totius concilii africani ad papam celestinum urbis romæ*, non è intero, finisce con le parole: *multis aliis inhærentibus impedimentis adduci non potuerunt*. Tuttavia segue, in capitale rozzo, con lettere alternate in rosso e nero: *Explicunt canones diversorum conciliorum africanæ provinciæ numerum octo.*

III f. 35*v*. Di mano del secolo XI o della fine del X (3), alcuni aneddoti in versi:

1. Cinque distici che si trovano pure nel Cod. Cap. LXIII f. 16*v*. Comincia:

Concilium sacrum venerandi culmina iuris

Li pubblicò il Maffei (4) e il Reifferscheid li riprodusse (5).

2. *De magnitudine niceni concilii.* Breve nota pubblicata dal Reifferscheid (6).

(1) Nella prima parte variano da 28 a 30, nella seconda da 26 a 28.

(2) Labbe, *Concil. Coll.*, III, col. 497 e seg. Ediz. veneta curata da N. Coleti. — Mansi, *Concil. Coll.*, IV, 477 sgg.

(3) C. Cipolla, *Postilla ad una nota* ecc. Roma, 1896, p. 3 (Estr. dai " Rend. Accad. Lincei ", seduta 20 dic. 1896, vol. V).

(4) *App. Hist. Theol.*, p. 77.

(5) Op. cit., p. 36.

(6) Op. cit., p. 36.

3. *Versus de sinodis per ordinem dispositis.* Sono dodici esametri, nei quali si nominano i dodici principali concili. Questi pure vennero editi dal Reifferscheid (1).

IV f. 36*v*. Su di questa membrana di altro formato, unita al codice, una terza mano del secolo X, scrisse una epistola dedicatoria in 17 distici, che sebbene *aversis musis et Apolline minime dextro prognata* (2), hanno la loro importanza. È dedicata ad un certo Dalmaciano e comincia:

Dalmaciane iugi cesar quem terra triumpho.

Il Maffei, che pubblicò i primi quattro distici, vide in questo Dalmaciano, il nipote di Costantino, che fu acclamato Cesare il 335; ma i Ballerini, pubblicandoli per intero e vedendovi annotato il Concilio Calcedonese, credettero riconoscere invece in questo Dalmaciano, Giulio Nepote, chiamato forse Dalmaciano, perchè di nazione dalmata e ucciso in Dalmazia l'anno 488. Nè pare possa essere qui indicato un altro Dalmaciano posteriore, poichè l'autore dei versi nomina i concili ecumenici di Nicea, di Efeso e di Calcedonia, i soli ricevuti nella Chiesa latina nel secolo V (3).

V f. 37*r*-42*r*. *Synodus Nicena sub Alexandro Episcopo Alexandrie impe. Costantino.* Il testo dei canoni del Concilio Niceno. Li pubblicarono i Ballerini (4), ma perchè di versione ignota, non poterono dare che questo titolo: *Vetus interpretatio latina.*

Era riserbato al ch. prof. Maassen (5), di stabilire l'identità della nostra versione, confrontata che l'ebbe con quella contenuta in un gruppo di tre mss. tedeschi (6), fra gli atti dei concili Africani, versione che porta il nome di Ceciliano di Cartagine, uno dei pochi vescovi d'Occidente, presenti al concilio di Nicea.

(1) Op. cit., p. 36.
(2) Maffei, *App. Hist. Th.*, p. 77.
(3) Ballerini, *S. Leonis Oper.*, III, p. lxiv.
(4) Op. cit., III, col. 581 e sgg.
(5) Op. cit., pp. 546-47.
(6) Di Monaco, di Würzburg e di Vienna, tutti del IX secolo (cfr. p. 903 della *Geschichte*).

Ma tutti e tre i mss. tedeschi, sono del secolo IX; e quindi d'assai posteriori al ms., che stiamo descrivendo.

La seconda mano scriveva nel margine superiore la prefazioncella, che trova riscontro pure in altri codici antichi (1): *Facta est autem synodus apud nicam bithiniae consulatu constantino augusti et licini XIII Kal julianum, quo apud graecos octava decima die mensis eorum secundum alexandrinos DCXXXII et placuit ut haec omnia mitterentur ad episcopum urbis romae silvestrum.* E nel margine inferiore dei fogli 41*r* e 42*r*, aggiungeva quattro altri canoni, segnati coi nn. XXI, XXII, XXIII, XXX. In fine vi è la solita frase: *expliciunt decreta niceni concilii.*

VI f. 42*r*-43*v*. *Incipit Concilium Neocesariense,* sono i 14 canoni, secondo la versione di Isodoro. Se ne giovarono i Ballerini (2). Molte sono le note e correzioni dalla seconda mano intercalate nel testo.

VII f. 43*v*-47*r*. *Exempli sinodi habitae rome episcoporum XCIII ex rescripto imperiali.* Comincia: *Damasus Valerianus, italianus* etc. La lettera sinodica di Damaso papa e degli altri Vescovi d'Italia e della Gallia, uniti nella sinodo romana del 378, scritta agli Orientali. Fu pubblicata da prima a Roma dall'Holstenio e di poi nella Raccolta dei Concili (3). Ma il testo ms. non è sempre identico allo stampato.

Sono aggiunti alla epistola, alcuni frammenti dei decreti del concilio Antiocheno del 379, ai quali segue: *Explicit synodus romanus et antiochensis* (4).

VIII f. 47*r*-50*v*. *Incipiunt concilium cangracenses.* Precede una breve storia della convocazione, secondo la versione di Dionisio, seguono i 20 canoni nella versione d'Isidoro; in fine: *Explicit concilium Cangrae.*

IX f. 50*v*-54*v*. *Incipit sancta synodus secundum Laudiciam.* Il testo dei 56 canoni, secondo l'Isidoriana.

X f. 54*v*-55*v*. *Incepit statuta sive definitiones synodi constantinopolitani.* I 6 canoni secondo la versione di Isidoro.

XI f. 55*v*-59*r*. *Incipit synodus et canones anquiritani.* I

(1) Cfr. Labbe-Coleti, *Concil. Collec.*, II, col. 34 in nota; Mansi, *Conc. Coll.*, II, 667 nota.

(2) Op. cit., III, col. 115-119.

(3) Vol. II, col. 1043.

(4) Cfr. Ballerini, Op. cit., III, pars II, p. cxxv.

20 canoni della versione Isidoriana. La seconda mano aggiunse nel margine superiore il XXI canone.

XII f. 59*r*-64*v*. *Incipit synodus calchedonensis*, dalla seconda mano è stato aggiunto *a sexcentis XXX Episcopis edita*.

Essendo questa versione affatto diversa dalle altre, i Ballerini la pubblicarono (1).

XIII f. 64*v*-68*v*. *Incipiunt Concilii Ipponensis*. I 37 canoni (2) con qualche aggiunta.

XIV f. 68*v*-70*v*. *Incipit Concilium Carthaginiense*. I 10 canoni del concilio di Cartagine dell'anno 421. Sebbene vi sieno ripetuti i nove canoni dell'altro cartaginese del 419, essendo alcune cose, espresse in modo diverso, i Ballerini li diedero come documenti di una *synodus hactenus inedita* (3).

La seconda mano nel margine del f. 68*v* scrisse una lunga nota. Com.: *In hoc concilio quardam Capitula desunt, quæ in aliis reperiuntur conciliis*. Seguono alquanti canoni, con l'indicazione dei concili, da cui furono tratti.

Al f. 70*r* la stessa mano aggiungeva un altro canone *de ordinandis piscopis*.

XV f. 70*v*-71*v*. *Sancta et magna synodus per dei gratiam* etc. La epistola dei Padri Niceni, alla Chiesa di Alessandria ed ai Vescovi di Egitto. Come di sconosciuta versione la pubblicarono i Ballerini (4). Segue una nota riguardante la convocazione del concilio di Sardica. Pur questa edita dai Ballerini, corretta di alcuni errori che non sanno attribuire se all'autor greco, al traduttore o all'amanuense (5).

XVI f. 71*v*. *Incipit sc̄i canonum apostolorum*. La tavola dei primi 8 canoni; il I è: *de ordinatione episcoporum*, l'VIII *Quo tempore pascha celebretur*. I fogli contenenti il resto della tavola e il testo dei canoni, si trovano alla biblioteca Casanatense e vi formano il Cod. 378. Strappati certo dal nostro ms. furono dati in dono, non so per qual ragione ed in quale circostanza, dal Vescovo di Verona Mr Francesco Trevisani a Be-

(1) Op. cit., III, col. 617 e sgg.

(2) Labbe-Coleti, *Conc. Coll.*, II, col. 1412 e sgg.; Mansi, *Conc. Coll.*, III, 917 sgg.

(3) Op. cit., III, col. 630 e 649 e sgg.

(4) Op. cit., III, col. 587 e sgg.

(5) Op. cit., III, part II, p. cxxvi.

nedetto XIII, che alla sua volta li regalò alla Casanatense. Ciò appariscе chiaro da alcune note scritte dal veronese Don Bartolomeo Campagnola, in alcuni fogli di riguardo del codice stesso (1).

I sette fogli contengono il seguito della tavola dei canoni, cominciando dal IX: *Quod ministra altaris abbatissa celebrata debeant communicare.* A questa segue il testo dei medesimi: *Incipiunt regulæ ecclesiastica*, che occupa il restante del quaderno. Nell'ultimo foglio *verso*, in carattere minuscolo, vi è uno scritterello attribuito al Ven. Beda: *Beda incipit ratio cur etc.* (2).

XVII f. 72*r*-78*v*. *Incipiunt capitula antiocheni concilii numero XXV.* L'indice dei canoni seguito dal testo: *Incipiunt regulæ expositi,* che è della Dionisiana, in fine l'*Explicit textus canonum concilii antiocheni.*

XVIII f. 79*r* e *v*. *Incipiunt canones sardicenses.* Questo titolo fu scritto nel margine dalla seconda mano. Segue la formola di fede dell'assemblea ariana di Filipopoli. Comincia come nel libro *de Synodis* di S. Ilario (3); essendo di versione ignota, la pubblicarono i Ballerini (4).

XIX f. 79*v*-80*v*. Un breve ciclo pasquale inedito, che dà le piene lune, cominciando dall'anno 314 sotto Costantino e proseguendo per un ciclo ebraico di 18 anni e per un ciclo cristiano di 30. Comincia: *De Pascha autem scribsimus* etc.

XX f. 80*v*-88*r*. *Definitiones aput Sardicam.* La versione della lettera di Osio e Protogene al Papa Giulio. Com.: *Menimus et tenemus et habemus* etc., come di versione inedita la dierono i Ballerini (5).

A metà della linea nona del f. 81*r* segue, senza alcun titolo, la *sinodica sardicensis*, che incomincia: *Multa quidem e sepius ausi sunt arriani* etc. La posero in luce i Ballerini (6).

(1) Sono debitore di tali notizie al ch. cav. Ignazio Giorgi, Prefetto della Casanatense, al quale rendo pubbliche grazie.

(2) Vedi Giacinto Ferrari, *Sopra una pergamena antica*, Dissertaz. recitata nell'Accad. romana di archeol. il 7 febbraio 1843.

(3) Op. cit., II, col. 482, Editio Veronensis.

(4) Op. cit., III, col. 615 e sgg.

(5) Op. cit., III, col. 597.

(6) Op. cit., III, col. 598 e sgg.

XXI f. 88*r*-94*v*. La seconda mano interlineava il titolo: *de Episcopis qui civitates mutavere*, segue *Ossius episcopus dixit* etc.

Sono i canoni del concilio di Sardica, non nell'originale latino, ma in una versione antica dal greco. Il Maffei avverte (1) che i canoni XVIII e XIX, qui allegati, mancano nelle altre versioni latine. I Ballerini (2), che pubblicarono pure questo preziosissimo documento, osservano che se nella nostra versione i canoni sommano a XXV, si è perchè un canone venne diviso in tre e un altro in due.

XXII f. 94*v*-98*v*. Della seconda mano: *Item eiusdem canonis secundum aliam translationem*. Sono i canoni di Sardica, nella versione di Dionisio.

XXIII f. 98*v*. *Leonis pp Alexandro Episcopo*. Com.: *Illud dilectionem tuam*. Brevissima lettera che termina con la data: *III id iun. Opilione V e cons.*

XXIV f. 99*r*. La seconda mano trascrisse vari carmi.

1. Acrostico di ventidue esametri dedicato: *Fratri Benedicto* (3). Com.:

Forte per arruptos decrevi currere calles

a questi seguono due altri versi come di chiusa.

2. Sei esametri, che a giudizio del prof. C. Cipolla accennano all'incendio della Chiesetta dei SS. Nazzaro e Celso di Verona al tempo dell'invasione Ungarica (4). Furono pubblicati anche dal prof. Ernesto Dümmler (5).

3. Sei altri versi di sacro argomento, forse inediti. Com.:

Dixerat hæc sacra vice mente propheta iohannis

XXV f. 99*v*-102*r*. *Epistula. Athanasius presbiteris et diaconibus omnibus Ecclesie sancte aput Alexandriam* etc. Pubblicata dal Maffei (6) e riprodotta dal Ballerini (7).

(1) *Append. Hist. Theol.*, p. 77. Ballerini, Op. cit., III, pars II, cap. 5°.

(2) Op. cit., III, col. 589 e seg.

(3) Reifferscheid, *Bib. Patr. Lat. ital.*, p. 39.

(4) *Una inscrizione metrica*, Roma, 1896 (estr. dai " Rend. Accad. dei Lincei ", vol. V).

(5) *N. Archiv*, IV, 398.

(6) *App. Hist. Theol.*, p. 261.

(7) Op. cit., III, col. 611.

XXVI f. 102-103*r*. Senza alcun titolo, alla linea settima segue: *Sancta synodus secundum dei gratiam collecta sardicæ*, etc. È la lettera al clero della Chiesa Marcotica, edita dal Maffei (1) e di nuovo dai Ballerini (2).

XXVII f. 103*r*-105*r*. *Epistula. Athanasius presbiteris et diaconibus et populo* etc. La lettera di S. Atanasio allo stesso clero di Marcotica, edita dal Maffei (3) e poi dai Ballerini (4), che danno più esatta la sottoscrizione dei vescovi, tra i quali c'è anche *Lucius* di Verona.

XXVIII f. 105*r*-112*r*. Senza alcun titolo, la biografia di S. Atanasio, forse qui inserita in causa della lettera precedente. È degno di nota che al foglio 109*v*, dalla stessa mano viene indicato, che la narrazione è interotta: *hæc autem ut ita necessaria intermittimus*, ma poi la storia continua fino al f. 112*r*. Questa biografia fu data alla luce prima dal Maffei (5), col titolo *Historia Acefala*. I Ballerini osservarono che questo documento, di autore greco, scritto al tempo del patriarca Teofilo, quantunque *perverse vitiatum*, era di somma importanza (6).

XXIX f. 112*r* e *v*. *Item symbolus sanctæ synodi sardici*. Dopo alcune *abrenuntiationes*, spettanti al rito del battesimo, segue il simbolo di Costantinopoli, non quello di Sardica (7). Pare di versione ignota e inedita.

XXX f. 112*v*-113*v*. *Epistula Constantini de synodo Niceno*. Com.: *Constantinus pius catholicæ orthodoxorum*, etc. Pare una versione inedita della epistola, tramandataci da Socrate (8) e da Gelasio Cyziaco (9). In fine: *Explicit Epistola Constantini*.

XXXI f. 113*v*. Senza alcun titolo *Victor Constantinus magnus pius* etc. L'editto contro Ario. Pare anche questa, versione inedita del testo datoci degli storici Socrate e Gelasio.

(1) *App. Hist. Theol.*, p. 258.
(2) Op. cit., III, col. 607.
(3) *App. Hist. Theol.*, p. 259.
(4) Op. cit., III, col. 609.
(5) Op. cit., III, col. 265.
(6) Op. cit., t. III, p. CXXVI.
(7) Vedi BALLERINI, Op. cit., III, p. CXXVIII e MAASSEN, Op. cit., p. 546.
(8) *Histor. Eccles.*, lib. I, c. 9.
(9) Libro II, c. 36.

XXXII f. 113*v*-115*v*. *Initium Epistule Episcoporum*. Lettera dei quattro Vescovi di Egitto a Meleżio, edita dal Maffei (1) e nel 1887 riveduta da mons. G. B. Carlo Giuliari, in servizio dell'abate Nolte di Parigi.

XXXIII f. 115*v*-116*r*. Senza titolo: *hanc epistulam postquam suscepit* etc. Breve nota in relazione alla lettera precedente, pubblicata dal Maffei (2).

XXXIV f. 116*r*. *Initium epistule domini petri episcopi Alexandrie*. La lettera di Pietro d'Alessandria relativa all'origine dello scisma Meleziano, che fu l'oggetto di uno dei canoni di Nicea. Fu pubblicata dal Maffei (3).

XXXV. *Incipit definitio dogmatum ecclesiasticorum Gennadii presbiteri massiliensis*. La seconda mano, tirata una linea sopra le tre ultime parole scriveva: *beatissimi Augustini Episcopi*. Quest'opuscolo, diviso in LV capi, come in altri codici, a torto viene attribuito a S. Agostino e si trova nell'appendice delle sue opere (4).

XXXVI. Finalmente in capitale la sottoscrizione dell'Amanuense, che abbiamo riferita.

Da essa, come da tutto il codice, apparisce che il diacono Teodosio, conosceva poco la lingua latina. Ch'egli poi ignorasse il greco, sembra potersi dedurre dal fatto, che riferendo il canone XVII del concilio di Ancira, secondo la versione di Isidoro, ommise le voci greche pur necessarie all'intelligenza del testo, voci che si leggono in altri codici. Ciò non ostante il merito di Teodosio è assai grande, perchè, ci ha conservato in una collezione di canoni importantissimi, gli atti dei concili di Nicea e di Sardica ed altri documenti riguardanti quei concili, in una versione altronde sconosciuta (5), versione che forma l'oggetto delle considerazioni seguenti.

(1) Op. cit., p. 254.

(2) Op. cit., p. 265.

(3) Op. cit., p. 255.

(4) Sta nell'edizione del Migne, *S. Augustinus*, VIII (nella serie della *Patrol. latin.*, XLII), 1213 sgg., col titolo: *De ecclesiasticis dogmatibus liber Gennadio tributus*.

(5) Ballerini, Op. cit., t. III, pars II, cap. IX.

Dalla descrizione del Codice, ognuno vede, che noi abbiamo nel ms. Capitolare LX (58), una raccolta di concili e di canoni di sommo valore. Che se si supponga che i concili Greci (1) e Africani (2) della versione di Isidoro, uniti agli altri della versione di Dionisio (3), sieno posteriori aggiunte di una preziosa collezione di canoni già preesistente (4), per avere un completo repertorio di diritto canonico, ne risalta un tale complesso, che non può colpire anche il più indifferente in questa materia.

Ma chi bene osserva e conosce la storia di quei concili e di quei tempi, vede che non a caso sono riuniti tanti canoni e atti conciliari, ma che un legame congiunge le posteriori aggiunte al resto della collezione.

I concili di Nicea (5) e di Sardica (6) nella loro relazione colla Chiesa di Alessandria e S. Atanasio, costituiscono la parte più importante del codice.

Ciò fu ammesso da tutti quelli che si occuparono della nostra raccolta, il Maffei (7), i Ballerini (8), il Maassen (9) e il Turner (10).

Di qui rampolla un'altra quistione: Perchè e quando una tal serie di documenti, che erano poi di interesse locale, fu tradotta in latino e divenne, direi quasi, il punto di partenza per una ricca collezione canonica? Coll'aiuto e consiglio del prof. C. Turner di Oxford, sono andato studiando tale quistione, così da concretare un'ipotesi, che sottopongo all'esame di chi s'intende di tali argomenti.

(1) Documenti VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII.
(2) Doc. XIII, XIV.
(3) Doc. XVI, XVII, I, II.
(4) Doc. V, XV, XVIII, XX-XXVIII, XXX-XXXII.
(5) Doc. V, XV, XXVI, XXVI.
(6) Doc. XX, XXI, XVIII.
(7) *App. Hist. Theol.*, f. 75-76, e 254.
(8) *Leo. Magn. Oper.*, t. III, f. XVI, XXIII, XXXI, XXXIX, XLI, LXVIII, LXX, LXXV, LXXXI oltre ai luoghi citati.
(9) Op. cit., pag. 456-7.
(10) " The Guardian ", Londra, dicembre 1895.

Mi pare che le nostre versioni si riannettano ad un fatto del sec. V celebre nella storia della Chiesa.

L'anno 418, Apriario, un prete africano, scomunicato dal suo Vescovo, Urbano di Sicca in Numidia, essendo ricorso in appello alla Santa Sede, fu rimesso dal Papa Zosimo nella comunione e ristabilito nel suo grado. Quello che avea spinto il Pontefice a prender a cuore questo affare, era l'aver inteso e forse dallo stesso Apriario, il decreto fatto o rinnovato l'anno precedente nel concilio plenario di tutta l'Africa contro le appellazioni dei preti alle Chiese d'oltre mare (1); il che voleva dire che erano proibiti i ricorsi alla Sede Apostolica, non essendovi oltre mare se non il Romano Pontefice, cui potesse competere tal diritto.

Di qui prese occasione il Papa per mandare in Africa come suoi legati, Faustino Vescovo di Potenza, Filippo ed Asello sacerdoti. Questi dovevano trattare con i Vescovi Africani di alcune questioni disciplinari, compresa quella delle appellazioni. Per questa erano allegati dal Pontefice due canoni del concilio di Sardica, riguardati come canoni del concilio Niceno. Percio sorsero dispute tra i Vescovi ed i legati.

Nell'Africa infatti quanto erano noti ed osservati i canoni Niceni, altrettanto erano sconosciuti quelli di Sardica (2), nè i Vescovi fecero questione sull'obbligo di osservarli o no, ammesso che fossero di Nicea. Disputavasi se fossero veramente di quel Concilio, non avendoli la Chiesa di Africa nei suoi testi conciliari, nè avendo mai udito parlarne, quantunque Ceciliano, Vescovo di Cartagine, che aveva assistito al concilio Niceno, ne avesse portato e divulgato i decreti.

Non essendo stata sciolta la questione in una prima adunanza, se ne trattò di nuovo nel concilio celebrato più tardi, in quell'anno stesso. E fu convenuto, poichè si trattava di una questione di fatto, di ricorrere per copie autentiche alle grandi Chiese di Oriente ed in modo particolare a Costantinopoli, ove ritenevasi, che si conservasse l'originale del Concilio Niceno.

(1) Canone 22 del Concilio Milevitano II, Labbe-Coleti, *Conc. Coll.*, III, 385. — Mansi, *Conc. Coll.*, IV, 332. Questo concilio è 416.

(2) Labbe-Coleti, *Conc. Coll.*, II, col. 722 (Nota di S. Bini). — Mansi, *Conc. Coll.*, III, 76.

Fu mandato a Costantinopoli il suddiacono Marcello di Cartagine, che ricevette dal Vescovo Attico una versione dei canoni fatta da Teilone e Taristo (1). Marcello, ben sapendo che la questione tra Roma e Cartagine dipendeva dal risultato della sua missione, cercò forse di ritornare più presto che potè; infatti alluse il Vescovo Attico alla sua fretta (2).

Ad Alessandria il Vescovo Cirillo affidò al prete Innocenzo una traduzione fedelissima dell'originale: *fidelissima exemplaria ex authentica synodo* (3).

Le due risposte di Cirillo e di Attico furono mandate, per mezzo degli stessi legati, al Pontefice Bonifacio, succeduto a Zosimo, morto alla fine del 418 (4).

Assai male si provvide alla conservazione di queste collezioni di canoni, poichè gli amanuensi, dopo aver scritto in codici separati gli atti del Concilio di Nicea, col suo credo e canoni; fattisi a trascrivere i documenti dei concili Africani, si tennero contenti di citare soltanto la versione antecedente. Così noi leggiamo nel testo comune di Dionisio, che il notaio Daniele recitava il credo Niceno e i canoni nella versione di Ceciliano, ma " *sicut in superioribus inveniuntur adscripta* " (5) e troviamo che le lettere dirette a Bonifacio hanno questo titolo: *Incipiunt exemplaria Niceni concilii directa Bonifacio urbis Romae episcopo* (6); ma poi non è trascritto che il solo Credo.

La versione di Ceciliano però, come abbiamo veduto, ci è stata conservata e col suo nome in un gruppo di tre mss. tedeschi e anonima nel nostro Codice (7).

La versione mandata dal vescovo Attico di Costantinopoli

(1) Labbe, *Conc. Coll.*, III, 447. Mansi, *Conc. Coll.*, IV, 408.

(2) " ...per eundem filium meum Marcellum ...nimium festinantem ecc. ". Così Attico nella sua lettera ai Vescovi africani. Vedi Labbe, *Conc. Coll.*, III, 531. Mansi, *Conc. Coll.*, IV, 513.

(3) Labbe, *Conc. Coll.*, III, col. 531. Mansi, *Conc. Coll.*, IV, 513.

(4) Cfr. Jaffé, *Regesta Pontificum*, 2ª ediz., I, 51. Carlo Jos. von Hefele, *Conciliengeschichte*, II, 110-30. Documenti veggansi nel Labbe, *Conc. Coll.*, III, 441 e Mansi, *Conc. Coll.*, IV, 401.

(5) Labbe, *Conc. Coll.*, II, col. 1364. Cfr. Battaglini, *Storia dei Conc.*, I, 160, edit. veneta, 1696.

(6) Labbe, *Conc. Coll.*, II, col. 1364. Mansi, *Conc. Coll.*, III, 838.

(7) Docum. N. V.

ci è stata preservata nello stesso modo. Si trova in una raccolta di Concili Africani, in un ms. che dalla biblioteca di Heidelberg passò alla Vaticana (1) e nella collezione detta Hispana (2).

Ma degli scritti mandati da S. Cirillo di Alessandria, nessun codice e nessun autore, ch' io sappia, ci da particolari indicazioni; anzi si supponeva che fossero perduti.

Questo mio scritterello ha lo scopo di esaminare, se in questo nostro codice ci sia tramandata la copia dei documenti e della risposta mandata da Cirillo.

Vedemmo che la parte essenziale del Codice, tolti gli altri scritti, di certo aggiunti per avere una completa raccolta di dottrina canonica, è costituita da documenti che compendiano la storia dei due grandi concili di Nicea e di Sardica.

Devesi presumere che i legati di Cartagine mandati in Oriente, dovevano essere provveduti non solo di copie dei canoni Niceni nella versione di Ceciliano, quali erano conosciuti in Africa, ma delle copie richieste dai legati di Roma, che inchiudessero i canoni di Sardica.

A Costantinopoli, probabilmente, questi canoni non erano conosciuti, come non lo erano in Africa, perchè Costantinopoli non era stata rappresentata a quel Concilio (3). Il Vescovo Attico quindi si limitò ad accordare col suo testo greco, la versione di Ceciliano presentatagli dal suddiacono Marcello.

Ad Alessandria era noto di certo il concilio di Sardica, poichè vi era intervenuto S. Atanasio, e i suoi canoni senza dubbio dovevano essere custoditi nell'archivio di quella Chiesa.

Fatto dunque l'esatto confronto della versione Ceciliana e dei canoni recati dai legati di Roma, coi testi originali, era necessario che Cirillo e il prete Innocenzo avessero riconosciuto che la cosa più atta a terminare la questione era il porre sotto gli occhi delle parti contendenti la serie completa dei documenti riguardanti i due concili, come si custodivano nella Chiesa di

(1) Cod. Vaticano Pal., 577.

(2) Vedi l'opuscolo di chi scrive queste pagine, *Di due codici del VI-VIII secolo della Capitolare*, Verona, Franchini, 1896 (estr. dalla "Miscellanea Biadego").

(3) Labbe, *Conc. Coll.*, II, col. 707-710. Mansi, *Conc. Coll.*, III, 66 sgg.

Alessandria, ai quali furono aggiunte memorie preziose sulla vita e scritti di S. Atanasio, che si dovevano pure conservare negli archivi di quella Chiesa.

E queste mie congetture hanno una conferma nelle parole stesse di Cirillo. Egli parla di *fidelissimi exemplaria ex authentico synodo*, mentre Attico limita la sua testimonianza ai soli canoni ..... *canones sicut statuti sunt in Nicea* ..... *in integro direxi*. Cirillo poi si appella alla testimonianza della storia ... *quæ et in ecclesiastica historia requirentes invenietis* (1), parole che acquistano maggiore importanza, se si suppone che egli abbia mandata copia dei documenti accompagnati da una sua lettera, che si legge in alcuni codici e che sta pubblicata nelle Collezioni dei Concili (2).

Se da questo punto di veduta esaminiamo il nostro codice, troveremo altri argomenti in favore. Esso è posto dai Ballerini (3), dal Maassen (4) e dal Giuliani (5) tra le collezioni dei concili Greci e Africani. E a ragione, che dei Greci sono qui raccolti il Neocesarense, il Cangrense, l'Antiocheno, il Costantinopolino, l'Anciritano e il Calcedonese, e degli Africani, quello d'Ippona e i due Cartaginesi del 419 e del 421.

Ora, assunti come parte essenziale del codice i documenti venuti dalla Chiesa di Alessandria nell'anno 419, si può intendere perchè ad essi siano stati associati i canoni del concilio di Cartagine di quell'anno.

Nel nostro codice i canoni Niceni appariscono nella versione di Ceciliano, in quella cioè che i Vescovi di Africa hanno opposto ai testi romani, e che il prete Innocenzo deve aver presentata a Cirillo. Ma il dott. Turner (6), avendo diligentemente considerato il rapporto che passa tra la edizione del Maassen (7) e la nostra versione e quella dei mss. tedeschi, conchiuse che esse differiscono in molti particolari e che in quei punti, nei

(1) *Conc. Coll.*, III, 531. Mansi, *Conc. Coll.*, IV, 513-4.

(2) Labbe, *Conc. Coll.*, III, col. 531. Mansi, *Conc. Coll.*, IV, 513-4.

(3) *Leo. Magn. Oper.*, III, p. cxxvi-viii.

(4) Op. cit., p. 546.

(5) *Memorie per un futuro catalogo dei mss. della Capitolare*, ms. nella Capitolare stessa.

(6) " The Guardian ", loc. cit.

(7) Op. cit., pp. 903-914.

quali la nostra si avvicina al testo greco, quella dei manoscritti tedeschi s'accorda con quella mandata da Attico di Costantinopoli. E poiche la versione di Attico non è che il testo di Ceciliano riveduto, così risulta probabile, ciò che lo stesso Turner non nega, che cioè i manoscritti tedeschi ci conservino il testo preciso Ceciliano, mentre la nostra versione dice il Ceciliano bensì, ma ritoccato e corretto sull'originale.

Il Turner esaminando i testi rappresentati nella edizione del Maassen, diede particolare importanza ad una variante del canone VI (1), che consiste nella sostituzione della parola ben più energica *potestatem* a quella di *sollecitudinem*, che si legge nei mss. tedeschi e nel testo di Attico, come versione del vocabolo greco ἐξουσία, adoperato a significare le prerogative dei patriarchi alessandrini.

Un altro argomento in favore, lo si può avere dai documenti connessi al concilio di Sardica.

Primo di questi è il Credo ariano del conciliabolo di Filipopoli (2). Per verità dovremmo dire che la Chiesa di Alessandria non dovea conservare quel documento e che Cirillo doveva essere l'ultima persona al mondo che metteva dinanzi al legato un testo ariano, come emanato dalla *Sancta Synodus congregata Sardicæ* (3).

Quel credo invero era diretto contro la dottrina di S. Atanasio, che insegnava aver il Padre generato il Figliuolo φύσει non βουλήσει cioè di sua natura, non semplicemente di sua volontà ..... *non sententia nec voluntate Deum patrem genuisse Filium* (4) ..... *quod neque consilio neque voluntate pater genuerit filium* (5) sono le formule con le quali S. Ilario significa la dottrina condannata da quel Credo.

Nel nostro codice però quel Credo, ommessa la prima parte, condanna semplicemente quelli i quali sostengono che *aut voluntate aut arbitrio pater genuit filium* (6); quindi nella nostra versione una sola è l'offesa contro la fede di Atanasio.

(1) Maassen, p. 905. Cfr. Labbe, *Conc. Coll.*, II, 450.

(2) Docum. N. XVII.

(3) Cod., f. 79 *r*.

(4) Hilarii, *Oper. Fragm.*, II, 664, edit. veron. Labbe, *Conc. Coll.*, II, 742. Mansi, *Conc. Coll.*, III, 138.

(5) Hilarii, *Oper. Liber de Synodis*, II, 486.

(6) Doc. XVII, f. 79 *r*.

Or bene, non può parere improbabile che, in due generazioni la vera storia di un Credo, distinto pure coll'augusto titolo di Sardica, sia andata in tale dimenticanza, da credere emanato dal concilio ortodosso un Credo che era simile invece a quello del sinodo scismatico, tanto più che S. Ilario erasi studiato di esporre quel Credo in retto senso ed i suoi scritti potevano essere conosciuti nella Chiesa di Alessandria.

Altro appoggio alla nostra ipotesi viene da un altro ordine di considerazioni.

I canoni di Sardica furono pubblicati nelle due lingue, greca e latina (1); e siccome questo fu il primo concilio, che possa riguardarsi come occidentale (2), il testo latino ne dovette essere sempre conosciuto. Poche infatti delle collezioni di Concili sono senza i canoni sardicesi, in uno o in un altro esemplare del testo latino (3). Invece il nostro codice è l'unico nel dare tali canoni in una versione dal greco.

Gli Africani non conoscevano i testi proposti dai legati di Roma; or bene, come poteva il Vescovo Cirillo aiutarli in tale bisogna se non col tradurre i canoni sardici dalla forma greca?

Finalmente si può intendere benissimo perchè nel Codice vi sia la biografia di S. Atanasio, se la supponiamo destinata ad illustrare meglio la storia dei due concili e a sciogliere più facilmente la questione tra le due Chiese. *E le minute particolarità con cui è scritta e l'usar sempre i nomi Alessandrini*, fatti osservati già da Scipione Maffei (4), costituiscono un argomento di più per credere che il ms. di cui ci occupiamo doveva esser conservato in Alessandria.

(1) Vedi Ballerini, *Leo. Magn. Opera*, III, p. XXXI.

(2) Le rovine di Sardica stanno poco lungi da Sofia. Sardica fu capitale della Dacia mediterranea. Al concilio di Sardica assieme ai vescovi Orientali, firmano anche gli Occidentali, in gran numero.

(3) Ballerini, Op. cit., III, XXVIII.

(4) Maffei, *App. Hist. Theol.*, p. 270.

L'Accademico Segretario

Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 21 Febbraio al 7 Marzo 1897.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega I, t. XLIII. Buenos Aires, 1897; 8°.

** **Annalen** der Physik und Chemie. Sachregister zu Bd. 1-50 (1877-1893). Leipzig, 1897; 8°.

* **Annales** de l'Université de Lyon. N. XXV-XXVIII. XXX. Paris, 1896; 8°.

* **Atti** della Società toscana di Scienze naturali residente in Pisa. Processi verbali, vol. X, 22 novembre-17 genn. 1897; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathem. Phys. Classe, 1896, IV. Leipzig; 8°.

Boletin mensual demográfico de Montevideo. Año IV. n. 41-48. Montevideo, 1896.

Bulletin mensuel séismologique de l'Observatoire national d'Athènes. I° année, 1896, n. 2-8; 4°.

* **Bulletin** of the Johns Hopkins Hospital, vol. VII, Nos 62-67. Baltimore, 1896; 4°.

* **Bulletin** de l'Academie Imp. des Sciences de St-Pétersbourg. V° ser., T. V., n. 1. 1897; 4°.

** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1890, Bd. XLVI; 2 Abt. Braunschweig, 1896; 8°.

* **Giornale** della R. Accademia di Medicina. A. LX. n. 1. Torino, 1897; 8°.

* **Johns Hopkins** University Circulars. Vol. XV. n. 125-127. Baltimore, 1896; 4°.

* **Journal** of Physical Chemistry. Vol. I, n. 1-5. Ithaca N. Y., 1896-97; 8°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXV. disp. 10ª, 11ª. Roma, 1896; 4°.

** **Morphologische** Arbeiten. Herausg. von Dr G. Schwalbe. 7 Bd., 1 Heft. Jena, 1897; 8°.

* **Nachrichten** von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physik. Klasse, 1896, n. 4. Göttingen; 8°.

* **Proceedings** of the Cambridge philosophical Society; vol. IX, p. 4ª, 1896.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LX, n. 366. London, 1897; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXX, fasc. 3. Milano, 1897; 8°.

* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tom. XI, fasc. I-II. Palermo, 1897; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3ª, vol. III, fasc. 1°. Napoli, 1897; 8°.

Spelunca. Bulletin de la Société de Spéléologie. 2e année, n. 8. Paris, 1896; 8°.

* **Transactions** of the Royal Society of South Australia. Part II. Adelaide, 1896; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Jahrg. N. 16-18. 1896. Wien, 1896; 8°.

Omboni (G.). Commemorazione del socio Achille de Zigno. Venezia, 1897; 8° (*dall'A.*).

Raganti (B. P.). Un nuovo orologio centesimale con intero rapporto sessagesimale del sig. E. Cusani di Spezia. Spezia, 1897; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 28 Febbraio al 14 Marzo 1897.

** **Allgemeine** Deutsche Biographie. Bd. XLII, Lfg. 207 u. 208. Leipzig, 1897; 8°.

* **Annales** de la Société d'Archéologie de Bruxelles. T. X, liv. III et IV. 1896. Bruxelles; 8°.

* **Annales** du Musée Guimet. Bibliothèque d'études. T. III. Paris, 1896; 8°.

* **Atti** della R. Accademia della Crusca. Adunanza pubblica del 27 di dicembre 1896. Firenze, 1897; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Sc. mor., stor. e filol., vol. IV. Notizie degli Scavi, Dicembre, e Indice topografico per l'anno 1896; 4°.

Boletin de la Academia Nacional de Ciencias en Cordoba. T. XV. Entr. 1ª. Buenos-Aires, 1897; 8°.

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XIII. Ottobre-Dicembre 1896. Roma, 1896; 8° (*Ministero delle Finanze*).

* **Bulletin** de la Société d'Études des Hautes-Alpes. IIe série, n. 19. Gap, 1896; 8°.

* **Commentari** dell'Ateneo di Brescia per l'anno 1896. Brescia; 8°.
* **Cosmos.** Vol. XII, n. 4-5. Torino, 1896; 8°.
* **Giornale** della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XVIII, fasc. III-IV. Genova, 1896-97; 8°.
* **Mémoires** de l'Académie de Stanislas. 5ème série, t. XIII. Nancy, 1896; 8°.
* **Mémoires** de l'Académie des sciences, arts et belles-lettres de Dijon. 4ème série, t. V, a. 1895-96. Dijon, 1896; 8°.
* **Miscellanea** di Storia italiana, terza serie, t. III. Torino, 1897; 8° (*dalla R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria*).
* **Nachrichten** von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Philologisch-historische Klasse, 1896, Heft 4. Göttingen; 8°.
** **Raccolta** Ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia, vol. III, pp. 2817-3600. 1896; 8°.

Relazione sull'Amministrazione delle Gabelle per l'esercizio 1895-96. Roma, 1897; 4° (*dal Ministero delle Finanze*).

* **Rendiconto** delle Tornate e dei Lavori dell'Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti della Società Reale di Napoli. N. S., Anno X, novembre-dicembre 1896. Napoli; 8°.
* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der k. b. Akademie der Wissens. zu München. 1896, Heft III; 8°.

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione. Giugno-Dicembre 1896. Roma, 1896-97; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

Tabella indicante i valori delle merci nell'anno 1896 per le statistiche commerciali. Roma, 1897; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

Vorlesse-Ordnung an der k. k. Leopold-Franzens-Universität zu Innsbruck im Sommer-Semester 1897; 8°.

De Seta (D.). Meditazioni filosofiche. Napoli, 1895; 8° (*dall'A.*).

Marinelli (G.). Antonio Cecchi. Firenze, 1897; 8° (*Id.*).

— Variazioni nella valutazione della superficie del Regno d'Italia. Venezia, 1897 (*Id.*).

Moriani (L.). Per la solenne inaugurazione degli studi, 15 novembre 1896. Relazione del Rettore. Siena, 1897; 8° (*Id.*).

Torti (E.). Relazione statistica sull'Amministrazione della Giustizia nel distretto della Corte d'Appello di Torino nell'anno 1896. Torino, 1897; 8° (*Id.*).

TORINO — VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

N. Y. Academy of Sciences
Rec'd June 1 --Oct. 25 97

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

In causa delle elezioni politiche non si è tenuta seduta il giorno 21 marzo 1897; è però stata data facoltà ai Soci che avessero avuto da presentare note per gli *Atti*, o proprie o di estranei sotto la loro responsabilità, di inviarle ugualmente alla Segreteria entro il detto giorno 21, salvo a farne regolare presentazione alla Classe nella seduta del 4 aprile prossimo.

Furono in seguito a tale avviso inviate alla Segreteria le seguenti note:

1° " *Sur quelques erreurs dans les* NUOVE TAVOLE DELLE FUNZIONI IPERBOLICHE de M. A. FORTI ", nota del Dr Émile LAMPE, presentata dal Socio PEANO;

2° " *Fasometro delle tangenti* ", nota dell'Ing. Riccardo ARNÒ, presentata dal Socio NACCARI.

LETTURE

Sur quelques erreurs dans les "Nuove tavole delle funzioni iperboliche" de M. A. Forti (Roma, 1892);

par M. E. LAMPE.

Pour accoutumer mes élèves (étudiants de la 1re année) de l'École technique supérieure à faire des calculs numériques avec un nombre prescrit de chiffres exacts, je leur demande parfois la somme d'une série convergente à puissance pour une valeur donnée de l'argument. Ainsi je les ai engagés, il y a un mois, à calculer e^x, $\cos x$, $\sin x$, $\cosh x$, $\sinh x$ pour $x = 2$ avec 7 décimales exactes. On voit tout de suite que les termes de ces séries ont les mêmes valeurs numériques, on n'a donc besoin que de trente minutes à peu de chose près pour achever ce calcul, même en prenant toutes les mesures de contrôle. Mais quelle fut ma surprise lorsque je découvris une différence de deux unités de la sixième décimale entre la valeur calculée 3,626 8604 pour $\sinh 2$ et celle que donne M. Forti, page 255 de son livre 3,626 862. L'erreur de ce nombre est évidente, parce que la somme $\sinh 2 + \cosh 2$ est égale à e^2 ou bien 7,389 056 et que les nombres de M. Forti fournissent 7,389 058.

En parcourant alors les nombres qui se trouvent à la même page pour $\sinh \omega$, je fus frappé de l'irrégularité des différences qu'on a mises à côté des colonnes de nombres. Je fus donc porté à croire que l'erreur que je venais de trouver, ne serait pas la seule, et je donnai pour la prochaine semaine l'exercice de développer $\sinh(a + x)$, $\cosh(a + x)$ suivant les puissances ascendantes de x et de calculer avec ces formules les valeurs successives de $\sinh \omega$, en faisant $a = 2$, $x = \pm 0{,}001$, etc., avec 9 décimales exactes. Les deux séries sont celles-ci:

$$\sinh(a + x) = \sinh a + x \,.\, \cosh a + \frac{x^2}{2!} \sinh a + \frac{x^3}{3!} \cosh a + \ldots.$$

$$\cosh(a + x) = \cosh a + x \,.\, \sinh a + \frac{x^2}{2!} \cosh a + \frac{x^3}{3!} \sinh a + \ldots.$$

On n'a donc que 4 termes à évaluer pour parvenir au nombre demandé de chiffres exacts, et toute la besogne s'achève très rapidement sur une seule feuille. Le tableau ci-joint où l'on a réuni les nombres calculés d'après ce procédé et les nombres contenus dans la table de M. Forti depuis $\omega = 1{,}990$ jusqu'à $\omega = 2{,}010$, montre la foule des inexactitudes de cette table. Pour les faire sauter aux yeux, nous avons ajouté un astérisque à tous les nombres de M. Forti dont le dernier chiffre n'est pas juste. On voit donc que, parmi 21 nombres examinés pour $\sinh\omega$, il n'y a que 4 qu'il ne faut pas corriger, tandis que parmi le même nombre de valeurs pour $\cosh\omega$ on compte 12 qui sont exactes.

ω	$\sinh\omega$		$\cosh\omega$	
	d'après M. Forti	d'après mes calculs	d'après M. Forti	d'après mes calculs
1,990	3,589 419	3,589 419 168	3,726 116*	3,726 114 594
1,991	3,593 146*	3,593 147 078	3,729 707*	3,729 705 877
1,992	3,596 878*	3,596 878 581	3,733 300*	3,733 300 889
1,993	3,600 613*	3,600 613 681	3,736 898*	3,736 899 635
1,994	3,604 352	3,604 352 382	3,740 502	3,740 502 118
1,995	3,608 094*	3,608 094 687	3,744 109*	3,744 108 343
1,996	3,611 838*	3,611 840 600	3,747 719*	3,747 718 308
1,997	3,615 588*	3,615 590 125	3,751 332	3,751 332 023
1,998	3,619 344*	3,619 343 265	3,754 949	3,754 949 190
1,999	3,623 102*	3,623 100 025	3,758 570*	3,758 570 711
2,000	3,626 862*	3,626 860 408	3,762 196	3,762 195 691
2,001	3,630 624	3,630 624 418	3,765 824	3,765 824 433
2,002	3,634 391*	3,634 392 058	3,769 457	3,769 456 941
2,003	3,638 162*	3,638 163 333	3,773 092*	3,773 093 219
2,004	3,641 937*	3,641 938 246	3,776 732*	3,776 733 269
2,005	3,645 716*	3,645 716 801	3,780 377	3,780 377 096
2,006	3,649 498*	3,649 499 001	3,784 025	3,784 024 704
2,007	3,653 285	3,653 284 851	3,787 676	3,787 676 095
2,008	3,657 075*	3,657 074 355	3,791 331	3,791 331 275
2,009	3,660 867*	3,660 867 515	3,794 990	3,794 990 245
2,010	3,664 665*	3,664 664 336	3,798 653	3,798 653 011

Pour confirmer les résultats que j'avais trouvés, je les ai comparés à ceux que Gudermann a publiés, tome VIII du

Journal de Crelle. On y trouve les logarithmes à neuf décimales de $\sinh\omega$, $\cosh\omega$ et $\tanh\omega$, à partir de $\omega = 2{,}000$. Je déterminai donc les nombres appartenant à ces logarithmes, en m'aidant d'une table à 8 décimales, et je me mis ainsi à l'abri d'une faute dans les calculs numériques concernant les huit premiers chiffres.

Les tables de Gudermann servirent encore à contrôler une autre inexactitude de la table de M. Forti: on trouve toujours $\log\sinh\omega - \log\cosh\omega = \log\tanh\omega$ jusque dans la dernière place. Cependant on sait que Gauss a déja dirigé l'attention des géomètres sur ce point (Voir Gauss, *Gesammelte Werke*, tome III, page 257: " Einige Bemerkungen zu Vega's Thesaurus Logarithmorum ,). Cette égalité exacte ne peut subsister dans les nombres arrondis des tables dans tous les cas imaginables. En général l'inégalité se portera sur le dernier chiffre une fois parmi quatre cas choisis au hazard. Dans les 11 cas compris entre $\omega = 2{,}000$ et $\omega = 2{,}010$ il faut en effet appliquer même quatre fois des corrections aux logarithmes donnés dans la table de M. Forti.

Signalons encore une autre sorte d'erreurs systématiques qui appartiennent au même genre que celles que nous venons de montrer. Pages 291, 293 font paraître $\sinh\omega = \cosh\omega$ avec 6 places sans aucune exception depuis $\omega = 7{,}11$, ce qui est impossible. Prenons par exemple $\cosh\omega - \sinh\omega = 0{,}0006$; de $\cosh^2\omega - \sinh^2\omega = 1$ on tire alors $\cosh\omega + \sinh\omega = 1 : 0{,}0006$ ou bien $\cosh\omega = 833{,}33363$ et $\sinh\omega = 833{,}33303$ où ω se détermine à peu près $= 7{,}12$. En bornant les nombres à 6 chiffres on aura donc $\cosh\omega = 833{,}334$ et $\sinh\omega = 833{,}333$ avec une différence d'une unité du dernier chiffre. Un examen détaillé des nombres de M. Forti fit voir qu'il faut en effet corriger dans ces pages bien des valeurs qu'il a fait imprimer.

Des preuves faites au hazard sur différentes pages de la table ne donnaient pas tant de fautes que dans le voisinage de $\omega = 2$, mais on pouvait constater partout des incorrections.

Pour comprendre de quelle manière ces erreurs pourraient s'être glissées dans l'ouvrage, je me mis à lire attentivement la préface où se trouve, page XXIV, l'exposé sur le procédé du calcul employé par M. Forti, et je découvris une inexactitude éclatante dans le premier exemple qui sert à illustrer la marche

du calcul. L'angle τ appartenant à $\omega = 0{,}1980$ se tire de $\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}\tau = 50^\circ 38' 8'',0$ au lieu de $8'',08$; il faut donc mettre $\tau = 11^\circ 16' 16'',16$ au lieu de $11^\circ 16' 16''$. Cette différence fait que $\log \sin h\omega$ devient $0{,}299\,4973 - 1$ au lieu de $0{,}299\,4991 - 1$ et $\sin h\omega = 0{,}199\,295$ au lieu de $0{,}199\,2963$. L'erreur de cet exemple ne se trouve pas contenue page 134 dans la table; mais ce passage prouve que le calculateur n'a pas déterminé les derniers chiffres avec tout le soin nécessaire.

En somme, la dernière place des nombres de la table de M. Forti n'est pas sûre. Il est vrai que M. Forti s'exprime ainsi (page XXIV): " Arrestandomi alla *sesta* cifra della mantissa, io assicurava, in generale, l'esattezza della *quinta*, approssimazione più che sufficiente alle applicazioni d'uso ". Mais alors il aurait dû borner ses tables à 5 chiffres; car il n'est pas d'usage de donner des tables de mathématiques avec des chiffres incertains lorsqu'il est si facile de les corriger. Rappelons le principe énoncé par Gauss au lieu cité: " la grandeur tabulaire doit s'approcher de la valeur effective, jusqu'au point qu'on peut atteindre avec le nombre choisi de décimales, et la différence ne doit donc jamais surpasser la moitié de la dernière unité ".

Fasometro delle tangenti;

Nota di RICCARDO ARNO'.

Siano I_1 e I_2 le intensità efficaci di due correnti alternative sinusoidali, e sia φ il valore angolare della loro differenza di fase.

Se si fanno passare quelle due correnti rispettivamente attraverso alle spirali, fissa e mobile, di un elettrodinamometro, si ha, detta α la deviazione e K' una costante,

$$I_1 I_2 \cos\varphi = K'\alpha. \qquad (1)$$

E se simultaneamente si fanno passare le medesime correnti rispettivamente attraverso alle due spirali induttrici di

un apparecchio a campo Ferraris, si ha ancora, detta β la deviazione che subisce la spirale indotta sotto l'azione del campo Ferraris generato dalle correnti date,

$$I_1 I_2 \operatorname{sen} \varphi = K'' \beta , \qquad (2)$$

ove K'' è una costante.

Dividendo a membro a membro l'equazione (2) per la (1), si ricava

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{K''}{K'} \frac{\beta}{\alpha} ,$$

od ancora, detto K il rapporto costante $\frac{K''}{K'}$ e δ il rapporto delle due deviazioni β ed α,

$$\operatorname{tang} \varphi = K \delta .$$

Facendo uso di un elettrodinamometro e di un apparecchio a campo Ferraris è dunque possibile ricavare il valore della tangente dell'angolo di spostamento di fase fra due correnti sinusoidali, qualunque siano i valori, e comunque diversi l'uno dall'altro, delle intensità efficaci delle correnti stesse.

E poichè le due spirali dell'elettrodinamometro possono costituire esse stesse le spirali induttrici dell'apparecchio a campo Ferraris, ne consegue che i due strumenti si possono riunire in uno solo, come è dimostrato dalla disposizione rappresentata schematicamente in figura, la quale permette appunto di effettuare praticamente una tale combinazione.

Le due correnti alternative, tra le quali esiste la differenza di fase che si vuole misurare, percorrono rispettivamente le spirali A_1 e A_2, di cui la A_1 è fissa e la A_2 è libera di ruotare intorno all'asse verticale dello strumento e porta un indice I scorrevole sopra un disco graduato D. Per mezzo di un bottone girevole su D, a cui è solidale un indice I', si può agire sulla molla *m* fissa in M, alla quale è appesa la spirale mobile A_2, e ricondurre allo zero l'indice I, quando questo per l'azione delle correnti viene spostato dalla sua posizione di riposo. Lo spazio racchiuso dalle due spirali A_1, A_2 è occupato da una spiralina C — costituita da due spire ad angolo retto, o più in

generale da tante spire regolarmente distribuite in tanti piani diametrali — la quale a piacimento può rimanere aperta o chiudersi in corto circuito. Tale spirale può, come la A_2, ruotare intorno al proprio asse verticale ed è munita anch'essa di un indice *i* che si sposta sopra una gradaziono *g*. A tale scopo la spiralina C è appesa ad una molla a spirale *n* fissa in N, la quale ha inoltre lo scopo di servire a ricondurre allo zero l'indice *i*, e ciò coll'agire su di essa per mezzo di un bottone posto sul disco graduato *d* e munito di un indice *i'*. I morsetti 1 e 2 fanno capo alla spirale A_1, ed i morsetti 3 e 4 alla A_2 per mezzo della molla *m*. Finalmente due blocchi metallici, non disegnati in figura, comunicano rispettivamente, per mezzo della molla *n*, con le due estremità della spirale indotta C. Tali blocchi metallici sono separati l'uno dall'altro dalla sede di una spina e possono, mediante la spina stessa, mettersi in comunicazione fra di loro. Questa disposizione permette di aprire o chiudere in corto circuito la spiralina C.

Per usare l'apparecchio si apre il circuito della spirale C, togliendo la spina dalla sua sede, e si fanno percorrere le due spirali A_1 e A_2 dalle due correnti alternative date: lo strumento funziona allora come un ordinario elettrodinamometro, poichè in C si genera una forza elettromotrice indotta, ma nessuna corrente. Si riconduce allo zero l'indice I della spirale mobile A_2 girando sul disco D il bottone a cui è solidale l'indice I', e si fa la lettura α corrispondente alla posizione di I' su D.

Ciò fatto, si fissa la spirale A_2 nel piano verticale normale al piano di A_1 (nel quale piano già si trova la spirale A_2, poichè l'indice I è stato ricondotto allo zero nell'esperienza precedente), e si chiude, per mezzo della spina, la spiralina C in corto circuito: lo strumento funziona allora come un apparecchio di induzione a campo Ferraris, poichè in C si genera una corrente indotta, sulla quale agisce il campo Ferraris prodotto dalle due correnti date. Si riconduce allo zero l'indice *i* della spirale indotta C girando sul disco *d* il bottone a cui è solidale l'indice *i'*, e si fa la lettura β corrispondente alla posizione di *i'* su *d*.

Basterà allora fare il rapporto $\frac{\beta}{\alpha}$ delle due deviazioni e moltiplicarlo per la costante K dello strumento, per ricavare

la tangente dell'angolo di spostamento di fase fra le due correnti sinusoidali su cui si è sperimentato. Ad uno strumento di tale genere noi diamo perciò il nome di *fasometro delle tangenti*.

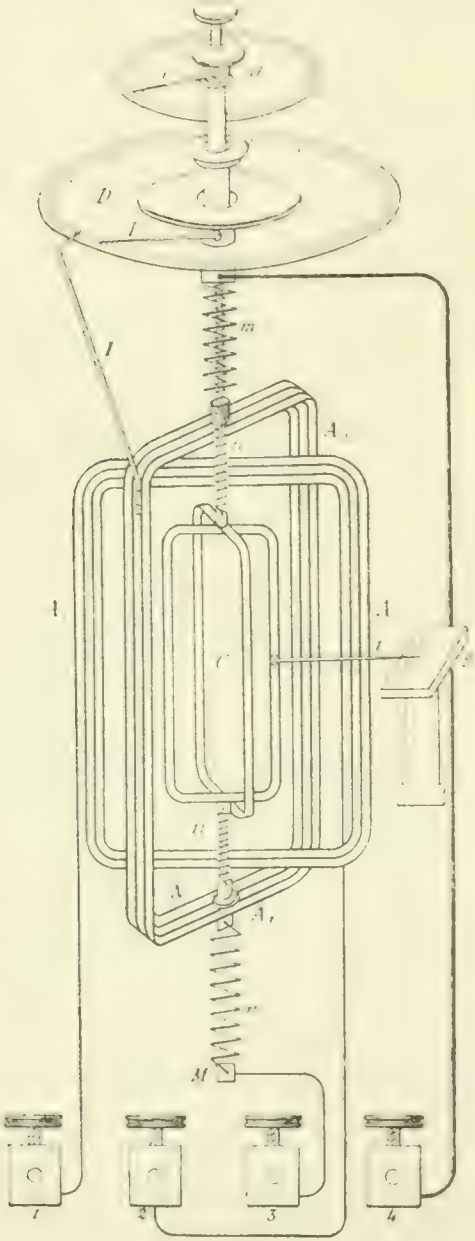
Evidentemente l'apparecchio può anche essere usato come semplice elettrodinamometro. Basta a tal uopo aprire il circuito della spiralina C ed unire fra di loro i morsetti 2 e 3, adoperando i morsetti 1 e 4 per l'inserzione dello strumento nel circuito della corrente di cui si vuole misurare l'intensità efficace.

L'apparecchio potrà dunque essere munito di due costanti, la costante dell'elettrodinamometro e la costante del fasometro, e servire a piacimento a dare direttamente o l'intensità efficace di una corrente sinusoidale o il valore angolare della differenza di fase fra due correnti sinusoidali.

E se le due spirali A_1 e A_2 dell'apparecchio sono costituite da due spirali voltometriche, esso si trasforma in uno strumento atto a dare direttamente tanto il valore efficace di una differenza di potenziale sinusoidale, quanto il valore angolare della differenza di fase fra due differenze di potenziali sinusoidali.

Finalmente, se delle due spirali A_1 e A_2, l'una è una spirale amperometrica e l'altra una spirale voltometrica, l'apparecchio può servire a piacimento o come wattometro o quale misuratore della differenza di fase esistente fra una differenza di potenziale ed una corrente sinusoidale. In questo caso l'apparecchio rappresenta dunque un misuratore di *watt reali* e di *watt apparenti*.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.


D
C
I
m
A
A
C
n
A
A
M
1
2
3
4

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 28 Marzo 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE GAUDENZIO CLARETTA

DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Socii: Peyron, Rossi, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Nani, Cognetti de Martiis, Brusa, Perrero e Ferrero Segretario.

Il Socio Peyron, a nome dell'autore, prof. Luigi Barucchi, offre il libro: " *Quel che non si deve dire. Saggi di voci e maniere errate e avvertimenti circa il retto scrivere* " (Torino, 1897).

Il Socio Cognetti de Martiis offre, a nome dell'autore, avv. Carlo Massa della R. Scuola Superiore di Commercio di Bari, il libro: " *Filippo Briganti e le sue dottrine economiche* " (Trani, 1897).

Sono comunicati i Decreti in data 14 febbraio 1897, coi quali S. M. il Re ha approvato le nomine dei signori Enrico Alessandro Wallon e Carlo Brugmann a Soci stranieri dell'Accademia.

È presentata una lista di desiderata e di domande di concorsi per la Mostra internazionale di Bruxelles, 1897, a nome

del Comitato di quella Mostra, comunicata da S. E. il Ministro di Agricoltura, Industria e Commercio.

Il Direttore della Classe legge una sua nota: " *Di alcuni agnati di Antonio Rosmini a Torino sul principio del sec. XVIII* ".

Il Socio Nasi legge una nota del prof. Ferdinando Gabotto: " *Un conflitto giurisdizionale in Piemonte nel 1234* ".

Queste Note sono pubblicate negli *Atti* accademici.

Il Socio Bollati di Saint-Pierre ritira il lavoro manoscritto presentato da Mons. Augusto Giuseppe Duc per l'inserzione nei volumi delle *Memorie*, intitolato: " *Livre des cens de l'évêché d'Aoste (1305)* ".

LETTURE

Di alcuni agnati di Antonio Rosmini a Torino sul principio del secolo XVIII;

Nota del socio GAUDENZIO CLARETTA.

La scoperta fortuita di un documento inedito che viene a rivelarci la presenza in Torino di un Rosmini da Rovereto sul principio del secolo XVIII, m'induceva, nell'intento di poter dare qualche maggiore estensione all'argomento, ad indirizzarmi al chiarissimo signor presidente dell'i. e r. Accademia delle scienze di quella città, conte Filippo Bossi Fedrigotti. E questi cortesemente mi rispondeva coll'invio di alcuni dati genealogici, i quali non solamente ci attestano che quel Rosmini apparteneva alla famiglia dell'illustre filosofo, ma che altri ascendenti suoi si erano per qualche tempo stabiliti nella nostra città.

Lieto che questa (per quanto tenue) scoperta sia seguita nel momento in cui si festeggia in Italia il primo centenario della nascita di Antonio Rosmini, compio intanto al dovere di rendere pubbliche grazie all'illustre personaggio che mi comunicava questi appunti, i quali mi consentono di recare qualche contributo, tuttochè modesto, al monumento letterario che si innalza alla memoria del grande filosofo.

Nel dicembre dell'anno 1706, e così a tre mesi soli di distanza da quel memorabile assedio in cui Torino attorniata da settantamila francesi aveva saputo conseguir la vittoria colle armi collegate di Savoia e dell'Impero, capitanate dal celebre principe Eugenio; anzi nel giorno 24 di quel mese in cui venivano riposte nel maggior nostro tempio cinquantacinque bandiere tolte al nemico, faceva solenne ingresso nella nostra città Giuseppe Scipione, conte di Castel Barco, cavaliere della chiave d'oro, consigliere aulico dell'imperatore Giuseppe I e suo inviato straordinario al duca di Savoia Vittorio Amedeo II. Egli giungeva in buon punto, e ad essere testimone dei varii tripudi che

si facevano per la conseguita vittoria. Infatti due giorni dopo, il Municipio offriva ancora al conte Virico Daun o Dauhn, tenente maresciallo, comandante le milizie cesaree in Piemonte, per civili e militari virtù onorato (e che poco prima aveva fatto suo cittadino), una splendida spada con brillanti (1).

Il nuovo ambasciatore, in un col suo corteggio veniva a sua volta lo stesso primo giorno del novello anno 1707 ricevuto colle massime onoranze dalla nostra Corte. E per non limitarmi al solo argomento impreso, non credo inopportuno di far conoscere il grave e decoroso cerimoniale dell'accoglienza avuta da quel ministro, e così i lettori potranno essere informati col mezzo di questa nota quanto i nostri principi in questa parte primeggiassero su molti altri d'Italia (2).

---

(1) Era del valore di 5456 lire.

(2) Ecco la descrizione lasciatane dal maestro delle cerimonie conte Maurizio Robbio di Montemarzo, maggiordomo ducale. " ...Li 24 dicembre il " signor conte di Castelbarco inviato straordinario di S. A. R. da S. M. " Cesarea, suo gentiluomo di camera e consigliere aulico, mi ha dato " parte del suo arrivo; l'ho fatto sapere a S. A. R. quale mi ha ordinato " visitarlo, e farlo alloggiare e servire. Li trentuno detto l'ho condotto in " alloggio e pranzo in casa del signor generale Grondana nell'appartamento " de' forestieri. Il primo gennaio (1707) con carrozza di corte della persona " a due cavalli e con due valletti di piè di S. A. R. alle ore undici di " Francia, sono stato a prenderlo, ed a condarlo alla prima udienza pub- " blica di S. A. R. Nel passare, tutti li corpi di guardia si sono messi in " ala senz'armi. Il gran mastro signor marchese di S. Giorgio è venuto a " incontrarlo alla porta della seconda anticamera verso la corte, l'ho con- " dotto meco da S. A. R. Giunto alla porta della stanza dove era S. A. R. " sotto al baldacchino, ha fatto il signor inviato una grandissima riverenza. " S. A. R. stando sopra il marchiapiede, le ha corrisposto con un tocco di cap- " pello: a mezza stanza ha fatto la seconda riverenza, e giunto al marchia- " piede (cioè uno dei primi gradini del palco su cui stava il seggio ducale, " circondato da una balaustra) la terza. S. A. R. si è avanzata un passo e " reso a tutti le civiltà; e lo ha fatto montare il marchiapiede. Indi avendo " il signor inviato cominciata la sua aringa, S. A. R. le ha fatto segno di " coprirsi, alla seconda replica si è coperto: ha esposto la sua ambasciata. " S. A. R. le ha risposto, ed il signor inviato dopo alcune repliche e molte " grazie rese si è ritirato con lo stesso ordine di riverenze: il signor mar- " chese di S. Giorgio lo ha accompagnato sino alla stanza delle guardie " del corpo, ed io l'ho ricondotto al suo alloggio..... " (*Biblioteca di S. M., Cerimoniali della Corte*). È superfluo aggiungere qui la descrizione delle successive presentazioni del Castelbarco alla duchessa, alla principessa di Savoia ed alla famiglia di Carignano.

Probabilmente fra il corteggio del ministro Cesareo eravi un agnato del filosofo Antonio Rosmini. Comunque, egli vi compare come suo paggio e residente nella nostra città nel 1709, nel qual anno al dodici di novembre dava autorità ad un atto che fu rogato nel palazzo di quell'Ercole Turinetti, marchese di Priero, già ministro a Londra; e che sotto gli imperatori Leopoldo II e Carlo VI conseguiva gradi elevati, e diveniva cavaliere dell'Ordine nostro supremo. Chi era dunque il Giuseppe Rosmini indicato nel nostro documento? Seguendo le orme di Cesare Paoli, autore della bella vita del filosofo roveretano (Torino, 1880) e valendoci delle notizie trasmesseci dal lodato conte Fredigotti, diremo ch'egli apparteneva ad una famiglia Rosmini originaria di Bergamo, emigrata nel sec. XV a Verona; ed in un Aresmino od Erasmino, denominatasi poi Rosmini, e stabilitasi in quel secolo stesso a Rovereto ai piè del lieto colle là dove non lungi *...è quella ruina che nel fianco di qua da Trento l'Adice percosse* (1).

Ivi il ramo del tronco Rosminiano formò varie propagini che diedero poi frutti primaticci. Nel 1574 e nel 1672 ottennero i Rosmini conferma di lor nobiltà dagli imperatori Massimiliano II e Leopoldo. Il ramo poi al quale appartenne Antonio, nel 1771 tolse l'agnome di Serbati per retaggio del fidecommesso omonimo di Girolamo Tartarotti suo cugino, e l'uno e l'altro discendenti da due sorelle Serbati.

Ciò premesso ad introduzione, dirò così, del cenno sui Rosmini che ci riguardano, aggiungerò ancora che lo stipite loro diretto proviene da un Antonio padre di tre figli, Francesco, Giuseppe e Cristoforo. Di costoro, Giuseppe che era a Torino nel 1709, nel documento di cui si tratta, compare come generoso elargitore a Leopoldo suo nipote, figlio cioè del suo fratello defunto Cristoforo, di un podere nel Mantovano. Ed è bene sapere ancora, che il Giuseppe aveva emigrato a Mantova, il cui duca Ferdinando Carlo avevalo onorato della cittadinanza di quella città.

Coll'atto poi in questione egli eleggeva legalmente, nel fine di ripetere da terzi possessori quello stabile, il rappresentante o procurator suo, che fu il suo stesso fratello Ferdinando.

---

(1) Dante, *Inferno*, c. XII, 1 a 16.

Del resto ecco il documento in prova di quanto sovra.

L'anno del Signor nostro corrente 1709 la seconda indizione ed alli 12 di novembre fatto in Torino e nel palazzo di S. E. il signor marchese di Prié, e nella stanza di sua cancelleria sotto la parrocchia di S. Eusebio alla presenza ivi delli signori Lorenzo Chiaravigio et Gio. Batt. Vugliengo ambi qua residenti, testimonii richiesti, intesati, abbiati et alla infrascritta del presente instrumento delli otto del corrente mese di novembre rogato dal signor Andrea Tabarelli de Fay avvocato e cancellario ducale collegiato di Roveredo, il signor Giuseppe Rosmini cittadino pure di Roveredo habbi fatto generosa donatione tra vivi al signor Leopoldo Rosmini suo nepote, figlio del fu signor Christoforo Rosmini vivendo, suo fratello di una possessione posta in Mantova, ove s. dicesi al Foresto con tutti li campi, boschi, ragioni d'aqua et altre radoni con case rurali e domenicali et con tutto ciò che detto signor donante ha acquistato dal signor Rubolone e le pato spettare per forza dell'istromento di suo acquisto tanto contro li detentori di detta possessione o parte, quanto contro l'istesso signor Rubolone o suoi eredi, secondo dell'istesso ed ogni altro che meglio come per detto istromento di donatione si legge, in cui seguito ora detto signor Leopoldo donatario intendendo di esporre dette sue ragioni per ottenere la rivendicatione, possesso e goldita di detti beni con tutte le dette ragioni, e ritrovandosi come paggio di S. E. il signor conte di Castelbarco inviato straordinario di S. M. Cesarea appresso questa A. R. di Savoia che non può allontanarsi da esso servicio della medesima Eccellenza abbi perciò stimato spediente di deputare in suo procuratore il detto Ferdinando Rosmini suo fratello che faccia le sue parti per la recuperazione di detti beni, e però ne segue che qua alla presenza di essi signori testimonii e di me notaro sottoscritto personalmente costituito il suddetto signor Leopoldo Rosmini mentionato nel precitato istromento di donatione, il quale di sua certa scienza in ogni miglior modo che più può di ragione, ha fatto, creato, eletto, costituito e deputato come per virtù del presente pubblico istromento fa, crea, elegge, costituisce e deputa in suo vero, certo et indubitato procuratore, fattore e negotiatore speciale e generale, talmente che le specialità alle generalità non deroghino il contrario, cioè il predetto signor Ferdinando Rosmini, fratello, qua absente, come se fosse presente, con piena e pienissima facoltà che gli ha intieramente conferito e conferisce di potere in nome di lui costituente agire per ottenere la rivendicatione, possesso e goldita di detti beni donatili, con ogni e qualunque ragione contro tanto detto signor Rubolone e suoi eredi, quanto di ogni altro che sia spediente, con porgere suppliche, formar libelli, far interrogatorii..... ecc. e far ogni altra cosa che farebbe

e far potrebbe detto costituente se al tutto si trovasse presente, quantunque occorresse trattarsi di cose et affari tali che richiedessero più ampio e special mandato del presente, promettendo di avere per sempre in ogni tempo e luogo grato, valido, fermo ed irrevocabile e ben fatto tutto quello e quanto verrà per detto suo procuratore e fratello, detto fatto, agito, negotiato, contrattato, convenuto e promesso in nome di lui signor costituente verso chiunque sia spediente, e di non mai opporsi nè contradirvi di ragione nè di fatto, ancorche di ragione potesse sott'obbligo di tutti i suoi beni presenti e futuri con la clausola del costituto possessorio di essi in amplissima forma di ragione con suo giuramento prestato, toccate corporalmente le scritture in mano di me nodaro sottoscritto, intervenendo meco altre sue debite promesse e clausole opportune.

Del che tutto sono stato richiesto io nodaro sottoscritto di fare e ricevere il presente pubblico istromento, alla cui minuta detto signor costituente coi testimonii si è sottoscritto come segue:

Leopoldo Rosmini, Lorenzo Chiaraviglio, testimonio, Gio. Batt. Vugliengo, testimonio.

Il soprascritto istromento richiesto io Lorenzo Bongiovanni nodaro collegiato di Racconigi residente in Torino, ho ricevuto e fatto levare dall'originale, collationato, ritrovato concorde... (1).

Per quanto di lieve importanza sia questo documento, esso viene a rivelarci un atto di generosità compiuto dal Giuseppe Rosmini. Ignoro se egli siasi trattenuto a Torino per tutto il periodo di tempo in cui durò la legazione del conte Castelbarco. In tal caso vi sarebbe rimasto sino al 22 gennaio dell'anno 1713, in cui quel ministro se ne partì dopo circa sei anni di residenza (2).

Ma dalle notizie comunicateci, come abbiam detto superiormente, risulterebbe altresì che il Cristoforo fratello di lui, sarebbe stato aiutante di Camera dell'elettore di Baviera Ferdinando, sposo della nostra principessa Adelaide, ed avrebbe sposata una Peretti torinese, di nome Francesca. Egli avrebbe

---

(1) Minutari del notaio suddetto (Archivio N. di Torino).

(2) Il successore del conte Robbio nell'uffizio di mastro di cerimonie, conte Vittorio Tarino-Imperiale ci fa sapere, che secondo l'uso, il conte di Castelbarco nella sua visita di congedo al duca ricevette un ritratto guarnito di diamanti del valore di circa 300 doppie, e ch'egli regalò al mastro di cerimonie un anello del valore di circa 35 doppie.

avuto numerosa figliuolanza, e fra questa una figlia di nome Maria si sarebbe a sua volta unita in matrimonio a Giacomo Erbè, o meglio Erba da Torino.

In quanto alla famiglia Peretti, i dati presso di me esistenti non bastano a poterne stabilire una genealogia. Mi risulta bensì che in quegli anni esisteva una famiglia Peretti, che esercitava orificeria, ma null'altro potrei aggiungere.

Quindi altro non ne rimane che dar compimento a questa tenue nota, la quale quanto meno varrà a rivelare un'antica relazione sin qui ignorata dei Rosmini roveretani con Torino, che forse fu nemmeno conosciuta allo stesso illustre cultore della scienza, regina delle scienze umane. Imperocchè generalmente gli uomini sommi che non hanno punto bisogno della luce riflessa degli avi, non si occupano guari de' loro natali. Forse il nostro filosofo potrà aver detto col Petrarca " ...della " vostra schiatta io fui ...di famiglia antica d'origine veramente " come di sè ha detto Cesare Augusto, nè grande nè vile... " (1).

Comunque ne sia, questo scrittarello potrà ritenersi almeno l'ultimo anello di quell'aurea catena che collega fra di loro i varii scritti che oggi vedono la luce per onorare la memoria di Colui, che con Torino ebbe pur molte relazioni per opere umanitarie, degne del pio amico di Niccolò Tommaseo e di Alessandro Manzoni. Egli veramente fu tra noi quando il Piemonte era il braccio e il propugnacolo d'Italia, in momenti di palpitanti speranze e di voti, che si avverarono, perchè escogitate ed espressi da uomini ferventi d'amor patrio. Eppure chi non può di meno che rimpiangere quei tempi ove si vogliano paragonare agli odierni, in cui il nostro paese si deve purtroppo dir acefalo, sviato, privo di virtù austere, vittima delle fazioni baldanzose, depresso per la rimessione degli spiriti, per la vigliaccheria dei pensieri e pel trionfo delle mediocrità che ne impediscono il consolidamento!

(1) " Fui autem mortalis humuncio, nec magnae admodum, nec vilis " originis familia (ut de se ait Augustus Caesar antiqua... ". *Pet. Op.*).

Un conflitto giurisdizionale in Piemonte nel 1234
(Contributo alla storia del diritto ecclesiastico nel Medio Evo);

Nota del Prof. FERDINANDO GABOTTO.

In altro mio lavoro (1) ho avuto a ricordare una carta del 31 dicembre 1233, con cui Guidotto De Osso od Osio, vicario e giudice di Ottonbello Pascale podestà del Comune di Moncalieri, si obbliga verso Manfredo Giudice per la somma di 20 soldi viennesi " de pace illorum de Baudisseto et de Montaldo et de " facto dueli Bundioti Pecosii et Petri Palee, et de appellacio- " nibus super facto representacionis literarum episcopi et abbatis " sancti Solutoris, et eciam pro literis dictandis que fuerunt " misse Romam Willelmo Vasconi et ancianis et rectoribus So- " cietatis Lombardie et Comuni Mediolani ". Tentando dipanare quell'arruffata matassa, io rilevava allora i seguenti fatti come risultanti dalla carta citata:

1) Il perseverare di rapporti fra Moncalieri e Montaldo — antica alleata di Testona — cui ora appare unito anche Baldisseto, e ciò probabilmente in rapporto alla guerra perdurante fra Moncalieri e Chieri, cui i signori di Montaldo e Baldisseto devettero poi sottomettersi il 31 luglio 1235 (2), dopo la pace fra i due maggiori Comuni;

2) Lo scalpore destato in Moncalieri da un duello fra Bundioto Pecosio e Pietro Paglia;

3) L'insorgere di una contesa fra il Comune moncalierese, il vescovo di Torino e l'abate di San Solutore;

4) La presenza in Roma, presso il Papa, di un oratore del Comune stesso in persona di Guglielmo Vascone, di una delle maggiori famiglie del luogo, forse per la contesa dianzi accen-

(1) *Un Comune piemontese nel secolo XIII (Moncalieri)*, 10-11, Venezia, successore M. Fontana, 1895.

(2) La data " 1238 " nel lavoro citato è un mero errore di stampa.

nata, ma forse anche per altre ragioni politiche, giacchè il fatto è messo in relazione coll'invio di lettere agli anziani ed ai rettori della Lega lombarda, ed al Comune di Milano.

E continuava notando che un po' di luce su alcuni di questi fatti reca un altro documento del giorno dopo, 1 gennaio 1234, secondo il quale, riunita la credenza moncalierese, " credendarii " universi fecerunt ac constituerunt ac prout melius de iure fieri " potest creaverunt syndicos ac actores, nuncios et procuratores, " nomine et a parte predicti Communis, dominum Ottonem Bellum " Pascalem, nunc potestatem Montiscalerij et dominum Guidotum " de Osso, cives mediolanenses, et Palmerium, notarium, de " Montecalerio, et quemlibet eorum in solidum, ita quod con- " dicio non sit melior occupantis, ad causam appellacionis pro- " sequendam super excomunicacione facta per episcopum Tau- " rini vel eius nuncium, si excomunicacio dici potest, contra " homines Montiscalerij et Comune — que appellacio facta fuit " ad dominum archiepiscopum mediolanensem —, tali modo, quod " predicti sindici vel unus ipsorum habeant licentiam et pote- " statem agendi, causandi, excipiendi et replicandi et omnia, " que ad dictam causam pertinent, faciendi; protestando et pro- " mittendo quod quicquid per ipsos vel unum ipsorum factum " fuerit, quod ad causam pertineat, ratum et firmum habebitur " per Comune Montiscalerij ". Onde conchiudeva: " Il caso dunque era grosso ed i Moncalieresi avevano assunto un contegno di resistenza, mettendo in forse la validità stessa della scomunica: tanto più spiace di non sapere il motivo dello sdegno del vescovo di Torino, nè l'esito finale della contesa ".

Ora il ritrovamento di sei altre pergamene dell'Archivio comunale di Moncalieri, giacenti, con altre carte, in un tiretto dissimulato, che non mi venne fatto di scorgere ed aprire se non molto dopo la publicazione di quel mio lavoro, mi mettono in grado di chiarir meglio un episodio storico di qualche importanza e per sè e per i documenti che lo illustrano. Fu quello un affare assai grosso, che prese la forma di un vero conflitto giurisdizionale e che, inoltre, non è stato senza relazione colla storia generale subalpina del tempo. Ecco pertanto quello che risulta dai nuovi documenti.

* * *

In ordine di tempo, il primo documento nuovo è il seguente, in cui è inserto una bolla inedita di papa Gregorio IX:

Reuerendo in χpisto patri et domino . . dei gratia sancte Mediolanensis Ecclesie Archiepiscopo . . Episcopus yporiensis . et . . Abbas fructuariensis delegati domini Pape promptum ac fidele seruicium. Noueritis quod recepimus litteras a summo pontifice in hac forma. Gregorius Episcopus seruus seruorum dei venerabili fratri . . Episcopo yporiensi . et dilecto filio . . abbati fructuariensi yporiensis diocesis Salutem et apostolicam benedictionem. Venerabilis frater noster . . Taurinensis Episcopus nobis humiliter supplicauit ut excommunicationis sententiam quam idem in Ottonem dictum Testam potestatem Montisscalerii et quosdam alios fautores ipsius Taurinensis diocesis eorum culpis exigentibus auctoritate propria promulgauit robur faceremus firmitatis habere. Quo circa discrecioni uestre per apostolica scripta mandamus quatinus dictam excommunicationis sententiam sicut racionabiliter est prolata faciatis auctoritate nostra usque ad satisfacionem condignam appellatione remota inuiolabiliter obseruari. prouiso ne in Comune Montisscalerij excommunicationis uel interdicti sententiam proferratis nisi super hoc mandatum a nobis receperetis speciale. Datum Anagnie v Idus februarias Pontificatus nostri Anno Sexto. Vnde cum intellexerimus quod uenerabilem fratrem nostrum Episcopum Taurinensem super infirmanda sententia excommunicationis quam tulit contra *potestatem* (1) et consiliarios Montis scalerij [citauistis]. Mandamus uobis auctoritate qua fungimur in hac parte. quatinus cum ad nos pertineat iurisdictio ipsius negotii super processu eisdem desistere debeatis. Alioquin si feceritis licet inuiti secundum iuris ordinem irritaremus et si super hoc dubitaueritis parati sumus conuenire uobiscum et eligere arbitros qui cognoscant utrum ad nos uel ad uos pertineat iurisdictio infrascripta.

Da questo documento, del gennaio o febbraio 1234, è facile scorgere come l'arcivescovo di Milano, ch'era allora Guglielmo *de Rizolio* (2) accogliesse la domanda del Comune

(1) L'abbreviazione ꝑb̄r darebbe paleograficamente " presbiter " o " presbiterum " che non avrebbe senso, mentre lo scomunicato era certo il podestà.

(2) Gams, *Series Episcoporum*, 796.

moncalierese, tanto più che era principalmente in causa un milanese, Ottonbello Pascale, e citasse quindi, ad infirmar la scomunica, il vescovo di Torino, Ugo od Uguccione Cagnola, cui aveva già fatto sentire altra volta il peso della sua autorità (1). Ma Uguccione, a sua volta, era già ricorso al Papa, ch'era sempre Gregorio IX, il quale fin dal 9 febbraio 1233 aveva delegato il vescovo d'Ivrea (2) e l'abate di San Benigno di Fruttuaria (3) a far mantener la scomunica contro Ottonbello, che qui è sopranominato Testa, e " certi altri suoi fautori ", pur divietando di estender quella o di fulminar l'interdetto contro l'intero Comune moncalierese senza suo speciale mandato. A questo proposito sembra esservi una contradizione con quanto abbiamo trovato nella deliberazione consigliare del 1 gennaio 1234, secondo cui la scomunica era stata lanciata già " per episcopum " Taurini vel eius nuncium " " contra homines Montiscalerij et " Comune ": ma la cosa va forse spiegata nel senso che l'interdetto fu realmente scagliato nonostante la lettera pontificia, ovvero che la Credenza moncalierese considerava come lanciata contro il Comune la scomunica che realmente colpiva solo " potestatem et consiliarios ", come dicono il vescovo d'Ivrea e l'abate di Fruttuaria, nella lettera con cui, in virtù di quella pontificia dell'anno avanti, invitano l'arcivescovo di Milano ad astenersi da ogni atto in una causa loro delegata dal Papa, con minaccia di dichiarar irrito quanto egli operasse al riguardo, ma offrendo pure di rimettere ad arbitri la decisione della vertenza giurisdizionale rispetto a quella determinata causa.

E vi è anche di peggio. Come mai i documenti moncalieresi non parlano della contesa col vescovo di Torino prima del

(1) Savio, *Gli antichi vescovi di Torino*, 118, Torino, Speirani, 1889.

(2) Nel Gams, Op. cit., 816, troviamo quest'indicazione: " 1228, I, 25, Iacobus; Obertus II, 1237 ". Il vescovo nominato nei nostri documenti è Oberto II, perchè, come vedremo, in alcuni di questi è designato coll'iniziale " O "; essi, poi, ci apprendono che in febbraio 1234 teneva già la cattedra eporediese detto Oberto II, e permettono quindi di precisare i dati incerti del Gams.

(3) Chi fosse l'abate di Fruttuaria nel 1234 non risultava finora (Cfr. Calligaris, *Un'antica cronaca piemontese inedita*, Torino, Loescher, 1880. L'ultima menzione di Giovanni era del 13 agosto 1229; la prima di Oberto, del 6 marzo 1237. Da un documento che sarà addotto in seguito, si scorge che Oberto era già abate almeno dai primi mesi del 1234.

31 dicembre 1233, mentre la lettera pontificia appare anteriore di undici mesi, essendo del 9 febbraio 1233 stesso (1)? Anche a questa seconda e maggiore difficoltà si può tuttavia rispondere che la questione, iniziata sulla fine del 1232 od in principio del 1233, rimase poi lungamente sopita, finchè rincrudì d'un tratto sulla fine del 1233 medesimo: la lettera di Gregorio IX rimase inadoperata per circa un anno, com'ebbero poi appunto a rilevare i Moncalieresi. Perchè questo soprassedere del vescovo di Torino e questo riaccendersi del litigio più tardi, non possiamo con sicurezza esplicare: proporrò tuttavia un'ipotesi alquanto più innanzi. Ad ogni modo, importa constatare che già in principio di marzo del 1234 erano in Milano il prevosto di San Dalmazzo ed un certo Novarese, l'uno inviato, l'altro procuratore del vescovo di Torino, e Guidetto di Osio, procuratore o sindaco di Moncalieri giusta l'atto del 1 gennaio: in loro presenza, maestro Ugo Guarino, vicario dell'arcivescovo Guglielmo, d'incarico del medesimo, fisso il 4 marzo stesso, pel quindicesimo giorno a partire dal seguente, un colloquio a Biandrate coi delegati apostolici, a fine di risolvere il conflitto giurisdizionale fra questi e l'arcivescovo stesso riguardo alla questione della scomunica moncalierese, con avvertenza che se i delegati suddetti ed i procuratori delle parti non fossero comparsi nel luogo assegnato il giorno stabilito, sarebbe l'arcivescovo, od il suo vicario, proceduto oltre secondo giustizia. Così dice, almeno, il secondo documento, che giova pur riferire a maggior prova di verità.

(S. T.) Jn nomine domini. Anno dominice Jncarnacionis Millexim̃o ducentesimo trigesimo Quarto . die Sabatj . Quarto mensis marcij Jndictione Septima . Cum dominus Episcopus yporiensis . et Abas fructualiensis delegati domini Pape . domino W[illelmo] dei gratia Mediolanensi

(1) Che la lettera pontificia sia del 1233, provano indubbiamente, più che l' " anno sexto pontificatus nostri ", la residenza di Gregorio IX in Anagni, che appartiene al febbraio 1233, mentre in febbraio 1233 non si mosse dal Laterano (Auvray, *Les régistres de Grégoire IX*, nn. 1068 segg., 1742 segg., Parigi, Thorin, 1894-1895, dove però non ho trovato il documento concernente la questione moncalierese), e l'espressione di un altro documento che sarà dato più innanzi, in cui si legge: " quibus litteris pre- " fatus episcopus per annum uti supersederat ".

Archiepiscopo, per suas litteras intimassent, quod super causa excommunicationis que uertit inter Comune Montis Calerij ex una parte, et ex altera Episcopum Taurinensem parati erant cum predicto domino Archiepiscopo, in loco pdicto [illegible] ad predictum dominum Archiepiscopum iurisdictionem [illegible] partium predictarum [illegible] ad ipsum. Quare magister Iuge Guarinus vicarius domini Archiepiscopi dixit et protestatus est de uoluntate et precepto domini Archiepiscopi presentibus Preposito sancti Salonij qui propter predictam [illegible] pro predicto domino Episcopo Taurinensi Comune vicario predicto venerat cum nouariensi procuratore predicti domini Episcopi Taurinensis et presente domino Guidoto de osio procuratore sine sindico montis calerij quod die Cractina et quindecima dies mensis decimo erit predictus uicarius uel auditor sufficiens ad predictum negotium deputatus, in loco Biandrate Paratus cum predicto domino Episcopo yporiensi (sic) et abbate trucualiensi questionem iurisdictionis utrium ad predictum dominum Archiepiscopum uel ad ipsos delegatos pertinet audire per se uel per arbitros comuniter ellectos pro ut de iure conuenit et sentenciaiter diffinire. Alioquin nouerint predicti delegati et procuratores partium si in predicto loco non conuenerint die predicta, quod predictus dominus Archiepiscopus uel eius uicarius procedat in predicto negotio iustitia mediante. Datum in Curia domini Archiepiscopi.

Interfuerunt testes dominus Guifredus de iudice filius quondam domini vberti de habiate et Jacobus Pascalis filius domini Ottobelli Pascalis (1) et Ambrosius percossus filius quondam Jacobi perCossi, Cimatis Mediolanensis.

(S. T.) Ego Girardus filius quondam ser alberti de vigluc notarius sacri palatii de Parochia sancti protasij ad Monachos iussu infrascripti Vicarij scripsi.

* * *

Che cosa avvenisse in seguito alla deliberazione milanese del 1 marzo ci apprende una lettera dell'Osio al nuovo podestà di Moncalieri, Guglielmo Vialardi, vercellese:

Cprouido (sic) et discreto militi ac immense probitatis viro domino. W[illelmo]. potestati montiscalerij et uniuersis consiliaris eiusdem terre

(1) La presenza del figlio di Ottobello Pascale come teste non è senza significato.

Guidotus de oxio eorum fidelis et eorum seruitia semper facere paratus salutem et sui regiminis exitum cum honore. presenti pagina qualiter negotium uestrum processerit vobis notificare uolimus. quod die dominico. II. die aprilis fuimus nouariam et misseimus oldonem nontium uestrum bandrate (*sic*) qui debet dicere domino episcopo yporegiensi et abati fructuariensi a domino pappa (*sic*) delegati quod si ipsi ibi essent vel aliquis eorum nontius quod deberent expectare dominum vgonem uicarium domini archiepiscopi mediolani qui ibi die lune sommo mane esset paratus procedere de causa que inter eos vertebatur occasione iurisdictionis ad quem pertinere deberet uerum ad delegatos ppape (*sic*) (1) an ad dominum archiepiscopum. Mediolani. qui delegati non fuerunt nec aliquis pro eis die dominico nec sequenti. sed in terra illa de banrate (*sic*) inuenimus quod die dominico qui fuerat. xviij. die (*sic*) mensis marcij fuerat dominus martinus aduocatus vercellarum subdelegatus a dominis episcopo yporegiensei et (ab) abate frutoriensei et rofinus canonicus de liburno procurator domini episcopi taurini. et sic iuimus uercellas cum domino vgone uicario domini archiepiscopi et eisdeis) denontiauimus quod eramus parati hostendere quod iurisdictio erat domini archiepiscopi et non eorum silicet domini martini subdelegati seu delegatorum domini pape. qui rofinus procurator domini episcopi dixit quod non habebat instrumenta cause nonc (*sic*) sed tunc quando terminus primus statutus fuerat habebat nec de prorogatione primi termini aliquid audierat nec quod a domino archiepiscopo facta esset ad. xv dies post primum terminum adliquid (*sic*) nec ipse nec dominus martinus subdelegatus audiuissent que per gatum uestrum nontium literis sigilatis sigillo domini archiepiscopi facta fuit. qua propter terminus peremptorius habendi homnia (*sic*) sua iura et instrumenta est stabilitus die iouis qui erit. xij. (2) die (*sic*) aprilis uolontate domini martini subdelegati et uicari et etiam pronontiandi si una pars fuerit sine altera quod terminum uobis mittimus et credimus firmiter quod ad predictum terminum causa uestra erit expedita ita quod ministerium deo dante in pasca uel antea habebitis. et ad uitandam homnem (*sic*) causam et dilationem mittimus quod mandetis. x. libras sausinorum (*sic*) et non faciatis sicuti alias fecisti[s] et si ego uel dominus ottobellus haberemus pecuniam uobis non mitteremus. et eciam ibi in seruicio uestro dominus ottobellus habet. vj equos in ser-

---

(1) Questa forma si spiega facilmente così. Lo scrivente scrisse prima pp, abbreviazione di " pape ", poi continuò in disteso la parola.

(2) La lettura del passo è paleograficamente questa: tra " dies " e " iouis " è un'asta, colla lineetta sotto, indicante cancellatura. Eppure se il 2 aprile 1234 era di domenica, il 12 stesso mese non può esser caduto di giovedì.

uicio uestro . et nobis multum palceret (*sic . l.*: placeret) quod aliquis uester notarius sapiens et discretus ueniret cum dicta pecunia et audiret que ibi dicerentur . et non miremini quod littere iste non sunt sigilate cum dictum sigilum ibi ad presens non haberemus.

Fissato dunque il 19 marzo pel congresso di Biandrate, accadde che l'arcivescovo di Milano, od il suo vicario, lo prorogò poi al 3 aprile, mandando apposito messo con lettere suggellate a darne avviso agl'interessati. Ma intanto i due delegati apostolici destinavano in lor luogo a Biandrate, in qualità di subdelegato, Martino Avogadro di Vercelli, e parimente Ugueccione Cagnola nominava come suo nuovo procuratore il canonico Rufino di Livorno. Questi e l'Avogadro, o veramente non avvertiti, o appositamente, ad arte, si trovarono il 19 marzo al luogo del congresso, e non avendo trovato alcuno, tornarono a Vercelli, lasciando a Biandrate notizia della loro andata cola. Tale notizia fu data infatti ad Ugo Guarino ed all'Osio, quando vi arrivarono alla loro volta il 3 aprile; onde si affrettarono a recarsi a Vercelli, ma quivi venne loro risposto dal subdelegato e dal procuratore torinese che non avevano più con se i documenti necessari. In conclusione, si stabilì nuovo termine definitivo e perentorio, al congresso, il 12 aprile: del che l'Osio dava notizia al Comune di Moncalieri, domandando denaro, necessario al buon esito della causa e al decoroso vivere dei sindaci o procuratori di esso. Se il denaro fosse spedito, non so: ben risulta che, per ragioni le quali ora a noi sfuggono, l'arcivescovo di Milano si disinteressò d'un tratto alla questione e, forse costretto dal Pontefice o da qualche intrigo, dichiarò " non volersi intromettere nella causa vertente fra il vescovo di Torino ed il Comune moncalierese dinanzi al proprio vicario e ai delegati apostolici ", com'era già noto il 12 aprile ad Ugueccione Cagnola, il quale, lietissimo, costituiva quel giorno il ricordato Novarese come suo " sindaco e procuratore generale " a presentar l'istrumento della dichiarazione del De Rizolio:

(S. T.) M.CCXXX quarto . Jndicione VIJ . die mercurij XIJ mensis aprilis . Dominus hugucio dei gratia Episcopus taurinensis constituit et fecit Nouariensem seruientem suum suum sindicum et procuratorem . generalem ad presentandum Jnstrumentum (*sic*) Jn quo continetur quod dominus archiepiscopus Mediolani . non nult se Jntromittere de causa que

vertitur Jnter se ex vna parte et commune Montis Kalerij ex alia coram vicario domini archiepiscopi Mediolani . et delegato episcopi yporiensis et abbatis fructuoriensis . et ad omnia alia que fuerit Jnde dicta causa facienda. Actum in Recto Ripolarum presentibus testibus domino petro gagnola . et domino Rufino canonico de castello.

(S. T.) Ego Ambrosius de silnestro notarius Jnterfui et scripsi.

(S. T.) Ego Jacobus streius notarius autenticum huius exempli vidi et legi et sicut in eo continebatur sic et in isto legitur exemplo nihil addito uel deperto preter literas uel silabas plus minusue et ideirco subscripsj.

(S. T.) Ego Guilelmus de Magistro cunrado notarius autenticum huius exempli vidi et legi et sicut in eo continebatur sic et in isto legitur exemplo nichil addito vel deperto *etc.* (*come sopra*).

(S. T.) Ego viuianus de pontazio notarius hoc ex autentico exemplaui et sicut Jn eo continebatur *etc.* (*come sopra*).

* * *

L'improvvisa ritirata dell'arcivescovo Guglielmo, per altro, non pose termine al conflitto giurisdizionale: il 27 aprile esso continuava sempre, se il vescovo d'Ivrea scriveva quel giorno al subdelegato Avogadro di approvare " il giorno e il luogo fissati dall'abate di Fruttuaria per la causa fra il vescovo di Torino ed il Comune moncalierese „, evidentemente per una nuova " giornata „ da tenersi prossimamente:

(S. T.) Anno domini . Millesimo . CCXXXIIII . Jndictione . VII . die iouis . V . Kalendas . madii . dominus O . dei gratia yporiensis episcopus martino . aduocato subdelegato salutem . in eo qui est uera salus . Ex delegatione summi pontificis qua fungimur in hac parte tibi precipiendo mandamus . quatinus diem et locum a dilecto fratre nostro . O . fructuriensi abbate constitutum teneas firmum et ratum ac si propriis litteris nostris designaremus tibi . super causa episcopi taurinensis et communis montiscalerii. Actum est hoc in palatio domini episcopi yporiensis. Testes ibi Rogati fuerunt . paganus de albiano . gotefredus de curia . gratus magnanus. Ego bergundius de romano . Notarius . Rogatus . Scripsi.

Intanto, però, l'autorità comunale moncalierese non rimaneva inoperosa, e alla dichiarazione dell'arcivescovo di Milano

di non volerne saper altro faceva seguire immediatamente un appello al Papa, eleggendo sindaci e procuratori a patrocinare la propria causa dinanzi alla Curia romana, e facendo fondamento sugli amici che in questa contava il Comune:

S. V. Comunitas sine credentia montis calerii quod cum prepositus sancti dalmatii taurinensis diocesis auctoritate episcopi taurinensis cuius vices gerebat Eo quod . O . pascal civis mediolanensis tunc eandem loci potestas . Consilium ipsi dare noluit quia ipsi ea dicebat secundum approbatam consuetudinem hunc locum quod in ipso consilio producere vellet in ipsam credentiam sine comunitatem *et predictum . O . tunc potestatem eiusdem loci* (1) post appellationem heptime interpositam ex causa predicta . excomunicationis sententiam fulminavit . et totam terram ecclesiastico suposuit interdicto *a qua excomunicatione predictum . O . tunc potestatem . Idem episcopus taurinensis absolvit* (2) ad tandem partibus coram Archiepiscopo mediolanensi *constitutis* (3) procurator episcopi taurinensis proposuit coram ipso quod causa excomunicationis predicte commissa erat episcopo ypoliensi et abbati fructuariensi ab apostolica sede . Quare predictus archiepiscopus de predicta excomunicatione seu interdicto se intromittere non poterat nec debebat . et ex parte predictorum Judicum Quasdam litteras presentavit quod in idoneo loco erant comenire parati ad cognoscendum vtrum ad ipsos vel ad archiepiscopum pertineret iurisdictio negotii memorati . Cumque statuto termino peremptorio . vicarius predicti archiepiscopi et martinus advocatus curiensis vercelensis . cui delegati predicti comiserant vices suas in civitate vercelarum comenissent per predictum martinum delegatum stetit quominus predictum negotium debitum sortiretur effectum. Verum prefato . O . pascali sindico montis calerii impresentia (*sic*) prefati archiepiscopi constituto ab ipso humiliter postulavit . vt predictam sententiam nullam denontiaret vel etiam si aliqua reperiretur vt predictam comunitatem absolveret tanquam ab iniusta excomunicatione . Cum paratus esset secundum formam ecclesie nomine predicte comunitatis satisfacere . Et cum littere impetrate ad Judices memoratos per clausolam illam et quidam alii (*sic*) non comprehenderent Comunitatem sine credentiam memoratam. Quibus litteris prefatus episcopus per annum vti supersederat nec in ipsis de appellacione ad metropolitanum delata aliqua mentio habebatur verum cum predictus . Archiepiscopus predicto . O . respondisset quod de prefato ne-

(1) Le parole in corsivo sono aggiunte fra le linee del documento in carattere più piccolo.

(2) Cfr. l'avvertenza fatta nella nota antecedente.

(3) Come sopra.

gotio excomunicationis vel interdicti vlterius se non intromitteret. prefatus. O. nomine [suo] et predicte comunitatis et credentie sedem apostolicam appellauit. Judices

Gregorium Lasagniam canonicum sancte tegle mediolanensis. vel priorem de paulle Laudensis diocesis.

Guilielmus franceseus vialardi civis vercelensis. potestas burgi montis Kallerii congregato Conscilio eiusdem burgi more solito ad campanam constituit nomine suo et comunis eiusdem burgi et credentie suos procuratores. siue sindicos. quemlibet in solidum.
ad impetrandum et contradicendum in curia romana et Judices eligendos. et ad alios procuratores constituendos. Promittens suo nomine et predicte comunitatis ipse et predictum conscilium se ratum habiturum quicquid super premissis ducxerint vnus vel alter eorum faciendum.

(1) Istos procuratores debetis constituere secundum formam infrascriptam. (2) Castellinum de brebia. Anricum de brebia Canonicum sancti Naboris. albertinum de binago. magistrum beltramum de luca. Guillelmum rubeum Canonicum Sancti bartholomei Mediolani. vel alios amicos uestros si quos habetis in Curia Romana uel si quem mittere ibi uultis.

Questo documento è molto importante sotto parecchi rispetti. Anzitutto ci fa conoscere alcuni degli " amici „ lombardi e romani del Comune moncalierese, e c'informa degli argomenti giuridici addotti da questo per impugnare la delegazione apostolica in capo del vescovo d'Ivrea e dell' abate di Fruttuaria. Poi, ed è l'essenziale, dà la chiave di tutta la questione, indicando esplicitamente l'origine del conflitto fra il Comune di Moncalieri ed il vescovo di Torino nel rifiuto opposto dal podestà Ottonbello Pascali al prevosto di San Dalmazzo, vicario del vescovo stesso, di convocare il Consiglio comunale senza che il rappresentante episcopale dichiarasse prima che cosa in esso voleva dire, " secondo la buona consuetudine dei Lombardi „. L'attestazione è preziosa, perchè getta nuova luce sopra la vita comunale del Ducento, ma non per questo soltanto. Che cosa volesse dire il prevosto di San Dalmazzo, il documento non chiarisce e non può chiarire, dato il silenzio di lui; ma forse Ottonbello indovinava, ed anche a noi non sarà forse impossibile indagare. Rileviamo, ad ogni modo, subito che il rifiuto del po-

(1) Altra calligrafia più piccola, ma forse della stessa mano.
(2) Ognuno dei seguenti nomi è preceduto dal segno della C maiuscola.

desta di un Comune di convocare il Consiglio del luogo a richiesta di un vicario vescovile ricusante di palesare preventivamente quanto in esso voleva dire, non sarebbe stato di per sè sufficiente, in via generale, a motivar la scomunica e l'interdetto contro il podestà medesimo e contro l'intera Credenza, tanto più data la contraria consuetudine di Lombardia: bisogna dunque cercare motivi e condizioni di fatto speciali. Ora la ragione giuridica delle pretese del vescovo di Torino e delle conseguenti censure da lui scagliate contro il Comune di Moncalieri sta indubbiamente nello stato di sudditanza di quest'ultimo verso la Chiesa torinese, sudditanza che in diritto non era mai venuta meno su Testona, e che quindi i vescovi di Torino intendevano conservata anche dopo il trasporto del centro comunale a Moncalieri, nonostante la probabile consacrazione ufficiale di questo da parte della Lega lombarda. Naturale, però, d'altra parte, che i Moncalieresi non volessero assentire a novità che potessero peggiorare la loro condizione di fatto; naturale che resistessero vivamente, tanto più in un momento in cui la vicina Chieri continuava a lottare per la sua indipendenza contro lo stesso vescovo torinese. È ben vero che Torino e Moncalieri sostenevano appunto il vescovo in questa guerra con Chieri; ma già trattavano la pace, conchiusa poi alcuni mesi dopo senza far ragione ai richiami del vescovo (1), e d'altronde la loro non minore renitenza alla soggezione vescovile si scorge solo tre anni più tardi, quando tutti e tre i luoghi — Chieri, Moncalieri e Torino — del pari che Savigliano e Cuneo, si affrettarono a porsi sotto la protezione di Federico II (1238) contro Asti ed il vescovo di Torino insieme collegati anche ai danni della Casa di Savoia. A questo punto sorge spontaneo il pensiero che quanto il prevosto di San Dalmazzo voleva dire da parte del vescovo al Consiglio di Moncalieri, e che aveva ogni interesse a tacere al podestà perchè non fosse preparato a fargli contrasto, riguardasse appunto i negoziati di pace con Chieri, che al vescovo importava impedire per quanto tempo durasse la renitenza di quest'ultimo Comune verso di lui. Senza dubbio, questa è solo una congettura; ma mi pare abbastanza probabile.

(1) *Un Com. piemont.*, 12 seg.

tenuto conto della situazione generale del momento: la rinfranca, anzi, la circostanza che il dissidio, sopito per parecchi mesi, si riaccese poi d'un tratto sulla fine del 1233, quando i negoziati di pace fra Moncalieri e Torino, da una parte, e Chieri dall'altra, languiti forse ancor essi nei mesi innanzi, si ripresero con maggior probabilità di esser condotti presto a buon termine, come accadde in realtà. Se mi sono bene apposto, i documenti ora prodotti hanno grandissima importanza in quanto gettano nuova luce sopra un periodo molto oscuro della storia subalpina del Ducento (1): ad ogni modo, però, essi meritano sempre l'attenzione dello studioso da un altro punto di vista, da quello, cioè, della storia del diritto.

*
* *

Le relazioni fra Stato e Chiesa nei Comuni, così in genere come in ispecie in quei luoghi dove i vescovi esercitarono per un certo tempo un potere signorile o comitale, sono ancora poco note (2); e poco noti sono pure i rapporti fra vescovi, arcivescovi e Papato, così in sè, come in relazione coi Comuni sovradetti. Ora a questa parte essenziale della storia del diritto ecclesiastico nel Medio Evo portano un buon contributo i documenti moncalieresi che ci fanno assistere al nascere ed allo svolgersi di un conflitto giurisdizionale nella prima metà del secolo XIII, e ci porgono modo così d'indagarne e distinguerne le fasi, nonchè di rilevare un fatto che può forse estendersi a regola generale, mentre vale anche a confermare l'ipotesi precedentemente esposta intorno alle origini specifiche della contesa del 1234. Appare infatti dai nuovi documenti che alla scomunica del vescovo di Torino, cioè dell'autorità ecclesiastica immediata,

(1) Anche gli ottimi lavori del Merkel, *Manfredi I e Manfredi II Lancia*, Torino, Loescher, 1886, e *Un quarto di secolo di vita comunale e le origini della dominazione angioina in Piemonte*, Torino, Loescher, 1890, per gli anni 1230-1238, contengono quasi esclusivamente notizie concernenti il sud-ovest del Piemonte.

(2) Ad un'epoca e ad un ordine d'idee affatto diversi si riferisce il libro dell'Handlïke, *Die Lombardischen Städte unter d. Herrschaft der Bischöfe*, Berlino, 1883.

il Comune moncalierese contrappone subito il ricorso all'arcivescovo di Milano, cioè appella dal suffraganeo al metropolita. E questi da principio accoglie con premura il ricorso, assecondà i procuratori del Comune, si mostra pronto a sostenerne le ragioni, giunge persino ad affermare per bocca del suo vicario, nell'atto del 4 marzo, che se una delle parti mancherà ad un colloquio fissato, " quod predictus dominus archiepiscopus nel " eius vicarius procedent in predicto negotio iustitia mediante ". Dal canto suo, il vescovo di Torino, ossia il suffraganeo, ricorre a sua volta al Papa; e non già in appello, dopo che il metropolita ha pronunziato, ma prima della sentenza di lui, per impedire ch'essa venga pronunziata, per sottrarsi al giudizio e così eludere nel fatto la superiorità, l'intermediarietà del metropolita medesimo tra esso e la Santa Sede. Questa, poi, concede che la questione sia affidata a delegati apostolici, anzi pone fra essi un altro suffraganeo del metropolita, ciò che ne scema sempre più l'autorità, mentre afferma quella della Chiesa romana. E tutto questo non è casuale, poichè si ripete molte altre volte. Io potrei qui facilmente moltiplicare gli esempi, editi ed inediti, valendomi anche di altri documenti dello stesso Archivio moncalierese da cui sono tratti i precedenti: ma per brevità non ne cito che due, uno del principio, l'altro della metà del Trecento, di due luoghi diversi e dipendenti da vescovi diversi dell'arcidiocesi di Milano, per mostrare la continuità e la generalità del sistema. Negli anni 1311-1314 il Comune di Voghera, interdetto dal vescovo di Tortona, appellò al metropolita milanese, e n'ebbe ragione, nonostante che il vescovo appellasse dalla citazione del metropolita alla Chiesa di Roma (1). Non altrimenti, negli anni 1349-1352, il Comune biellese, assecondato dal Capitolo locale di Santo Stefano, ricorse all'arcivescovo di Milano, Giovanni Visconti, contro le prepotenze e la scomunica di Giovanni Fieschi, vescovo di Vercelli, e quegli si pronunziò recisamente contro di questo, il quale ricorse pure, ma questa volta senza successo, al Pontefice (2). Che nel caso

(1) Battistella, *Ritagli e scampoli*, 47 segg., Voghera, Gatti, 1890.

(2) Cfr. il mio lavoro *Biella e i vescovi di Vercelli*, 100 segg., Firenze, Cellini, 1896. Ugualmente, il Capitolo biellese era già ricorso all'arcivescovo di Milano contro il vescovo di Vercelli, ottenendone sentenza favorevole nel 1285.

del 1234 l'arcivescovo milanese siasi poi d'un tratto disinteressato, non significa nulla dal presente punto di vista: la cosa si spiega colle pressioni pontificie in un momento in cui interessi maggiori legavano quello col Papato per tener testa a Federico II; si spiega coll'ipotesi fatta poc'anzi, che si trattasse di sostenere il vescovo di Torino in una questione di pace di due grosse terre piemontesi con una terza ghibellina, con allontanamento conseguente, fosse pure preterintenzionale, delle due prime dalla Lega lombarda, come poi accadde realmente nel 1238. Certo, perchè il metropolita milanese, dopo aver mostrato di aver a cuore la causa del Comune di Moncalieri, rinunziasse non solo a favorirla, ma ancora dichiarasse disinteressarsene affatto rinunziando per quella volta a far valere i proprii diritti giurisdizionali, gravi ragioni dovettero essere; anzi lo stesso disinteressarsi dell'arcivescovo, piuttosto che condannar egli Moncalieri, è significativo nel senso che l'accorto prelato doveva preferire di cavarsela con una dichiarazione che non comprometteva nulla, anzichè, facendo atto di autorità contro un Comune a favore di un vescovo suffraganeo, disgustare altri luoghi da consimili ricorsi al metropolita, onde questi si afforzava rispetto ai suffraganei stessi. In realtà, nel caso moncalierese del 1234, come nel vogherese del 1311-1314 e nel biellese del 1349-1352, si tratta di un sistema costante: da una parte abbiamo l'autorità comunale e le Chiese locali che si appoggiano al metropolita contro l'autorità ecclesiastica vescovile immediata; dall'altra, questa, renitente verso il metropolita, si sforza di aver aiuto dal Papato, desideroso naturalmente di tener a segno i metropoliti, come questi i vescovi suffraganei. Considerati da questo punto di vista della storia del diritto ecclesiastico nel Medio Evo, i documenti moncalieresi qui addotti sono forse anche più notevoli che da quello della storia locale o generale subalpina del Ducento, e così parmi non inutile la publicazione e l'esame di essi.

L'Accademico Segretario

ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 14 al 28 Marzo 1897.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Annuario** della R. Università di Pisa per l'anno accademico 1896-97. Pisa, 1897; 8°.

* **Annuario** del Ministero della Pubblica Istruzione, 1897. Roma; 8°.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LV, disp. 3ª. Venezia, 1896-97; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la Historia: t. XXX, cuad. III. Madrid, 1897; 8°.

* **Bollettino** delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa. Indice, 1895; 8° (*dalla Biblioteca Nazionale centrale di Firenze*).

* **Bollettino** della Società Umbra di Storia Patria. Anno III, fasc. I. Perugia, 1897; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie: n. 1-5. Paris, 1897; 8°.

* **Giornale** della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XIX, fasc. I. Genova, 1897; 8°.

Miscellanea storica della Valdelsa. Anno V, fasc. 1. Castelfiorentino, 1897; 8° (*dalla Società Storica della Valdelsa*).

* **Publications** de l'Ecole des Lettres d'Alger. Bulletin de Correspondance Africaine. Observations grammaticales sur la Grammaire Touareg etc., fasc. 2°. Paris, 1897; 8°.

* **Revue** de l'histoire des religions. XVII année, t. XXXIII, n. 1, 2. Paris, 1896; 8° (*Annales du Musée Guimet*).

Statistica degli Scioperi avvenuti nell'Industria e nell'Agricoltura durante l'anno 1895. Roma, 1897; 8° (*dal Minist. di Agric., Industr. e Comm.*).

Desimoni (C.). Sulle marche d'Italia e sulle loro diramazioni in marchesati. 2ª ediz. Genova, 1896; 8° (*dall'A.*).

Martinetti (P.). Il sistema Sankhya. Studio sulla filosofia indiana. Torino, 1896; 8° (*Id.*).

Pestalozza (U.). I caratteri indigeni di Cerere. Milano, 1897; 8° (*dal signor L. F. Cogliati edit.-tipogr.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

N. Y. Academy of Sciences
Rec'd June 1 --Oct. 25 97

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 4 Aprile 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Direttore della Classe, Berruti, Bizzozero, Mosso, Spezia, Gibelli, Giacomini, Camerano, Segre, Peano, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Presidente dà notizia che presso la Segreteria dell'Accademia trovasi una scheda del Comitato per le onoranze al compianto collega Ferraris, affinchè i Socii possano iscrivere le loro oblazioni.

Il Segretario dà lettura di una lettera del Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio, il quale trasmette un elenco dei temi posti a premio dal Comitato dell'Esposizione internazionale di Bruxelles. I Socii potranno esaminare questi temi presso la Segreteria.

Il Presidente comunica la morte dei due Socii stranieri Carlo Weierstrass e Giacomo Giuseppe Sylvester.

Il socio D'Ovidio commemora, brevemente i due illustri defunti colle seguenti parole:

La morte di Carlo Weierstrass è lutto gravissimo per la scienza. Con Cauchy e Riemann egli costituiva una triade di sommi maestri, ai quali l'Analisi matematica deve i metodi più potenti e più fecondi nel secolo che tramonta. Il metodo del Weierstrass, che è stato chiamato *aritmetico*, presenta il carattere di un estremo rigore e di una grande parsimonia di mezzi nello stabilire i fondamenti della teoria generale delle funzioni, e la efficacia ne è ampiamente dimostrata dai classici lavori dello stesso Weierstrass e da quelli dei molti discepoli di lui.

Quantunque restio a pubblicar per le stampe le sue profonde ricerche, le quali piuttosto amava divulgare per via dell'insegnamento orale nell'Università berlinese, pure abbiamo di lui molte memorie accademiche e parecchi volumi di lezioni, che ora si vanno riunendo in unica edizione definitiva a cura dell'Accademia delle Scienze di Berlino, e che rimarranno come monumento imperituro alla sua memoria. Basti ricordare i lavori sulla riduzione di due forme bilineari o quadratiche a forma canonica, sull'esistenza delle radici delle equazioni algebriche, sui numeri complessi a più di due unità, sulle funzioni analitiche, sulle facoltà analitiche, sulle funzioni abeliane, sulle funzioni ellittiche, sulle superficie d'area minima, sulle funzioni reali continue prive di derivata.

Nell'esprimere il dolore dell'Accademia per la perdita dell'insigne suo socio straniero, mi sia concesso di farmi anche interprete del compianto della gioventù studiosa della nostra Università, la quale da non pochi anni è avvezza a sentir quotidianamente ripetere il nome venerato di Weierstrass: quest'anno segnatamente, in cui il corso di Analisi superiore è dedicato alla teoria delle funzioni ellittiche, nella quale egli fu sagacissimo innovatore.

Al nome di Weierstrass la morte inesorabile oggi associa quello di Giacomo Giuseppe Sylvester, altro illustre nostro socio straniero, del quale abbiamo appresa or ora la perdita. Tutti sanno che il Sylvester è stato uno dei più cospicui fon-

datori della così elegante e feconda teoria degl' invarianti delle forme algebriche, e poscia di quella degl' invarianti differenziali (reciprocanti): teorie, che egli strenuamente promosse e divulgò con numerose pubblicazioni, con un entusiastico insegnamento in Inghilterra e negli Stati Uniti d'America, con la fondazione dell'*American Journal of Mathematics*. La tempra dell' ingegno fervido e divinatore del SYLVESTER fa spiccato contrasto con la calma figura scientifica del WEIERSTRASS: ma codesta diversità giova a distinguere l'opera dell'uno da quella dell'altro, senza reciproco detrimento, anzi reciprocamente integrandosi. Il nome di SYLVESTER vivrà anch'esso in perpetuo nella storia della scienza, ed echeggerà frequentemente nelle aule scolastiche: specie in Italia, per la quale il geniale suo spirito ebbe calda simpatia.

Facciam voti che anche gli scritti del SYLVESTER ricompaiano in unica raccolta, accanto ai volumi dei lavori del CAYLEY, per iniziativa della Società reale di Londra.

Fra le pubblicazioni inviate in dono il Presidente segnala una memoria del Socio nazionale SIACCI, intitolata: " *Sulla costituzione atmosferica quale risulta dalle Osservazioni aereostatiche di James Glaisher, e sopra una nuova formola barometrica per la misura delle altezze* ".

Le note seguenti:

1° " *Sur quelques erreurs dans les* NUOVE TAVOLE DELLE FUNZIONI IPERBOLICHE *di* M. A. FORTI ", nota del Dr Emil LAMPE, presentata dal Socio PEANO;

2° " *Fasometro delle tangenti* ", nota dell'Ing. Riccardo ARNÒ, presentata dal Socio NACCARI,

vennero inviate alla Segreteria entro il giorno 21 marzo, in cui non si tenne seduta in causa delle elezioni politiche. Vengono accolte per gli *Atti*.

Vengono poi accolte pure per gli *Atti* le note seguenti:

1° " *Studii di logica matematica* ", del Socio PEANO;

2° " *Sull'acqua di cava* ", del Socio SPEZIA;

3° " *Ricerche sperimentali sulla tossicità del sangue di animali resi profondamente anemici* ", dei sigg. dott. Ferdinando Battistini e Lorenzo Scotoni, presentata dal Socio Bizzozero;

4° " *Di alcuni Corallari miocenici del Piemonte* ", della signorina Elodia Osasco, presentata dal Socio Camerano.

Dietro relazione favorevole dei Soci Volterra e Segre viene accolta nei volumi accademici la memoria del prof. Tedone, intitolata: " *Sulle vibrazioni dei corpi solidi omogenei ed isotropi* ".

LETTURE

Studii di Logica matematica;

Nota del Socio G. PEANO.

Da molti anni mi occupo di questi interessantissimi studii. Nel *Calcolo geometrico, preceduto dalle operazioni della Logica deduttiva*, a. 1888, esposi sommariamente gli studii del signor SCHRÖDER, *Operationskreis der Logikkalkuls*, a. 1877, del BOOLE, e di altri autori. Feci ivi vedere l'identità del calcolo sulle classi, fatto da questi Autori, col calcolo sulle proposizioni, quale trovasi negli scritti di PEIRCE, MC COLL, ecc.

Continuando queste ricerche, negli *Arithmetices principia, nova methodo exposita*, a. 1889, fui fortunato di arrivare all'analisi completa delle idee di logica, riducendole ad un numero assai limitato, che espressi coi simboli: ϵ, $\supset$, $=$, $\cap$, $\cup$, $\sim$, Λ.

Risultato di questa analisi si fu la costruzione di una scrittura simbolica, od ideografia, atta a rappresentare tutte le idee di Logica; sicchè introducendo dei simboli per rappresentare le idee di altre scienze, si può esprimere ogni teoria simbolicamente (*). Per la prima volta, in questo opuscolo, fu espressa tutta una teoria in simboli; e mi servii appunto di questi onde distinguere ciò che si può da ciò che non si può definire, il dimostrabile dall'indimostrabile, in Aritmetica.

Adoperai lo stesso strumento analitico in altri lavori, quali:

Principii di Geometria, logicamente esposti, Torino, Bocca, a. 1889.

(*) Attualmente si possono esprimere con questa ideografia le proposizioni di Logica, e di alcune teorie matematiche, specialmente algebriche. Per tradurre in simboli altre teorie, occorre l'analisi completa delle idee che vi figurano, e la loro riduzione in simboli. Sicchè l'ideografia atta a rappresentare ad es. tutte le proposizioni di matematica è solo parzialmente fatta.

Démonstration de l'intégrabilité des équations différentielles (" Mathematische Annalen ", a. 1890, p. 182).

Sur la définition de la limite d'une fonction (" American Journal ", a. 1894), ecc.

Il Prof. BURALI-FORTI espose queste nuove teorie nella *Logica matematica* (Milano, Hoepli, a. 1894); e se ne servì in numerosi lavori, quali:

Sulle classi derivate a destra e a sinistra, Atti Accademia Torino, a. 1894.

Sul limite delle classi variabili, idem, a. 1895.

Sur quelques propriétés des ensembles d'ensembles, " Mathematische Annalen ", a. 1895, ecc.

Il Prof. PIERI adottò il medesimo strumento onde analizzare i principii della Geometria di Posizione, in una serie di lavori pubblicati da quest'Accademia.

Da alcuni anni una Società sta pubblicando il *Formulaire de Mathématiques*, la cui " Introduction " apparve nel 1894; e il primo tomo, cominciato nel 1892, termino nel 1895. Questa pubblicazione deve contenere, espressi in simboli di logica, i teoremi, le definizioni e le dimostrazioni di differenti teorie matematiche.

Vi collaborarono i signori VAILATI, CASTELLANO, BURALI, GIUDICE, VIVANTI, BETTAZZI, FANO, oltre ad altri che inviarono aggiunte e correzioni. Ora è in corso di stampa il tomo II, ma molte difficoltà ne ritardano la pubblicazione.

Questa ideografia, che deriva dagli studii di logica matematica, non è solo una scrittura convenzionale abbreviata, o tachigrafia. Poichè i nostri simboli non rappresentano delle parole, ma delle idee. Si dovrà pertanto scrivere lo stesso simbolo, ove trovasi una stessa idea, qualunque sia l'espressione usata dal linguaggio ordinario per rappresentarla: e si dovranno usare simboli distinti, ove trovasi una stessa parola, che, a causa della sua posizione, rappresenta idee distinte. Noi stabiliamo adunque la corrispondenza univoca fra le idee ed i simboli, corrispondenza che non trovasi nelle nostre lingue. Questa ideografia è basata su teoremi di Logica, scoperti successivamente da LEIBNIZ fino ai nostri giorni. Si potrà cambiare la forma dei simboli,

cioè i pochi segni per rappresentare le idee fondamentali; ma non possono sussistere due ideografie differenti nella sostanza.

Ho menzionati alcuni lavori in cui si è fatto uso della ideografia, che dirò *mia* quantunque non possano sussistere due ideografie distinte, per la ragione che segue.

Il sig. G. Frege, prof. all'Università di Jena, cui dobbiamo interessanti lavori di logica matematica, di cui il primo data dal 1879, è arrivato alla sua volta, e per via affatto indipendente (*), nel libro *Grundgesetze der Arithmetik*, a. 1893, ad esprimere in simboli una serie di proposizioni riguardanti il concetto di numero. Su questo libro pubblicai un breve cenno nella " Rivista di Matematica ", a. 1895, p. 122. Recentemente il medesimo Autore pubblicò una Nota: *Ueber die Begriffschrift des Herrn Peano und meine eigene* (" Bericht. d. math. Classe d. Gesellschaft zu Leipzig ", 6 Juli 1896), ove facendo puramente menzione del Formulario, e della sua Introduzione, dubita che la mia ideografia possa servire soltanto ad esprimere proposizioni; mentreche nei lavori sopra riportati risulta evidente la sua importanza come mezzo di ragionamento.

Debbo lodare l'equanimità dei giudizii contenuti nello scritto del signor Frege; però, se noi siamo d'accordo in molti punti, le nostre opinioni diversificano ancora su varie questioni, il che proviene dal diverso significato che noi attribuiamo ad alcune parole e ad alcuni simboli.

Ma anche se si riguarda questa ideografia come una scrittura simbolica atta a rappresentare sotto forma breve e precisa tutte le proposizioni di matematica, ne è evidente la sua importanza. E questo criterio, del poter servire un simbolismo come linguaggio, serve a riconoscere se esso sia completo o no.

Fra le idee di Logica passano numerose relazioni, espresse da teoremi, o formule, di Logica. Pubblicai la raccolta delle *Formule di Logica matematica* nella " Rivista di matematica ",

(*) I lavori del Frege sono indipendenti da quelli dei numerosi scrittori di Logica matematica. Vedasi ad es. *Symbolic Logic* del Venn (London, 1894, p. 493). Non sono però in grado di pronunciare se l'ideografia del Frege sia o no completa; cioè se le sue proposizioni simboliche si possano leggere indipendentemente dal testo che le accompagna. Le formule del Frege sono, per me, di assai più difficile lettura che quelle degli altri autori.

a. 1891. Completata con nuove formule, e con numerose indicazioni storiche, dovute in gran parte al dottor Vailati, costituisce la parte I del *Formulaire*, t. I. Numerose aggiunte furono indicate da varii corrispondenti; ed una nuova edizione si fa sempre più desiderare. Molte di queste formule hanno la forma di eguaglianze, nelle quali in un membro trovasi un segno che non trovasi nell'altro membro, ovvero trovasi in questo in posizione diversa. Siffatte eguaglianze permettono di esprimere quel segno mediante gli altri; cioè si possono assumere come definizione di quel segno. Così, con definizioni opportune, si può ridurre le idee di logica ad un numero sempre più piccolo di idee fondamentali, o idee primitive, che debbono essere espresse col linguaggio ordinario, e schiarite con esempi, ma che non si possono esprimere simbolicamente mediante altre più semplici. Ma questa riduzione delle idee di logica alle fondamentali presenta serie difficoltà; ed è più facile il riconoscere quante e quali siano le idee primitive in Aritmetica e in Geometria, che in Logica.

In questa Nota tratto della riduzione delle idee di logica al minimo numero. Ammesso il significato di alcuni simboli, spiegati col linguaggio comune, tutte le altre proposizioni saranno scritte interamente in simboli, senza nulla lasciare sottinteso, o da spiegarsi in parole. Sicchè le formule sole formano da sè un testo intelligibile. Ma schiarimenti ed osservazioni intercalate, in linguaggio ordinario, ne faciliteranno l'intelligenza.

Idee primitive.

Le convenzioni che seguono, e che dobbiamo spiegare col linguaggio ordinario, rappresentano idee primitive:

1. Le lettere $a, b, \ldots x, y, z$ indicano oggetti qualunque, variabili col cambiare della proposizione.

2. Si divide una formula in parti, mediante le parentesi, ovvero coi punti. Sicchè le formule:

$$ab.c. \qquad a.bc, \qquad ab.cd, \qquad ab.cd:e.fg$$

sono equivalenti a

$$(ab)c, \quad a(bc), \quad (ab)(cd), \quad [(ab)(cd)][e(fg)]$$

3. K significa " classe ".

4. Sia a una K; $x \epsilon a$ significa " x è un a ".

5. Siano p e q delle proposizioni contenenti lettere variabili $x, \ldots z$. La formula

$$p \supset_{x,\ldots z} q$$

significa " qualunque si siano $x, \ldots z$, purchè soddisfino alla condizione p, esse soddisferanno alla condizione q ". Gli indici al segno $\supset$ si sottintendono quando non siavi pericolo di ambiguità.

6. pq indica l'affermazione simultanea delle proposizioni p e q.

La 1ª convenzione, sulle lettere variabili, ci è famigliare dall'Algebra e dalla Geometria. Essa fu già usata in Logica da Aristotele. Però è necessario di enunciarla, come pure quella sulle parentesi, volendo numerare tutte le convenzioni di cui facciamo uso.

Le idee rappresentate dai nostri simboli sono idee semplicissime, e non hanno l'esatto valore dei corrispondenti termini del linguaggio ordinario, i quali rappresentano idee più complesse. Così il segno ϵ si può leggere " è un " o latinamente " est ": ma rappresenta l'idea che si ha dal termine " est ", ove si faccia astrazione dal modo, tempo e persona. Quindi non essendovi corrispondenza esatta fra i simboli e i termini del linguaggio ordinario, l'esatto valore dei simboli si impara meglio, e facilmente, da esempi.

Per dar esempi presi dall'Aritmetica faremo uso dei simboli:

N	invece di	" numero (intero e positivo) "
Np	"	" numero primo "
$N \times a$	"	" multiplo di a ".

Esempi:

$$7 \epsilon Np, \quad 12 \epsilon N \times 4,$$

$$a \epsilon N \,.\supset.\, a(a+1)(a+2) \epsilon N \times 6$$

" Sia a un numero; il prodotto $a(a+1)(a+2)$ è multiplo di 6 ".

$$a \in \mathrm{Np} \,.\, \supset_a .\, (a-1)! + 1 \in \mathrm{N} \times a.$$

" Essendo a un numero primo, l'espressione scritta è un multiplo di a (Wilson) ".

Il segno $\supset_a$ porta qui come indice sottintesa la lettera a. Queste proposizioni constano di tre parti, ipotesi, segno di deduzione e tesi.

$$x \in \mathrm{N} \,.\, x < 17 \,.\, \supset .\, x^2 - x + 17 \in \mathrm{Np}.$$

" Qualunque si sia l'intero x, minore di 17, sempre l'espressione $x^2 - x + 17$ rappresenta un numero primo (Legendre) ".

$$a \in \mathrm{Np} \,.\, b \in \mathrm{N} \,.\, b^2 \in \mathrm{N} \times a \,.\, \supset_{a,b} .\, b \in \mathrm{N} \times a.$$

" Se il quadrato del numero b è multiplo del numero primo a, sarà anche b multiplo di a " (Euclide).

Qui l'ipotesi è l'affermazione simultanea di più proposizioni. Il segno $\supset$ porta come indici sottintesi le lettere a e b.

Daremo un esempio, in cui l'ipotesi già contiene il segno di deduzione (i nuovi segni di aritmetica che vi figurano, sono subito spiegati):

$$a \in \mathrm{N} : x \in \mathrm{Np} \,.\, \supset_x .\, \mathrm{mp}(x, a) \in \mathrm{N}_0 \times 2 : \supset .\, a \in \mathrm{N}^2$$

" Se a è un numero; e se qualunque si sia il numero primo x, l'esponente della massima potenza di x che divide a è un numero pari, lo zero compreso, allora a è un quadrato perfetto ".

Il retto uso del segno $\supset_a$ è intimamente collegato con quello delle lettere variabili. Poiche secondo le nostre convenzioni le lettere $a, b, \ldots$ rappresentano enti variabili qualunque, in ogni proposizione si deve cominciare a dire che specie di enti essi rappresentano. Quindi la proposizione:

$$a \times b = b \times a$$

per noi non ha senso, perchè incompleta. Ci si dovrà premettere il significato delle lettere a e b; e scrivere p. e.:

$$a \in \mathrm{N} \,.\, b \in \mathrm{N} \,.\supset.\, a \times b = b \times a.$$

Invece di supporre a e b degli interi, si ponno supporre fratti, irrazionali, immaginarii, e la tesi continuerà a sussistere; ma essa sarà falsa, se a e b sono quaternioni non complanari; e sarà priva di senso, se a e b sono enti, su cui non sia stata definita la moltiplicazione.

Dicesi che, in una formula, una lettera variabile è apparente, se il valore di quella formula è indipendente dalla lettera variabile. Così in $\int_a f(x)\,dx$, la lettera x è apparente.

In ogni proposizione le lettere che figurano, espresse o sottintese, al segno $\supset$, sono apparenti. Così la

$$x \in \mathrm{Np} \,.\supset_x.\, \mathrm{mp}(x, a) \in \mathrm{N}_0 \times 2$$

" qualunque si sia il numero primo x, la massima potenza di x contenuta in a è pari ", è una proposizione che esprime una condizione nella lettera a, e non nella x che si può sostituire con y, senza cambiare la condizione.

Tutte le lettere che figurano in un teorema, sono apparenti, poichè il teorema esprime una verità indipendente dalle lettere usate.

Mi sono arrestato lungamente sul segno $\supset$, e sugli indici relativi, perchè havvi divergenza fra l'uso che il signor Frege ed io facciamo dei miei simboli.

Invero il segno $\supset$ è da noi essenzialmente posto fra proposizioni contenenti lettere variabili.

Invece il signor Frege porta come esempi del segno $\supset$ le proposizioni:

$$2 = 4 \,.\supset.\, 3 + 7 = 10$$

$$2 > 3 \,.\supset.\, 7 = 0,$$

ove il segno $\supset$ trovasi fra proposizioni non contenenti lettere variabili.

Analogamente l'esempio del signor Frege:

$$x > 2 \,.\supset.\, x^2 > 2$$

non è, secondo me, completo; poichè quando si introduce una lettera x, si deve cominciare a dire che cosa rappresenta. Si potrà completare, scrivendo ad es.:

$$x \in \mathrm{N} \,.\, x \geqslant 2 \,.\, \supset .\, x^2 \geqslant 2$$

Il signor Frege considera delle espressioni della forma:

$$(\Phi(x) \supset_x \Psi(x, y)) \supset_y \mathrm{X}(y)$$

le quali parimenti non si incontrano nel Formulario, perchè in una deduzione può avvenire che l'ipotesi contenga lettere che non figurano nella tesi; ma non avviene mai che figurino nella tesi delle lettere che non si trovano nell'ipotesi. Parimenti non trovasi nel Formulario l'esempio $(2 > 3) = \Lambda$ del signor Frege.

Definizioni.

Combinando le notazioni primitive ora introdotte, possiamo comporre idee derivate, suscettibili di definizione simbolica. Per definizione simbolica d'un nuovo segno x si intende la convenzione di chiamare x un gruppo di segni avente significato già noto; e la indicheremo con

$$x = a \qquad \text{Def.}$$

Se ciò che si definisce, x, contiene lettere variabili, e se è necessario di limitare il significato di queste lettere mediante un'ipotesi, la definizione assume la forma

$$\text{Ipotesi} \;.\supset.\; x = a \qquad \text{Def.}$$

I due segni $=$ Def. quantunque scritti staccati, si devono considerare come un simbolo solo; che si legge " è eguale, per definizione ", ovvero " chiamiamo ".

Sia a una K; spesso si ha da scrivere la proposizione " x ed y sono degli a "; noi conveniamo di indicarla simbolicamente con $x, y \in a$. E siccome questa proposizione vale l'affermazione delle due $x \in a \,.\, y \in a$, così porremo per definizione:

1. $$a \in \mathrm{K} \,.\supset:\, x, y \in a \,.=.\, x \in a \,.\, y \in a \qquad \text{Def.}$$

Risulta chiaro in questo esempio il carattere comune delle definizioni, di essere abbreviazioni; chi non vuole adottare questa definizione, potrà scrivere dovunque $x \epsilon a \,.\, y \epsilon a$ al posto di $x, y \epsilon a$; le ideografie che risulterebbero adottando ovvero non adottando questa definizione non sarebbero punto in sostanza distinte. Però questa definizione reca effettivamente un'utile abbreviazione, e quindi conviene sia adottata.

La $x, y, z \epsilon a$ significa $x, y \epsilon a \,.\, z \epsilon a$, cioè $x \epsilon a \,.\, y \epsilon a \,.\, z \epsilon a$.

Siano a e b delle K. Scriveremo $a \supset b$ al posto di " ogni a è b "; e possiamo definire simbolicamente questa scrittura come segue:

2. $$a, b \epsilon \mathrm{K} \,.\, \supset \therefore a \supset b \,.=:\, x \epsilon a \,.\, \supset_x .\, x \epsilon b. \qquad \text{Def.}$$

Nella formula $x \epsilon a \,.\, \supset_x .\, x \epsilon b$, " se x è un a, sarà pure x un b ", la lettera x che figura come indice al segno $\supset$ è una lettera *apparente*, cioè il valore di essa proposizione non dipende da x; perciò essa esprime una relazione fra le lettere a e b, che noi conveniamo di indicare con $a \supset b$, ove la lettera apparente x è soppressa.

Il segno $\supset$ fra classi si può leggere " è contenuto ", mentre fra proposizioni si leggeva " si deduce ". Il fatto che esso si può leggere in più modi non prova che esso abbia più significati; ma solo che il linguaggio ordinario ha più termini per rappresentare la stessa idea. Il termine che meglio corrisponderebbe al segno $\supset$ nelle sue varie posizioni potrebbe essere " quindi " " ergo ".

Esempio:

$$\mathrm{N} \times 6 \supset \mathrm{N} \times 2$$

" ogni multiplo di 6 è un multiplo di 2 "
ovvero " multiplo di 6, dunque multiplo di 2 "
è un'applicazione della definizione 2. Se non si vuol fare uso di questa definizione, la stessa proposizione si scriverà:

$$x \epsilon \mathrm{N} \times 6 \,.\, \supset .\, x \epsilon \mathrm{N} \times 2.$$

" Se x è un multiplo di 6, allora x sarà un multiplo di 2 ". Il segno $\supset$ porta qui l'indice x sottinteso.

Sia a una K; scrivendo avanti il segno $x\epsilon$ si ha la proposizione $x\epsilon a$, contenente la lettera variabile x.

Viceversa, essendo p_x una proposizione contenente la lettera variabile x, con $x\epsilon p_x$ intenderemo la classe degli x che soddisfano alla condizione p_x. Sicchè, detta a questa classe, cioè posto

$$a = x\epsilon p_x,$$

la proposizione p_x sarà equivalente alla $x\epsilon a$

$$x\epsilon a \,.=.\, p_x \,.$$

Il segno $\bar{\ }$ scritto su $x\epsilon$ è il segno d'inversione, poichè questa convenzione è caso particolare di un'altra sulle funzioni. Tutto il segno $x\epsilon$ si può leggere " gli x i quali ... Nell'espressione $x\epsilon p_x$, la lettera x è apparente.

Volendosi esprimere in simboli questa proposizione, siccome non ci abbiamo formato dei simboli per dire " sia p_x una proposizione contenente la lettera variabile x ", ci occorrerà supporre la proposizione p_x ridotta alla forma $x\epsilon a$, ove a è una K; quindi porremo:

3. $$a\epsilon \mathrm{K} \,.\supset.\, \bar{x}\epsilon(x\epsilon a) = a \qquad \text{Def.}$$

" Sia a una classe; allora il segno $x\epsilon$ messo davanti alla proposizione $x\epsilon a$, dà di nuovo la classe a ". E questa definizione esprime effettivamente il primo membro non avente ancor significato, mediante il secondo. Però apparentemente essa sostituisce una notazione lunga ad una corta. E ciò avviene, perchè la proposizione contenente x s'è scritta sotto la forma $x\epsilon a$. Ma se essa è scritta sotto altra forma, la definizione precedente arreca una vera semplificazione.

Siano a e b delle K. Con $a \cap b$, ovvero semplicemente ab si indica la classe degli enti che sono ad un tempo a e b. Il segno $\cap$ corrisponde all'inciso alla congiunzione $\cdot$: l'operazione che esso rappresenta dicesi anche *moltiplicazione logica*.

Questa operazione si può definire

4. $$a, b\epsilon \mathrm{K} \,.\supset.\, ab = \bar{x}\epsilon(x\epsilon a \,.\, x\epsilon b) \qquad \text{Def.}$$

" Essendo a e b delle classi, con ab si intende l'insieme degli x che soddisfano alla condizione $x \epsilon a \,.\, x \epsilon b$ ".

Operando col segno $x\epsilon$ in ambi i membri di questa eguaglianza, si ha:

$$a, b \epsilon \mathrm{K} \,.\, \supset : x \epsilon ab \,.\, = \,.\, x \epsilon a \,.\, x \epsilon b$$

" Dire che x è un ab vale dire che x è un a, e che x è un b ": però questa eguaglianza non potrebbe servire come definizione del simbolo ab, ma solo di tutta la scrittura $x \epsilon ab$.

Così è definita la moltiplicazione logica delle classi mediante l'affermazione simultanea, o moltiplicazione logica delle proposizioni, che si è assunta come idea primitiva, e mediante il segno $x\epsilon$ che è stato definito (Def. 3). Però non mi riesce esprimere il segno ab senza far uso della def. 3.

Esempio:

$$\mathrm{Np} \cap (4\mathrm{N} + 1) \supset \mathrm{N}^2 + \mathrm{N}^2$$

" Ogni numero primo della forma $4x + 1$, ove x è un N, è la somma di due quadrati ". Non volendo fare uso delle definizioni introdotte, ma solo delle idee primitive, questa proposizione si scriverà

$$x \epsilon \mathrm{Np} \,.\, x \epsilon 4\mathrm{N} + 1 \,.\, \supset \,.\, x \epsilon \mathrm{N}^2 + \mathrm{N}^2$$

Porremo la seguente def.

5. $$a, b \epsilon \mathrm{K} \,.\, \supset : a = b \,.\, = \,.\, a \supset b \,.\, b \supset a \qquad \text{Def.}$$

" Siano a e b delle classi: diremo che $a = b$ quando ogni a è b, e ogni b è a ". In questa definizione trovasi, nel primo membro il segno $=$ fra classi, segno che si vuol definire; nel secondo membro una scrittura non contenente questo segno. I due membri sono collegati col segno $=$: ma questo si deve considerare unito al segno Def, sicchè tutto il segno $=$ Def si deve considerare come un segno solo. Sicchè è solo apparente il circolo vizioso di definire il segno $=$ facendo uso del segno stesso.

Meritano menzione le seguenti proposizioni:

$$a, b, c \in \mathrm{K} \,.\supset.\, aa = a$$
$$ab = ba$$
$$a(bc) = (ab)c,$$

già enunciate a parole da Leibniz (Opera philosophica, p. 981, e in simboli dal Boole, a. 1854, p. 29, 31, a meno del significato delle lettere, che doveva ancora essere espresso col linguaggio ordinario.

Esempio:

$$(\mathrm{N} \times 2) \cap (\mathrm{N} \times 3) = (\mathrm{N} \times 6)$$

Il segno Λ, fra classi, indica la classe nulla, cioè non contenente alcun individuo. Si può definire come segue:

6. $$a \in \mathrm{K} \,.\supset.\, \therefore a = \Lambda \,.=:\, b \in \mathrm{K} \,.\supset_b.\, a \supset b \qquad \text{Def.}$$

" Sia a una classe; diremo che la classe a è nulla, se, comunque si prenda la classe b, la a è contenuta in b ".

La proposizione $b \in \mathrm{K} \,.\supset_b.\, a \supset b$ contiene la lettera apparente b; quindi è una condizione nella sola a; sicchè possiamo convenire d'indicarla con la scrittura $a = \Lambda$, ove figura la sola lettera a.

Si badi che ciò che si è definito è la sola proposizione $a = \Lambda$; quindi per ora il complesso di segni $= \Lambda$ si deve considerare come un segno solo. Però questa notazione è vantaggiosa, poichè questa condizione $a = \Lambda$ si comporta come un'eguaglianza: vale a dire si possono dimostrare le proposizioni:

$$a, b \in \mathrm{K} \,.\, a = \Lambda \,.\, b = \Lambda \,.\supset.\, a = b.$$
$$\quad \text{"} \quad .\, a = b \,.\, b = \Lambda \,.\supset.\, a = \Lambda.$$

Ma il segno Λ non è per ora definito, cioè non si può ancora formare una eguaglianza il cui primo membro sia Λ, e il cui secondo sia un gruppo di segni noti.

Analogamente al segno Λ, si può introdurre il segno V (tutto):

7. $$a \in \mathrm{K} \,.\supset.\, \therefore a = \mathrm{V} \,.=:\, b \supset \mathrm{K} \,.\supset_b.\, b \supset a \,.$$

Ma questo segno V ha nessuna utilità pratica, e non trovasi mai nel Formulario.

Esempio:

$$N^3 \cap (N^3 + N^3) = \Lambda$$

" numeri cubi, somme di due cubi, non esistono ". Volendosi esprimere questa proposizione senza far uso delle definizioni, ma colle sole idee primitive, essa diventa:

$$x \epsilon N^3 . x \epsilon N^3 + N^3 . a \epsilon K . \supset . x \epsilon a.$$

Siano a e b delle classi: $a \cup b$ indica la più piccola classe contenente a e b. Il segno $\cup$ si legge o: l'operazione indicata da questo segno dicesi addizione logica.

Questo segno si può definire coi simboli precedenti, come segue:

8. $\quad a, b \epsilon K . \supset . a \cup b = x \epsilon (c \epsilon K . a \supset c . b \supset c . \supset_c . x \epsilon c).$ Def.

" Avendo a e b il detto significato, $a \cup b$ indica l'insieme degli individui appartenenti ad ogni classe c che contenga le due classi a e b ".

Si ha:

$$a, b, c \epsilon K . a \supset c . b \supset c . \supset . a \cup b \supset c \qquad \text{[Leibniz, pag. 96]}$$
$$. \supset . a(b \cup c) = ab \cup ac$$

Questa esprime la proprietà distributiva della moltiplicazione logica rispetto all'addizione: proprietà enunciata dal Lambert nel 1781.

Esempio:

$$Np \cap (3 + N) \supset (6N - 1) \cup (6N + 1)$$

Questa proposizione si esprime senza far uso della def. 8 in questo modo:

$$x \epsilon Np . x > 3 . a \epsilon K . 6N - 1 \supset a . 6N + 1 \supset a . \supset . x \epsilon a.$$

Essendo a una classe, con $\sim a$ si intende la classe dei non a, che si può definire come segue:

9. $\quad a \in \mathrm{K} \,.\supset.\, \sim a = x \in (b \in \mathrm{K} \,.\, a \cup b = \mathrm{V} \,.\supset_x.\, x \in b)$ Def.

" Con $\sim a$ intendiamo l'insieme degli x appartenenti ad ogni classe b tale che con a dia per somma il tutto ".

Così la negazione è espressa mediante il segno $\sim$ e il V. Fra le tante identità che si hanno, menzionerò le due

$$a, b \in \mathrm{K} \,.\supset.\, \sim (a \cup b) = (\sim a) \cap (\sim b)$$
$$\sim (a \cap b) = (\sim a) \cup (\sim b),$$

espresse in simboli (a meno del significato delle lettere) da De Morgan nel 1858.

Dalla prima si ricava

$$a, b \in \mathrm{K} \,.\supset.\, a \cup b = \sim [(\sim a) \cap (\sim b)],$$

la quale potrebbe servire come definizione del segno $\cup$ mediante i segni $\sim$ ed $\cap$; così effettivamente si era fatto nel Formulario; ma l'attuale scelta porta ad una riduzione ulteriore.

I segni $\supset$ ed $\cap$ si possono trovare fra proposizioni, ovvero fra classi, e si è dedotto il secondo significato dal primo, colle definizioni 2 e 4. I segni $=$, $\subset$, $\cup$, $\sim$ definiti fra classi, compaiono pure fra proposizioni, e saranno definiti come segue:

10. $\quad a, b \in \mathrm{K} \,.\supset.\, \therefore x \in a \,.=_x.\, x \in b :=: x \in a \,.\supset_x.\, x \in b : x \in b \,.\supset_x.\, x \in a$ Def.

ovvero

" " $\quad := . \, a = b$

" Diremo che le due proposizioni condizionali in x, $x \in a$ ed $x \in b$, sono, rispetto ad x equivalenti, se dalla prima si deduce la seconda, e viceversa; o ciò che fa lo stesso, se le classi a e b sono eguali ".

I segni $\supset$ ed $=$ hanno un'altra posizione, che spesso si presenta, e che definiremo come segue:

11. $\quad a, b, c \in \mathrm{K} \,.\supset:: x \in a \,.\supset_x: x \in b \,.\supset.\, x \in c \,.\therefore\, =: x \in a \,.\, x \in b \,.\supset_x.\, x \in c.$

ovvero

" " $= . ab \supset c$ Def.

" Essendo a, b, c delle classi, diremo che da $x \epsilon a$ si deduce rispetto ad x, che da $x \epsilon b$ si deduce $x \epsilon c$, quando da $x \epsilon a$ e da $x \epsilon b$ si deduce $x \epsilon c$: cioè quando la classe ab è contenuta in c ".

12. $a, b, c \epsilon \mathrm{K} . \supset :: x \epsilon a . \supset_x : x \epsilon b . = . x \epsilon c . \therefore = . ab \supset c . ac \supset b$ Def.

" E diremo che se $x \epsilon a$, la condizione $x \epsilon b$ è equivalente alla $x \epsilon c$, quando, nell'ipotesi $x \epsilon a$, da $x \epsilon b$ si deduce $x \epsilon c$ e viceversa, cioè quando $ab \supset c$, e $ac \supset b$ ".

13. $a \epsilon \mathrm{K} . \supset . \therefore x \epsilon a . =_x \Lambda : = . a = \Lambda$ Def.

" Sia a una classe; diremo che la proposizione $x \epsilon a$ è rispetto alla variabile x assurda, e si scrive come nella formula, quando la classe a è nulla.

14. $a, b \epsilon \mathrm{K} . \supset : x \epsilon a . \cup . x \epsilon b . = . x \epsilon a \cup b$ Def.

" Scriviamo $x \epsilon a . \cup . x \epsilon b$, che leggiamo x è un a, o x è un b, invece di x è un a o b ".

15. $a \epsilon \mathrm{K} . \supset : \sim (x \epsilon a) . = . x \epsilon \sim a .$ Def.

che esprime la negazione d'una proposizione mediante quella d'una classe.

Queste definizioni hanno il primo membro più complicato del secondo, il che dipende dall'aver espresse le proposizioni su cui operiamo sotto la forma $x \epsilon a$.

Per sopprimere delle parentesi, spesso si scrive il segno $\sim$ davanti al segno di relazione, cioè

16. $a \epsilon \mathrm{K} . \supset : x \sim \epsilon a . = . \sim (x \epsilon a)$ Def.

17. $x \sim = y . = . \sim (x = y)$ Def.

Affinchè alcune definizioni precedenti possano ricevere tutta la generalizzazione che occorre nelle nostre formule, è necessario introdurre l'idea della coppia.

$(x:y)$ indica la coppia formata dagli oggetti x ed y.

Questa coppia è considerata come un nuovo oggetto. Nel Formulario, invece di $(x;y)$ si è scritto semplicemente (x,y), non essendovi, in pratica, pericolo di ambiguità colla definizione 1ª.

L'idea di coppia è fondamentale, cioè noi non la sappiamo esprimere mediante i simboli precedenti. Però possiamo definire l'eguaglianza di due coppie:

18. $$(x;y)=(a:b) \,.=.\, x=a \,.\, y=b \qquad \text{Def.}$$

" la coppia $(x:y)$ dicesi eguale alla $(a:b)$, quando i loro elementi sono ordinatamente eguali ".

Coll'idea di coppia possiamo esprimere alcune importanti regole di ragionamento, che già esposi, col linguaggio comune, in miei lavori; ma che ora possiamo esprimere completamente in simboli. Eccone una:

$$a,b,c\,\epsilon\,\mathrm{K} : x\,\epsilon\,a \,.\, (x:y)\,\epsilon\,b \,.\supset_{x,y}.\, x:y\,\epsilon\,c : \supset .\, x\,\epsilon\,a \,.\supset: (x:y)\,\epsilon\,b \,.\supset.\, (x:y)\,\epsilon\,c \,.$$

" Siano a, b, c delle classi. Suppongasi che qualunque siano x ed y, se x appartiene alla classe a, e se la coppia $(x:y)$ appartiene alla classe b, allora questa coppia appartenga alla classe c. Allora qualunque sia x, purchè sia un a, si deduce, che qualunque sia a, purchè la coppia $(x:y)$ soddisfi alla condizione b, la coppia $(x:y)$ soddisfera alla condizione c ".

Questa regola di ragionamento dicesi " esportare o " separare le ipotesi ". Sussiste pure la proposizione inversa.

Esempio:

$$a\,\epsilon\,\mathrm{N} \,.\, b\,\epsilon\,\mathrm{N}\times a \,.\, c\,\epsilon\,\mathrm{N}\times b \,.\supset.\, c\,\epsilon\,\mathrm{N}\times a.$$

Qui il segno $\supset$ porta sottintesi gli indici a, b, c. Esportando le ipotesi relative ad a e b, si ha:

$$a\,\epsilon\,\mathrm{N} \,.\, b\,\epsilon\,\mathrm{N}\times a \,.\supset: c\,\epsilon\,\mathrm{N}\times b \,.\supset_c.\, c\,\epsilon\,\mathrm{N}\times a.$$

Il primo segno $\supset$ porta sottintesi gli indici a e b; il secondo l'indice scritto c. E per la def. 2, si può pure scrivere:

$$a\,\epsilon\,\mathrm{N} \,.\, b\,\epsilon\,\mathrm{N}\times a \,.\supset.\, \mathrm{N}\times b \supset \mathrm{N}\times a.$$

La terna $(x;y:z)$ si può considerare come la coppia formata di $(x;y)$ e di z.

Le definizioni 10-15 esprimevano operazioni su proposizioni della forma $x \epsilon a$, cioè proposizioni contenenti una sola lettera variabile x. Ma noi possiamo supporre che x rappresenti una coppia, una terna, cioè un sistema qualunque di lettere: quindi, col concetto di coppia, quelle definizioni esprimono operazioni su proposizioni condizionali qualunque.

La proposizione $a \sim = \Lambda$, ove a è una classe, significa pertanto " gli a esistono ". Siccome questa relazione si presenta assai spesso, alcuni collaboratori ritengono utile indicarla con una notazione sola, invece del gruppo $\sim = \Lambda$. Chi è di tale opinione potrà porre per es.

19. $$a \epsilon \mathrm{K} \,.\, \supset : \exists a \,.=.\, a \sim = \Lambda$$ Def.

Esempio:

$$\exists\, N^2 \cap (N^2 + N^2)$$

" esistono quadrati somme di due quadrati ".

Il segno $=$ si è già definito fra due classi, fra due proposizioni, fra due coppie; e nelle scienze matematiche si definisce sempre nuove volte, quando esso si trova fra enti nuovamente introdotti.

Si può dare la definizione generale:

20. $$x = y \,.=:\, a \epsilon \mathrm{K} \,.\, x \epsilon a \,.\, \supset_a .\, y \epsilon a \,.$$ Def.

" Diremo che l'ente x è eguale all'ente y, quando ogni classe a contenente x contiene pure y ".

Ma resta a far vedere come le varie definizioni particolari entrino in questa.

Essendo x un oggetto qualunque, con ιx si intende la classe formata di questo solo oggetto:

21. $$\iota x = \overline{y \epsilon (y = x)}$$ Def.

" con ιx si intende l'insieme degli y che soddisfano alla condizione $y = x$ ".

Si hanno le eguaglianze

$$a \in \mathrm{K} \,.\, \supset : x \in a \,.\, = \,.\, \iota x \supset a$$
$$\text{,,} \quad x \in \sim a \,.\, = \,.\, \iota x \cap a = \Lambda$$
$$\text{,,} \quad x, y \in a \,.\, = \,.\, \iota x \cup \iota y \supset a$$

che esprimono le proposizioni $x \in a$ ed $x \in \sim a$, mediante altre in cui non trovansi i segni $\in$, $\sim$.

Viceversa, sia a una classe contenente un solo individuo, cioè: esistano degli a, e comunque si prendano due individui x ed y di a, essi siano sempre eguali. Questo individuo lo indicheremo con $\bar{\iota} a$. Sicchè

22. $a \in \mathrm{K} \,.\, \exists a : x, y \in a \,.\, \supset_{x,y} .\, x = y : \supset : x = \bar{\iota} a \,.\, = \,.\, a = \iota x$ Def.

Veramente questa definizione da il significato di tutta la formula $x = \bar{\iota} a$, e non del solo gruppo $\bar{\iota} a$. Ma ogni proposizione contenente $\bar{\iota} a$ è riduttibile alla forma $\bar{\iota} a \in b$, ove b è una classe; e questa ad $a \supset b$, ove è scomparso il segno $\bar{\iota}$; quantunque non ci riesca formare un'eguaglianza il cui primo membro sia $\bar{\iota} a$, ed il secondo un gruppo di segni noti.

Esempio:

$$a, b \in \mathrm{N} \,.\, a < b \,.\, \supset \,.\, b - a = \bar{\iota}\, \mathrm{N} \cap x \in (a + x = b)$$

" Essendo a e b degli N, e $a < b$, $b - a$ indica quel numero x tale che aggiunto ad a dà b ".

La def. 6 ci da il significato di tutto il simbolo $= \Lambda$; si può definire il simbolo Λ:

$$\Lambda = \bar{\iota}\, \mathrm{K} \cap a \in (b \in \mathrm{K} \,.\, \supset_b .\, a \supset b)$$

ovvero

$$\Lambda = \bar{\iota}\, x \in a \in \mathrm{K} \,.\, \supset_a .\, a \sim a = x)$$

" nulla è il valor comune dell'espressione $a \sim a$, qualunque sia la classe a ".

Si ha pure

$$a \in \mathrm{K} \,.\, \supset \,.\, \sim a = \bar{\iota}\, \mathrm{K} \cap x \in (a \cap x = \Lambda \,.\, a \cup x = \mathrm{V})$$

" essendo a una classe, $\sim a$ indica quella classe x tale che moltiplicata per a da il nulla, e sommata con a da il tutto ".

Questa è la definizione della negazione di a, data dal sig. SCHRÖDER, nella " Algebra der Logik ", a. 1891, p. 32, parte in simboli e parte a parole.

Daremo ancora la definizione di corrispondenza (f).

23. $$a, b \in \mathrm{K} \,.\, \supset \therefore f \in b\mathrm{f}a \,.=:\, x \in a \,.\, \supset_x .\, fx \in b.$$

" Siano a e b delle classi; diremo che f è una corrispondenza fra gli a ed i b, se scrivendo il segno f avanti ad un individuo qualunque della classe a, si ottiene un b ".

Si può definire la corrispondenza simile:

24. $$a, b \in \mathrm{K} \,.\, \supset \therefore f \in (b\mathrm{f}a)\mathrm{Sim} \,.=:\, f \in b\mathrm{f}a : x, y \in a \,.\, x \sim = y \,.\, \supset_{x,y} .\, fx \sim = fy$$

la corrispondenza reciproca:

25. $$a, b \in \mathrm{K} \,.\, \supset \therefore f \in (b\mathrm{f}a)\mathrm{rcp} \,.=:\, f \in (b\mathrm{f}a)\mathrm{Sim} : y \in b \,.\, \supset_y .\, \exists\, x \in (x \in a \,.\, fx = y)$$

e infine il numero:

26. $$a, b \in \mathrm{K} \,.\, \supset : \mathrm{Num}\, a = \mathrm{Num}\, b \,.=.\, \exists\, (b\mathrm{f}a)\mathrm{rcp}$$

" Diremo che il numero degli a è eguale al numero dei b, se esiste una corrispondenza reciproca fra gli a e i b ".

Adunque, ammessi alcuni simboli spiegati col linguaggio ordinario, e rappresentanti idee che chiamo primitive, si è potuto dare la definizione simbolica di tutti i segni che si incontrano in logica matematica.

Ma io ritengo che in questo campo siavi ancor molto a fare. Si può cercare di ridurre ulteriormente il numero delle idee ritenute primitive, ovvero tentare altre vie, assumendo come idee primitive un altro gruppo di idee, in modo da ottenere una qualche semplicità.

Le numerose eguaglianze logiche che si conoscono, e quelle che si possono trovare, permettono di seguire più vie per classificare i simboli di logica.

Esigerebbe poi uno studio più lungo la classificazione delle proposizioni di logica in primitive e derivate. Ma mi basti il richiamare l'attenzione degli studiosi su questi soggetti sommamente utili ed interessanti.

Sull'acqua di cava;

Nota del Socio GIORGIO SPEZIA.

L'importanza che finora fu attribuita alla così detta *acqua di cava* pel suo concorso, sia nelle reazioni chimiche nelle alterazioni e trasformazioni dei minerali nelle rocce, sia nelle azioni fisiche riflettenti il movimento degli strati crostosi, mi conduce a rispondere ad uno scritto, nel quale non soltanto si toglie all'acqua di cava detto concorso, ma si asserisce che essa non esista.

Il Viola, autore dello scritto, per sostenere una sua tesi, che la pressione statica (1) sola a temperatura ordinaria e senza il sussidio dell'acqua sia causa di reazione chimica fra i minerali affermò (2) che la petrografia ha o crede di avere risoluto il problema a riguardo dell'acqua di cava nel senso, che essa non esista nelle rocce; e che la perdita che si nota talvolta essicare o riscaldare le rocce tolte dal posto sia dovuta soltanto alle inclusioni liquide.

Tale affermazione, non essendo dimostrata, potrebbe essere trascurata se l'autore l'avesse pronunciata a nome suo individuale; ma avendola egli attribuita alla petrografia, nasce il diritto, in coloro che si occupano di studi petrografici, di ritenere che la petrografia, a cui accenna il Viola, sia una nuova e diversa da quella trattata dai principali petrografi e geologi moderni.

Infatti moltissimi nomi si potrebbero citare di coloro che ammettono l'acqua di cava: ma io mi limiterò a quelli di Rosenbusch, Daubrée e Walmschaffe alla cui autorità il Viola appoggiò la sua affermazione.

(1) Adotto ancora la dicitura di *pressione statica*, perchè l'esposizione di un pensiero non deve essere impedita dal solo fatto che una dicitura, usata in mancanza d'altre migliori per rappresentare un significato, possa essere ritenuta impropria. Infatti anche lo Zirkel (*Lehrbuch der Petrographie*, B. I. 1893, pag. 614) parla di *statischer Druck* per distinguerlo dalla *Mit Bewegungen verbundener Druck*.

(2) " Atti della Società toscana di Scienze naturali ,, vol. X, pag. 182.

Il Rosenbusch in un suo lavoro sul dinamometamorfismo accennando alle limitate reazioni chimiche che, secondo il suo avviso, possono esservi, dice: " Ich rechne dahin die chemische " Bindung von Wasser, welches vielleicht *als Bergfeuchtigkeit* " oder in Einschlussen vorhanden war, die Aufnahme von Ko- " lensäure, Sauerstoff und anderen *in der Bergfeuchtigkeit vorhan-* " *denen Substanzen* oder den Austritt derselben „ (1).

Il Daubree (2) afferma che tutte le roccie, anche quelle che sono le più compatte, sono impregnate di una certa quantità di acqua, che egli chiama *eau de carrière*. Chiunque poi, leggendo le opere del Daubree abbia saputo rilevare i risultati principali ottenuti dal celebre maestro della geologia sperimentale e comprendere il di lui pensiero, non dovrebbe, a mio avviso, citare quel nome per sostenere ipotesi, nelle quali si esclude l'intervento dell'acqua e del calore per le reazioni chimiche tra i minerali e pel metamorfismo delle roccie.

Il Wahnschaffe poi è citato dal Viola per affermare che: *se i pori di una roccia hanno un diametro medio non maggiore di 0,02 mm. non lasciano passare l'acqua alla pressione di un'atmosfera* (3). Non nego che tale dato, che si riferisce ai terreni atti ad una vegetazione qualsiasi (così intende il Wahnschaffe la parola *Boden* (4)) sia utilissimo per l'agricoltura, le cui indagini scientifiche non debbono scendere di molto al disotto delle radici delle piante. Ma sono d'avviso che la geologia, pel suo diverso scopo di ricerche, possa rispondere, che la permeabilità è relativa e che se l'acqua non passa alla pressione di un'atmosfera, passerà ad una pressione maggiore. Mi pare poi che se il Viola attribuisce alla pressione delle roccie in quiete la facoltà di far reagire chimicamente a secco ed alla temperatura ordinaria il pirosseno colla leucite, non possa rifiutarsi di ammettere che la pressione idrostatica debba anche influire sul passaggio dell'acqua per pori di diametro minore di 0,02 di millimetro.

Bisogna anche notare che *Bergfeuchtigkeit*, *Eau de carrière*, *Acqua di cava*, si riducono ad essere sinonimi.

(1) Tschermak's, *Min. pet. Mitt.*, vol. XII, pag. 52.

(2) Daubrée, *Les eaux souterraines à l'époque actuelle*, vol. I, pag. 4.

(3) Viola, loc. cit., pag. 177.

(4) Wahnschaffe, *Anleitung zur wissenschaftlichen Bodenuntersuchung*, pag. 3.

Ossia il Rosenbusch ed il Daubrée citati in appoggio ammettono l'acqua di cava, la quale naturalmente dipende da un grado di permeabilità e quindi da un grado di porosità della roccia.

Perciò bisogna ritenere che la petrografia che risolve il problema, secondo l'opinione del Viola, sia una petrografia affatto speciale.

La perdita in peso, che sempre danno le roccie quando appena tolte dal loro giacimento, si facciano o leggermente riscaldare ovvero si tengano a lungo in un ambiente secco, non può confondersi con la perdita, che potrebbero dare le roccie i cui minerali fossero ricchi d'inclusioni liquide.

La perdita dovuta all'acqua di cava si ottiene con una temperatura non superiore ai 150° ed in ogni caso per le roccie più compatte è sufficiente mantenerle per più lungo tempo alla detta temperatura. E ciò avviene perchè l'acqua onde escire dalla roccia non abbisogna di vincere una forte resistenza in causa della porosità della roccia stessa.

La perdita invece che può esservi per causa d'inclusioni liquide, richiede una temperatura molto più alta, perchè si aggiunge un'altra resistenza. L'acqua per escire dalle inclusioni nei minerali, costituenti la roccia, deve rompere le pareti che la rinserrano, e Pfaff ed altri (1) indicarono la difficoltà di espellere l'acqua delle inclusioni anche se il minerale sia ridotto in polvere.

D'altra parte supponendo che la perdita sia dovuta non all'acqua di cava, ma alle inclusioni liquide, è evidente, che si viene implicitamente ad ammettere un grado di porosità e permeabilità della roccia, affinchè il liquido delle inclusioni possa da essa escire dopo aver rotto le pareti che lo racchiudevano. Ammessa la porosità della roccia, si elimina la maggiore obiezione all'esistenza dell'acqua di cava.

A riguardo poi dell'alterazione dei minerali, alla quale verrebbe tolto dalla nuova petrografia il concorso dell'acqua di cava, il Viola si limita a dire ed in modo di aforismo che: *le inclusioni di acido carbonico e di altri gas, come ossigeno, idro-*

(1) " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. XVII, pag. 771.

geno, ecc. sono i centri principali d'incitamento alla alterazione e reazione dei minerali (1).

Ma quando si vuole introdurre nella scienza un aforismo, bisogna che esso venga ben provato: perchè se anche fosse proposto da un'autorità scientifica, il suo valore sarebbe sempre soltanto proporzionale direttamente alla bontà della dimostrazione, e la bontà sta anche nel prevenire le obiezioni.

Ritengo anzitutto che il Viola escluda, con la sua premessa d'impermeabilità della roccia, le inclusioni di formazione secondaria, ossia consideri soltanto, nel suo aforismo, le inclusioni congenite coi minerali primitivi costituenti la roccia.

Ciò posto, se le inclusioni si formarono nei minerali di roccie eruttive, non si capisce come gli agenti chimici gazosi, citati dal Viola, non abbiano subito reagito sulla materia inchiudente, tanto più che la chimica prova che il calore, anche non volendo ritenerlo come causa esclusiva, aiuta le reazioni chimiche. Se invece si formarono lentamente come in minerali di roccie sedimentarie, non si capisce come non abbiano avuto tempo di reagire sulla materia.

Per tali considerazioni a me pare che bisogna supporre, che quegli agenti gasosi o liquidi quando vennero inchiusi o erano già prima per sè chimicamente inerti sulla materia inchiudente, o diventarono inerti poi, rimanendo come residui di reazioni chimiche a saturazione.

Ciò posto mi sembra evidente che, dette inclusioni, che dovevano essere inerti nel momento e sotto le condizioni in cui si costituivano, non potranno mai diventare attive, senza che vi sia l'incitamento prodotto da cause ad esse estranee.

Per ciò il Viola dovrebbe, per sostenere il suo aforismo, dimostrare: quali sieno le cause che renderebbero attive le inclusioni e *specialmente* poi in qual modo l'alterazione e le reazioni chimiche partendo da tali inclusioni possano mantenersi continuative e propagarsi nella massa minerale.

S'intende che il Viola, per essere coerente alla sua speciale idea, deve nella dimostrazione escludere l'aiuto del calore e dell'acqua, il cui intervento ha per lui nessuna importanza nelle reazioni chimiche.

---

(1) Loc. cit., pag. 182.

Chi poi ritenga il calore come massimo agente di reazioni chimiche e dia alla pressione ciò che le spetta per il suo concorso, che può essere necessario, ma non equipollente a quello del calore, non trova difficoltà nello spiegare l'alterazione e trasformazione dei minerali ricorrendo alla presenza dell'acqua di cava, la quale servirebbe per la diffusione e quei processi diosmotici per cui avverrebbe il trasporto ed il cambio degli elementi chimici.

È poi per se evidente che potendo concomitanti nella loro azione il calore, la pressione e l'acqua di cava, l'alterazione e trasformazione dei minerali può succedere anche senza la presenza di inclusioni. Se queste poi preesistessero potrebbero influire sul processo chimico ed anche apparire, per un certo tempo, come centri d'alterazione; ma non potrebbero mai essere da sole centri d'incitamento, perchè questo verrebbe dai tre agenti concomitanti, ne da sole potrebbero mantenere continuativo il processo chimico.

A mio avviso, l'acqua di cava non soltanto è necessaria per l'alterazione dei minerali e pel trasporto dei prodotti delle reazioni chimiche, ma anche pel metamorfismo in genere.

Infatti supponiamo che uno strato di roccie sedimentarie si trovasse alla profondità, p. es., di 5000 metri, dove l'esperienza del pozzo di Schladebach lascia ritenere con fondamento che vi dovrebbe essere la temperatura di 160° circa. In tal caso io credo che sarebbe più facile comprendere la formazione di una struttura cristallina e la produzione di minerali, pur mantenendo la composizione chimica complessiva della roccia, quando entrassero in azione concomitante il calore, l'acqua di cava, la pressione pei suoi particolari effetti e la durata dell'azione ossia il tempo.

Tale metamorfismo è per me più comprensibile che non il supporre che il calore corrispondente alla profondità e l'acqua di cava rimangano neutrali, ritenendo che il metamorfismo sia dato dalla sola pressione statica, alla quale le esperienze finora eseguite non darebbero l'equipollenza col calore nelle reazioni chimiche.

A questo proposito il Viola non tiene conto delle esperienze di Spring asserendo che esse non furono eseguite sui silicati, e cita una recensione di Rosenbusch sopra le esperienze di Spring.

Ora mi permetto di osservare che il Rosenbusch prese allora opportunamente, per la difesa del dinamometamorfismo e per stabilire l'importanza della pressione come fattore chimico, le esperienze del joduro potassico col cloruro di mercurio, del rame col solfo ed altre, per le quali non era ancora stata controllata la vera causa della reazione avvenuta.

Successivamente lo Spring fece altre esperienze, come quelle sulla polvere pirica e sulla segatura di legno, le quali dimostrarono come la pressione non inizia una reazione chimica ed anzi tali esperienze indussero lo stesso valente sperimentatore a dichiarare che la pressione non è un agente chimico dello stesso titolo del calore.

Allora dai sostenitori del dinamometamorfismo si scrive (1): " disgraziatamente le sue esperienze importanti per il meta- " morfismo delle roccie non riguardano i silicati, sicchè i risultati, " che egli ottenne, non sono applicabili alla reazione tra leucite " e pirosseno ".

Quando le prime esperienze di Spring parevano essere utili per sostenere il dinamometamorfismo, esse diventavano anche applicabilissime ai silicati, benchè si fosse sperimentato su composti chimici ai quali era estraneo il silicio; quando invece le seconde esperienze furono contrarie, allora non rimasero più applicabili alla reazione fra i silicati.

A me pare che tale opportunismo non sia di vantaggio al progresso scientifico.

Io credo che in geologia, quando un problema può trovare dati di risoluzione in esperienze eseguite, non sia un valido appoggio per chi ha un'opinione discorde dal risultato delle esperienze, il trincerarsi dietro l'affermazione che le esperienze fatte non sono applicabili al caso da lui considerato.

Per sostenere l'opinione e per l'utilità della scienza è meglio ripetere l'esperienza pel caso speciale che si contempla. Capisco che può essere rincrescevole il rinnovare un esperimento quando si temono disinganni: ma il rassegnarsi a questi è dote necessaria ad ogni sperimentatore.

Però considerando che le esperienze, che riflettono l'argomento, si possono eseguire sino alla pressione di 20000 atmo-

(1) Viola, loc. cit., pag. 180.

stere, mi sembra che chi vuole sostenere che il pirossino e la leucite reagiscono a secco fra loro soltanto colla pressione statica, dovrebbe eseguire l'esperimento e s'intende che sarà sufficiente di ottenere soltanto quella minima traccia di reazione, perchè evidente, che possa autorizzare di credere che poi l'energia della forza possa essere sostituita dalla durata di essa ossia dal tempo.

Se la reazione avverrà dando luogo al plagioclasio, alla calcite ed al quarzo, come facilmente si ottiene scrivendo un'equazione chimica, l'esperienza segnerà l'avviamento al trionfo del dinamometamorfismo a secco ed a temperatura ordinaria; se invece la reazione non succederà, sarà stabilito un limite di pressione al disotto del quale tale specie di dinamometamorfismo non sarà possibile, ossia un limite al disotto del quale si può essere sicuri che, anche per le reazioni fra i silicati, la pressione puramente statica delle roccie in quiete non può, con temperatura ordinaria ed a secco, produrre un lavoro dinamico invertibile in lavoro chimico. In ogni caso quindi il risultato dell'esperienza, sia esso positivo o negativo, sarà sempre di un interesse scientifico molto maggiore della supposizione.

Tale esperienza poi, se darà risultato positivo, avrà maggior valore che l'addurre in favore della pressione la diminuzione di volume molecolare nei minerali risultanti dal metamorfismo. Perchè si sa che l'aumento o la diminuzione che avviene, secondo i casi, nel volume molecolare del prodotto delle reazioni rispetto alla somma dei volumi molecolari delle sostanze fra loro reagenti, è un fenomeno indipendente dalla causa che inizia la reazione.

Nè credo poi che l'esperienza sia inutile per stabilire in via approssimativa un carico di roccie corrispondente alla pressione, come ritiene il Viola, adducendo il fatto dei ciottoli rotti nei conglomerati miocenici e partendo dalla premessa che la rottura di essi sia prodotta soltanto dal carico statico.

A mio avviso il paragone non sta; perchè la rottura dei ciottoli potrebbe anche essere dovuta a quelle stesse cause, che meglio spiegano la rottura ed il distacco dei cristalli in quelle geodi, nelle quali si può riconoscere che, dalle pareti non si comunica ai cristalli alcuni effetti di carico soltanto statico.

In ogni caso prima di ammettere, e dedurne conseguenze,

che la rottura dei ciottoli nei conglomerati miocenici sia dovuta solamente alla pressione statica, bisogna dimostrare la poca probabilità che tale rottura possa avvenire per l'urto, p. es., durante un terremoto con scosse sussultorie.

Ritornando all'argomento principale, l'aforismo sulle inclusioni stabilito dal Viola mi aveva condotto a provare brevemente il concorso che può dare l'acqua di cava per le reazioni chimiche fra la materia minerale e pel movimento dei prodotti d'alterazione, cosa d'altronde molto conosciuta; tuttavia io non do alla mia dimostrazione alcun valore per stabilire che l'acqua di cava esista, essendo ciò già provato dalle esperienze che paiono dal Viola trascurate.

Notissime sono quelle a scopo scientifico di Delesse, di Bischof, di Thoulet e di una serie di sperimentatori che studiarono le roccie come materiale da costruzione, come Thurston, Cutting, Bauschinger, Hauenschild, ecc.; e tutti sono d'accordo nell'ammettere che anche le roccie più compatte assorbono dell'acqua e che perciò posseggono un certo grado di porosità e di permeabilità. A tali esperienze bisogna aggiungere quella di Stapff, il quale confermò la presenza dell'acqua di cava e come egli la chiama *eau hygroscopique*, nelle roccie anche a profondità, avendola trovata in un *gneiss* granitico a 600 metri dall'imbocco Nord della galleria del Gottardo e 410 metri sotto la superficie del suolo.

Io ritengo che anche i fatti osservati e le esperienze eseguite nell'applicazione industriale di una scienza, non debbono essere trascurati, potendo essi sovente divenire più utili, per il progresso della scienza stessa, che non le ipotesi e relative disquisizioni.

I fatti osservati e le esperienze sono gli alimenti più nutritivi per l'albero della scienza geologica; sono essi che bene assimilati con logica interpretazione, con adatte analogie e con sagaci deduzioni dànno sviluppo al tronco e vanno a costituire i frutti; mentre le sentenze senza dimostrazione e le ipotesi non fondate nè sull'esperimento, nè almeno sull'accordo fra premesse e conseguenze, finiscono generalmente ad essere eliminate come prodotti inutili.

A me pare che il Viola potesse soltanto dichiarare, che egli personalmente non ammette l'acqua di cava nelle roccie,

ma non potesse asserire che la petrografia abbia o creda di avere risoluto il problema a seconda della sua opinione.

Si può discutere sul modo con cui l'acqua si trovi nella roccia, ossia sulla causa della porosità di questa; se cioè sia dovuta ad interstizi fra i minerali costituenti le roccie composte, alla struttura cristallina di quelle semplici, alla presenza di minerali sfaldabili, o linee di rottura prodotte da pressioni, ecc.; si può anche discutere se l'acqua di cava serva alle reazioni chimiche o non; ma non credo possa ancora essere argomento di discussione la sua esistenza.

Ad ogni modo essendo tale esistenza un fatto dato dall'esperimento, il valore di esso non si può annullare senza dimostrare che le esperienze furono male eseguite ripetendole con più accuratezza.

Ed il Viola avrebbe fatto bene, se come ingegnere di miniere ossia nella posizione di eseguire importanti osservazioni sull'argomento, fosse ricorso all'esperimento per confermare il suo asserto. Le sue esperienze avrebbero certamente avuto maggior valore per sostenere la sua tesi che non le parole del suo scritto (1): *le inclusioni liquide dissolgono i minerali secondarii e li trasportano nelle fenditure*: le quali parole attestano la mancanza di accordo fra premesse e conseguenze sia nel fatto speciale della reazione fra il pirosseno e la leucite, sia nella tesi generale dell'acqua di cava.

Pel fatto speciale, che cioè le inclusioni liquide trasportino i prodotti secondarii: quarzo, calcite, sesquiossido di ferro ecc. (2) bisogna che la leucite ed il pirosseno contengano inclusioni liquide. Ora il Viola parlando delle inclusioni della leucite dichiara che esse sono di pirosseno, di apatite e di gas (3) ed indicando quelle del pirosseno, afferma che sono quasi esclusivamente di magnetite (4): e non v'ha dubbio che, se fossero state osservate inclusioni liquide in qualcuno dei due minerali, esse sarebbero state peculiarmente accennate per l'importanza, che il Viola ammette alla loro presenza pel trasporto dei prodotti secondarii.

(1) Loc. cit., pag. 182.
(2) Viola, loc. cit., pag. 182.
(3) Viola, loc. cit., pag. 171.
(4) Viola, " Boll. Com. geol. ,, 1896, pag. 20.

Per la tesi generale poi, l'asserire, che le inclusioni liquide disciolgono i minerali secondarii e li trasportano nelle fenditure, appare quasi una contradizione: perchè è naturale che tale trasporto di sostanze in soluzione richiede quella porosità e grado di permeabilità nelle roccie, che il Viola non ammette e che sono la base dell'esistenza dell'acqua di cava.

Ricerche sperimentali sulla tossicità del sangue di animali profondamente anemici

(Contributo alla patologia delle gravi anemie).

Parte Prima.

Nota dei Dott. FERDINANDO BATTISTINI e LORENZO SCOFONE.

Al gruppo nosologico complesso delle anemie appartengono forme speciali molto affini fra di loro per i fenomeni clinici ai quali dànno luogo: diverse però assai dal punto di vista eziologico e che per la gravezza con cui sogliono decorrere, hanno preso il nome di anemie perniciose, progressive. Esse, oltrechè per i caratteri inerenti alle lesioni morfologiche e chimiche del sangue, si differenziano anche per il modo con cui si comportano di fronte ai mezzi ordinariamente adoperati per combattere le anemie. Così è noto che il ferro si mostra quasi assolutamente inefficace contro le medesime, ed anche la trasfusione di sangue, la quale è capace di produrre vere risurrezioni in casi di anemia acuta da emorragia, secondo il giudizio dei più, o è inutile, o può anche talvolta riuscire nociva. Questo giudizio intorno al valore della trasfusione nelle anemie perniciose, se, come si è detto, è condiviso dalla maggior parte dei clinici, non risponde però sempre alla esattezza dei fatti. In vero nella Clinica medica di Torino, dove da parecchi anni il Professore Bozzolo ha diretto la sua attenzione allo studio di questo interessante argomento, vennero osservati buon numero di casi riferibili ad anemia molto avanzata con tutte le alterazioni degenerative caratteristiche degli elementi del sangue, nei quali,

la cura colla trasfusione ebbe un esito molto soddisfacente. Ma accanto a questi casi favorevoli, bisogna pure registrarne pochi altri, nei quali, dopo la trasfusione, ben lungi dal manifestarsi un miglioramento od un arresto anche soltanto temporaneo dei fenomeni riferibili all'anemia, si ebbe invece un aggravamento dei sintomi che condusse presto alla morte.

Per quali ragioni, in circostanze apparentemente analoghe, i risultati sono così diversi? Le differenze non sono con probabilità imputabili al sangue introdotto, perchè questo proveniva naturalmente sempre da individui sani e la trasfusione veniva fatta sempre colle stesse cautele. Esse devono dunque ricercarsi di preferenza nelle condizioni dell'individuo malato. Il grado diverso dell'anemia ha certo un'importanza: anzi, secondo alcuni, la trasfusione non riesce perchè praticata troppo tardi. Tuttavia, sebbene questa importanza non possa essere negata sta il fatto che in uno dei casi sopracitati la trasfusione riuscì a salvare una malata di anemia cronica in condizioni tanto gravi che il tasso emoglobinico all'emometro del Fleischl era ridotto al 10 % e il numero dei corpuscoli rossi era inferiore a milione. Per ispiegare gli insuccessi molti hanno incolpato il fermento della fibrina che viene introdotto col sangue e che può dare i noti fenomeni della intossicazione studiata da Köler (1): però questi pericoli sembrano in realtà molto minori di quanto non si creda, poichè, secondo le ricerche di Landois (2), intervengono soltanto quando la defibrinazione sia stata male eseguita e l'iniezione del sangue avvenga prima che tutta la fibrina sia precipitata. Questi pericoli sono poi tanto minori quando si ricorra, come si suole fare per lo più nella Clinica, alla trasfusione sottocutanea od intraperitonale. Piuttosto ci sembra meritare importanza la considerazione dello stato in cui si trova il sangue dell'individuo trasfuso per rispetto a quello che viene introdotto.

Già Quincke (3) nelle sue pregevoli osservazioni sull'anemia perniciosa a proposito di due casi di trasfusione seguiti da emoglobinuria ed albuminuria, per ispiegare il fatto, di molta importanza alle condizioni del sangue dell'individuo trasfuso, come si vede dal passo seguente: " Probabilmente ebbe qui luogo dissoluzione di una parte dei corpuscoli rossi ed una irritazione dei reni, come osservò Pontick in seguito all'iniezione di sangue

eterogeneo. Si deve ammettere che nei miei casi la differenza fra il sangue sano e quello ammalato, fosse così forte come suole ordinariamente avvenire soltanto fra specie diverse e che perciò una parte dei corpuscoli rossi andò distrutta: non si può dire se degli auctoctoni o di quelli immessi ». Lo stesso osservatore non esita ad emettere l'ipotesi che in determinate circostanze, il sangue trasfuso, non ancora uniformemente commisto, agisca su alcuni organi transitoriamente come *veleno*. Come si vede è già espressa in questa ipotesi di Quincke l'idea che in talune circostanze, e ciò tanto più facilmente quanto più è grave l'anemia e quanto più essa dura da lungo tempo, in seguito alla trasfusione di sangue umano per le differenze esistenti fra sangue sano e quello ammalato, possa svilupparsi una forma di intossicazione. Fra i casi sgraziati che uno di noi ha avuto occasione di osservare nella Clinica, ha richiamato in modo speciale la nostra attenzione uno relativo ad un uomo in cui la morte avvenne dopo circa due giorni e con fenomeni di coma che ricordavano molto da vicino il quadro di una autointossicazione. Ne nacque perciò il desiderio di portare un contributo allo studio di questo problema. Esso però, come si vede di leggieri, si riattacca molto da vicino con quello della patogenesi delle anemie gravi, patogenesi tuttora oscura. Prima di studiare collo esperimento gli effetti della trasfusione in animali profondamente anemici ed in condizioni che ricordino l'anemia perniciosa osservata sull'uomo, ci parve logico di determinare quali fossero le proprietà del sangue di questi animali per rispetto ad altri normali. Se in taluni casi di anemia perniciosa avviene la morte in seguito alla trasfusione per fenomeni tossici intervenuti indipendentemente dall'azione del fermento della fibrina, ma per un veleno formatosi nell'organismo anemico e capace d'agire deleteriamente anche sul sangue introdotto colla trasfusione: parve che questo fosse il mezzo più adatto per metterlo in evidenza. Le ricerche di cui esponiamo ora i risultati sono state indirizzate a questo scopo. In altro lavoro ci riserviamo di esporre quanto abbiamo osservato in altre esperienze già in corso su quella parte che interessa più direttamente il problema della trasfusione nelle anemie e che, come si è detto, ci servirono di punto di partenza.

Prima di riferire il metodo di ricerca da noi seguìto cre-

diamo opportuno premettere alcune considerazioni sui concetti che hanno servito di guida nella scelta.

I dati clinici, i quali fanno sospettare che anche nelle anemie perniciose i disordini osservati siano riferibili ad una intossicazione, sono oggigiorno abbastanza numerosi. Esaminiamoli brevemente tenendo calcolo di quelli che hanno più diretta attinenza col nostro argomento.

Il fatto più caratteristico che si rileva in questi casi è rappresentato dalla diminuzione progressiva delle emazie. Questa diminuzione, come è noto, venne attribuita sia ad anematosi che ad una esagerata ematolisi. Se non si può escludere che l'anematosi vi abbia una parte, è però certo che l'ematolisi vi esercita quella predominante e più direttamente dimostrabile. Gli studii di Quincke (4) hanno pei primi messo in rilievo la grande quantità di ferro che in questi casi si deposita nel fegato e anche rilevabile nei reni come in altri organi ghiandolari. Il fatto dopo d'allora ha trovato ampia conferma e fu studiato con ispeciale acutezza da Hunter (5) dal punto di vista clinico. Egli in numerose pubblicazioni si è sforzato di dimostrare un rapporto fra la gravità della malattia e l'abbondanza dei pigmenti nelle orine, specialmente di urobilina, come pure della quantità di ferro eliminata per questa via. Egli vi attribuisce tanto valore che se ne serve anche per differenziare le anemie perniciose da quelle secondarie: cosa che può essere facilmente riscontrata da chiunque abbia pratica di questi malati. Che l'emolisi entri come fattore importante nel determinare l'anemia progressiva lo dimostrano anche molto bene i casi nei quali questa fu preceduta da ittero o si è accompagnata ad ittero nei periodi di aggravamento. Casi consimili (Lebert, Corazza, Pepper) sono già descritti nell'antica monografia di Scheby Buch (6) e si rilevano poi riferiti qua e là in numero vario (Quincke, l. cit., 6 casi; Georgi u. Ewald (7), Bartels (8), Bristow (9) 4 casi, ecc.) nella letteratura.

Le cause di questa aumentata emolisi vengono oramai generalmente ricercate in agenti chimici di azione analoga a quelli che sono già conosciuti come veleni ematici: poiché, come risulta dalle esperienze di Silbermann (10), colla introduzione di speciali veleni: glicerina, acido pirogallico, emoglobina, si riesce a produrre negli animali un quadro molto analogo a quello del-

l'anemia perniciosa. L'esistenza di un veleno dotato di proprietà emolitiche nell'anemia perniciosa era già resa probabile dalle osservazioni di Hunter (loco cit.), confermate poi da Mott (11) e da altri; ma pare abbia trovato una conferma diretta nelle recenti ricerche di Maragliano (12), secondo le quali il siero di individui gravemente anemici, analogamente a quello di altri malati, avrebbe la proprietà di distruggere i globuli rossi che vi siano immessi. Esistono tuttora molte controversie intorno all'origine di questi veleni e nulla si sa circa la loro natura. Per rispetto alla loro origine si deve ammettere con molta probabilità che questa è multipla e la questione che vi riguarda è bene tratteggiata nel seguente periodo di Birsch-Hirschfeld (13) relatore sull'argomento delle gravi anemie al Congresso di Lipsia del 1872. Questi agenti emolitici " possono venire dal di fuori (avvelenamenti), essere prodotti da microorganismi, oppure originati nel corpo stesso (autointossicazioni) ". Prescindendo per ora dai primi che sono nel dominio della farmacologia, ecco per sommi capi che cosa si sa per rispetto agli altri.

Relativamente alla proprietà dei microorganismi di produrre sostanze capaci di distruggere gli elementi del sangue, vi sono oramai numerosi studii: ma per accennare soltanto a quelli che hanno attinenza fra i rapporti possibili di una eventuale infezione collo sviluppo di anemie gravi, basti ricordare le osservazioni di Fisch ed Adler (14) e quelle recenti di Silva (14 *bis*).

Il caso descritto da Fisch ed Adler riguarda un'anemia perniciosa svoltasi in un uomo giovane e nel quale fu possibile isolare dal sangue lo streptococco piogene entrato nell'organismo, probabilmente da una leggiera ferita infettata. Gli stessi autori studiarono l'influenza di colture sterilizzate di questo microorganismo nel coniglio, e mediante iniezioni delle medesime, sarebbero riusciti a riprodurre nell'animale di esperimento il quadro dell'anemia grave progressiva. Nei casi riferiti da Silva e relativi a due forme di anemia perniciosa progressiva di cui l'una a decorso acuto, l'altra a decorso cronico, colle colture venne isolato dal sangue lo stafilococco piogene bianco.

Non soltanto i microorganismi ma anche parassiti molto più elevati nella scala zoologica sembrano capaci di produrre l'anemia per questo meccanesimo o direttamente od anche mediante i prodotti della loro scomposizione. Così è noto dalle ri-

cerdo di Lussana (15) che l'azione tanto deletaria degli anchilostomi dovrebbe essere spiegata in un veleno dai medesimi prodotto e che viene in seguito riassorbito. Lo stesso fatto avverrebbe pel « bothriocephalus latus » che essere con grande facilità e putrefacendosi nel canal digerente riversa prodotti tossici (Wiltschour u. Dehio (16)).

I veleni ematolitici possono inoltre originarsi, come è già stato accennato, nell'organismo stesso e specialmente nell'apparato gastrointestinale o nell'intimo dei tessuti. Parlano in favore dell'origine gastrointestinale parecchi dati, cioè: la presenza quasi costante di alterazioni anatomiche dello stomaco e dell'intestino nelle forme di anemia grave; l'aumento dei prodotti di putrefazione e finalmente il buon esito determinato dalle cure dirette a migliorare le funzioni digerenti.

Già le osservazioni di Senator (17), di Brieger e di Hennige (18) hanno dimostrato che nelle anemie gravi è molto aumentata la quantità di indacano come pure di altri prodotti aromatici, che si elimina colle orine. Hunter ha pure trovato un aumento dei solfati aromatici che passano nell'orina, in rapporto colla gravità della malattia, ed oltre a ciò sarebbe riuscito ad isolare due ptomaine analoghe alla putrescina ed alla cadaverina ed un'altra della natura delle diamine.

Hanno poi speciale importanza a questo proposito i casi di Sandoz (19), Meyer (20), Kaufmann (21), ecc. ecc., nei quali le lavature gastriche coll'aiuto eventuale di enteroclisteri riescono a provocare un rapido miglioramento della malattia.

La teoria che fa risalire l'origine dell'autointossicazione nell'apparato digerente, conta molti partigiani specialmente fra gli inglesi (Hunter, Mott, Bond e Copemann, Crozer e Griffiths Buu).

Ma nell'anemia perniciosa non ha probabilmente luogo soltanto una distruzione maggiore degli elementi del sangue; sibbene anche degli elementi dei tessuti e con probabilità negli stadii avanzati, come accennò il Silva (22), si stabilisce un giro vizioso, poichè l'intossicazione gastroenterica produce l'anemia, e quest'ultima a sua volta favorisce lo sviluppo d'una autointossicazione nell'intimo dei tessuti. Clinicamente questa intossicazione di origine parenchimatosa è dimostrata dal fatto che in casi oramai abbastanza numerosi la morte avvenne con fe-

nomeni di coma e analoghi al *complesso sintomatico di Kussmaul*. L'insorgere del coma in simili circostanze venne per la prima volta osservato da Müller (23) e confermato poi in scala assai più vasta da Senator (24) e da Riess (25). Anzi Senator non esita a dichiarare che " all'infuori del diabete, l'anemia perniciosa gli sembra essere la malattia nella quale questo coma interviene con maggiore frequenza ". E per rispetto alla causa che la sostiene, afferma " non potersi considerare i fenomeni comatosi come conseguenza dell'anemia; ma piuttosto come effetto di una intossicazione legata alla medesima ". Per altra parte, come è noto, questo coma è analogo a quello che si osserva negli ultimi stadii del diabete, del cancro e che è riferibile ad una specie di intossicazione.

Le ricerche di Klemperer e di H. Müller hanno dimostrato molto probabile nei cancerosi la presenza di un veleno che circolando nel sangue di questi ammalati provoca la distruzione della albumina, ed in alcuni casi produsse il coma a cui si è accennato. Ma se si paragonano le alterazioni del ricambio riscontrate nei cancerosi dagli autori precedenti e quelle osservate nelle forme gravi di anemia perniciosa, vi si trovano molti punti di contatto: cosicchè se nel primo caso Klemperer pote indurne trovarsi nel sangue un veleno, la stessa deduzione appare *a priori* anche verosimile per l'anemia perniciosa. Infatti le ricerche di Klemperer e di Müller hanno messo in sodo che circa nei $^3/_4$ dei casi di carcinomatosi si ha una aumentata distruzione dell'albumina.

Per l'anemia perniciosa non si posseggono ancora ricerche molto numerose; ma le osservazioni di Eichhorst (26), quelle di V. Noorden (27) e Strümpell (28) la peptonuria (Grocco, Devoto) ed il fatto generalmente constatato della diminuita alcalinità del sangue in questi casi (v. Fakch, Peiper, Kraus, Rumpf, Drouin, Gräber) dimostrano un aumento nella distruzione dell'albumina durante il periodo più grave dell'anemia. Ora, secondo rileva V. Noorden (29) è " inammissibile l'ipotesi che l'anemia per se stessa sia la causa della distruzione patologica dell'albumina: dimodochè si deve ritenere più verosimile entrambe dipendano da un'altra causa ": e probabilmente, secondo il concetto espresso dallo stesso autore, questo aumento nella distruzione dell'albumina dipende da disturbi che accompagnano l'ane-

mia, forse anche concorrono a produrla, o contemporaneamente avvelenano il protoplasma.

Da tutto quanto venne esposto finora emerge chiara la probabilità di una intossicazione nelle anemie gravi progressive: intossicazione la quale in un primo periodo forse provoca l'anemia conducendo una ematolisi patologica e poi coll'aggravarsi della malattia diventa sempre più complessa nel suo meccanismo e si accresce per effetto di quegli stessi prodotti di distruzione ai quali ha dato luogo. Ci pare però che il problema potesse venire studiato in modo più diretto ricercando, per così dire, l'azione fisiologica del sangue di animali profondamente anemici sopra animali normali della stessa specie.

Non abbiamo trovato nella letteratura alcun cenno di ricerche fatte in questo indirizzo se si eccettuano quelle recenti di Castellino (30), le quali però non interessano direttamente il nostro studio perchè fatte con siero di sangue tolto a soli malati di anemie secondarie ad emorragia, ed inoltre relative alla tossicità del siero di sangue umano sull'organismo del coniglio. Ora le anemie da emorragia possono bensì trasformarsi in anemie progressive perniciose per circostanze tuttora sconosciute; ma d'ordinario si differenziano moltissimo dalle medesime, prova ne sia che in esse non si ha aumento di distruzione dell'albumina, anzi malgrado le condizioni gravi si può effettuare un risparmio (V. Noorden — loco citato). Per altra parte la trasfusione di sangue eterogeneo induce necessariamente complicazioni dovute alla differenza esistente fra i due plasmi sanguigni e difficilmente eliminabili, cosicchè non riesce più possibile valutare con sicurezza l'azione fisiologica.

Partendo dai concetti sopraesposti, abbiamo cercato di riprodurre sperimentalmente nel modo più fedele possibile le alterazioni ed il quadro sintomatico proprio dell'anemia perniciosa quale si osserva nell'uomo.

A questo scopo abbiamo creduto opportuno ricorrere alle anemie prodotte da agenti chimici dotati di proprietà ematolitiche. In fatti le anemie così ottenute riconoscono con probabilità lo stesso meccanesimo di quelle osservate nell'uomo. E secondo le ricerche di Silbermann (l. cit.) ne riproducono in tutti i particolari la sintomatologia, nonchè le alterazioni anatomo-patologiche. Per verità sotto l'azione di veleni dotati di

proprietà ematolitiche si osserva come fatto costante una diminuzione notevole e progressiva nel numero dei corpuscoli rossi, con riduzione nel tasso emoglobinico e secondo quanto riferisce questo osservatore, colle alterazioni caratteristiche del sangue e solite a manifestarsi nelle gravi anemie, quali la comparsa di poichilociti, macro e microciti e corpuscoli rossi nucleati. Di più sempre secondo Silbermann, colle anemie da ematolisi si riproducono anche la degenerazione grassa del cuore e dei vasi come pure quella dei reni e del fegato nonchè le emorragie sottomucose, sottosierose e dei vasi della retina, le quali come è risaputo, rappresentano il complesso di molte fra le alterazioni anatomiche più frequenti a riscontrarsi nell'anemia perniciosa dell'uomo.

Fra i veleni ematici abbiamo dato la preferenza alla pirodina perchè abbastanza nota nei suoi effetti e di facile dosaggio. Le alterazioni prodotte da questo veleno nel sangue per quanto si conosce dagli studi fatti finora si avvicinano molto a quelle proprie delle gravi anemie. Così Valdameri (31) in uno studio recente, sperimentando colla pirodina sull'uomo e sugli animali, ha trovato quanto segue. Nel sangue: diminuzione progressiva dei corpuscoli rossi, diminuzione di alcalinità del siero, alterazioni gravi nella forma, nella resistenza nel colorito degli eritrociti, diminuzione della densita, aumento della coagulabilita e del potere alterante del siero. Nell'orina, aumento dell'acidita, aumento della eliminazione di urea e di acido urico, dell'urobilina e delle urotonie.

Parimenti risulta dalle esperienze di Mazzoni (32), Mya (33) e Poletti (34) che in seguito alla distruzione globulare prodotta dalla pirodina, il midollo delle ossa e la milza riprendono la loro funzione ematopoetica come si osserva appunto quasi costantemente per il midollo delle ossa ed in alcuni casi anche per la milza (Mosler e Gast) nell'anemia perniciosa dell'uomo.

Oltre a cio dagli studi intrapresi in alcuni casi e che verranno proseguiti con maggior cura da uno di noi (Battistini in collaborazione col Dr. Rovere), sul tipo dell'anemia prodotta dalla pirodina, sembra probabile che si possa ottenere colla medesima un'anemia nella quale il valore globulare non è inferiore all'unità, ma vi è anzi talvolta superiore, precisamente come suole avvenire nell'anemia grave dell'uomo.

Nella intossicazione si è ricorso per lo più a dosi piccole e ripetute ad intervalli brevi perchè questo metodo ci sembra riprodurre meglio le condizioni ordinarie dell'intossicazione osservata sull'uomo. Soltanto in casi eccezionali si incominciò con una dose forte data d'un tratto. Le difficoltà incontrate nel graduare l'avvelenamento furono parecchie perchè dipendenti in gran parte dalle condizioni individuali dell'animale e non sempre prevedibili, cosicchè abbiamo dovuto procedere a tentativi perdendo talvolta animali già prossimi al grado di anemia voluto. Abbiamo dato la preferenza ai cani come animali di esperimento per procurarsi quantità abbondanti di sangue necessarie allo studio. Tenendo calcolo del fatto che nelle gravi anemie dell'uomo si osserva quasi costantemente diarrea la quale per disturbi, che apporta all'assorbimento delle sostanze alimentari, concorre con probabilità ad aggravare il processo, noi abbbiamo riprodotto questo disturbo nei cani di esperimento mediante dosi ripetute ed elevate di resina di gialappa nello stesso periodo di tempo in cui venivano avvelenati colla piredina. Dobbiamo però notare a questo riguardo che anche in casi nei quali non si era somministrato il purgante, quando l'anemia raggiunse gradi elevati comparve spontaneamente la diarrea come si osserva nell'uomo, il che indurebbe a supporre, talora anche per questa, trattarsi di fatto secondario al grave stato anemico.

Per ragioni di tempo in questa serie preliminare di ricerche, ci siamo limitati a prendere per lo più come indice del grado dell'anemia, per quanto riguarda il sangue, la semplice emometria determinata coll'emometro del Fleischl perchè oramai si conosce che le alterazioni profonde, morfologiche e chimiche le quali si manifestano nella crasi sanguigna, nelle circostanze analoghe a quelle che ci interessano, vanno di pari passo colla diminuzione del tasso emometrico. Non abbiamo però mancato di fare anche esami minuti del sangue coi metodi oggigiorno in uso nella clinica per assicurarci che al grado emometrico corrispondessero realmente anche quelle alterazioni negli elementi del sangue come nella costituzione del siero, che caratterizzano le gravi anemie.

Ottenuto il grado di anemia desiderato, abbiamo sempre sospeso, per un certo periodo di tempo, vario fra 3-5 giorni, la

somministrazione della pirodina per non incorrere nel pericolo di iniettare ancora col sangue il veleno stesso. Discuteremo più oltre se questa precauzione sia stata o no sufficiente e se i fenomeni da noi osservati possano venire riferiti ad effetto della pirodina; fin d'ora però ci preme far osservare che malgrado nulla si conosca sulla rapidità di eliminazione di questa sostanza e sui prodotti di trasformazione ai quali da luogo; tuttavia siamo autorizzati a ritenere che essa deve lasciare l'organismo in un tempo non molto lungo, perchè talvolta ci accadde di vedere aumentato il tasso emoglobinico pochi giorni dopo sospese le iniezioni nelle forme medie di anemia.

Le nostre ricerche vennero fatte col sangue defibrinato quale si adopera ordinariamente per la trasfusione; in un caso solo abbiamo voluto vedere anche il modo di comportarsi dello siero per avere un termine di paragone.

Le ragioni che ci indussero a prescegliere il sangue defibrinato sono la facilità con cui questo può essere preparato, la costanza della sua composizione in ogni caso speciale e la probabilità di avere col medesimo tutte le sostanze tossiche le quali per avventura si potessero trovare nel sangue intero. Non avendo a nostra disposizione una centrifuga, la preparazione dello siero rendeva necessario di lasciar intercedere un tempo lungo, fra il momento in cui il sangue era tolto dall'animale e quello in cui il siero veniva utilizzato. Per di più come risulta dalle ricerche di Castellino (l. cit.) lo siero possiede una tossicità varia a seconda dei modi in cui viene preparato ed a seconda che viene preso più o meno vicino al coagulo. Abitualmente abbiamo fatto la trasfusione endovenosa; però a scopo di controllo abbiamo fatto anche qualche trasfusione peritoneale. Per lo più nell'animale sano destinato a ricevere il sangue di quello anemico, abbiamo praticato un salasso abbondante corrispondente in ogni caso al 3 % del peso dell'animale, e subito dopo abbiamo praticata la trasfusione. Questo metodo seguito da A. Mosso (35) per lo studio dei veleni della fatica ci parve anche molto adatto al caso nostro perchè destinato a mettere meglio in rilievo i fenomeni che potessero venire eventualmente prodotti dal sangue iniettato; operandosi così nell'animale sano in breve tempo, diremmo quasi, una sostituzione del sangue con quello anemico.

Il salasso del 3 % del peso nel cane, come è noto, è molto

ben tollerato e non più assolutamente provocare disturbi che venissero ad intralciare l'osservazione dei fenomeni che ci interessavano. Però non abbiamo mancato di fare anche qualche esperienza di trasfusione senza previo salasso per togliere di mezzo tutti i fenomeni che potessero venire al medesimo imputati.

La quantità di sangue iniettata fu varia nei singoli casi e sempre superiore a quella tolta col salasso. Ecco in breve come si procedeva:

Dissanguato il cane anemico dalla carotide se ne raccoglieva il sangue defibrinato in recipiente sterile previa filtrazione attraverso parecchi strati di garza idrofila e lo si manteneva a bagno maria alla temperatura di 37° C. Scelto intanto un altro cane sano e di piccola taglia per la carotide si praticava un salasso corrispondente al 3 % del suo peso e dalla giugulare si trasfondeva il sangue tolto all'animale anemico. La trasfusione veniva praticata a pressione bassa e con lentezza, subito dopo l'animale veniva sottoposto all'osservazione protratta anche per un periodo di tempo di parecchie settimane; avendo cura naturalmente di mantenerlo in buone condizioni igieniche.

Le ricerche di cui ora riferiamo i risultati non sono complete e hanno avuto per iscopo soltanto di determinare in massima se il sangue di animali anemici trasfuso ad altri della stessa specie vi provocasse disordini riferibili ad una intossicazione. L'analisi più minuta dei fatti sarà oggetto di altro lavoro. Noi ci siamo prefissi di studiare i fenomeni immediati della trasfusione di sangue tolto ad animali anemici, ed i fenomeni consecutivi alla medesima, rilevabili coll'esame dello stato generale e del peso delle urine, del sangue, cioè gli eventuali fenomeni di una intossicazione acuta e quelli dell'avvelenamento cronico.

Ecco ora riassunti alcuni protocolli delle nostre esperienze.

Esperienza I.

Robusta cagna da pastore del peso di Kgr. 17,5.

Viene sottoposta il giorno 16 marzo al trattamento colla pirodina e resina di gialappa e diviene rapidamente anemica. La nutrizione si fa scadente, l'animale perde rapidamente in peso, rifiuta il cibo, il sensorio è depresso.

Riportiamo il diario:

Data	Pirodina per iniezioni	Resina di giulappa	Emometria ed osservazioni
15 Marzo	—	—	Emometria 95-100. Nulla nelle orine.
16 „	gr. 0,20	gr. 5	
17 „	„ 0,20	—	
18 „	„ 0,20	—	
19 „	„ 0,20	„ 5	Ematuria, albuminuria.
20 „	„ 0,20		
21 „	„ 0,20	—	
22 „	—	—	Rifiuta il cibo.
23 „	„ 0,20	„ 5	„ „
24 „	„ 0,20	—	Emometria 15. Peso Kgr. 14,8.

Col giorno 24 si cessa di somministrare pirodina. Si lascia in riposo l'animale fino al giorno 28 (Emometria col Fleischl 20-25; col cromomet. 25-30), in cui lo si salassa alla carotide ed il sangue raccolto viene defibrinato e filtrato per garza.

28 marzo '96. — Piccolo cane bastardo a pelo corto. Pesa Kgr. 4,5. Sano, in buone condizioni di nutrizione, molto vispo, occhi normali.

Emometria 105.

Si lega l'animale sul tavolo di operazione e si salassa alla carotide. Si tolgono gr. 107 di sangue. Si lega l'arteria e si sutura la ferita. Per la giugulare messa allo scoperto ed in cui si è introdotta una cannula comunicante per un tubo di gomma con un imbuto contenente il sangue si iniettano gr. 257 di sangue defibrinato e filtrato proveniente dalla cagna, di cui abbiamo sopra riportato il diario.

La trasfusione si fa lentamente ed a pressione molto bassa, procede con regolarità. Durante la trasfusione l'animale presenta delle scosse cloniche agli arti posteriori. Il respiro diventa irregolare, l'animale fa delle inspirazioni profonde, poi mantiene per un certo tempo il torace in espirazione forzata.

Appena terminata la trasfusione è suturata rapidamente la ferita, si slega l'animale e lo si lascia libero nella stanza.

Ore 18. — Si regge in piedi e cammina, presenta però un leggero stato paretico degli arti posteriori, che tiene divaricati e semiflessi.

Cammina abbastanza bene, ma per poco. Subito si stanca e cerca un angolo della stanza per mettersi a riposare. Eccitandolo, lo facciamo

camminare per alcuni minuti di seguito; scoppia un accesso molto grave di dispnea. La respirazione si fa col concorso di tutti i muscoli ausiliari.

Particolarmente notevoli i movimenti delle pinne nasali.

18,20. — Anche lasciato tranquillo, presenta un tremito generale e contrazioni cloniche manifeste a tutti gli arti, ma specialmente ai muscoli glutei.

Mentre è coricato tranquillo, presenta tratto tratto orripilazioni come da freddo. La temperatura rettale dell'animale è però di + 39, 5.

18,30. — Persiste il tremito diffuso a tutto il corpo che si manifesta con contrazioni cloniche molto fini e rapide agli arti. Gli arti posteriori offrono un leggero grado di rigidità. Le pupille sono dilatate.

18,35. — L'animale non si è più mosso, continua a presentare tremiti.

Viene introdotto nella camera un altro cane. Allora l'animale in osservazione si alza e si muove spontaneamente verso il nuovo venuto.

Si nota che nel camminare presenta ancora una leggera paresi sinistra posteriore. Si vede però che va rapidamente migliorando.

20. — È molto migliorato, non si muove però volentieri, pare stanco e sta preferibilmente coricato. Gli viene offerto del latte. Ne beve pochissimo.

29 marzo. — Stesse condizioni che vanno sensibilmente migliorando.

30 Id. — Nulla di nuovo. Seguita rapidamente il miglioramento. Scomparso ogni speciale fenomeno.

31 Id. — Condizioni generali buone. — Peso invariato. — Emometria 90.

Riassumendo, abbiamo osservato in questo caso fenomeni abbastanza spiccati da parte del sistema nervoso. L'intossicazione però è decorsa in modo rapido e non grave. Dopo tre giorni l'animale era completamente rimesso, non aveva perduto in peso, il suo tasso emoglobinico si era ben poco abbassato. Noi consideriamo questo caso come una delle forme tipiche di intossicazione acuta da trasfusione di sangue anemico. E queste forme acute sono anche le più benigne. Vedremo in altri casi ai fenomeni acuti tener dietro una forma grave di intossicazione cronica.

Probabilmente al prodursi o no di questa forma cronica, oltre al tasso emoglobinico ed alla quantità del sangue trasfuso, non è estranea la diversa resistenza dell'animale che riceve il sangue.

Un buon esempio di avvelenamento cronico susseguente a fenomeni acuti di una certa intensità ce lo offre l'esperimento seguente:

Esperienza II.

Ad un cane di media grossezza, molto robusto, si incominciano a praticare il 2 febbraio delle iniezioni di pirodina.

Il sangue di questo animale, esaminato il 1° febbraio, segnava 95 all'emometro del Fleischl; il peso dell'animale era di Kgr. 5,100.

Data	Quantità di pirodina iniettata	
2	0,05	
3	0,05	
4	0,05	
5	0,05	
6	0,05	
7	0,05	Emometria 25-30. Cromomet. 35.
8	0,03	Resina di gialappa gr. 50.
9	0,03	» » » »
10	0,03	
11		Si sospendono le iniezioni di pirodina.
12		
13		

Il giorno 13 febbraio si pratica l'esame del sangue e si trova che segna all'emometro da 15 a 20.

Si procede subito ad un salasso dalla carotide. Si sospende ogni tanto l'uscita del sangue in modo da praticare il salasso a più riprese. Si riesce così ad avere 140 gr. di sangue. L'animale pare aver sopportato abbastanza bene il salasso. Avendo in pronto del sangue defibrinato proveniente da altro cane perfettamente normale, si procede per la giugulare alla trasfusione di questo sangue nell'animale salassato. Il sangue era mantenuto alla temperatura di 37.

Prima del sangue penetrano per la vena pochi grammi di soluzione fisiologica, tanto unicamente da riempiere il tubo e la cannula dell'apparecchio che ci serviva per la trasfusione.

La trasfusione procede un po' rapidamente. Il recipiente contenente il sangue è a circa 50 centimetri sul livello del tavolo di operazione.

Pochi minuti dopo iniziata la trasfusione, l'animale muore improvvisamente, senza convulsioni, anzi senza fare movimento di sorta.

Senza per ora entrare in alcuna considerazione su questo fatto, ci limitiamo a constatare come sia assolutamente da escludersi l'ipotesi che la morte sia dovuta ad entrata di aria nella giugulare.

Il sangue ottenuto da questo cane mediante il salasso praticato, come si è detto, prima della trasfusione, ci serve per la seguente esperienza.

Cagnolino perfettamente normale del peso di gr. 3250. Il sangue segna all'emometro 95.

13 febbraio '96. — Ore 17. — Si pratica per la carotide un salasso di grammi 120 circa.

Ore 18,20. — Per la giugulare si fa in questo animale la trasfusione dei gr. 140 di sangue anemico (emom. 15-20) proveniente dal cane di cui si è sopra riportato il diario. La trasfusione viene eseguita molto lentamente ed a pressione bassa quanto è possibile.

Durante tutta l'operazione non si osserva alcun fenomeno degno di nota. Appena terminata la trasfusione, si sutura rapidamente la ferita e si slega l'animale.

Il sangue segna all'emometro 40-45.

L'animale non è capace di reggersi in piedi, cade colla testa in avanti. Ha il dorso molto incurvato ad arco, tiene la testa quasi penzolone fra le gambe. Mentre gli arti posteriori sono estesi e mediocremente rigidi, gli anteriori invece sono flessi. L'animale è continuamente agitato da un tremito generale. I caratteri di questo tremito si differenziano bene da quelli di un semplice tremito da freddo.

19. — Per togliere l'animale dal pavimento bagnato ed un po' sdrucciolevole della camera d'operazione lo si trasporta in altra stanza a pavimento di legno.

Qui il cane riesce ad assumere una posizione seduta che però mantiene a stento. La colonna vertebrale è molto incurvata, le gambe anteriori sono molto divaricate come se fossero paralitiche. Presenta sempre tendenza a cadere colla testa in avanti. Tenta di sollevarsi, ma non può sostenersi sulle zampe posteriori. Le pupille reagiscono molto pigramente alla luce. Toccandolo, presenta delle contrazioni toniche decisamente molto pronunziate, generalizzate però a tutto il corpo.

19,15. — Animale nelle stesse condizioni. Presenta rigidità della colonna vertebrale e di tutta la metà posteriore del corpo. Lasciato tranquillo, assume una posizione che ricorda quella del Kanguro.

Polso buono, regolare, frequenza 126 al minuto.

19,30. — Tenta di alzarsi, ma non vi riesce, causa la rigidità del treno posteriore.

Da quando venne slegato e lasciato tranquillo, l'animale non ha più gridato. Messo in una cassa che gli serve di giaciglio, viene lasciato a sè.

23,19. — È in condizioni molto migliori. Messo fuori della sua cassa si tiene in piedi e riesce a camminare discretamente bene.

È però sempre notevole la curvatura della colonna vertebrale. Anche nei tentativi che l'animale fa per saltare le pareti della cassa dove si trova, non allunga completamente la colonna vertebrale.

Quando riesce a saltare nella cassa, vi si accovaccia senza difficoltà e vi si corica sul fianco curvandosi colla schiena a semicerchio, posizione per altro normale per il cane. Le pupille seguitano ad essere dilatate ed a reagire pigramente e debolmente alla luce.

14 febbraio. — In tutta la giornata le condizioni dell'animale sono rimaste quasi invariate. Non ha mangiato, non ha tentato di uscire dal suo giaciglio, dove è rimasto tutto il giorno coricato e sonnacchioso.

Alla sera messo appositamente fuori della cassa, dove sta coricato, si vede che si regge abbastanza bene sulle gambe. È ancora molto debole ed ha tendenza a cadere sul fianco. Presenta ancora un certo grado di rigidità alla colonna vertebrale ed agli arti posteriori. Non rimane che poco tempo in piedi, preferisce la posizione seduta. Salta abbastanza bene la parete della cassa, dove va a coricarsi.

Emometria 45.

Le pupille sono sempre dilatate. Nella sera beve un po' di latte. Tutti i fenomeni sovra descritti vanno scomparendo, ma molto lentamente. Il tasso emoglobinico va invece diminuendo per raggiungere un *minimum* il giorno 20 febbraio, in cui troviamo segnato sul diario:

20 febbraio. — Emometria 35. L'animale non appare ancora completamente rimesso. La ferita al collo (per la trasfusione) è quasi guarita. Uno solo dei punti di sutura dà una leggera suppurazione senza importanza.

Lentamente l'animale va rimettendosi. Il tasso emoglobinico cresce ed al giorno 26 troviamo sul diario:

Emometria 40-43. L'animale appare completamente rimesso.

In questo stesso giorno si procede ad una nuova trasfusione di sangue anemico.

Esperienza III.

18. — Per la giugulare, col solito metodo e colle volute cautele si iniettano gr. 120 di sangue defibrinato, tolto ad un cane da caccia sottoposto da qualche tempo alle iniezioni di pirodina con contemporanea somministrazione per via gastrica di resina di gialappa. Il cane in questione, al momento in cui venne salassato, si trovava in cattive condizioni. All'emometro il sangue segnava 25, l'animale stentava a reggersi in piedi, rifiutava il cibo ed il peso che prima dell'esperienza era di Kgr. 17,3 era disceso a Kgr. 12,4. Non è necessario osservare che da

parecchi giorni prima di praticare il salasso si era sospesa la somministrazione di pirodina).

L'iniezione procede lentamente a pressione moderata e si termina senza incidenti. Subito dopo terminata la trasfusione l'animale presenta un respiro pertinace, lento, stertoroso come se dormisse profondamente.

Suturata rapidamente la ferita, si slega l'animale. Messo a terra, riesce a tenersi sulle zampe, avendo però gli arti posteriori divaricati, semiflessi. Presenta un certo grado di contrattura al dorso e tremiti continui agli arti posteriori. Riesce a camminare col dorso a spinone in piccolo salto, però con molto stento. Pare che non sappia dirigersi va a battere violentemente il capo contro uno sportello a vetri di un armadio, dentro al quale tentava di nascondersi.

Emometria (poco dopo la trasfusione) 35.

19. — L'animale non si è più mosso da un angolo della camera, dove si è accovacciato. Anche ora non si riesce a farlo muovere se non eccitandolo. Ha l'aspetto istupidito. Presenta paresi degli arti, specie dei posteriori. Leggere scosse sussultorie, generalizzate a tutto il corpo.

23. — Il cane dorme profondamente, messo fuori della cassa, dove sta coricato cammina, ma un po' stentatamente per paresi del treno posteriore. Riesce nondimeno facilmente a saltare nella sua cassa, dove subito si corica e si addormenta. Risponde poco alle eccitazioni. Anche pungendo col piede contro le pareti della cassa, l'animale non alza la testa, nè fa alcun movimento.

27 e 28 febbraio. — Quantunque completamente libero, l'animale non ha mai tentato di uscire dalla sua cassa. Senza essere eccitato, non si è mai messo neppure a sedere. Dorme quasi sempre. Facendo rumore vicino a lui, apre gli occhi, ma non alza neppure la testa. Neppure sollevando la cassa, nella quale sta coricato, si riesce a fargli alzare la testa.

Messo fuori, sta sulle zampe e cammina abbastanza bene. Tenta però subito di ritornare ai giacigli e non cammina se non eccitato. Respiro e temperatura normale.

Non ha mangiato in questi due giorni che pochissima zuppa e bevuto un po' di latte.

29 febbraio. — Nella notte il cane ha bevuto ancora poco latte. Ogni tanto, stando coricato, emette dei gemiti. Messo fuori della sua cassa, si tiene in piedi, ma con stento, tenendo gli arti divaricati. Eccitato, cammina di mala voglia e barcollando, e tenta subito di dirigersi verso il suo giaciglio.

29 — Ore 15. — Il cane comincia ad emettere ogni tanto dei gemiti, che poco a poco diventano quasi continui.

Preso e messo sul pavimento della camera, riesce a sostenersi diritto sulle zampe rigide e divaricate. Anche senza che tenti di camminare, ogni tanto barcolla minacciando di cadere di fianco. Eccitato, cammina barcollando come ubbriaco. Si dirige subito alla sua cassetta, dove riesce ad entrare da sè superando le pareti della cassa stessa. Ricoricatosi, ricomincia a gemere. I gemiti ora si ripetono ad ogni movimento respiratorio.

29 — Ore 16. — Tolto l'animale dalla sua cassa, riesce ancora a tenersi in piedi, tenendo però molto divaricati gli arti posteriori che sono rigidi. Ha una spiccata atassia di tutti gli arti, per cui la sua andatura è molto barcollante ed incerta. Non riesce ad entrare nella sua cassetta se non appoggiandosi al muro e con molto stento. Se gli si presentano ostacoli sulla sua strada, riesce molto bene ad evitarli.

16,30. — Lo stato dell'animale va rapidamente peggiorando. La temperatura rettale non è più che 35.

17. — L'animale muore.

All'autopsia non si riscontra nulla al cuore ed ai polmoni, nulla alla milza, ai reni, al fegato ed all'intestino. Per quanto questi organi vengano esaminati con cura, non si riscontrano infarti od altri fatti emorragici. Non si trovano coaguli nelle cavità destre del cuore. Il cervello si presenta anemico. Nulla di speciale alle circonvoluzioni od alla base. La corteccia è molto pallida, emorragie puntiformi nella sostanza bianca, sul pavimento dei ventricoli laterali e nel centro ovale.

Riepilogo. - Queste due esperienze si riferiscono ad un cane che, malgrado fosse apparentemente in buone condizioni, tuttavia aveva un tasso emoglobinico alquanto inferiore alla norma e dimostrano gli effetti della trasfusione di sangue anemico, avente un tasso emoglobinico di 15, 20 e 25 ripetute ad intervallo di 13 giorni di distanza l'una dall'altra.

In seguito alla prima trasfusione praticata previo salasso corrispondente al 3,6 ‰ del peso del corpo, si è manifestato un complesso molto imponente di disturbi riferibili ad avvelenamento acuto, in massima paragonabili a quelli già descritti per l'Esp. 1ª, ma molto più intensi. Questi disturbi non dileguarono interamente neanche dopo trascorse 24 ore e lasciarono come conseguenza un malessere generale persistente e fatto più notevole un'anemia che invece di migliorare si fece anzi più grave e andò lentamente scomparendo.

La seconda trasfusione fatta mentre l'animale era apparentemente in buone condizioni, ma aveva ancora un'emometria molto bassa di 10-15, malgrado sia stata praticata con sangue

avente una emometria di 25 e senza previo salasso, tuttavia ha dato luogo a fenomeni gravi di avvelenamento acuto: però meno importanti di quelli osservati in seguito alla prima, ma invece seguiti da un rapido peggioramento nelle condizioni dell'animale con disturbi notevoli da parte del sistema nervoso, fra cui primeggiano l'atassia spiccata, ed uno stato quasi comatoso. Il peggioramento fu progressivo e seguito da morte con ipotermia ed accentuazione di tutti i sintomi dopo tre giorni dalla trasfusione.

Il reperto dell'autopsia ha dimostrato in questo caso la presenza di lesioni anatomiche rilevabili nel cervello per molteplici emorragie puntiformi e quindi non riesce possibile il giudicare in quale misura i disordini osservati siano riferibili alla intossicazione ovvero alle lesioni descritte. Tuttavia senza volere dare soverchia importanza a questa esperienza, intorno alla quale ci riserviamo di discutere in seguito, ci limitiamo a mettere in rilievo che l'autopsia non ha permesso di dimostrare le lesioni che si riscontrano negli animali morti per intossicazione da fermento della fibrina.

Esperienza IV.

Ci siamo serviti in questa esperienza di sangue proveniente da un piccolo cane del peso di kgr. 5.4 anemizzato al solito colla pirodina.

Il sangue di questo cane prima della somministrazione di pirodina segnava 100 all'emometro. Il giorno in cui si prese il sangue non segnava che 25-30. Da parecchi giorni prima dell'operazione, l'animale non riceveva più pirodina.

11 marzo. — Si sceglie per la trasfusione una cagnetta bastarda a mantello bianco, del peso di kgr. 4.5. È perfettamente normale. Da qualche giorno si trova in laboratorio in osservazione. È in ottime condizioni di nutrizione, agile e vispa nei suoi movimenti.

Emometria 95-100.

Prima di procedere alla trasfusione si pratica un salasso dalla carotide destra. Si tolgono gr. 120 di sangue.

Segno di malessere. Il cuore si indebolisce, il respiro diventa raro e superficiale.

Si mette l'animale colla testa in basso e gli si fanno due iniezioni di etere solforico. In pochi minuti le condizioni ridiventano normali.

17. — Si isola la giugulare destra, col solito metodo e colle volute

cautele si iniettano 120 gr. di sangue proveniente dal cane anemico di cui sopra si è fatto parola. Il sangue è stato defibrinato accuratamente filtrato per garza e mantenuto in termostato a + 37. La pressione a cui si fa la trasfusione è molto bassa. L'altezza della colonna liquida è di circa 8 cm. Si lascia defluire il sangue molto lentamente, ed ogni tanto anzi se ne sospende per qualche minuto il deflusso.

Malgrado tutte queste precauzioni la trasfusione non decorre senza incidenti. Appena l'animale ha ricevuto qualche cm. di sangue, emette forti grida, brevi ed interrotte. Quasi subito è preso da un accesso di convulsioni toniche generali. Il respiro diventa molto superficiale, anzi per un momento si sospende. Il cuore invece si mantiene abbastanza valido, polso un po' vuoto, molto frequente, ma regolare.

Si sospende per qualche minuto la trasfusione che si riprende tosto ad animale più tranquillo, essendo rapidamente scomparsi i fenomeni sovra descritti: mentre però si procede nella trasfusione l'animale seguita a presentare tremiti generali spiccati specialmente a sinistra. Il respiro è prevalentemente diaframmatico, molto anelante, evidenti i movimenti delle pinne nasali.

Terminata la trasfusione si sutura rapidamente la ferita e si slega l'animale. L'operazione ha avuto in tutto la durata di una mezz'ora.

17,30. — Slegato l'animale e messo a terra si vede che è capace di reggersi in piedi. Però non appoggia quasi al suolo l'arto destro. Fa qualche passo; ha un'andatura molto barcollante specie nel senso della lateralità. Ogni tanto pure l'animale minaccia di cadere colla testa in avanti.

Tenta di defecare. Vi riesce solo dopo parecchi tentativi non potendo far forza sugli arti posteriori e minacciando ad ogni tratto di cadere.

Appare molto stanco. Eccitato a camminare cerca subito di rifugiarsi in qualche angolo dove appoggiandosi al muro e con qualche stento riesce a prendere la posizione seduta.

Anche in perfetto riposo presenta un grado elevato di dispnea. Il respiro è sempre a tipo prevalentemente addominale. Frequenti orripilazioni, e tremito diffuso a tutto il corpo.

Risponde con intelligenza agli stimoli, mostra di capire e di interessarsi a quanto succede intorno a lui.

18. — Si obbliga di nuovo l'animale, che spontaneamente non ha più cercato di cambiar sito, a camminare per la camera. Presenta una andatura felina, paresi del treno posteriore, leggero grado di contrattura del dorso.

Emometria 55.

18,30. — Persistono gli stessi fenomeni, solo con l'intensità minore. Cercando di afferrarlo fugge abbastanza rapidamente. Ha però sempre

un'andatura incerta e barcollante. Le oscillazioni sono notevoli specie nel senso della lateralità.

14 e 15 marzo. — Dal momento dell'operazione l'animale ha costantemente rifiutato qualunque genere di cibo. È rimasto sempre coricato in un angolo della camera di operazione senza mai muoversi spontaneamente.

16. — Stato dell'animale invariato. Non mangia. Lo si rimanda al canile.

20. — L'animale è molto diminuito di peso. Pesa ora solamente Kgr. 3,6. Colle zampe è riuscito a lacerare la sutura della ferita al collo. I margini della ferita sono divaricati. Questa però non ha cattivo aspetto. Sul fondo granulazioni di buona natura. Persistono i fenomeni di paresi al treno posteriore specialmente a sinistra. Meno pronunciata l'andatura atassica. Alla cornea sinistra si osserva intorbidamento con viva iniezione pericheratica. Il secreto congiuntivale è scarso di colorito [illegible] lento. A destra profonde ulcerazioni al centro della cornea con intorbidamento di tutta la porzione centrale. La pupilla è colorata e midriatica. Lo stato generale è sempre molto depresso. Si regge bene sulle zampe ma non cammina se non vi è costretto, e subito cerca di rifugiarsi in qualche angolo per coricarsi. Nella posizione di riposo non presenta per nulla di speciale. Ha ancora qualche volta dei tremiti generali.

31. — L'animale ha ancora perduto di peso. Pesa oggi Kgr. 3,5. Malgrado ciò lo stato generale appare migliorato. Sono scomparsi tutti i fenomeni da parte del sistema nervoso. L'occhio sinistro è guarito, l'occhio destro è in via di riparazione.

Emometria 50-55.

Senza più oltre riportare i particolari del diario di quest'animale, diremo semplicemente che andò lentamente rimettendosi per modo che alla fine di aprile potè servire per altra esperienza che riferiremo in seguito.

Per ora ci limitiamo a notare come in questo caso ci trovavamo di fronte ad un animale con scarsa resistenza, tanto che tollera molto male un salasso inferiore in quantità al 3 % del peso del corpo, salasso che è ordinariamente ben tollerato dagli altri animali.

In rapporto con questa scarsa resistenza, si ha, in seguito alla trasfusione di sangue anemico, lo scoppio di una serie imponente di fenomeni dovuti in massima parte al sistema nervoso. Dominano la scena i fenomeni paretici.

Ai fenomeni immediati succede una grave intossicazione cronica, con perdita progressiva del peso, anoressia, depressione generale, e note di profonda denutrizione. L'emometria rimase immutata. La rigenerazione globulare non tende a farsi con quella rapidità che si riscontra dopo le anemie da salasso, e negli animali stessi anemizzati colla pirodina.

Ad ogni modo dopo trascorsi più di venti giorni l'animale comincia a migliorare, pure rimanendo immutata l'emometria, pure seguitando la diminuzione di peso.

Primi a scomparire sono i fenomeni nervosi, vengono in seguito le alterazioni corneali. Cresce in seguito il peso ed il tasso emoglobinico, finchè, verso il fine di aprile, l'animale che ha riacquistata tutta la primitiva vivacità, si può considerare come completamente rimesso.

* * *

L'intensità dei fenomeni che si provocano negli animali che ricevono sangue anemico, è entro certi limiti proporzionale al grado di anemia del sangue iniettato.

Anche qui nel produrre o no di certi fenomeni e nel grado dell'intensità loro ha parte la maggiore o minore resistenza dell'animale trasfuso.

A parità di altre condizioni un animale robusto in buone condizioni di nutrizione sopporterà molto meglio la trasfusione di sangue anemico di un altro animale o naturalmente più debole o già indebolito per essere antecedentemente stato sottoposto ad iniezione di sangue anemico.

Riferiamo a questo proposito due esperienze che ci sembrano molto dimostrative.

Il sangue che ci servì per queste due esperienze ci venne fornito da un robusto cane di razza *boul-dog*, sottoposto alle iniezioni di pirodina. Senza riportare il lungo diario di questo animale ci limiteremo ad osservare che mentre presentava una progressiva diminuzione di peso abbastanza notevole, andava molto lentamente diventando anemico sotto l'influenza della iniezione di pirodina.

Appena si lasciassero trascorrere pochi giorni senza somministrare la solita dose di farmaco subito accresceva notevolmente il tasso emo-

globinico nel sangue di questo animale. E questo fatto lo abbiamo potuto osservare parecchie volte nel lungo tempo in cui l'animale rimase in laboratorio e sottoposto al trattamento colla pirodina.

Valgano alcuni esempi:

Il 24 marzo il sangue di questo animale segnava all'emometro 25-30. Il cane poi aveva dal principio dell'esperienza perduto 600 grammi di peso. L'animale seguita a ricevere pirodina nella dose di 20 centig. al giorno, sino al 27 dello stesso mese poi si sospende.

Quattro giorni dopo, ai 31 di marzo il sangue segnava già all'emometro 50.

Si lascia decorrere senza più somministrare nuova pirodina un periodo di tempo abbastanza lungo, in cui il contenuto del sangue in emoglobina rimane presso che invariato e l'animale seguita a perdere di peso. L'11 di aprile si somministra nuova pirodina (Gr. 80 a tre dose in quattro giorni). Questa volta l'animale diviene rapidamente anemico ed il giorno 14 in cui si sospende di nuovo la somministrazione del farmaco, il sangue segna all'emometro 15-20.

Quattro giorni dopo, il 18 aprile il sangue segna già di nuovo all'emometro 50-55.

In queste condizioni viene praticato al cane un salasso alla carotide sinistra. Si tolgono circa gr. 350 di sangue che viene utilizzato per le due esperienze seguenti:

Esperienza V.

Piccola cagna di Kg. 2.800, mantello fulvo. È molto vivace e robusta. Cammina e corre volentieri per la camera. Presenta però nell'andatura un leggero grado di barcollamento e muove molto bene l'arto posteriore destro. Si trova da pochi giorni in laboratorio e non ha mai servito ad alcuna esperienza.

Ore 16. — Legato l'animale sul tavolo di operazione, si mettono allo scoperto e si isolano la giugulare e la carotide destra. Dalla carotide si tolgono gr. 84 di sangue. L'animale sopporta molto bene senza nessun fenomeno la sottrazione di sangue.

Subito dopo per la giugulare si iniettano gr. 110 di sangue proveniente dal cane di cui si è sopra detto (Il sangue era defibrinato, colato attraverso garza e lamina di porcellana a piccoli fori, e mantenuto a bagno maria, a 37).

La trasfusione viene eseguita abbastanza speditamente a pressione bassa. L'imbuto contenente il sangue stava a circa 20 cm. sopra il collo dell'animale. Nessun fenomeno degno di nota durante la trasfusione. Si sutura, previa legatura dei vasi la ferita cutanea e si slega l'animale.

16,30. — Posto a terra, si vede che è diventato un poco meno vivace. Del resto cammina abbastanza bene senza presentare disturbi degni di nota. Non ha tremito. Evita bene gli ostacoli ed eseguisce con facilità anche movimenti abbastanza complessi e difficili. Non presenta dispnea neppure dopo aver corso per la camera. Risponde bene a tutti gli eccitamenti. Presenta però un leggero incurvamento nella colonna vertebrale, ed appena accennata una leggera incertezza nel movimento degli arti posteriori. Non presenta irrigidimento. Si volta bene in ogni senso e cammina anche all'indietro.

17. — L'animale, che da qualche po' di tempo era coricato e tranquillo, ha vomitato. Subito dopo eccitato, cammina e si muove bene come prima. Si può dire che all'infuori del vomito non presenta altro fenomeno degno di nota.

17,20. — Nuovi conati di vomito che poi non si sono più ripetuti.

19 aprile. — L'animale è perfettamente normale.

Esperienza VI.

18 aprile. — Cagnetta bastarda a mantello bianco che ha già servito precedentemente ad altra esperienza (Esp. IV). Ora appare completamente rimessa ed ha interamente riacquistata la sua vivacità. Fissato l'animale al tavolo di operazione, senza preventivo salasso, si trasfondono per la giugulare destra gr. 170 di sangue anemico in grado leggero (50-55 all'emometro) e proveniente dallo stesso animale che ha dato il sangue per l'Esp. V. La trasfusione viene eseguita abbastanza speditamente e durante l'operazione non si osserva alcun fenomeno degno di nota.

18. — Suturata rapidamente la ferita si slega l'animale. Messo a terra, cammina bene e con facilità, ma invece di continuare a girare per la camera come faceva prima dell'operazione. Cerca subito di rincantucciarsi. Presenta *dispnea abbastanza grave e tremito generale.*

Dopo qualche minuto si cerca di farlo camminare, ma non si riesce che a forza a farlo muovere dal cantuccio dove si è rifugiato. Quando con ripetuti eccitamenti lo si costringe a muoversi si vede che cammina bene e con facilità.

19. — L'animale è stato fin ora accovacciato in un angolo della camera. Si ribella all'inserviente che vuole obbligarlo a muoversi. Malgrado che sia stato cacciato dal suo cantuccio ed obbligato a camminare un po' per la camera, non presenta più dispnea. Si può dire che l'animale ha l'identico aspetto che presentava prima dell'operazione. Soltanto sembra desideri rimanersene tranquillo coricato.

19 aprile. — L'animale è perfettamente normale.

Nelle due esperienze ora riferite tutti e due gli animali hanno presentato sintomi poco rilevanti, ma però in grado diverso. Mentre il primo dei due cani non presenta quasi altro sintomo chiaramente rilevabile all'infuori del vomito; nel secondo, animale debole, da poco rimesso da uno stato di denutrizione grave, lo stesso sangue, dato però in quantità pari forte (72 %) che nell'altro animale, provoca dispnea, tremito ecc., fenomeni non rilevati nell'altro animale. Il nostro asserto, della correlazione esistente fra intensità di sintomi e grado di anemia del sangue trasfuso, ci pare venga provato con molta chiarezza dall'esperienza ora riferita.

Lo stesso cane che in seguito a trasfusione di sangue proveniente da animale profondamente anemico (Esp. IV) aveva presentato fenomeni gravi di intossicazione acuta e cronica, sottoposto ora a trasfusione di sangue proveniente da animale appena mediocremente anemico, presenta fenomeni leggeri e che prontamente si dileguano.

***

La temperatura degli animali trasfusi, scesa oltre la norma dopo il salasso, non cresce trasfondendo sangue anemico. Quando in seguito alla trasfusione si ha la morte dell'animale, allora la temperatura va abbassandosi fino a raggiungere come nella Esp. II, poco prima della morte, solo i 35 gradi.

Però non si hanno sempre temperature subnormali neppure durante lo svolgersi dei sintomi di intossicazione acuta (Esempio l'Esp. I), e neppure quando si constata abbassamento di temperatura, questo va fino al punto da presentare una vera ipotermia.

Come esempio dell'ordinario comportamento della temperatura durante e subito dopo la trasfusione di sangue anemico valga il protocollo dell'esperienza seguente.

Esperienza VII.

28 marzo 1896. — Piccolo cane bastardo. Pesa Kgr. 3,8. Mantello nero. Molto vispo.

Prima di essere operato presenta una T rettale di + 40, respiri 14 al minuto, polso 84. Il sangue segnala all'emometro 60.

Fissato l'animale sul tavolo di operazione lo si salassa alla carotide. Si tolgono all'incirca 95 grammi di sangue. Dopo il salasso la temperatura rettale è discesa a 37,5. Respiro 22. Polso 74.

18. — Per la giugulare sinistra col solito metodo, a bassa pressione si procede alla trasfusione di sangue defibrinato proveniente da altro cane anemizzato colla pirodina. Il sangue che si trasfonde segna all'emometro 25, è defibrinato, passato per garza e conservato a bagno maria a + 37.

18,30. — In circa 20 minuti ed a pressione molto bassa si iniettono circa gr. 320 di sangue. Durante la trasfusione l'animale non ha presentato sintomi degni di nota. Soltanto ebbe apnea.

Durante e subito dopo la trasfusione la temperatura rettale è di + 36,5.

Respiro 22. Polso 120.

Si sutura rapidamente la ferita e si slega l'animale.

18,40. — Messo a terra si vede che si regge malamente sulle zampe. Presenta molto spiccata l'andatura atassica con paresi del treno posteriore, specialmente manifesta all'arto destro. Le pupille sono normali e reagiscono bene alla luce.

18,50. — L'animale non si muove se non è eccitato; appena lasciato tranquillo cerca subito un angolo dove coricarsi. Solo per essere stato obbligato a percorrere la stanza di vivisezione presenta forte dispnea e respirazione stertorosa. Presenta tremito diffuso e tratto tratto scosse cloniche più evidenti al tronco. Spasmi respiratori simili a conati di vomito.

19. — L'animale ha avuto vomito. Non ha emesso che mucosità non sanguigne in quantità scarsa.

La paralisi del treno posteriore si è fatta più evidente. L'animale è irrequieto, geme, presenta come una specie di tosse accompagnata da scosse di tutto il tronco. Tutti questi fenomeni sembrano attribuibili a convulsioni del diaframma. Dispnea, impossibile contare il respiro.

20,15. — L'animale si è alzato spontaneamente e passeggia per la camera. Lo stato generale è notevolmente migliorato.

23. — L'animale coricato nella sua gabbia emette un gemito quasi continuo. Messo fuori della gabbia sta ritto per pochi minuti poi si corica. Non cammina se non eccitato. La deambulazione però è migliorata quantunque permanga la paresi del treno posteriore.

29 Id. — Lo stato generale dell'animale appare migliore, non geme più. Lasciato tranquillo non si muove in tutto il giorno, non mangia.

30 Id. — Stesse condizioni del giorno precedente. Quantunque in libertà non si muove quasi mai, sta quasi tutto il giorno coricato e dorme molto. Costantemente rifiuta il cibo.

31 Id. — Condizioni generali migliorate. L'animale seguita però sempre a rifiutare il cibo ed a rimanere coricato la massima parte del giorno.

Presenta catarro congiuntivale e leggero opacamento delle cornee.

Emometria 50.

Senza più oltre riportare il diario di questo animale basterà ricordare come dopo aver anch'esso presentato una progressiva diminuzione di peso e stato di deperimento profondo, ne è poi andato [illegible] lentamente migliorando fino a ritornare quasi al primitivo stato normale.

Nelle esperienze finora riportate gli animali ricevevano il sangue anemico direttamente in circolo per la giugulare. In altre esperienze noi abbiamo voluto vedere l'influenza delle trasfusioni peritoneali di sangue anemico. I fenomeni riscontrati negli animali trasfusi sono perfettamente identici sia che il sangue anemico venga iniettato per la via venosa o per la via del peritoneo. Riportiamo a questo proposito l'esperienza seguente.

Esperienza VIII.

30 marzo. — Piccolo cane bastardo del peso di Kgr. 4,4.

Emometria 95.

Dalla carotide si tolgono gr. 175 di sangue. Subito dopo il salasso, saturata la ferita, si mette a terra l'animale. Il cane non dà pratico segno di aver sofferto. Cammina bene, ma la dispnea si mostra molto vivace.

18. — Mediante un ago cannula introdotto nel cavo addominale ed unito con tubo di gomma al recipiente contenente il sangue si inietta al cane gr. 250 di sangue defibrinato.

Il sangue proviene da altro grosso cane reso lentamente anemico colla pirodina a cui tratto tratto si associava la resina di gialappa. Da 6 giorni questo animale non riceveva più pirodina, ed il suo sangue segna all'emometro 20.

19. — Circa 20 minuti dopo la trasfusione l'animale si mostra stanco. Non si muove che dietro eccitazione diretta. Presenta un leggero grado di atassia, e tratto tratto qualche orripilazione. Ha completamente perduta la vivacità primitiva.

19.30. — Leggero tremito generale. L'animale è intirizzito, rimane

alle volte anche in piedi per parecchi minuti nella stessa posizione senza muoversi.

L'animale ha presentato a varie riprese fenomeni di spasmo muscolare in specie agli arti posteriori ed alla colonna vertebrale.

Dopo essere stato costretto a camminare, lasciato a sè, rimane per un certo tempo in una posizione strana col dorso incurvato e gli arti tesi. Il capo non partecipa per nulla ai fenomeni di spasmo.

19,40. — L'animale è coricato. Presenta dispnea. Nell'inspirazione si vede un movimento ritmico di tutto il corpo, vi prendono parte contraendosi anche i muscoli degli arti posteriori. Le inspirazioni sono molto lunghe ed accompagnate da tremito generale.

19,45. — L'animale è rimasto in questo tempo in perfetto riposo. Malgrado ciò presenta una respirazione spasmodica a scatti. Ha contratture in estensione degli arti posteriori. Sta male coricato. In piedi si appoggia al muro. Agli arti il tremito si è fatto molto evidente ed è costituito da leggere scosse cloniche non molto rapide.

23,30. — Il cane è coricato tranquillo. Grida mentre lo si toglie dalla gabbia, non cammina se non di mala voglia, quando venga eccitato direttamente. Presenta evidente andatura atassica.

31 Id. — Emometria 75.

L'animale viene a morire il 5 aprile, senza che, essendo noi assenti dal laboratorio, si sia potuto seguitare ad osservarlo. L'autopsia eseguita dal dott. Robecchi, non dà nessun reperto interessante. Esclude assolutamente la peritonite e qualsiasi lesione cerebrale.

Studiati i fenomeni provocati dalla trasfusione di sangue omogeneo, proveniente da animali anemici, ci parve di dovere studiare i fenomeni che potesse provocare l'iniezione di semplice siero proveniente da sangue di animali anemici.

Non riportiamo a questo proposito le nostre esperienze. Ci basti il dire che abbiamo praticate le trasfusioni, come gia pel sangue defibrinato nelle vene e nel peritoneo. Essenzialmente i sintomi riscontrati sono stati gli stessi pel sangue defibrinato e per lo siero. Solo se vi si volesse trovare una qualche differenza, si potrebbe dire che gli effetti tossici sono stati meno gravi, trasfondendo semplice siero, che non quando si trasfondeva il sangue.

Bisogna però osservare che le nostre esperienze di trasfusione collo siero non furono molto numerose, importando a noi più che altro lo studio degli effetti della trasfusione di sangue defibrinato quale si pratica a scopo terapeutico.

Abbiamo già fatto notare, riportando anzi a questo proposito il protocollo di una delle nostre esperienze, come la resistenza individuale abbia parte notevole nell'intensità con cui si manifestano i fenomeni tossici in seguito alla trasfusione di sangue anemico. Può darsi che a queste condizioni appunto di maggior resistenza di qualcuno degli animali da noi trasfusi collo siero sia dovuta la minore intensità di fenomeni da noi osservata.

È nostra intenzione ritornare sull'argomento.

Un'altra questione importante ci siamo proposti di risolvere, se cioè fosse lo siero di sangue anemico dotato di potere emolittico. Siamo a questo scopo ricorsi al conteggio dei globuli prima e dopo la trasfusione di siero di sangue anemico.

Quando alla trasfusione si faceva precedere il salasso, il conteggio dei globuli veniva fatto prima e dopo il salasso stesso. Nelle nostre ricerche ci siamo costantemente serviti del contaglobuli Thoma-Zeiss.

Riportiamo una delle nostre esperienze.

Esperienza IX.

16 maggio. — Lo siero che serve per la trasfusione proviene da un grosso cane maschio, reso anemico colle iniezioni di pirodina.

Il suo sangue segna all'emometro 20. Da parecchi giorni prima del salasso si erano sospese le iniezioni. L'animale era stato anemizzato molto lentamente, essendosi cominciata la somministrazione di pirodina fino dal 10 aprile. L'animale aveva molto perduto in peso, era diventato molto debole ed in stato di grande denutrizione. Ecco come del resto troviamo riassunte in calce al diario le condizioni dell'animale. " Da trentasei ore rifiuta ostinatamente ogni sorta di cibo. Beve avidamente dell'acqua. Da qualche tempo ai intervalli irregolari era soggetto a specie di ipotimie, cadeva improvvisamente al suolo, trascinato dopo movimenti appena un po' rapidi. Quantunque non avesse mai ricevuto resina di gialappa presentava, massime dal giorno 9 maggio in poi, scariche diarroiche molto abbondanti. Alla sera del giorno 11 l'animale è in pessime condizioni, al mattino del 12 è assai peggiorato. Rifiuta il latte e beve avidamente dell'acqua. Le scariche diarroiche prima gialle sono stamane verdastre. L'animale quasi non è più capace di reggersi in piedi. Giace disteso sul fianco, respira frequente e superficiale, sensorio molto depresso.

Visto le condizioni gravi dell'animale si decide di ucciderlo per dissanguamento. Il sangue vien raccolto in recipienti sterilizzati che poi vengono tenuti sul ghiaccio.

Collo siero di questo animale si procede alla esperienza seguente.

Cane normale a mantello bianco e nero.

Peso gr. 4400. Emometria 95.

Globuli rossi 8.216.600.

Si pratica dalla carotide un salasso estraendo gr. 130 di sangue.

Subito dopo il salasso:

Emometria 80.

Globuli rossi 4.721.000.

Per la giugulare sinistra si trasfondono gr. 300 di siero.

Un'ora dopo la trasfusione all'esame del sangue si hanno i dati seguenti:

Emometria 40.

Globuli rossi 2.975.000.

18 maggio. — Emometria 50-55.
Globuli rossi 4.640.000.

20 Id. — Peso dell'animale 4400.
Emometria 55-60.
Globuli rossi 6.480.000.

23 Id. — Emometria 50-55.

30 Id. — Peso 4200.
Emometria 40-45.
Globuli rossi 5.280.000.

8 giugno. — Peso 4080.
Emometria 80-85.
L'animale appare completamente normale.

Per vedere come si comportasse la pressione sanguigna e studiare con maggior esattezza la modificazione nel respiro, abbiamo fatto la seguente esperienza.

6 luglio 1896. — Cane volpino normale del peso di gr. 4200.

Alle ore 11 si scrive la pressione col chimografo di Ludwig ed il respiro. Si pratica un piccolo salasso di gr. 60 e si riscrive pressione e respiro.

12,05. — Si comincia la trasfusione scrivendo contemporaneamente pressione e respiro. L'operazione è finita alle 12,14. L'animale ha tremito e specialmente scosse cloniche agli arti posteriori.

La pressione si eleva notevolmente durante la trasfusione tanto che da una media iniziale di 76 mm., la pressione si eleva rapidamente ad un massimo di 180 con una media di 163. Durante tutto il tempo della trasfusione, la media non discende sotto il 152.

Venti minuti dopo finita la trasfusione è ancora a 129. Di pari passo la frequenza del polso aumenta da 136 a 164, e ancora dopo finita la trasfusione continua ad aumentare raggiungendo un massimo di 180.

Nel tracciato del respiro non si osservano modificazioni nel tipo. Solo aumenta la frequenza. L'esperienza è sospesa alle 12,35. Slegato l'animale si reggeva [illegible] sulle zampe. Il pelo [illegible].

Dalle esperienze sopra riferite risulta come fatto costante che praticando in animali normali la trasfusione o la parziale sostituzione di sangue con sangue tolto ad animali della stessa specie, profondamente anemici per avvelenamento cronico da pirodina, si determina una serie di disturbi variabile per intensità e durata ma molto caratteristici ed analoghi fra di loro.

Questi disturbi per il modo con cui si manifestano possono essere divisi in due gruppi e riferibili, diremo così, a due tipi diversi, uno relativo ad un quadro di intossicazione acuta, l'altro ad un quadro di intossicazione cronica. Non esistono però limiti precisi fra una forma e l'altra, perchè esse si riscontrano riunite nello stesso caso, quando i fenomeni sono stati molto gravi.

Il quadro della intossicazione acuta può iniziarsi già durante l'atto della trasfusione con disturbi notevoli del respiro che si fa raro con tendenza ad arrestarsi (Esp. IV, VII) o cambia perfettamente di tipo diventando prevalentemente addominale (Esp. VII) o si fa stertoroso (Esp. III) con inspirazioni profonde ed espirazione prolungata (Esp. I). Questi disturbi del respiro non sono però costanti e non vennero riscontrati nel caso nel quale si è descritta la grafica durante la trasfusione. Come unico fatto rilevabile in questo caso, vennero osservate modificazioni nella frequenza e nell'ampiezza.

Parimenti durante la trasfusione intervengono talora scosse tonico-cloniche per lo più limitate agli arti od anche soltanto a qualche gruppo muscolare.

Però i disordini più imponenti si manifestano specialmente dopo avvenuta la trasfusione ed in un periodo di tempo vario a seconda che la trasfusione venne praticata per via endove-

nosa o peritoneale. In quest'ultimo caso in causa delle speciali condizioni di assorbimento, i fenomeni intervengono soltanto dopo mezz'ora. In massima però i fenomeni acuti intervengono subito ed hanno raramente tendenza ad aumentare di intensità dopo che è trascorso qualche tempo dalla trasfusione, se si eccettua quando questa venne fatta nel peritoneo (Esp. VIII).

Nei casi leggieri, si osserva soltanto una incertezza nell'andatura appena apprezzabile, fenomeno di stanchezza per cui gli animali non si muovono se non eccitati fortemente, dispnea già manifesta nelle condizioni di riposo, ma molto intensa in seguito alle menome fatiche (Esp. V, I, VI) e, sebbene incostantemente, vomito (Esp. VI e V). Questi disturbi scompaiono in un periodo di tempo più o meno breve, vario tra 1 ora (Esp. VI) e 3 ore (Esp. I) e dileguano senza lasciare traccie. Come ultimo fatto permane ancora inappetenza, che però cede a sua volta dopo qualche ora: cosicchè si ha un ritorno completo alle condizioni normali in meno di 24 ore.

Nei casi gravi invece, gli stessi fatti già descritti si manifestano con intensità e durata molto maggiore. La stanchezza è così forte da rendere impossibile agli animali di reggersi in piedi (Esp. II) o da obbligarli almeno al riposo per molte ore, tantochè mostrano tutti una spiccata tendenza a cercare subito un sito dove potersi rincantucciare appena slegati dal tavolo di operazione, e non vogliono muoversi neanche se eccitati fortemente.

L'andatura barcollante assume i caratteri di una vera atassia (Esp. VII, VIII) con movimenti di propulsione e con oscillazioni molto marcate nel senso laterale, tantochè gli animali camminano a stento e sembrano dover cadere ad ogni passo. Questa atassia è in parte dovuta a fenomeni paretici che si osservano con predilezione al treno posteriore. Però la paresi si accompagna a contrattura che talvolta è estesa anche alla colonna vertebrale (Esp. II e IV) e in alcuni casi obbliga l'animale a posizioni bizzarre, quasi plastiche, che ricordano fino ad un certo segno i fenomeni catalettici (Esp. VII).

Contemporaneamente a questi disturbi tonico-paretici, se ne osservano altri di natura convulsiva molto caratteristici e costanti. Questi possono essere rappresentati da tremito, generalizzato fino, ed accompagnato da orripilazioni, e sotto questa

forma non mancano quasi mai in nessun caso; altre volte invece, ed anche molto sovente, sono rappresentati da contrazioni tonico-cloniche agli arti, con predilezione talvolta ad un lato piuttosto che all'altro, ed anche generalizzate (Esp. II, VII, VIII, IV).

Da parte della psiche si rilevano scarsi disturbi, l'animale capisce quanto succede intorno a lui, e risponde se viene fortemente eccitato; distingue bene gli oggetti. Soltanto in alcuni casi gravi si dimostra come stupido, molto tardo ed anche incapace di discernere bene gli oggetti, per modo che va a battere per es. del capo in una vetriata (Esp. III).

Le funzioni del respiro sono quelle che subiscono maggiore disturbo dopo quelle già descritte. Infatti non è raro osservare dispnea anche in perfetto riposo: questa dispnea si fa poi molto spiccata in seguito a fatiche pure molto leggiere, come quella per es. di percorrere per breve tratto la sala di vivisezione, e talvolta in queste condizioni raggiunse i gradi più elevati, tanto che l'animale sta seduto appoggiandosi al muro, presenta movimenti delle pinne nasali, movimento di tutti i muscoli ausiliari del respiro, di cui non si viene nemmeno più a determinare la frequenza (Es. Esp. VII). Le funzioni del cuore non sembrano venire molto influenzate: soltanto si può ritenere come costante un aumento sensibile nel numero delle pulsazioni (da 74 a 120, Esp. VII). Anzi nei casi nei quali durante la trasfusione si è manifestato momentaneo arresto del respiro, il cuore ha ancora continuato a battere validamente. La pressione arteriosa nel caso in cui venne studiata durante e subito dopo la trasfusione, non ha subito un aumento, il che prova che nulla ha modificato la forza del cuore nè la permeabilità delle vie circolatorie.

Le pupille sono per lo più dilatate e talvolta reagiscono pigramente alla luce (Esp. II); però anche in casi gravi, possono mantenersi normali e reagire in modo regolare.

Da parte dell'apparato digerente, all'infuori del vomito già accennato, non si sono potuti osservare disturbi speciali. Gli animali presentano talvolta bisogno di defecare, ma non hanno diarrea e, fatto importante a notarsi, non hanno scariche di muco sanguinolento: così pure il vomito non è tinto di sangue. Come fatto costante poi si osserva inappetenza più o meno ostinata a seconda della gravità degli altri sintomi, ma talora

così grave da far rifiutare il cibo per 24 ore (caso II) e anche per 4 giorni (Esp. IV).

Parimenti da parte dell'apparato urinario non vennero osservati disturbi. In nessun caso fu osservata ematuria od anche soltanto emoglobinuria od urobilinuria in seguito alla trasfusione.

Possediamo scarse osservazioni per rispetto al modo di comportarsi della temperatura, ma per quanto si può inferirne dalle medesime, risulta che la temperatura subito dopo la trasfusione ha tendenza ad abbassarsi (Esp. VII) sebbene questo fatto non sia costante, poichè in un caso dopo $^3/_4$ d'ora era di 39,5 C°, cioè di poco inferiore alla norma.

Per parte del sangue, sebbene le ricerche in proposito siano molto scarse, non sembra probabile che abbia luogo una notevole distruzione dei corpuscoli rossi d'un tratto nel periodo dell'avvelenamento acuto, perchè l'emometria si mantiene per lo più in rapporto colla diluzione subìta dal sangue durante la trasfusione ed i corpuscoli rossi non hanno subìto una diminuzione nel giorno successivo, ma anzi un aumento in rapporto all'inspessimento avvenuto nel sangue per il ristabilirsi nel medesimo dello equilibrio nella quantità d'acqua contenuta (Esp. IX). Però le ricerche istituite finora a questo scopo sono insufficienti e sono già state riprese per avere dati più precisi.

Il quadro di intossicazione cronica, quale venne osservato nei casi più gravi, comprende ancora in una certa misura i disordini sopradescritti ed ha poi per caratteristica essenziale lo sviluppo di profonde alterazioni nella nutrizione.

Fra i fenomeni analoghi a quelli già enumerati a proposito dell'intossicazione acuta, meritano speciale menzione l'anoressia, la debolezza generale e i disordini nervosi.

È un fatto costante che i cani così trasfusi rifiutano il cibo per 24 ore, ma talora si ostinano a non volerne affatto anche per 2-4 giorni (Esp. IV, III, III, I), ed anche quando incominciano a rimettersi, continuano ancora per qualche giorno a nutrirsi assai poco. La stanchezza generale osservata subito dopo la trasfusione e che rende gli animali pigri ed incapaci a muoversi senza essere fortemente eccitati, può scomparire molto presto, come si è veduto; ma in casi gravi, continua invece ancora per parecchi giorni (7 giorni nel caso IV) e va poi soltanto molto lentamente scomparendo. In modo analogo si com-

porta l'atassia e l'incertezza nei movimenti come pure la paresi del treno posteriore che possono ancora persistere oltre ad una settimana dopo la trasfusione.

Maggiore importanza presentano i fenomeni di denutrizione che si manifestano quando la trasfusione di sangue anemico ha provocato disordini gravi. Primeggia fra questi la diminuzione progressiva di peso negli animali talvolta molto sensibile e rilevabile ancora a lunghi periodi di distanza dalle trasfusioni. L'esperienza IV offre in proposito un esempio molto dimostrativo, poichè l'animale a cui si riferisce ha presentato in 17 giorni una diminuzione di 900 gr., corrispondente circa al quarto del peso totale. Questa diminuzione di peso non è in rapporto soltanto coll'alimentazione insufficiente, perchè venne osservata ancora in un periodo nel quale il cane incominciava già a nutrirsi abbondantemente. A questa diminuzione di peso corrispondono pure disordini molto profondi nella nutrizione, quali ad es. ulcerazioni corneali profonde, che vennero riscontrate troppo spesso per poter essere ritenibili ad una semplice coincidenza, si manifestarono soltanto negli animali trasfusi. Per rispetto al modo di comportarsi del sangue negli animali trasfusi, non abbiamo avuto tempo ancora di raccogliere dati molto numerosi e completi, però attenendoci solamente a quelli relativi all'emometria, abbiamo potuto constatare con sicurezza un ritardo notevole nel ritorno al tasso emometrico primitivo nei cani che hanno presentato i fenomeni di intossicazione cronica sopradescritti. Così, per citare solo qualche esempio, nel cane che ha servito per l'esperienza IX, dopo 22 giorni dalla trasfusione il sangue non ha raggiunto ancora il tasso emometrico di prima. Parimenti nel caso IV dopo 17 giorni il tasso emometrico non si è modificato per nulla in confronto di quello osservato subito dopo il salasso corrispondente al 2-6 % del peso dell'animale. Un fatto analogo venne pure osservato nel cane che ha servito per l'esperienza II. Anzi, per quanto si può giudicarne dalle esperienze fatte in proposito, non solo il tasso emometrico ha poca tendenza a rialzarsi, ma in taluni casi subisce ancora una diminuzione raggiungendo od anche oltrepassando il limite minimo toccato prima della trasfusione e dopo il salasso. Così nell'esperienza II, mentre subito dopo il salasso l'emometria era di 40-45, invece 7 giorni dopo, cioè in un'epoca nella quale i

fenomeni dovuti ad aumento nella massa del sangue consecutivi alla trasfusione sono interamente scomparsi, il tasso emometrico non era più che di 35, e dopo 13 giorni dalla trasfusione è ancora soltanto di 40-45. Parimenti nella esperienza IX l'emometria si mantenne fra 50 e 55 in un periodo di circa 5 giorni, poi toccò un *minimum* di 40-45 dopo 12 giorni, e finalmente ricominciò ad aumentare ritornando in un periodo non molto lungo alla norma. Però a questo proposito occorrono ancora ulteriori ricerche, le quali vennero già intraprese e saranno proseguite particolareggiatamente.

L' intensità e la durata dei fenomeni che, come si è veduto, fu così varia nei singoli casi, è subordinata a molte circostanze inerenti alla qualità e quantità del sangue trasfuso come pure alle condizioni individuali dell'animale che riceve la trasfusione.

Per rispetto alla qualità del sangue trasfuso si può ritenere stabilito dalle nostre ricerche un rapporto chiaro fra grado di anemia dell'animale che fornisce il sangue ed intensità e durata degli effetti. Le esperienze IV, V e VI paragonate fra di loro dimostrano questa correlazione in modo indiscutibile. Per altra parte, come si vede dai singoli protocolli soprariferiti, i fenomeni imponenti vennero osservati soltanto con sangue tolto a cani fortemente anemici ed avente un tasso emometrico di 20-25. Le poche esperienze comparative da noi istituite negli effetti del siero di sangue e del sangue defibrinato tendono pure a far ammettere che il sangue defibrinato si mostri più tossico del solo siero. Oltre a questi fattori fino ad un certo segno valutabili, abbiamo dovuto acquistare la convinzione che la tossicità del sangue dipende pure da speciali condizioni che sfuggono ad un esame diretto e sono inerenti alla razza ed alla costituzione dell'animale che viene anemizzato. Così abbiamo ottenuto i risultati più belli nei cani a pelo fino e dotati di minore resistenza; invece furono scarsi gli effetti col sangue di cani bastardi, da pastore, ecc. Anche per l'individuo trasfuso ha larga parte nel determinare la gravità e durata dei fenomeni quell' insieme di condizioni imprecisabili che costituisce la predisposizione individuale. Questo fatto venne già messo in evidenza nei singoli protocolli ed appare molto evidente dalle esperienze II e III come pure dalle esperienze IV, V e VI, e si accorda del resto perfettamente coi principii generali della patologia.

Meno chiaro invece appare il rapporto fra quantità di sangue iniettato e intensità dei fenomeni, poichè per es. questi furono molto imponenti nella esperienza IV, nella quale pure la quantità introdotta fu scarsa, corrispondente soltanto a 2.6 % del peso ed uguale a quella tolta col salasso, mentre invece furono pure molto notevoli nell'esperienza VII con quantità corrispondente all'8,6 % del peso. Questa mancanza di rapporto non deve però recare maraviglia trattandosi di fenomeni molto complessi ancora affatto oscuri nelle loro cause e che non possono certo venire paragonati agli effetti d'un farmaco pel quale un dosaggio esatto è possibile e proporzionale ai risultati.

In due soli casi delle esperienze sopariferite si è avuta morte negli animali trasfusi ed in entrambi questa avvenne a qualche giorno di distanza dal momento della trasfusione. In un caso non si è potuto seguir bene l'animale in esperienza e non si può saper nulla di preciso intorno ai fenomeni presentati dal medesimo negli ultimi giorni. In entrambi poi la causa della morte riesce oscura. Nel caso relativo all'esperienza III si sarebbe tentati di riferire la morte all'intossicazione, poichè questa venne provocata per ben due volte sullo stesso animale a pochi giorni di distanza, e la seconda volta diede luogo a disturbi molto notevoli che andarono progressivamente peggiorando. Però all'esame necroscopico si sono trovate delle emorragie puntiformi nel cervello, le quali, sebbene per se non valgano a dare ragione della morte, possono tuttavia spiegare alcuni dei fatti presentati dall'animale. Sulla causa che ha prodotto queste emorragie non è possibile nello stato attuale dei nostri studii l'emettere qualsiasi ipotesi. Nell'altro caso la necroscopia non rilevava nessuna alterazione anatomica degna di nota. Noi ci limitiamo per ora soltanto a far osservare che in questi due casi la morte non avvenne in seguito alle alterazioni ben note che sogliono conseguire all'intossicazione da fermento della fibrina.

***

Messi in rilievo i fatti sopradescritti, resta il còmpito più difficile relativo alla interpretazione che dei medesimi si può dare.

I risultati delle ricerche sopra esposte sono insufficienti allo scopo. Però ci sembra opportuno entrare in qualche discussione sui medesimi per vedere se essi possano ragionevolmente venire ritenuti come conseguenza della trasfusione di sangue tolto ad animali anemici, o non piuttosto come conseguenza di cause già note.

Per risolvere questa prima parte del problema noi dobbiamo proporci il seguente quesito:

I fenomeni osservati nelle nostre esperienze sono dovuti alla semplice trasfusione di sangue omogeneo, oppure alla presenza di pirodina nel sangue iniettato?

Prendiamo partitamente in esame le due ipotesi.

Gli effetti della trasfusione di sangue omogeneo con o senza previo salasso più o meno abbondante ed in quantità più o meno grande sono già noti da ricerche molto numerose ed istituite con molta diligenza da parecchi osservatori, cosicchè si possono ritenere interamente stabiliti. Ora mettendo a confronto gli effetti descritti negli studii classici di Panum (36), di Hayem (37), di Quincke (loc. cit.), ecc. con quelli da noi osservati, si trova subito una tale differenza, che non si può neanche pensare a paragonarli tra loro. Infatti le esperienze di questi osservatori come anche quelle di Landois, Worm-Müller, Forster, ecc., si accordano nel dimostrare che la trasfusione di sangue omogeneo non dà luogo in massima a disturbi di sorta alcuna, e quando succeda ad abbondanti salassi, può salvare la vita agli animali a cui viene praticata. Con esperienze di controllo eseguite in condizioni analoghe, servendoci del sangue di animali normali, abbiamo potuto assicurarci noi stessi della verità di questo fatto. I disturbi ai quali può dare luogo la trasfusione di sangue tolto ad animali normali della stessa specie, si riducono ad un leggiero brivido ed un aumento di frequenza nel respiro (Hayem, loc. cit., Esp. XLVII), come pure a leggiere modificazioni nella

temperatura che ha piuttosto tendenza ad abbassarsi (Hayem). Però questi disturbi sono per se stessi molto incostanti, vennero osservati soltanto in animali già affetti da anemia cronica e si manifestano anzi in caso affatto eccezionale, poichè d'abitudine gli animali appena eseguiti si mostrano vivaci come prima, mangiano volentieri e si comportano in tutto come animali normali.

Neanche si possono riferire i disturbi osservati da noi alla quantità eccessiva di sangue trasfuso, sufficiente a determinare una pletora sperimentale. Infatti le ricerche di Quincke (1 cit.) hanno messo in rilievo che per la trasfusione di quantità di sangue varie il 30 e 70 % del peso del sangue preesistente, come unico disturbo si manifesta vomito nella metà dei casi, ed inappetenza per un giorno; per il resto non si osserva nessuna modificazione nello stato generale. Soltanto in 3 casi venne eccezionalmente osservata la comparsa di un esantema, fatto che manca sempre nei nostri casi. Ma che la pletora sperimentale non valga a determinare i disturbi da noi osservati, lo provano ad evidenza le esperienze II, IV e VI. In vero nelle due prime non vi fu affatto pletora, poichè la quantità trasfusa corrispose a quella tolta per salasso, e malgrado ciò i disturbi furono imponenti specialmente nel caso IV. Per contro nell'esperienza VI, relativa allo stesso animale dell'esperienza IV, malgrado la quantità introdotta sia stata uguale a 72 % del peso del sangue preesistente, i fenomeni furono assai scarsi, quando la trasfusione venne eseguita con sangue tolto ad un animale non molto anemico.

Quanto si è detto finora vale con più di ragione per i disturbi osservati nel periodo successivo alla trasfusione, quali la perdita di peso progressiva e la diminuzione del tasso emometrico o la nessuna tendenza ad un aumento del tasso medesimo. Infatti la perdita progressiva di peso non è certo riferibile soltanto al fatto della sottrazione sanguigna, poichè si sa dalle ricerche di Sanquirico (38) che i cani possono sopportare salassi del 3 % del peso ripetuti a brevi intervalli, senza soffrire per nulla nella loro nutrizione, anzi aumentando di peso.

Parimenti la diminuzione del tasso emometrico od almeno la nessuna tendenza ad un aumento osservata nei nostri casi non è un fatto che si riscontri normalmente come conseguenza

di gravi salassi. È noto con quanta rapidità i cani specialmente si rifanno dalle perdite sanguigne. Per citare soltanto qualche esempio, si sa dagli studii di Piorry (cit. da Hayem) che il cane sopporta molto bene perdite di $^1/_2$ del peso del corpo senza che si constatino fenomeni importanti nel periodo di riparazione. Parimenti Schramm (39) ha trovato che il cane può sopravvivere senza disturbi a perdite corrispondenti a $^2/_3$ % della sua massa sanguigna, e Quincke (loc. cit.) ha pure trovato che i cani dopo una perdita uguale al 30 % della quantità di sangue corrispondente al 2,5 % del peso del corpo, anche ripetuta, presentano già dopo pochi giorni un miglioramento e dopo 3-4 settimane hanno ripristinato il tasso emometrico primitivo. Lo stesso osservatore riferisce di avere in 3 casi durante 4-5 mesi tolto il doppio della quantità di sangue propria agli animali e di aver constatato che anche questa venne completamente riformata. Syon (40), che ha studiato con diligenza le modificazioni nel numero degli elementi del sangue dopo gravi perdite sanguigne, ha pure constatato che il termine entro cui si riproduce il numero primitivo di corpuscoli rossi varia fra 19 e 30 giorni per salassi del 4,5 % del peso del corpo, e per quelli corrispondenti come nei nostri casi al 3 % può anche essere di soli 9 giorni.

La pronta rigenerazione del sangue dopo salassi abbondanti è poi un fatto costante quando al salasso si fa seguire una trasfusione. Così Hayem (l. cit.) in un cane ridotto a tal punto di anemia cronica da salasso da avere più soltanto 2.200.000 corpuscoli rossi, in seguito alla trasfusione di sangue defibrinato normale, vide ridiventare normale la costituzione del sangue nell'animale trasfuso dopo 12 giorni.

Anche Panum (l. cit., esp. VI) in un cane dopo un salasso superiore al 30 % del peso del sangue dell'animale e successiva trasfusione di sangue defibrinato in quantità inferiore a quello tolto, non notò alcun disturbo da parte dell'animale, che anzi aumentò progressivamente di peso, tanto da guadagnare in 20 giorni 4.400 g.

Per altra parte nelle esperienze da noi riferite i disturbi furono molto gravi e persistenti anche nel cane relativo all'esperienza III nel quale la trasfusione venne praticata senza previo salasso.

Del resto anche noi, malgrado che l'opinione concorde degli autori sembrasse renderle superflue, abbiamo eseguito esperienze di controllo, iniettando in cani sottoposti prima a salasso abbondante, siero artificiale, e sempre abbiamo visto questi animali comportarsi ben diversamente da quelli a cui si trasfondeva sangue anemico.

Ecco il protocollo di una di queste esperienze:

Grosso cane a pelo nero.
Pesa Kgr. 22,750.
Emometria 110.
Globuli 6.400.000 (media di 3 conteggi).

17 febbraio. — Si pratica all'animale un abbondante salasso dalla carotide sinistra. Si estraggono grammi 680 di sangue (pari al 3 % del peso del corpo).

Subito dopo per la giugulare dello stesso lato trasfusione di liquido fisiologico (Clor. sodico gr. 5, Solfato di soda gr. 10, Acqua distillata e sterilizzata gr. 1000) in quantità di gr. 780.

La trasfusione procede bene senza che l'animale presenti nessun fenomeno speciale.

Dopo l'operazione, mentre si sutura la ferita, polso un po' debole, respiro superficiale.

Emometria 70-75.

Globuli 3.833.333 (media di 3 conteggi).

Slegato l'animale sta bene sulle zampe, cammina, non si mostra abbattuto.

Nella giornata non si nota nessun sintomo speciale.

Alla sera sta bene e consuma tutta la sua razione.

18. — Il cane sta bene, mangia.

L'animale essendosi sempre in seguito mostrato perfettamente normale, non farò che riportare i dati dei conteggi e delle emometrie.

25 Id. — Globuli 4.208.888 (3 conteggi).
Emometria 90.

4 marzo. — Globuli 4.308.333 (3 conteggi).
Emometria 90-95.

9 Id. — Globuli 6.187.500 (3 conteggi).

11 Id. — Globuli 6.379.166 (3 conteggi).
Emometria 110.

Si sospende l'osservazione.

L'animale pesa Kgr. 26,250.

Avendo così guadagnato in peso circa quattro chilogrammi in un periodo di 23 giorni.

Resta a vedere quale importanza possa venire attribuita alla presenza della pirodina nel sangue che ha servito per le nostre trasfusioni. In primo luogo la presenza della pirodina nel sangue che venne da noi utilizzato per la trasfusione è per lo meno molto ipotetica, perchè, come si è veduto dai singoli protocolli, noi abbiamo sempre lasciato passare un tempo vario fra 3-5 giorni di intervallo fra il giorno in cui si cessava la somministrazione di pirodina e quello in cui si adoperava il sangue per la trasfusione. E per altra parte sebbene si conosca nulla sul tempo in cui questo veleno attraversa l'organismo, si sa tuttavia che nel sangue è difficilissimo di dimostrare la presenza di veleni che sono pure dotati di azione cumulativa perche questi rimangono piuttosto nei parenchimi degli organi, ma non stanno nel sangue. Ma qualora pure si dovesse ammettere che una piccola quantità di pirodina era contenuta nel sangue che venne trafuso, non si spiegherebbe con cio per nulla la serie dei fenomeni da noi constatati, perchè questi non corrispondono in niente ai fenomeni dovuti all'avvelenamento protratto da pirodina. Questo veleno ha infatti un modo molto insidioso di agire, non dà luogo a disturbi nervosi di sorta e soltanto negli stadi di avvelenamento avanzato toglie l'appetito, ed altera consecutivamente la nutrizione. Di più, secondo le osservazioni di Mya (l. cit.) interrompendo l'avvelenamento da pirodina, la rigenerazione globulare ha luogo in modo più rapido che non dopo salassi ripetuti.

Escluse così le diverse ipotesi che più facilmente si presentano, non rimane altro che ammettere come causa dei disturbi osservati, la natura del sangue adoperato per la trasfusione. Oltrechè per esclusione, questo modo di vedere, emerge spontaneo dall'esame dei fatti, poiche, come si è veduto, dai protocolli delle singole esperienze, appare anche un rapporto fra intensità dei fenomeni e grado di anemia dell'animale che ha fornito il sangue per la trasfusione.

Stabilito così che i disturbi osservati sono ragionevolmente

riferibili a proprietà tossiche del sangue di animali anemici, nasce naturale la domanda: per quale ragione e con quale meccanismo questa tossicità prenda origine e si manifesti. Dallo studio di Castellino sulla tossicità del siero di sangue dei trasudati, essudati e dell'urina, e dalle numerose considerazioni teoriche svolte nel suo lavoro, si potrebbe forse supporre che anche nel nostro caso la tossicità sia dovuta semplicemente alla presenza di una quantità troppo abbondante di nucleine nel sangue, originatesi dalla distruzione globulare e quindi che i fenomeni osservati siano riferibili ad una intossicazione da fermenti della fibrina e ad una coagulazione, in modo analogo a quello che si osserva per la tossicità del sangue nelle malattie. Se così fosse i fenomeni osservati da noi, dovrebbero essere analoghi a quelli consecutivi alla iniezione di sangue eterogeneo e che prendono origine dalla distruzione globulare, essendo, secondo le esperienze di Castellino, la tossicità ed il potere globulicida del siero, perfettamente corrispondenti fra di loro.

Paragonando i disordini osservati da noi con quelli che si rilevano in queste circostanze, si può trovare fra i medesimi una qualche lontana analogia. Così durante, e poco dopo le trasfusioni di sangue eterogeneo vennero osservate scosse e contrazioni in certi gruppi di muscoli e rigidità nelle estremità.

Speciale interesse hanno per il caso nostro i fenomeni riferiti da Richet e Hericourt (41) in seguito ad iniezione intraperitoneale di sangue di cane nei conigli, perchè essi avrebbero anche constatato negli animali che sopravvivono, una perdita di peso abitualmente soltanto sensibile nei due, tre primi giorni; ma talvolta anche persistente per due, tre settimane.

Però se analogie vi sono fra i risultati da noi esposti e quelli che si riferiscono a trasfusione di sangue eterogeneo, le differenze sono pure molto manifeste, poichè in nessuno dei nostri casi la morte seguì da vicino la trasfusione come suole abitualmente accadere in seguito alle trasfusioni eterogenee: in nessuno dei nostri casi si ebbero ematuria, perdita di muco sanguinolento dalle narici, scariche sanguigne, ecc., fenomeni costanti ad osservarsi, per le trasfusioni eterogenee. Di più la temperatura non mostrò mai rialzo febbrile quale si manifesta in simili circostanze e la necroscopia eseguita nei due casi di

morte non ha permesso di constatare le lesioni caratteristiche dovute alla coagulazione e costanti in simili casi.

Per conseguenza, noi dal nostro studio ci crediamo autorizzati ad affermare una cosa sola e cioè che il sangue di animali resi profondamente anemici con distruzione globulare provocata da avvelenamento protratto da pirodina, riesce tossico quando venga iniettato ad animali della stessa specie.

Per avanzare una qualche ipotesi sulla natura di questa azione tossica sulle sue cause e sul meccanesimo con cui si esplica, crediamo necessarie ancora numerose ricerche fatte con speciale indirizzo essenzialmente nell'intento di determinare se per la trasfusione di sangue anemico, abbia luogo negli animali trasfusi una attiva distruzione globulare ed un aumento della coagulabilita e quali sono le alterazioni anatomiche rilevabili nei casi mortali. Queste ricerche noi abbiamo già ripreso questo anno insieme a quelle che si riferiscono all'altra parte del problema relativo all'influenza della trasfusione di sangue normale negli animali profondamente anemici per anemia da emolisi e sui risultati delle medesime, ci proponiamo di ritornare in altro lavoro.

LETTERATURA

1. — A. Köhler, Inaug. Diss. Dorpat, 1877.
2. — Landois, *Ueber subcutane oder intravenöse Injection gegen Anämie*, " Verhandlungen d. XI Congr. f. inn. Medicin. 1892, u. Wien. Med. Woch. „, N. 20, 1892.
3. — Quincke, *Weitere Beobacht. üb. Perniciöse Anämie*, " Deutsch. Arch. f. Klin. Med. „, Bd. XX. — Quincke, *Z. Path. d. Blutes*, " Deutsch. Arch. f. Klin. Med. „, Bd. XXV-XXVII.
4. — Quincke H., *Ueber die perniciöse Anämie*, " Volkmann's Sammlung Klin. Vortr. „, 1876.
5. — Hunter W., *Observ. on the treatm. of pernicious Anoemia*, " British med. Journal „ 1890.
   Hunter William, *On the pernicious Anaemia*, " Practitioner „, 1889.
   Id. *Lectures on the transfusion*, " British med. Journal „, 1889.
6. — Scheby Buch, *L. Casuistik u. Literatur d. Essent. Anämie mit. tödlichen Ausgang*, " Deutsch. Arch. f. Klin. Med. „, Bd. XVIII, 1876.

7. — Georgi u. Ewald, " Berl. Klin. Woch. „, 1887.

8. — Bartels, *Ein Fall v. perniciöser Anämie mit Icterus,* " Berl. Klin. Woch. „, 1888.

9. — Bristowe, *On pernicious Anaemia with jaundice,* " British med. Journal „, 1888.

10. — Silbermann L., *Pathogenesen d. essentiellen Anaemien,* " Berl. Klin. Woch. „, 1886, pp. 473.

11. — Mott Fred., *A case of pernicious Anaemia,* " The Lancet „, 1870.

12. — Maragliano, *Contributo alla patologia del sangue,* comunicazione fatta all'XI Congresso di med. interna di Lipsia, " Gazzetta degli Ospedali „, 1872.

13. — Birch-Hirschfeld, *Ueber die schwere Anämische Zustände,* " Verhandlungen d. XI Congresses in Leipzig „, 1872.

14. — Fisch u. Adler L., *Kenntniss d. perniciösen Anaemie,* " Zeitschr. für Heilkunde „, Bd. XIV, S. 263.

14 *bis.* — Silva, *Contributo allo studio dell'eziologia dell'anemia perniciosa progressiva,* " Riforma med. „, 1894, vol. III, pp. 807.

15. — Lussana, *Contributo alla patogenesi dell'anemia anchilostomiasi,* " Riforma medica „, 1891.

16. — Citato da Grawitz, " Klinische Pathologie d. Blutes „, Berlin, 1896.

17. — Senator, *Ueber Indican u. Kalkausscheidung,* " Centralblatt für medicin. Wiss. „, 1877.

18. — Brieger, *Ueber einige Beziehungen der Fäulnissproducte zu Krankheiten,* " Zeitschrift für Klinische Medic. „, Bd. III, 1881.
Hennige, *Indikanausscheidung in Krankheiten,* " Deutsch. Archiv f. Klin. Med. „, 1879, Bd. XXIII.

19. — Sandoz, *Beiträge zur Pathologie und Therapie der perniciöser Anämie,* " Correspondenzblatt für Schweize Aerzte „, 1887.

20. — Meyer, *Beiträge z. Therapie gewiss. Fälle von perniciöser Anaemie,* ibid., 1889.

21. — Kaufmann, *Zwei Fälle geheilter perniciöser Anaemie,* " Berl. Klin. Woch. „, 1890.

22. — Silva B., *Patologia e cura delle autointossicazioni,* Relazione al IV Congresso di medicina interna in Roma, 1891.

23. — Müller H., *Die perniciöse progressive Anaemie,* Zurich, 1877.

24. — Senator, *Ueber Selbstinfection durch abnormen Zersetzungsvorgänge,* " Zeitschrift f. Klin. Med. „, 1884, Bd. VII, S. 257.

25. — Riess L., *Ueber das Vorkommen eines dem sogenannten Coma diabeticum gleichen Symptomencomplexes ohne Diabetes,* ibid. Supplement. S. 34.

26. — Eichhorst, *Die progressive perniciöse Anämie,* Leipzig, 1878.

27. — V. Noorden, citato da Grawitz in *Blutuntersuchungen bei Ostafrikanisch. Malariaerkrankungen,* " Berl. Klin. Woch. „, 1892.

28. — Strümpell, *Anämia splenica,* " Arch. f. Heilkunde „, Bd. XVII.

29. — V. Noorden, *Lehrbuch der Pathologie d. Stoffwechsels,* Berlin, 1893, S. 339.

30. — Castellino, *Sulla tossicità del siero di sangue, dei trasudati essudati e dell'urina umana,* " Morgagni „, 1895.

31. — A. Valdameri, *Contributo allo studio delle proprietà emotossiche delle acetilfenilidrazina,* " Morgagni, „, 1874.

32. — Mazzoni V., *I processi di sanguificazione studiati mediante la pirodina,* " Boll. delle scienze mediche, 1891, p. 395-410.

33. — Mya, *Sulla rigenerazione sanguigna nell'anemia da distruzione globulare,* " Lo Sperimentale „, 1891, p. 214-218.

Id *L'ematopoesi splenica nella distruzione globulare da pirodina,* " Giorn. della R. Acc. di med. di Torino „, 1891, p. 193-195.

34. — Poletti C., *Ricerche clin. e sperim. sulla questione della rigen. sang.,* " R. Acc. fisiocritici di Siena „, Vol. 3°, 1871.

35. — A. Mosso, *Sulle leggi della fatica,* " Rendiconti della R. Accad. dei Lincei „, 1887.

36. — Panum Bez., *Exp. Unters. üb. die transf. transpl. oder Substitution d. Blutes in theor. u. pract.,* " Virchow's Arch. „, Bd. UXVII, pag. 240.

37. — Hayem, *Leçons s. les modif. du sang, émiss. sang. Transf. du sang.* Paris, 1887.

38. — Sanquirico, *Influenza del salasso sulla nutrizione dei tessuti,* " Arch. per le scienze mediche „, 1880, Vol. 4, p. 426.

39. — Schramm, *Ueber den Werth d. Kochsalzinfusion und Bluttransfusion,* " Wiener Med. Woch. „, 1885.

40. — Syon, *Blutkörperzählungen b. traum. Anaemie,* " Virchow's Arch. f. path. Anat. u. Phys. „, Bd. 84, 1881.

41. — Richet et Hericourt, *De la transf. périton. et de la toxicité variable du sang de chien p. le lapin,* " Comptes rend. „ 1889. Vol. 108, pag. 623.

Di alcuni Corallari miocenici del Piemonte;

Nota di ELODIA OSASCO.

Continuando il riordinamento e lo studio dei Corallarii terziarii del Museo Geologico della R. Università di Torino, mi occupai della numerosissima collezione di Corallarii miocenici del Piemonte, che conta circa 250 specie rappresentate da numerosi esemplari: ebbi pure in esame, per gentilezza del signor E. Forma, l'abbondante materiale da lui raccolto sulla collina di Torino.

Risultato di tale studio è questa nota, nella quale, tralasciando per ora le molte interessanti osservazioni che nuova luce gettano sui legami tra specie e specie, e che allargano l'area della loro distribuzione geografica, riporto solo ciò che si riferisce a forme nuove per la Scienza, riserbando ad altro lavoro uno sguardo più completo sulle forme miocenche.

Leiopathes vetusta (Mich.) (1) Var. ornata n. (fig. 7).

" Polyparium ornatum striis transversis undulatis (2). Axis " maior calicis 7 mm., minor 6 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (rara).

Eupsammia sismondiana (Mich.) (3) Var. producta n. (fig. 9).

" Polyparium conicum, productum, attenuatum ad basem. " Altitudo 20-30 mm., axis maior calicis 20-22 mm., minor " 18-20 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (abbondante).

Osserv. — Si avvicina all'*E. trochiformis* (Brong.) (4) per la forma allungata e conica, ma ne è distinta pel rigonfiamento laterale e pel ristringimento del calice.

(1) 1840-47. Michelin, *Iconog. zooph.*, pag. 77, pl. 15, fig. 11 (*Antipathes*).

(2) Nella diagnosi delle varietà riporto solo i caratteri che le differenziano dalla specie.

(3) Op. cit., pag. 37, pl. 8; fig. 13 (*Turbinolia*).

(4) Op. cit., pag. 152, pl. 43, fig. 6 (*Turbinolia elliptica*).

Eupsammia trochiformis (Brong.) Var. **magna** n. (fig. 8).

" Polyparium magnum, productum, compressum, pedunculatum. Altitudo exemplaris imperfecti 45 mm., axis maior calicis 30 mm., minor 18 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (non rara).

Balanophyllia vagans (Micht.) (1) Var. **subpraelonga** n. (fig. 11).

" Polyparium curvatum ad maiorem axem; theca laxe porosa, fragili; multis costis granulatis; epitheca subtili; calice compresso. Altitudo 40-50 mm., axis maior calicis 20 mm., minor 18 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (abbondante).

Osserv. — Si distingue dalla *B. praelonga* (Micht.) (2) per la fragilità caratteristica e per l'epiteca (3).

Balanophyllia conica n. sp. (fig. 10).

" Polyparium conicum, laeviter curvatum ad maiorem axem, pedunculatum aut vulnere basilari; sulcis magnis transversis recte dispositis; costis aequalibus conspicuis, rotundatis, valde granulatis; calice fere circulari, obliquo; multis septis; columella magna. Altitudo 30-45 mm., axis maior calicis 30 mm., minor 27 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (abbondante).

Osserv. — Si distingue dalla *B. Meneghinii* Sism. (4) per le coste eguali, pel calice quasi circolare, pel pedicello rivolto verso il grande asse del calice.

(1) 1871. Sismonda, *Mat. paleont.*, " Mem. Acc. delle Scienze di Torino ", pag. 291.

(2) 1840-47. Michelin, *Iconog. zooph.*, pag. 38, pl. 8, fig. 15 (*Turbinolia cylindrica*).

(3) Il Simonelli (1897, *Paleontogr. italic.*) ha due nuove specie: la *B. cornucopia* e la *B. Guidotti*; ora io non saprei distinguere la prima dalla *B.* [illegible] e la seconda dalla *B. gracilescens*, gli esemplari infatti che corrispondono alle specie del Simonelli, io avevo già riferito alle specie note.

(4) 1871. Sismonda, *Mat. paleont.*, pag. 289, pl. 1, fig. 8.

Dendrophyllia subirregularis n. sp. (fig. 12).

" Polyparium magnum, compressum, gibbosum, elatum, re-
" ctricum ad basem, supra expansum; multis polypieridibus;
" cenenchymate exiguo; multis costis subtilibus, vermicularibus;
" calicis profundis; septis fragilibus, numerosis; columella
" magna, prominenti; multis traversis endothecalibus; thecis
" paullum porosis. Altitudo 10 cm., axis calicis polypieridum
" 10 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (abbondante).

Osserv. — La forma gibbosa e le gemme sviluppate dal basso in alto, non parallele, ma ad angolo, la distinguono dalla *D. irregularis* Blainv. (1).

Dendrophyllia digitalis Blainv. (2) Var. **minor** n. (fig. 16).

" Polyparium parvum, polypieridibus sublatis, turgidis, ca-
" lice ristricto. Axis calicis polypieridum 5 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (non rara).

Dendrophyllia digitalis Blainv. var. **subtaurinensis** n.

" Polyparium polypieridibus inaequalibus, alteri parvi, sub-
" mersi in cenenchymate, alteri magni sublati. Axis calicis po-
" lypieridum maiorum 18 mm., minorum 12 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (abbondante).

Osserv. — Si distingue dalla *D. taurinensis* E. H. (3) per avere alcuni polipieridi immersi nel cenenchima.

Dendrophyllia taurinensis E. H. Var. **triserialis** n. (fig. 17).

" Polyparium polypieridibus in tribus ordinibus verticalibus.
" Axis calicis polypieridum 7 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (non rara).

(1) 1840-47. Michelin, *Iconog. zooph.*, pag. 309, pl. 74, fig. 3 (*D. Theotvoldensis*).

(2) Op. cit., pag. 52, pl. 10, fig. 10.

(3) 1848. M. Edwards et J. Haime, " Ann. Sc. Nat. ", vol. 10, pag. 99.

Osserv. — Si distingue dalla *D. ramea* (Linn.) (1) e dalla *D. taurinensis* var. *subramea* Osc. per avere una sola zona libera e tre serie di polipieridi; dalla *D. digitalis* Blainv. var. *rassa* Osc. (2) per la minor grandezza dei polipieridi e del polipaio, per l'elevazione dei polipieridi.

Dendrophyllia taurinensis E. H. Var. **subramea** n. (fig. 13-14).

" Polyparium polypieridibus in quatuor ordinibus vertica-
" libus, dispositis in duobus zonis lateralibus. Axis calicis po-
" lypieridum 7 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (abbondante).

Osserv. — Si distingue dalla *D. ramea* (Linn.) per avere le due zone di polipieridi composte ognuna di due serie verticali invece che di una sola.

Dendrophyllia incerta n. sp. (fig. 15).

" Polyparium elatum, ramis dichotomis, subcilindraceis,
" parvis calicibus terminalis eccentricis, circumdatis copioso ce-
" nenchymate parum spongioso; multis costis rotundatis, sulcis
" laevis, epithecio rugoso; parvis polypieridibus in tribus aut
" quatuor ordinibus, minime elatis, uno latere polyparii; septis
" spinosis in tres cyclis, tertio ad secundum coalescente; colu-
" mella densa. Axis calicis polypieridum 3-4 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (rara).

Tortoniano. — Villa Maiolo (rara).

Osserv. — Questa specie ha come le *Enallopsammia* 3 cicli completi di setti, calici piccoli, ed una disposizione dei polipieridi simile a quella di essi nell'*E. Scillae* (Seg.) (3), ma la forma stellata del calice mi fa riferire la specie alle *Dendrophyllia*, sebbene si ritenga il quarto ciclo di setti completo, carattere differenziale delle *Dendrophyllia* dalle *Enallopsammia*.

(1) 1895. Osasco, *Di alcuni Cor. plioc.*, " Atti Acc. Sc. di Torino ", vol. XXXI, pag. 5, fig. 1.

(2) Op. cit., pag. 4, fig. 27.

(3) 1871. Sismonda, *Mat. paleont.*, pag. 285.

Siderastraea miocenica n. sp. (fig. 6).

" Polyparium incrustans, paullum elatum, superficie lae-
" vitei convexa, calicibus subtilibus, theca coniunctis, irregu-
" lariter exagonis; multis septis valde granulatis usque ad
" columellam densam; traversis numerosissimis subtilibus. Alti-
" tudo polyparii 15-20 mm., axis calicis polypieridum 6-7 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (non rara).

Osserv. — Differisce dalla *S. italica* (Defr.) (1) per la grandezza dei calici e il numero maggiore dei setti.

Heliastraea delicata n. sp. (fig. 2 *a, b, c*).

" Polyparium spongiosum, laevissimum, polypieridibus elatis,
" vicinis, costis coniunctis; thecis subtilibus; calicibus circula-
" ribus; septis granulatis in tribus cyclis; columella spongiosa,
" multissimis traversis endothecalibus et exothecalibus lamel-
" laribus, rare ramificatis. Altitudo 10 cm., axis calicis 5 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (non rara).

Osserv. — Si distingue dall' *H. Defrancei* E. H. (2) per la delicatezza ed il maggior numero delle traverse endotecali ed esotecali, per il minor numero di setti, per i calici alquanto più piccoli e più avvicinati. La forma del polipaio è quasi globosa.

Heliastraea fragilis n. sp. (fig. 4).

" Polyparium magnum, planum; polypieridibus productis,
" coniunctis costis numerosissimis, subaequalibus, granulatis;
" exotheca et endotheca exiguis; calicibus circularibus, multis
" septis granulatis, dentatis maxime ad centrum; columella
" spongiosa. Altitudo polyparii 11 cm., axis calicis 5 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (non rara).

Osserv. — Questa specie, specialmente nei punti erosi, riproduce i caratteri della *Gemmastraea gratissima* (Micht.) (3) da

(1) 1840-47. Michelin, *Iconog. zooph.*, pag. 310, tav. 74, fig. 5 (*Astraea Bertrandiana*).

(2) Op. cit., pag. 59, tav. 12, fig. 6 (*Astraea Argus*).

(3) La *Sarcinula gratissima* Micht. fu dal M. Edwards et J. Haime rife-

cui è distinta per essere i polipieridi uniti per le coste e per essere i calici circolari.

Heliastraea aequalicostata n. sp. (fig. 1 *a, b, c*).

" Polyparium planulatum, calicibus magnis, vicinis, septis-
" costalibus granulatis, crassis, vigintis quatuor in maioribus
" calicibus, traversis endothecalibus, theca subtili, columella
" spongiosa. Altitudo 40 mm., axis calicis 6-7 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (rara).

Osserv. — Si distingue dalla *H. planulata* D'Ach. (1) per il tessuto muro-costale non compatto, per le coste eguali, per avere solo il terzo ciclo di setti i quali tutti giungono sino alla columella sottili e subeguali; per le traverse endotecali più rade e meno inclinate.

Heliastraea incerta n. sp. (fig. 5 *a, b*).

" Polyparium paullum elatum, planulatum, polypieridibus
" coniunctis multis septis-costalibus granulatis, endotheca et
" exotheca exiguis, columella magna spongiosa. Altitudo 10 mm.,
" axis calicis 6 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (non rara).

Heliastraea incrustans n. sp. (fig. 3).

" Polyparium incrustans polypieridibus elatis in cenenchy-
" mate, multis costis fortiter crenulatis, calice circulari; septis
" granulatis debordantibus, in quatuor cyclis non completis,
" alternatis aequalibus, dentellatis, dentibus internis maioribus
" fere ut palulis; fossula profunda; columella exigua. Altitudo
" 5 mm., axis calicis 3-6 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (abbondante).

rita al genere *Faria*, dal Michelotti e dal D'Achiardi riportata al genere *Prionastraea*; il D'Achiardi notava però trattarsi forse d'una *Goniastraea*; il Michelotti infine fondava su essa il genere *Halisiastraea*. L'osservazione di un magnifico esemplare, che lascia scorgere paluli e columella, ed in alcuni calici iniziato il processo di scissione, mi fa riferire la specie al genere *Goniastraea*.

(1) 1868. D'Achiardi, *Studi comp.*, pag. 14, tav. I, fig. 14.

Trochosmilia pedemontana (Micht. in schedis) (fig. 22).

" Polyparium depressum; basi laevigata, expansa, laeviter " conica; theca verticali, aequalicostata, calice rotundo; septis " numerosis; columella magna. Altitudo 10 mm., axis calicis " 12 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (non rara).

Cariophyllia aequalis (Micht. in schedis) (fig. 29).

" Polyparium elatum, costis aequalibus conspicuis ad ca- " licem, ad basem evanescentibus; calice rotundo. Altitudo " exemplaris imperfecti 40 mm., axis calicis 10 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (non rara).

Trochocyatus pyramidatus (Micht.) (1) Var. subperarmata n. (fig. 33).

" Polyparium minus spinosum ad basem, nihil ad calicem: " corona sex magnis spinis in media parte. Altitudo 17 mm., " axis calicis 20-21 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (non rara).

Osserv. — Questi polipieridi si avvicinano al *T. perarmatus* (Tallav.) (2) per la corona di 6 forti spine e perchè la teca si eleva quasi verticale, però se ne distinguono per la forma piramidata della base e per i tubercoli di essa.

Trochocyatus armatus (Micht.) (3) Var. quatuorspina n. (fig. 40).

" Polyparium elatum, quatuor spinis ornatum, attenuatum " ad basem. Altitudo 13 mm., axis calicis 10 mm.

Tortoniano. — Sant'Agata (rara).

Osserv. — Una delle spine presenta nel punto d'inserzione due distinti tubercoli ravvicinatissimi, la spina è stata asportata, ma la cicatrice lasciata ci dice che essa era unica, sicchè si può arguire questa spina essere risultato della fusione di

(1) 1838. Michelotti, *Spec. zooph. diluv.*, pag. 53, tav. 2, fig. 4 (*Turbinolia*).

(2) 1849. Roualt, *Descript. de foss. eocen.*, " Mem. Soc. Geol. de France ", t. 3°, serie 2ª, pag. 6, pl. XIV, fig. 4 (*Turbinolia*).

(3) 1838. Michelotti, *Spec. zooph. diluv.*, pag. 52, tav. I, fig. 9 (*Turbinolia*).

due spine primitive. Dunque mentre troviamo nel *Tongriano* e nell'*Elveziano* il *T. perarmatus* (Tallav.) con sei spine, nell'*Elveziano* ancora il *T. armatus* con cinque spine e più gracile, nel *Tortoniano* l'ingracilimento continua e le spine si riducono a quattro.

Trochocyatus laevicostatus n. sp. (fig. 36-37).

" Polyparium magnum, depressum, base paullum conica, " laeviter striata, granulata; parvo pedunculo medio; theca " verticali, multis costis transverse striatis, ad basem laeviter " restricta; septis in quatuor cyclis, duobus aequalibus, fere " tertio; palulis antea septos trium cyclorum; septis et palulis " striatis; columella fascicularis. Altitudo 10 mm., axis calicis " 20 mm. ".

Tortoniano. — Stazzano (abbondante), Sant'Agata (rara).

Osserv. — I giovani individui di questa specie si confondono con quelli del *T. obesus* (Micht.) (1) e fra le due specie vi è passaggio graduato.

Trochocyatus laevicostatus Osc. Var. **spinosa** n. (fig. 38).

" Polyparium base subplana, costis inaequalibus magis ex- " plicatis, maioribus tubercolatis. Altitudo 5 mm., axis calicis " et basis 20 mm. ".

Tortoniano. — Tortonese (rara).

Osserv. — Questa varietà sta tra il *T. laevicostatus* ed il *T. obesus*.

Trochocyatus baseornatus n. sp. (fig. 39).

" Polyparium base subplana, costata, costis inaequalibus, " duodecim maioribus fortiter tubercolatis ad marginem basis, " duodecim minoribus minus tubercolatis; theca verticali laevi- " gata, ad marginem calicis costata; septis granulatis in qua- " tuor cyclis, palulis antea septos trium cyclorum, columella " fasciculari. Altitudo 10 mm., axis calicis 8 mm. ".

---

(1) 1840-47. Michelin, *Iconog. zooph.*, pag. 34, tab. 8, fig. 7 (*Turbinolia*).

Tortoniano. — Stazzano (raro).

Osserv. — Questa specie sta al *T. obesus* (Micht.) come il *T. perarmatus* (Tallav.) sta al *T. pyramidatus* (Micht.) (1).

Trochocyatus planulatus n. sp. (fig. 34-35).

" Polyparium basi plana, granulata; multis costis irratis " ad marginem calicis, duodecim maioribus tribus minoribus " alternatis; septis in quatuor cyclis, crassis granulatis. Alti- " tudo 7 mm., axis calicis 20-25 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (abbondante).

Osserv. — Si distingue dal *T. crassus* (Micht.) per la base appianata, per le coste non eguali. Dal *T. perarmatus* (Tallav.) per dodici coste maggiori e per la mancanza di spine; un grande esemplare presenta alcune verruche; per la mancanza di tubercoli e creste dal *T. baseornatus* e per le coste non eguali e base appianata, dal *T. laevicostatus*. Sarebbe perciò questa specie forma che collega i gruppi del *T. obesus* (Micht.), del *T. pyramidatus* (Micht.) e del *T. crassus* (Micht.).

Trochocyatus crassus (Micht.) Var. **subarmata** n. (fig. 43).

" Polyparium costis inaequalibus, duodecim maioribus, duo " magno tuberculo ornantur. Altitudo 17 mm., axis maior ca- " licis 20 mm., minor 15 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (rara).

Trochocyatus crassus (Micht.) Var. **diversiformis** n. (fig. 41-42).

" Polyparium non curvatum, basi granulata, dilatata, con- " vexa, disiuncta a theca sulco transverso; parvo pedunculo " medio. Altitudo 15 mm., axis calicis 15 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (non rara).

(1) Il *T. laevicostatus*, la var. *spinosa* ed il *T. baseornatus* hanno per la forma esterna analogia col *T. Strabeli* Sim. (1897, *Paleontographia ital.*) dal quale differiscono per l'ornamentazione e per avere solo il 4° ciclo di setti completo.

Trochocyatus bellingherianus (Mich.) (1) Var. **crestata** n. (fig. 44).

" Polyparium costis maioribus cristatis. Altitudo 20-30 mm., " axis maior calicis 18 mm., minor 15 mm. ".

Tortoniano. — Stazzano, Sant'Agata (non rara).

Desmophyllum bilobatum n. sp. (fig. 26).

" Polyparium magnum: theca crassa, costata, costis carenatis, maioribus minoribusque alternatis, prope calicem praecipue distinctis; calice bilobato, lobis subrotundis, multis septis usque ad centrum, crassis, striatis, margine superiore arcuato; sine columella. Altitudo exemplaris imperfectis 30 mm., axis maior calicis 50 mm., minor 25 mm., axis loborum 30 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (raro).

Osserv. — L'unico esemplare corrisponde assai bene alla figura 7 della *Montlivaultia bilobata* (Mich.) (2) che Milne Edwards riporta come *Trochocyatus? Van-den-Hechei*, non so se le due forme siano identiche, è certo però che la mancanza di columella e di paluli non mi permette tale riferimento.

Desmophyllum exclavatum (Micht.) (3) Var. **magna** n. (fig. 24-25).

" Polyparium magnum, praesertim ad basem restrictum, basi incrustante. Altitudo 35 mm., axis maior calicis 27 mm., minor 19 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (abbondante).

(1) 1840-47. Michelin, *Iconog. zooph.*, pag. 41, pl. 9, fig. 3 (*Turbinolia*).

(2) Op. cit., tav. 61, fig. 7.

(3) 1871. Sismonda, *Mat. pal.*, pag. 341, pl. 7, fig. 6, (*D. clavatum*). Il cangiamento di nome alla specie è voluto dal fatto che vi è sinonimia col *D. clavatum* Seg. (1865. *Disquis. pal.*, " Mem. Acc. Sc. di Torino ", pag. 469). Differisce il *D. exclavatum* (Micht.) dal *D. clavatum* Seg. per regolarità di forma gradatamente e non bruscamente svasata, per maggiore compressione, per l'epitecio che copre le coste e non lascia scorgere che le dodici principali regolari, poco apparenti. Non si possono perciò identificare (De Angelis, *Corall. terz.*, 1894).

Desmophyllum conulatum n. sp. (fig. 31).

" Polyparium conicum, theca costata, granulata, costis sub-
" tilibus, vigintis quatuor maioribus, minoribus alternatis, epi-
" thecio subtili; septis parvis in quatuor cyclis, seriebus gra-
" nulorum ornatis; fossula profunda. Altitudo 19-21 mm., axis
" calicis 13-17 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (abbondante).

Osserv. — Si distingue dal *D. affine* Seg. (1) e dal *D. semicostatum* Seg. (2) per le ventiquattro coste eguali, mentre perciò si avvicina al *D. multicostatum* Seg. (3). Ma le ventiquattro coste sono sempre meno segnate alla base e sotto l'epitecio appaiono coste minori, inoltre la base è più ristretta ed il calice circolare.

Desmophyllum productum n. sp. (fig. 29).

" Polyparium elatum, theca valde et fine granulata, quin-
" decim costis crestatis, interruptis laevibus irregularibus sulcis
" circularibus, ad basem evanescentibus; basi rupta, calice sub-
" ovali; septis gracilibus, granulatis, quindecim maioribus mi-
" noribus alternatis; fossula profunda; sine columella. Altitudo
" 25 mm., axis maior calicis 6 mm., minor 4 mm. ".

Tortoniano. — Tortonese (raro).

Osserv. — Si distingue dal *D. cylindraceum* Seg. (4) per avere 15 coste interrotte meno pronunciate invece di 13 continue, e non così prolungate verso la base, la quale è meno fortemente curvata; ha calice minore, più compresso e 32 setti invece di 52. Verso la base si notano due appendici, l'una spiniforme, l'altra crestiforme; credo sia carattere anomalo. Il polipieride presenta presso al calice una piccola gemma.

Desmophyllum laevicostatum n. sp. (fig. 28).

" Polyparium conicum, multis laevis striis planis, theca
" sinuosa, multis septis inaequalibus. Altitudo 12 mm., axis
" calicis 8-9 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (non raro).

(1) 1865. Seg., *Corall. foss.*, pag. 466, tav. 8, fig. 4.
(2) Op. cit., pag. 469, tav. 9, fig. 3.
(3) Op. cit., pag. 472, tav. 9, fig. 8.
(4) Op. cit., pag. 476, tav. 8, fig. 5.

Desmophyllum Formae n. sp. (fig. 27).

" Polyparium gracile, forti strato smalti tectum; septis " paullum granulatis in tribus cyclis, duobus aequalibus, ad " centrum trabiculis divisis; coniunctis lateralibus septis non " oppositis; paullum granulatis; theca ornata striis et festonis " sub epithecio. Altitudo 20 mm., axis calicis 9 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (raro).

Desmophyllum n. sp.? fig. 30.

" Polyparium gracile, basi dilatata, incrustante; theca mal- " tata, laeviter striata, striis conspicuis ad calicem; septis in " quinque cyclis imperfectis, fortiter granulatis, primariis se- " cundariisque prominentibus. Sine columella. Altitudo 10 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (raro).

Osserv. — Potei esaminare di questa nuova forma un solo frammento, perciò, pur ritenendola specificatamente distinta, non credetti opportuno denominarla, ma mi limito a notare i caratteri del frammento e a darne la figura, aspettando che un esemplare più completo venga a confermare l'opportunità della formazione della specie.

Amphyhelia ambigua (Sism.) (1) Var. **neglecta** (Micht.) (*Diplohelia* Micht. in schedis) (fig. 18).

" Polyparium duodecim septis, columella magna, promi- " nenti,

Elveziano. — Colli torinesi (rara).

Flabellum foecundum Micht. (2) Var. **dertonensis** n. (fig. 19).

" Polyparium elatum, compressum, axe maiore sub mi- " nore, extremis angularibus. Altitudo 30 mm., axis maior ca- " licis 35 mm., minor 20 mm. ".

Tortoniano. — Tortonese (raro).

(1) 1871. Sismonda, *Mat. pal.*, pag. 333 (*Diplohelia*).
(2) Op. cit., pag. 348, pl. 7, fig. 25.

Flabellum sinense (Michel.) (1) Var. **costulata** n. (fig. 20).

" Polyparium viginti quatuor costis fortiter sagnatis. Altitudo 26 mm., axis maior calicis 35 mm., minor 26 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (rara).

Rhizotrochus anomalus n. sp. (fig. 21).

" Polyparium cornucopia, mallatum, duodecim costis sub epithecio; superficie, basi et calice deturpatis multis radicibus, ad basem restrictum, inde dilatatum; calice rotundo, septis crassis, margine superiore arcuato, multum elatis supra calicem, duobus cyclis; fossula profunda; sine columella. Altitudo 35-25 mm., axis calicis 20 mm. ".

Elveziano. — Colli torinesi (raro).

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

1ª. *Heliastraea aequalicostata* Osc. (Col. Tor.).
1ᵇ. „ „ (sezione verticale).
1ᶜ. „ „ (piano comune inferiore).
2ª. „ *delicata* Osc. (Col. Tor.).
2ᵇ. „ „ (sezione verticale).
2ᶜ. „ „ („ orizzontale).
3. „ *incrustans* Osc. (Col. Tor.).
4. „ *fragilis* „ („).
5ª. „ *incerta* „ („).
5ᵇ. „ „ (sezione verticale).
6. *Siderastraea miocenica* Osc. (Col. Tor.).
7. *Leiopathes vetusta* (Michn.), var. *ornata* Osc. (Col. Tor.).
8. *Eupsammia trochiformis* (Brong.), var. *magna* Osc. (Col. Tor.).
9. „ *sismondiana* (Michn.), var. *producta* „ („).
10. *Balanophyllia conica* Osc. (Col. Torino).
11. „ *vagans* (Micht.), var. *subpraelonga* Osc. („).
12. *Dendrophyllia subirregularis* Osc. (Col. Torino), $^1/_2$.
13. „ *taurinensis* E. H., var. *subramea* Osc. („) (esemplare visto lateralmente).

(1) 1838. Michelotti, *Spec. zooph.*, pag. 65. tav. 2, fig. 3 (*Turbinolia*).

E. FORMA - FOT.

14. *Dendrophyllia taurinensis* E. H., var. *subramea* Osc. (Col. Tor.) (esemplare visto di faccia).
15. „ *incerta* Osc. (V. Majolo) (esemplare visto dal lato ricco di gemme).
16. „ *digitalis* Blainv., var. *minor* Osc. (Col. Tor.).
17. „ „ „ , var. *triserialis* „ („).
18. *Amphihelia ambigua* (Sism.), var. *neglecta* (Micht. in schedis) (Col. Tor.).
19. *Flabellum foecundum* Micht., var. *dertonensis* Osc. (Tortonese).
20. „ *sinense* (Micht.), var. *costulata* Osc. (Col. Tor.).
21. *Rhyzotrochus anomalus* Osc. (Col. Tor.).
22. *Trochosmilia pedemontana* (Micht. in schedis) („).
23. *Caryophyllia aequalis* („ „) („).
24. *Desmophyllum exclavatum* (Micht.), var. *magna* Osc. (Col. Tor.).
25. „ „ („), „ „ „ („) (sezione verticale).
26. „ *bilobatum* Osc. (Col. Tor.).
27. „ *Formae* „ („).
28. „ *laevicostatum* „ („).
29. „ *productum* „ (Tortonese).
30. „ *n. sp.*? (Col. Tor.).
31. „ *conulatum* Osc. (Col. Tor.).
32. „ „ „ („) (sezione verticale).
33. *Trochocyatus pyramidatus* (Micht.), var. *subparmata* Osc. (Col. Tor.).
34. „ *planulatus* Osc. (Col. Tor.) (esemplare visto lateralmente).
35. „ „ Osc. („) („ visto dalla base).
36. „ *laevicostatus* „ (Tortonese).
37. „ „ „ (interno d'un piccolo esemplare).
38. „ „ var. *spinosa* Osc. (Tortonese).
39. „ *baseornatus* Osc. (Stazzano).
40. „ *armatus* (Micht.), var. *quatuorspina* Osc. (Sant'Agata).
41. „ *crassus* (Micht.), var. *diversiformis* Osc. (Col. Tor.) (giovane esemplare visto dalla base).
42. „ „ (Micht.), var. *diversiformis* Osc. (Col. Tor.) (esemplare adulto visto lateralmente).
43. „ „ (Micht.), var. *subarmata* Osc. (Col. Tor.).
44. „ *bellingherianus* (Michn.), var. *crestata* Osc. (Tortonese).

Relazione sulla Memoria del Prof. Orazio Tedone, avente per titolo:

Sulle vibrazioni dei corpi solidi omogenei ed isotropi.

Per integrare le equazioni differenziali delle vibrazioni dei solidi elastici isotropi l'A. si è valso di quel procedimento che può chiamarsi delle varietà caratteristiche. Perciò egli ha considerato le tre coordinate cartesiane dei punti del solido ed il tempo come le coordinate dei punti di uno spazio a quattro dimensioni ed ha studiato in questo spazio il sistema di equazioni differenziali delle vibrazioni. Esso resulta appartenere al tipo iperbolico ed ogni punto dell'iperspazio caratterizza due varietà reali a tre dimensioni che godono della funzione di varietà caratteristiche. L'A. è riescito a determinare i valori delle componenti degli spostamenti delle particelle del corpo in ciascun punto dell'iperspazio mediante i valori delle quantità stesse nei punti di una porzione di una varietà a tre dimensioni convenientemente limitata dalle varietà caratteristiche.

Le formule, a cui in tal modo è pervenuto il Prof. Tedone, sono le più generali della Memoria; le successive sono una conseguenza delle stesse e ne mostrano le varie applicazioni.

Il capitolo II contiene infatti la particolarizzazione delle formule generali nello spazio ordinario. L'A. è giunto in tal modo a stabilire, per il caso il più generale dei solidi isotropi, delle formule dello stesso tipo di quella colla quale il Kirchhoff ha espresso analiticamente il principio di Huygens.

L'A. non si è limitato a dimostrare le formule precedenti col procedimento generale d'integrazione di cui si è valso per ottenerle. Egli le ha verificate anche direttamente senza ricorrere a considerazioni d'iperspazii, ed a questo scopo ha consacrato il Cap. III.

Una ulteriore particolarizzazione delle formule ha condotto finalmente l'A. ad ottenere degli integrali aventi il tipo dell'integrale dato da Poisson per le vibrazioni dei fluidi elastici.

La vostra Commissione, persuasa della importanza della Memoria presentata dal prof. Tedone, non può che altamente lodare la dottrina e l'abilità dimostrate dall'A., mentre propone alla classe la lettura del lavoro stesso e la sua inserzione fra le Memorie accademiche.

CORRADO SEGRE.

VITO VOLTERRA *relatore.*

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza dell'11 Aprile 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: CLARETTA, Direttore della Classe, PEYRON, ROSSI, PEZZI, BRUSA e FERRERO Segretario.

Il Socio Segretario presenta l' " *Annuario della R. Università degli Studi di Padova per l'anno accademico 1896-97* ", mandato dal Rettore di quella Università; un volume del dott. SILVIO LIPPI: " *L'Archivio Comunale di Cagliari* " (Cagliari, 1897) pubblicato a cura del Municipio di Cagliari, dal cui Sindaco è offerto, ed un opuscolo: " *Colonies françaises et colonies anglaises* " (Paris, 1897), del Socio Corrispondente marchese di NADAILLAC.

Sono comunicate le lettere, con cui i signori Carlo BUCCHERI ed Enrico Alessandro WALLIS ringraziano per la loro nomina a Socii stranieri dell'Accademia.

Il Socio FERRERO legge una sua nota sopra i titoli di vittoria dell'imperatore Costantino, la quale è pubblicata negli *Atti*.

LETTURE

I titoli di vittoria di Costantino;

Nota del Socio ERMANNO FERRERO.

Le iscrizioni, mai le monete, danno a Costantino parecchi titoli di vittoria. Queste iscrizioni sono le seguenti:

1. *Bono r(ei) p(ublicae) nato imp(eratori) Caes(ari) C. Flavio Valerio Constantino maximo pio felici invicto Aug(usto), pontifici maximo, Germanico maximo, Sarmatico maximo, tribuniciae potestatis VIIII, consul(i) III, consul|i I]V de[signato.....* — Milliario. Sidi Megien (Tunisia). *C. I. L.*, VIII, n. 10064.

Costantino fu console per la terza volta nel 313, per la quarta nel 315: questo milliario è dunque del 314.

2. *Magno et invicto principi d(omino) n(ostro) imp(eratori) Caesari Flav(io) Val(erio) Constantino pio felici semper Augusto, pont(ifici) maximo, Sarmatico max(imo), Germ(anico) max(imo), Got(hico) max(imo), trib(unicia) pot(estate) X, cons(uli) IIII, imp(eratori) VIIII, p(atri) p(atriae), proconsuli ecc.* — Setif. *C. I. L.*, VIII, n. 8477.

Del 315 per la tribunicia potesta, che è X in questa e IX nella precedente. Il consolato IV conviene agli anni 315-318.

3. *Imp(eratori) Caes(ari) Flavio Constantino maximo pio fel(ici) invicto Augusto, pont(ifici) max(imo), Ger(manico) max(imo), Sarm(atico) maximo, Brit(annico) maximo, Per(sico) maximo, Aiab.* (sic) *max(imo), Med(ico) max(imo), Gotico max(imo), trib(unicia) pot(e-*

state) *X*, *cons*(*uli*) *IIII*, *imp*(*eratori*) *VIIII*, *p*(*atri*) *p*(*atriae*), *procons*(*uli*) ecc. — Henscir Dzemda (Tunisia). Cagnat nel *Bulletin archéologique*, 1893, p. 223, n. 52.

Del 315.

4. . . . . *Aug*(*usto*), *po*|*nt*(*ifici*) *max*(*imo*) . . . . . | *max*(*imo*), *Ger*(*manico*) *max*(*imo*) . . . . . *trib*(*unicia*) *pot*(*estate*) [. . . . *cons*(*uli*)] *IIII*, *p*(*atri*) *p*(*atriae*), *pro*|*cons*(*uli*)] — Mérida. *C. I. L.* II, n. 481.

Certamente di Costantino, come meglio apparirà appresso, proponendo i supplementi, e per il consolato IV da assegnarsi agli anni 315-318.

5. *Imp*(*eratori*) *Caes*(*ari*) *Flavio Constantino maximo pio felici invicto Augusto*, *pontif*(*ici*) *max*(*imo*), *Germanico maximo III*, *Sarmat*(*atico*) *maximo*, *Britannico maximo*, *Carpico maximo*, *Arab. max*(*imo*), *Med*(*ico*) *max*(*imo*), *Armen*(*iaco*) *max*(*imo*), *Goth*(*ico*) *max*(*imo*), *trib*(*unicia*) *potestate XIIII imperatore XIII*, *consul*(*i*) *IIII*, *patri patriae*, *proconsuli* ecc. — Ain Ruah (Algeria). *C. I. L.*, VIII, n. 8412.

Il consolato IV la dimostra anteriore al 319. La salutazione imperatoria, ripetuta a quel tempo nei giorni anniversarii del principio del regno (1), col numero XIII conviene al periodo dal luglio 318 al luglio 319. Nel 318 Costantino aveva la IX potestà tribunicia: se queste potestà corrispondessero per lui agli anni solari, la XIV cadrebbe nel 319, quindi si avrebbe ragione di credere ad un errore o in questo numero od in quello del consolato. Ma, se ammettiamo non mutato il solito computo, le potestà tribunicie costantiniane s'inquadrano benissimo con gli altri dati cronologici. Perciò comprendendo la I fra il 25 luglio 306 e il 9 dicembre del medesimo anno, la II fra il 10 dicembre 306 e il 9 dicembre 307 e così di seguito, la XIV

(1) Dessau, nell'*Eph. epigr.*, VII, p. 430 e segg.

viene a pigliar posto fra il 10 dicembre 318 e il 9 dicembre 319. L'iscrizione è adunque della fine del 318 (1).

6. (*Dominis nostris*) *Flavio Valerio Constantino Germanicis, Sarmaticis* . . . . . *invictis* (*Augustis*) — Milliario. Sidi Amor Berrai el Beger (Tunisia). *Eph. epigr.*, VII, n. 616.

Posteriore alla vittoria sopra Massenzio (28 ottobre 312), che aveva il dominio dell'Africa; anteriore alla caduta di Licinio (323) (2), il cui nome fu eraso.

Dopo *Sarmaticis* si leggeva probabilmente *maximis*, forse anche *piis felicibus*.

7. (*Domini nostri*) *Flavius Valerius Constantinus et Germanici, Sarmatici* *Au*(*g*)[*usti*] . . . . — Milliario. Ref. *C. I. L.*, VIII, n. 10090.

È stato cancellato il nome di Licinio, quindi, come la precedente, fra il 312 ed il 323 (o 324).

8. [*I*]*mp*(*erator*) *Caes*(*ar*) *Constantinus maximus Guth*(*icus*) (sic) *victor ac trium*[*f*]*ator Aug*(*ustus*) ecc. — Alikjel (*Orcistus* nella Frigia). *C. I. L.*, III, n. 352 = 7000.

Editto del 30 di giugno 331.

(1) Anche secondo l'ipotetico sistema dello Stobbe (*Philologus*, XXX, 1872, p. 88 e seg.), che fa cambiare più volte da Costantino il principio delle potestà tribunicie, la XIV entrerebbe nel 318: essa avrebbe durato dal 1° marzo 318 a tutto febbraio del 319.

La sola potestà tribunicia, che non potrebbe concordare col consolato, è la XXIII (327-328), accompagnata dal consolato VIII, assunto nel 329, in *C. I. L.*, V, n. 8059. Correggendo l'ultima cifra in VII, l'iscrizione, che appartiene ad un milliario dell'Italia superiore, non offre più contraddizione, e diviene perfettamente uguale ad una serie di milliarii della medesima regione (*Ib.*, n. 8004, 8011, 8041, 8065, 8069, 8070, 8072, ed. 8050 e 8079, v. *Mem. della R. Acc. delle scienze di Torino*, serie II, t. XXXVIII, p. 431).

(2) O 324, se si accetta la data dei fasti Idaziani (*Chron. min.*, ed. Mommsen, t. I, p. 232), recentemente accettata dal Seeck, nella *Zeitschrift für Rechtsgesch.*, X, 1889, p. 188 e segg. e *Gesch. der Untergang des antiken Welt*, t. I, Berlin, 1895, p. 166 e segg.

9. *Imp(erator) Caes(ar) Fl(avius) Constantinus maximus Germ(anicus), Sarm(aticus), Goth(icus), victor triump(hator) Augustus* ecc. — Spello. *C. I. L.*, XI, n. 5265 (= Dessau, *Inscr. sel.*, n. 705).

Editto anche coi nomi di Costantino junior, Costanzo e Costante, epperò fra il 25 di dicembre 333 e il 22 di maggio 337.

10. *Imperatori* [. . . . . *Constantino invicto*] *pio felici Aug*[*usto, pontifici maximo* . . . . .] *maximo, Sarm*[*atico maximo* . . . . . *tribuni*]*ciae potestatis* . . . . . ecc. — Sidi Brahim (*Gorsagi* nella Mauretania Cesariensis). *Eph. epigr.*, VIII, n. 1038 *a*.

Seguono i nomi dei tre figli, quindi dello stesso tempo della precedente.

11. . . . . *Constantin*]*o invicto pio fe*[*lici Augusto, pontifici maximo,* . . . . . *G*]*otico maximo* [. . . . . *tri*]*buniciae potesta*[*tis* . . . . . — Medesima provenienza della precedente. *Eph. epigr.*, V, n. 1038 *b*.

Del medesimo tempo.

12. . . . . *F*[*l(avio) Va*[*lerio*] *Co*(*n*)*stantino Germanico, Sarmatico, Aug*(*usto*). — Milliario. Ksar Sbai (*Gadiaufala* nella Numidia). *C. I. L.*, VIII, n. 10155.

Posteriore alla vittoria su Massenzio (28 ott. 312) CT. n. 6.

Adunque Costantino è detto:

314. *Germanicus maximus, Sarmaticus maximus.*

315. *Sarmaticus maximus, Germanicus maximus, Gothicus maximus.*

315. *Germanicus maximus, Sarmaticus maximus, Britannicus maximus, Persicus maximus, Aiab* (sic) *maximus, Medicus maximus, Goticus maximus.*

315—318. *Sarmaticus maximus, Germanicus maximus, Gothicus maximus* (1).

318. *Germanicus maximus III, Sarmaticus maximus, Britannicus maximus, Carpicus maximus, Arab. maximus, Medicus maximus, Armeniacus maximus, Gothicus maximus.*

312—323. *Germanicus, Sarmaticus.*

331. *Gothicus.*

333—337. *Germanicus, Sarmaticus, Gothicus* o i medesimi titoli seguiti ciascuno da *maximus* (2).

I titoli più comuni sono quelli di *Germanicus, Sarmaticus, Gothicus:* i due primi già in epigrafe del 314, l'ultimo non comparso sinora per la prima volta che in lapidi del 315. Essi si trovano anche soli alla fine del regno e nei milliarii ed in editti. Gli altri titoli di *Britannicus, Carpicus, Persicus, Aiab.* o *Arab., Medicus, Armeniacus* sono dati da due sole iscrizioni onorarie degli anni 315—318. Essi non possono evidentemente trarre origine da vittorie di Costantino su quei popoli orientali. Ma, se li confrontiamo coi titoli di Diocleziano, Massimiano, Costanzo Cloro e Galerio, vediamo che non ne sono altro che la ripetizione (3).

Il solo, che, a prima vista, sembra mancante fra i titoli costantiniani, è quello di *Adiabenicus*, a cui nell'iscrizione n. 3 è sostituito *Aiab.* e nel n. 5 *Arab.* Quest'ultima epigrafe è conosciuta solamente per la trascrizione di L. Leclerc, ufficiale sanitario nell'esercito francese di Algeria (4). Ma fu letto esattamente *Arab(ico)*, o piuttosto non vi era *Adiab(enico)*? Anche per

(1) In questa lapide mutilata (n. 4) non si legge più che il secondo titolo: ma v'è spazio per il primo e per il terzo, suggeriti dal confronto con altre epigrafi.

(2) Confrontando fra loro le due tavole *Ephem. epigr.*, VIII, n. 1038, si supplisce in *a* il terzo titolo ed in *b* il secondo: ovvia l'aggiunta del primo, di cui in *a* rimane il *maximus*.

(3) Per esempio, nell'editto del *maximum* del 301 i titoli di Diocleziano e dei colleghi sono in quest'ordine: *Germanicus, Sarmaticus, Persicus, Britannicus, Carpicus, Armenicus, Adiabenicus,* ciascuno seguito da *maximus* (*C. I. L.*, III, p. 802, 803, cf. p. 1928).

(4) *Rev. archéol.*, VIIe année, 1850, 1re partie, p. 311.

Carpico) e per *Gothico*) il trascrittore diede *Cipp.* e *Cith.*, corretti poi dall'Henzen (1) e dal Renier (2). Nell'*tab.* dell'iscrizione n. 3 il Cagnat (3) vide un errore del lapicida per *A(r)ab(ico)*: preferiamo credere che questi abbia omesso la *d* di *Adiabenico*).

È probabile che da principio i titoli di *Germanicus* e di *Sarmaticus* abbiano avuto la medesima origine di quelli ora indicati. Ma presto hanno potuto pure significare vere vittorie su genti germaniche e sarmatiche. In fatti (in dall'inizio del regno, Costantino guerreggiò felicemente coi Franchi e con gli Alamanni (306) (4): si noti altresì che nell'iscrizione n. 5, del 318, il titolo di *Germanicus maximus* è seguito da III: solo caso nell'epigrafia costantiniana di aggiunta del numero al titolo per ripetute vittorie sul medesimo popolo: aggiunta, che occorre in quella dei membri della tetrarchia diocleziana (5).

Nel 315 Costantino usa già, dopo gli altri, il titolo di *Gothicus*, particolare a lui, certamente per vittorie sui Goti anteriori a questo anno, forse perchè tale popolo fu alleato con Licinio nella guerra del 314 (6). Si ripeterono le spedizioni gotiche nel 323, prima della seconda guerra contro Licinio (7), nel 332, sotto il comando di Costantino il giovane (8). Altre sconfitte furono date a Germani ed a Sarmati, durante l'impero di Costantino (9): di qui la preferenza per i tre titoli, che significa-

(1) *Inscr.*, t. III, p. 5576.

(2) *Inscr. de l'Alg.*, n. 3555.

(3) L'apografo di questa e di altre iscrizioni della Tunisia fu fornito dagli ufficiali francesi delle brigate topografiche di quel paese.

(4) *Inc. pan. Constantino* (VII), 10, 12; Nazario, *Pan. Const.*, 16, 18; Eusebio, *Vita Const.*, I, 25; Eutropio, X, 3. Cf. Mowat, nel *Bull. de la Soc. des ant. de France*, 1895, p. 197.

(5) Cf. p. es. il citato editto del 301 (*C. I. L.*, III, p. 1928).

(6) Cf. Schiller, *Gesch. der römischen Kaiserzeit*, t. II, p. 197, nota 2.

Le due sole iscrizioni, ove i nomi congiunti di Costantino e di Licinio sono accompagnati da titoli di vittoria, pare non abbiano avuto che quelli di *Germanici, Sarmatici* (n. 6 e 7). Non si può però determinare se esse siano anteriori o posteriori al 314.

(7) Anonimo Valesiano, 5, 21. Cf. c. 1 C. Th., *De re mil.* (VII, 1).

(8) Anonimo Valesiano, 6, 31. I fasti Idaziani pongono la vittoria di Costantino il giovane sui Goti al 20 di aprile 332. Si hanno monete di Costantino con *Gothia* ed un medaglione con *Victoria Gothica* (Cohen, *Méd. imp.*, 2ª ed., t. VII, p. 242, n. 118, e p. 301, n. 623).

(9) La cronologia di queste guerre è oscura. Oltre ai cenni degli scrit-

vano reali trionfi, per celebrare i quali furono istituiti ludi circensi (1).

Un'osservazione è ancora da fare, cioè che nell'editto del 30 di aprile 311, il cui testo è stato conservato da Eusebio (2), non senza qualche errore e qualche cambiamento nell'enunciazione dei nomi e dei titoli imperiali (3), Galerio ha tutti i suoi titoli di vittoria: Costantino, al pari di Licinio, ne è privo. E privo pure sembra ne fosse nel frammento di editto sopra una epigrafe di Sinope, ove fra il nome di Galerio, accompagnato da tali titoli, e quello di Costantino si dovevano trovare i nomi, poscia cancellati, di Massimino e di Licinio (4). Laonde si può sospettare che Galerio non abbia riconosciuto a Costantino i titoli di vittoria, che questi si attribuì o si lasciò dare, titoli già portati da Costanzo ed uguali a quelli ond'egli, Galerio, era fregiato.

tori, abbiamo le monete di Costantino, di Crispo e di Costantino giunore con *Alamannia, Alamannia devicta, Francia, Francia et Alamannia, Sarmatia devicta*, *Sarmatis devictis* (Cohen, t. VII, p. 248 e seg., n. 165-170, p. 285 e seg., n. 487, 488, p. 339 e seg., n. 1, 2; p. 346, n. 74, 75; p. 353, n. 132; p. 366, n. 1, 2; p. 381, n. 140, 141; p. 386, n. 177.

(1) È molto probabile che i *ludi Gothici, Francici, Alamannici, Sarmatici* ricordati nei fasti Filocaliani (del 354) (*C. I. L.*, I, 2ª ed., p. 258, 270, 272, 274) commemorassero vittorie di Costantino piuttosto che di altri imperatori precedenti. Può esservi dubbio per i *ludi Francici*, forse istituiti per la pace co' Franchi ottenuta nel 342 da Costanzo II (cf. *ibid.*, p. 309, 322, 331, 335).

(2) *Hist. eccl.*, VIII, 17.

(3) La potestà tribunicia XX non può in quel tempo convenire a Galerio; manca il numero dopo Γερμανικὸς μέγιστος, manca il titolo di Britannico. L'editto non ha che i nomi di Galerio, Costantino e Licinio. È probabile che nell'originale fosse ancora quello di Massimino e l'ultimo posto spettasse a Costantino.

(4) *C. I. L.*, III, n. 6979. Il nome di Costantino Cesare si trova anche insieme con quelli di Galerio e di Severo Augusti e di Massimino Cesare nei milliari *C. I. L.*, III, n. 6633; XII, n. 5516, 5527. Quello di Costantino Augusto è insieme coi nomi degli Augusti Galerio, Massimino e Licinio, nell'epigrafe greca edita nel *Bull. de correspond. hellénique*, XI, 1887, p. 69. In niuna di queste iscrizioni si leggono titoli di vittoria.

L'Accademico Segretario

ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 7 Marzo al 4 Aprile 1897.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

** **Abhandlungen** [illegible] Heft 23. Berlin, 1896; 8°.

* **Abhandlungen** [illegible] Gesellschaft. Bd. XXIII, Heft 1, 2. Frankfurt a. M., 1897; 4°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega II, t. XLIII. Buenos Aires, 1897; 8°.

* **Annales** de la Société belge de microscopie. T. XX. Bruxelles, 1896; 8°.

* **Annales** de la Société géologique de Belgique. T. XXIII, 2e livraison. Liège, 1895-96; 8°.

* **Annales** de l'Observatoire Physique Central. Année 1895. Part. II partie. St-Pétersbourg, 1896; 4°.

* **Archives** du Musée Teyler, série II, vol. V, 2e partie. Haarlem, 1896; 8°.

* **Atti** della Società Italiana di Scienze naturali. Vol. XXXVI, fasc. 3-4. Milano, 1897; 8°.

* **Atti** del Reale Istituto d'Incoragg. di Napoli. 4a serie, vol. IX. 1896; 4°.

* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno L, sess. 2a e 3a. Roma, 1897; 4°.

* **Atti** della Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino. A. XXX. 1896. Torino, 1896; 4°.

* **Beiträge** zur Geologischen Karte der Schweiz..... 30 Lieferung; N. F. 6. Lieferung. Bern 1896; 4° (*dalla Commissione Geologica della Società Elvetica di Scienze naturali*).

Boletin [illegible] del Observatorio Meteorológico central de Mexico. noviembre-diciembre, 1896. Mexico, 1896-97; 4°.

* **Bollettino** dei Musei di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università di Genova. N. 54-55. Genova, 1897; 8°.
* **Bollettino** del R. Comitato Geologico d'Italia. Anno 1896, n. 4. Roma; 8°.
Bulletin mensuel de Statistique Municipale de la ville de Buenos-Ayres. X° année (1896), n. 5-12; 4°.
* **Bulletin** de la Société impériale des Naturalistes de Moscou. Ann. 1896, n. 1. Moscou, 1896; 8°.
* **Bulletin** de la Société des Sciences de Nancy. Ser. II, t. XIV, fasc. XXX. 1895 et Bulletin des séances. 7° année, n. 1-5. Nancy, 1895; 8°.
* **Bulletin** de la Société des Sciences naturelles de l'Ouest de la France. T. VI, 2° et 3° trimestre 1896. Nantes; 8°.
* **Bulletin** du Muséum d'histoire naturelle. Année 1896, n. 6. Paris, 1896; 8°.
* **Bulletin** de la Société géologique de France. 3° série, t. XXIII°, n. 9-10 (1895); XXIV°, n. 4-7. Paris, 1895-96; 8°.
* **Bulletins** du Comité géologique de St-Pétersbourg, 1896; t. XV, n. 3-4. St-Pétersbourg, 1896; 8°.
* **Giornale** della R. Accademia di Medicina. A. LX. n. 2. Torino, 1897; 8°.
* **Jahrbuch** über die Fortschritte der Mathematik. Bd. XXV. Heft 3. Berlin, 1897; 8°.
* **Jahrbuch** der k. k. geologischen Reichsanstalt zu Wien. Jahrg. 1896. XLVI, 2 Heft. Wien, 1896; 8°.
* **Jenaische** Zeitschrift für Naturwissenschaft herausg. von der medizinisch-naturw. Gesellschaft zu Jena. N. F. Bd. XXIII, Heft 4. Jena, 1896; 8°.
* **Journal** of the R. Microscopical Society. 1897, part 1. London, 1897; 8°.
* **Mémoires** de l'Académie Imp. des Sciences de St-Pétersbourg. Classe physico-mathématique. VIII° série, vol. I, n. 9; II, n. 1-9; III, n. 1-6; IV, n. 1. St-Pétersbourg, 1895-96; 4° et 1 Atl. f°.
* **Mémoires** du Comité Géologique de Russie. T. XV, n. 2. St-Pétersbourg, 1896; 4°.
* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LVII, n. 4. London, 1897; 8°.
* **Neujahrsblatt** herausgegeben von der Naturforschenden Gesellschaft auf das Jahr 1897. Zurich; 4°.
Osservazioni meteorologiche eseguite nell'anno 1896, col riassunto composto sulle medesime da E. Pini. Milano, 1896; 4° (*dal R. Osserv. Astronomico di Brera*).
* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LX, n. 367; LXI, n. 369. London, 1897; 8°.
* **Publications** de l'Observatoire Central Nicolas sous la direction de O. Backlund. Serie II, vol. II. St-Pétersbourg, 1896; f°.
* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXX, fasc. 4°, 5°. Milano, 1897; 8°.
* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3ª, vol. III, fasc. 2°. Napoli, 1896; 8°.
* **Schriften** der Physikalisch-Oekonomischen Gesellschaft zu Königsberg in Pr., XXXVII Jahrg., 1896. Königsberg, 1896; 4°.

Screws and Screw-Making, with a chapter on the Milling Machine. Colchester, Engl.; 8° (*Britannia Company*).

* **Sitzungsberichte** der k. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. XL, 22 October—LIII, 17 December, 1896; 8°.

* **Sitzungsberichte** der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München. 1896, Heft III. München, 1896; 8°.

Studi e **Ricerche** istituite nel Laboratorio di chimica agraria della R. Università di Pisa. Fasc. 13. Anno 1895 e 1896; 8° (*dono del Direttore del Laboratorio*).

* **Transactions** of the Manchester Geological Society. Vol. XXV, n. III; 1897; 8°.

** **Verhandlungen** der Physikalischen Gesellschaft zu Berlin. Jahr. 16. Nr. 3-4. 1897; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Sitzung. N. 1-3. 1897. Wien; 8°.

Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. 41 Bd., suppl. Zurich, 1897; 8°.

* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXIX, n. 1. 1897.

Biolley (P.). Mamíferos terrestres y diversiones de la América central de Costa Rica. San José, Costa Rica, 1897; 8° (*dal Museo Nacional*).

Cattaneo (G.). I fattori della evoluzione biologica. Genova, 1897; 8° (*dall'A.*).

Folgheraiter (G.). I punti distinti delle curve magnetiche e le talassoide. Roma, 1897; 8° (*Id.*).

Hesse (L. O.). Gesammelte Werke. Herausgegeben von der mathematisch-physikalischen Classe der k. bayerischen Akad. Wissenschaften. München, 1897; 4° (*dono della K. Akad. d. Wissens.*).

Lamprecht (G.). Wetterperioden. Bautzen, 1897; 4° (*dall'A.*).

** **Ostwald** (W.). Lehrbuch der allgemeinen Chemie. II Bd., II Theil. Leipzig, 1896; 8°.

Romiti (G.). Necrologio. Luigi Calori. Firenze, 1896; 8° (*dall'A.*).

Ruffini (F. P.). Ricerca di coniche che incontrano ad angoli retti la curva di una serie di coniche. Bologna, 1897; 8° (*Id.*).

Tristan (J. F.). Insectos de Costa Rica. San José de Costa Rica, 1897; 8° (*dal Museo Nacional*).

Wessel (C.). Essai sur la représentation analytique de la direction. Copenhague, 1897; 4° (*dall'Accad. R. delle Sc. di Danimarca*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 28 Marzo all'11 Aprile 1897.

* **Anales** de la Universidad (*República Oriental del Uruguay*). VIII, Entr. 3ª. Montevideo, 1896; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig (Philolog.-hist. Classe). 1896. II-III. Leipzig, 1897; 8°.

** **Bibliotheca** Philologica Classica. 23 Jahrgang. 1896. 4. Quartal. Berlin, 1896; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark. Copenhague, 1896, n. 6; 1897, n. 1.

* **Comptes-rendus** de l'Athénée Louisianais. 6me sér. Tom. I, livr. 2me. Nouvelle-Orléans, 1897; 8°.

* **Mémoires** de l'Académie des Sciences et des Lettres de Danemark. 6e série, Section des sciences, t. IV, n. 3. Copenhague, 1896; 4°.

Popolazione. Movimento dello Stato civile. Anno 1895. Roma, 1896; 8° (*dal Ministero di Agric., Ind. e Comm.*).

Barucchi (L.). Quel che non si deve dire. Torino, 1897; 8° (*dall'A.*).

Massa (C.). Filippo Briganti e le sue dottrine economiche. Trani, 1897; 8° (*Id.*).

** **Sanuto** (M.). I Diarii, t. XLVIII, fasc. 206-207. Venezia, 1897; 4°.

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi

N. Y. Academy of Sciences
Rec'd June 1 --Oct. 25 97

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 25 Aprile 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: D'Ovidio, Direttore della Classe, Mosso, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre, Peano, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti e Naccari Segretarie.

Viene letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Fra le pubblicazioni inviate in dono il Segretario segnala l'opera: " *Description géologique de Java et Madoura* „ dono del Governo olandese.

Il Presidente partecipa il telegramma inviato dalla Presidenza a S. E. il Ministro della R. Casa di Sua Maestà il Re per felicitarsi dello scampato pericolo nell'occasione del recente attentato ed esprimere i sentimenti di devozione dell'Accademia.

Il Presidente partecipa la morte del Socio nazionale non residente Domenico Berti, Socio della Classe di scienze morali, storiche e filologiche. La Presidenza dispose perchè l'Accademia fosse rappresentata ai funerali tanto a Roma quanto a Cumiana.

Il Socio Mosso presenta una Memoria dei Dri Zaccaria Treves e Lamberto Daddi intitolata: " *Osservazioni sull'asfissia lenta* „: sarà esaminata da apposita Commissione.

Il Socio Spezia presenta una nota del Dr Giovanni Boeri intitolata: " *Sull'epidoto della Comba di Compare Robert (Avigliana)* „. Sarà inserita negli *Atti*.

LETTURE

Sull'epidoto della Comba di Compare Robert (Avigliana);

Nota di GIOVANNI BOERIS.

Quella profonda insenatura che s'apre, tra la Mortera e l'antico convento di San Francesco, nel fianco della Chiabergia prospettante il lago di Avigliana, è detta la comba di Compare Robert. È tutta quanta incisa nelle *pietre verdi*, e vi è in essa una cava di schisto serpentinoso che, per la facilità con cui si divide in lastre sottili e di una certa ampiezza, è utilizzato come materiale tegolare nei casali dei dintorni.

In dipendenza di questa cava, in cui non si fa una lavorazione regolare e continua, ma solo ad intervalli, e limitatamente ai bisogni di chi va in essa a provvedersi di tegole, ho trovato un piccolo giacimento di minerali che credo fin qui sconosciuto. Infatti non l'ho visto menzionato nei *Tesori sotterranei dell'Italia* del Jervis, ne in nessuno degli autori antichi e moderni che si sono occupati di mineralogia del Piemonte. Avendo avuto occasione di visitarlo, ripetutamente, e per più anni di seguito, riuscii a raccogliere una certa quantità di materiale, del cui studio mi sono ora occupato. In questa nota riassumo brevemente i risultati delle mie osservazioni.

L'escavazione dello schisto sopra accennato ha messo allo scoperto un piccolo banco di granato compatto in quello incluso. Tale banco è, più propriamente, un adunamento di blocchi tondeggianti ed appiattiti, dello spessore massimo di una sessantina di centimetri, avvicinati gli uni agli altri. Questi, per essere proprio nel bel mezzo della cava, a misura che si procede oltre nel lavoro, vengono fatti rotolare giù per la ripida scarpa di rottami sottostante alla cava stessa, e si rinvengono poi, o interi o in frantumi, più in basso. Però, nello scorso autunno, si potevano ancora vedere, su nella cava, parecchi di tali massi nella loro originaria posizione. Sono separati dallo

schisto serpentinoso da uno strato di clorite ad essi più aderente e di pochi centimetri di spessore. Qua e là, in questo strato, si rinvengono cristalli, talora assai grossi, di titanite sempre mal conformati, spesso confusamente cresciuti insieme e, non di rado, contorti e spezzati. Meno abbondantemente sparsa, sempre nel detto strato cloritico, è l'apatite; mai in cristalli distinti. Vi si incontrano altresì cristallini di magnetite che mostrano il solo ottaedro, e cristalli di questo minerale sono pure sparsi, come si può attendere, nello schisto serpentinoso.

Sulle superfici poi secondo le quali si toccano i massi sopra menzionati, si osserva sovente una confusa cristallizzazione di clorite, di titanite, di granato e di epidoto in grandissima prevalenza. Ma, talvolta, queste due ultime specie, si rinvengono ben cristallizzate; ed allora il granato è in nitidissimi cristallini di un bel color rosso e della comune combinazione {110}{211}, i quali tappezzano le pareti di cavità, rare a dir vero, ripiene di calcite spatica bianchissima, e l'epidoto sta sotto a certe incrostazioni più o meno estese ed abbastanza frequenti, della stessa calcite, insieme a diopside.

Dirò subito che questo diopside è sempre in cristallini minutissimi, che non mostrano, quasi mai, facce terminali. Queste, nei pochi casi in cui sono presenti, non sono atte a misure, non tanto per la piccolezza, quanto per la loro grande imperfezione. Potei, per altro, misurare due spigoli dati da facce della zona [001]. Ebbi:

Angoli	Limiti delle oss.	Media	Calc. (*)	N.
(100) : (110)	46° 7′ —46° 38′	46° 27′	46° 25′	4
(110) : (010)	43 17 —43 48	43 37	43 35	4

Constatai inoltre che, sulla {010}, l'asse di minima elasticità ottica fa, a luce media, un angolo di circa 12° collo spigolo [001] e che si ha estinzione parallela a questo spigolo sulla faccia {100}, dalla quale, a luce convergente, emerge un asse ottico, fortemente inclinato.

(*) Dal rapporto parametrico dato da G. vom Rath per l'augite gialla del Vesuvio (" Pogg. Ann. ", 1873, Erg-Bd 6, 340).

Anche i cristalli di epidoto non raggiungono mai dimensioni molto notevoli. I più grossi trovati misurano tre millimetri nel senso dell'asse y, due nel senso dell'asse x, e due pure, al massimo, secondo z. Nel maggior numero dei casi sono schiacciati secondo [001]. Sono sempre poveri di forme, poichè mostrano, in gran parte, la semplice combinazione del prisma {111} coi pinacoidi {100} {001}, le facce dei quali hanno spesso eguale sviluppo. In altri, alle dette tre forme, si aggiunge qualcuno dei pinacoidi {h o k} {h o k}. Di questi sono più frequentemente determinabili {101} {201} {102}, più di rado si osservano {201} {101} {102} e ancor più raramente {104} {301}, tutti sempre con facce subordinate e poche volte perfette. Non è del tutto infrequente la {011}, d'ordinario però ha facce poco piane e poco brillanti.

In alcuni cristalli si riscontrarono anche piccole faccette di {221} che danno immagini assai diffuse, ed in altri si rinvennero facce pochissimo splendenti della {110}. La {111} è, adunque, costante: e, poche eccezioni fatte, si presenta con facce che riflettono ottimamente la luce. Bellissime immagini danno pure, molte volte, {100} e {001}. Sono inoltre comunissimi i geminati secondo la nota legge: asse di geminazione la normale a {100}. È da osservarsi che in essi le facce concorrenti in angoli rientranti sono sempre striate parallelamente allo spigolo da esse determinato, quelle invece che si riuniscono in spigoli sporgenti sono costantemente molto piane. Di questi cristalli, tanto semplici che geminati, danno un'idea le figure 1, 2, 5 e 6. Ma, sotto ad essi, entro a rare geodine, altri se ne ritrovano veramente degni di nota, e per il numero rilevante di forme che mostrano, e per lo splendore delle loro facce. Su questi, di cui due sono rappresentati dalle figure 3 e 4, oltre alle forme dei cristalli più poveri, descritti più sopra, si ha ancora:

{111} {144} {122} {233} {012} {023} {121} {113} {732}.

La base è pure in essi generalmente predominante sulle altre forme della zona [010]; in un solo caso vidi sviluppatissimo il pinacoide {102}. Tra le facce terminali quelle di {111} sono sempre le più ampie, quelle di {111} {011} {012} {110}

{ 732 } hanno una estensione variabilissima e quelle poi di { 221 } { 233 } { 122 } { 121 } sono sempre subordinate. Tanto { 023 } quanto { 113 } furono trovate una sol volta e con una sola faccetta. L'una però stava nelle zone [001 : 010], [111 : 201]; l'altra nelle zone [110 : 001], [101 : 012]. Vidi pure una sola faccia assai scadente di { 144 }.

Riassumendo adunque ventidue sarebbero le forme semplici del nostro epidoto e cioè:

{ 100 } { 201 } { 101 } { 001 } { 103 } { 102 } { 101 } { 201 }

{ $\bar{3}01$ } { 111 } { 144 } { 011 } { $\bar{1}22$ } { $\bar{2}33$ } { $\bar{1}11$ } { 110 }

{ 113 } { 221 } { 121 } { 732 } { 023 } { 012 }

A queste si potrebbe aggiungere, come incerta, un'altra forma di simbolo { $h\,k\,l$ }, osservata, sopra un cristallo geminato, nella zona [011], e con una sola faccia, non molto estesa, ed alquanto striata parallelamente all'asse della zona stessa. Qualora si volesse calcolare un simbolo per la detta forma, { 566 } sarebbe quello a indici più semplici discretamente in accordo colle misure ottenute.

Angoli	Mis.	Calc.
$(\bar{5}66) : (\bar{1}11)$	5° 20′	5° 16′ 4″
$(\bar{5}66) : (011)$	28 40	28 38 12
$(\bar{5}66) : (11\bar{1})$	67 36	67 43 14
$(\bar{5}66) : (001)$	72 16	72 9 36

Nel quadro che segue riunisco gli angoli misurati di fronte ai corrispondenti calcolati. Per il calcolo tenni come fondamentali i valori ottenuti per gli spigoli (100) : (001); (111) : (100); (111) : (001), i quali vennero misurati un notevole numero di volte, con risultati abbastanza soddisfacenti, e da cui si ricava:

$$a : b : c = 1.5788591 : 1 : 1.8018100$$
$$\beta = 64^\circ\ 37'\ 25''.$$

Angoli	Limiti delle osserv.	Media	Calcolato	N.
(100) : (001)	64° 27′ — 64° 48′	64° 37′ 25″	*	54
(111) : (100)	68 54 — 69 15	69 3 19	*	38
(111) : (001)	75 0 — 75 20	75 9 2	*	40
(001) : (012)	38 58 — 39 13	39 7 48	39° 8′ 41″	5
(012) : (011)	19 16 — 19 19	19 17 12	19 17 39	5
(011) : (011)	63 4 — 63 8	63 6 0	63 7 20	2
(012) : (023)		8 26 0	8 11 52	1
(023) : (011)		11 14 0	11 5 47	1
(011) : (001)	58 0 — 58 27	58 17 0	58 26 20	8
(100) : (111)	49 51 — 49 55	49 53 0	49 51 55	2
(111) : (011)	27 4 — 27 20	27 13 12	27 10 20	5
(011) : (122)	17 14 — 17 25	17 16 24	17 19 31	5
($\bar{1}$22) : ($\bar{2}$33)	5 30 — 5 55	5 37 36	5 45 18	4
($\bar{2}$33) : ($\bar{1}$11)	10 30 — 10 55	10 38 45	10 49 37	4
(100) : (011)	76 47 — 77 15	77 2 0	77 2 15	7
(011) : ($\bar{1}$11)	33 42 — 34 20	33 56 10	33 54 26	5
(001) : (111)	52 18 — 52 28	52 21 20	52 18 19	3
(111) : (110)	23 22 — 23 35	23 29 45	23 27 13	4
(110) : (22$\bar{1}$)	14 25 — 14 38	14 31 45	14 33 57	4
(22$\bar{1}$) : (11$\bar{1}$)	14 22 — 14 37	14 29 36	14 31 29	5
(110) : (001)	75 40 — 70 42	75 41 30	75 45 32	2
(110) : (11$\bar{1}$)	29 10 — 29 12	29 11 30	29 5 26	2
(001) : (113)		29 12 0	28 54 43	1
(113) : (111)		23 0 0	23 23 36	1

Angoli	Limiti delle osserv.	Media	Calcolato	N.
(001) : ($\bar{1}$22)	65° 58′ — 66° 18′	66° 5′ 20″	66° 8′ 8″	6
(122) : ($\bar{1}$21)		15 19 0	15 21 23	1
($\bar{1}$21) : (00$\bar{1}$)		98 34 0	98 30 29	1
(100) : (22$\bar{1}$)	61 6 — 61 16	61 10 40	61 14 55	5
(22$\bar{1}$) : (12$\bar{1}$)	16 42 — 16 55	16 49 0	16 50 30	5
(12$\bar{1}$) : ($\bar{1}$00)		101 56 0	101 54 35	1
(201) : (22$\bar{1}$)		67 33 0	67 31 46	1
(22$\bar{1}$) : (01$\bar{1}$)		43 38 0	43 42 50	1
(01$\bar{1}$) : (20$\bar{1}$)		68 49 0	68 45 24	1
(101) : (22$\bar{1}$)		72 27 0	72 32 45	1
(22$\bar{1}$) : (12$\bar{2}$)		27 33 0	27 33 31	1
(12$\bar{2}$) : ($\bar{1}$0$\bar{1}$)		79 51 0	79 53 44	1
(201) : (110)	56 58 — 57 5	57 1 30	57 0 17	2
(110) : (111)		79 46 0	79 46 59	1
(111) : (201)		43 16 0	43 12 44	1
(101) : (111)	41 58 — 41 59	41 58 30	41 56 59	2
(111) : ($\bar{1}$1$\bar{1}$)		96 0 0	96 6 2	1
(101) : (110)		60 3 0	60 9 56	1
(110) : (121)	26 54 — 27 11	27 2 30	27 3 49	2
(121) : (011)	28 6 — 28 20	28 13 0	28 15 30	2
(011) : (101)		64 29 0	64 30 45	1
(101) : (012)		50 21 0	50 23 9	1
(012) : ($\bar{1}$11)	44 22 — 44 24	44 23 30	44 25 3	2
($\bar{1}$11) : ($\bar{1}$0$\bar{1}$)	85 11 — 85 27	85 17 40	85 11 48	3

Angoli	Limiti delle osserv.	Media	Calcolato	N.
(101) : (113)		29°49′ 0″	29°53′42″	1
(113) : (012)		20 21 0	20 29 27	1
($\bar{1}$01) : ($\bar{1}$11)	54°37′ — 54°55′	54 47 24	54 44 42	10
(111) : ($\bar{1}$21)	15 41 — 15 48	15 44 30	15 47 24	2
($\bar{1}$21) : (12$\bar{1}$)		38 50 0	38 55 48	1
($\bar{1}$11) : (11$\bar{1}$)	70 24 — 70 32	70 27 0	70 30 36	14
($\bar{2}$33) : ($\bar{1}$21)		13 25 0	13 23 26	1
($\bar{1}$21) : (01$\bar{1}$)		43 27 0	43 27 9	1
($\bar{2}$01) : ($\bar{2}$21)		57 36 0	57 38 59	1
($\bar{2}$21) : (22$\bar{1}$)		64 46 0	64 42 2	1
(012) : (121)		44 43 0	44 46 10	1
(121) : ($\bar{1}$11)		48 13 0	48 13 25	1
(110) : (122)		40 30 0	40 45 2	1
(12$\bar{2}$) : (01$\bar{2}$)		30 21 0	30 12 45	1
(110) : (01$\bar{2}$)		70 55 0	70 57 56	1
(20$\bar{1}$) : (111)		65 28 0	65 21 41	1
(111) : (023)		25 9 0	25 2 59	1
(023) : ($\bar{2}$01)		89 23 0	89 35 20	1
($\bar{1}$02) : (011)		64 24 0	64 23 4	1
(011) : (111)	55 43 — 55 50	55 48 10	55 49 11	7
(11$\bar{1}$) : (10$\bar{2}$)	59 43 — 59 52	59 48 17	59 47 12	8
(100) : (110)	54 55 — 54 58	54 56 18	54 58 9	5
(110) : (1$\bar{1}$0)	70 0 — 70 2	70 1 0	70 3 42	2
($\bar{1}$01) : (011)		76 45 0	76 33 44	1

Angoli	Limiti delle osserv.	Media	Calcolato	N.
(011) : (110)		34° 27′ 0″	34° 15′ 39″	1
(110) : (10$\bar{1}$)		68 56 0	69 10 37	1
($\bar{2}$01) : ($\bar{1}$11)		58 38 0	58 40 31	1
($\bar{1}$11) : (110)	62° 16′ — 62° 27′	62 20 0	62 23 20	5
(110) : (73$\bar{2}$)	23 33 — 23 56	23 44 20	23 35 7	3
(73$\bar{2}$) : (20$\bar{1}$)		35 22 0	35 21 2	1
(110) : (20$\bar{1}$)		58 42 0	58 56 9	1
($\bar{1}$03) : ($\bar{1}$11)		64 17 0	64 18 28	1
($\bar{1}$11) : (01$\bar{2}$)		71 33 0	71 32 2	1
(01$\bar{2}$) : (10$\bar{3}$)		44 10 0	44 9 30	1
(201) : (001)	46 11 — 46 20	46 17 0	46 11 29	3
(101) : (001)	34 35 — 34 53	34 44 24	34 42 1	5
(102) : (001)	22 20 — 22 32	22 26 0	22 30 6	2
($\bar{1}$03) : (001)	22 13 — 22 30	22 20 0	22 19 31	3
($\bar{1}$02) : (001)	34 0 — 34 30	34 17 52	34 18 39	7
($\bar{1}$01) : (001)	63 32 — 63 49	63 38 52	63 38 28	7
($\bar{2}$01) : (001)	89 28 — 89 33	89 30 15	89 23 36	4
(301) : (001)	98 38 — 98 40	98 38 40	98 35 22	3
($\bar{7}$32) : (100)	35 54 36 20	36 10 24	36 8 16	6
(73$\bar{2}$) : (001)	80 30 — 80 48	80 43 48	80 43 22	6
($\bar{7}$32) : ($\bar{1}$11)	33 35 — 33 40	33 37 30	33 35 1	3
($\bar{7}$32) : (01$\bar{1}$)	55 53 — 56 2	55 57 30	56 14 39	2
($\bar{7}$32) : (011)		67 11 0	67 14 19	1
(73$\bar{2}$) : (111)	35 25 — 35 36	35 29 40	35 28 29	3

Angoli	Limiti delle osserv.	Media	Calcolato	N.
(732) : (221)	25° 23′ — 25° 25′	25° 24′ 0″	25° 25′ 15″	2
($\bar{7}$32) : (221)		88 14 0	88 14 5	1
(732) : (301)		33 40 0	33 39 55	1
(111) : (201)	78 48 — 78 52	78 50 0	78 42 24	2
(11$\bar{1}$) : (102)		92 7 0	92 13 31	1
(111) : (301)		61 42 0	61 45 45	1
($\bar{1}$21) : (201)		83 40 0	83 30 31	1
(121) : (012)		61 18 0	61 17 5	1
(233) : (001)	68 58 — 69 12	69 6 0	69 7 27	1
(23$\bar{3}$) : ($\bar{1}$21)		49 21 0	49 26 2	1
(012) : (111)		26 16 0	26 20 7	1
(012) : (100)	70 34 — 70 36	70 35 0	70 35 14	2
(012) : (201)		57 31 0	57 31 43	1
(144) : (011)		7 47 0	8 0 54	1
(144) : (012)		17 38 0	17 50 49	1
(144) : (11$\bar{1}$)		53 37 0	53 53 34	1

Misurai pure alcuni cristalli geminati, accertandomi che le facce {100} dei due individui fossero parallele e comprese nelle zone [001 : 00$\bar{1}$], [$\bar{1}$11 : 1$\bar{1}\bar{1}$].

Angoli	Limiti delle osserv.	Media	Calcolato	N.
(001) : (00$\bar{1}$)	50° 10′ — 50° 50′	50° 25′ 15″	50° 45′ 10″	6
($\bar{1}$11) : (1$\bar{1}\bar{1}$)	41 35 — 41 57	41 48 24	41 53 22	6
(01$\bar{1}$) : (0$\bar{1}\bar{1}$)		26 10 0	25 55 30	1

In lamine tagliate parallelamente al piano di simmetria, a luce di sodio, la bisettrice acuta fa un angolo di circa 2° 30′ collo spigolo [001] nell'angolo acuto degli assi cristallografici *a* e *c*, e l'ottusa fa un angolo di crica 27° 30′ collo spigolo [100].

In lamine rispettivamente normali alle due bisettrici, misurai:

	$2\ H_a$	$2\ H_o$
Luce rossa (*) . .	94° 29′	138° 33′
„ gialla (Na) . .	94 24	139 44
„ verde . . .	94 13	140 45

Da questi dati si calcola:

	2 V.
Luce rossa	76° 16′
„ gialla (Na)	76 1
„ verde	75 45

Pleocroismo:

$\mathfrak{a}$ = giallo pallidissimo
$\mathfrak{b}$ = giallo verdiccio chiaro
$\mathfrak{c}$ = verde gialliccio

Assorbimento:

$$\mathfrak{a} > \mathfrak{b} > \mathfrak{c}$$

Il peso specifico di questo epidoto, determinato col metodo della boccetta, risultò = 3,462.

Un'analisi, eseguita su materiale scelto colla massima cura, mi diede questi valori:

$Si\ O_2$	37,73
$Al_2\ O_3$	21,11
$Fe_2\ O_3$	16,22
$Fe\ O$	0,32
$Ca\ O$	22,55
$H_2\ O$	1,98
$Mg\ O$	tracce
	99,91

(*) Per questa luce mi valsi di vetro all'ossidulo di rame; per la verde di una soluzione di solfato cupro-ammonico mescolata con soluzione di bicromato potassico. Tralascio i risultati ottenuti a luce azzurra (soluzione di solfato cupro-ammonico), perchè meno attendibili.

i quali sono in sufficiente accordo con quelli che la teoria richiede per una miscela nel rapporto di una molecola del silicato ferrico a due del silicato di allumina. Infatti per $H_2 Ca_4 Al_4 Fe_2 Si_6 O_{25}$ si calcola:

$Si\ O_2$	37,27
$Al_2\ O_3$	21,12
$Fe_2\ O_3$	16,56
$Ca\ O$	23,19
$H_2\ O$	1,86
	100,00

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

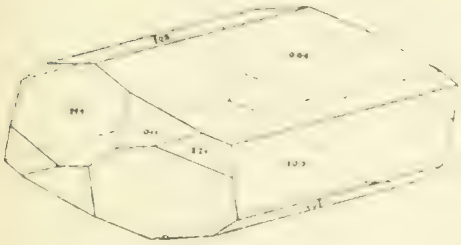


Fig. 1

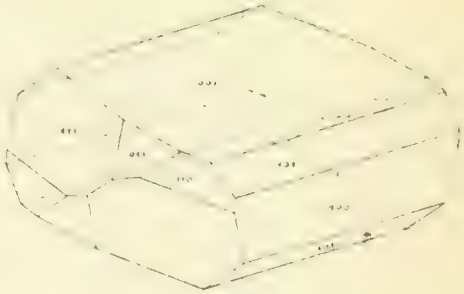


Fig. 2

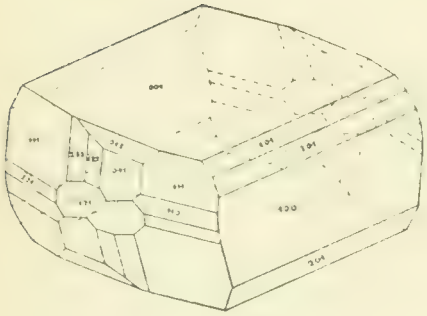


Fig. 3

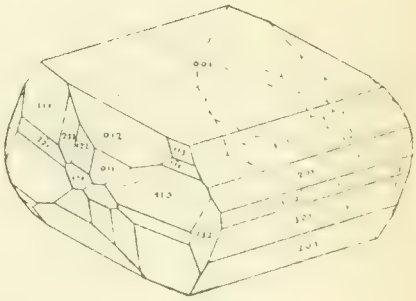


Fig. 5

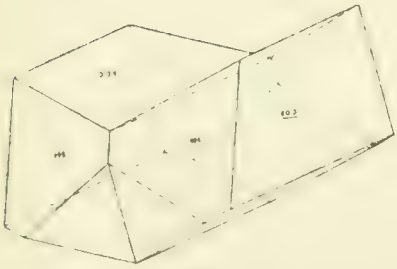


Fig. 7

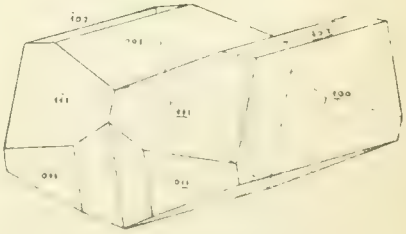


Fig. 8

L. Assiò, zinc.

G. Boeris del.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 2 Maggio 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE GAUDENZIO CLARETTA
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Socii: Peyron, Pezzi, Nani, Boselli, Allievo, Perrero e Ferrero Segretario.

Il Direttore della Classe comunica il telegramma mandato dalla Presidenza al Ministro della Real Casa perchè offrisse a S. M. il Re l'espressione dei sentimenti dell'Accademia in occasione dell'attentato contro la persona dell'Augusto Sovrano, e il telegramma, con cui, a nome di S. M., il Reggente il Ministero della Real Casa ringrazia l'Accademia.

Annuncia quindi la morte del Socio Nazionale non residente Domenico Berti, e brevemente ne ricorda le benemerenze verso la scienza e l'istruzione. Del Socio defunto si preparerà più ampia commemorazione per cura del Socio Corrispondente prof. Carlo Cantoni in altra adunanza della Classe.

Il Socio Segretario presenta l'" *Annuario accademico 1896-97* " mandato dal Rettore della R. Università di Siena.

A nome del professore Giuseppe Roberti egli offre un volume da questo pubblicato contenente i: " *Mémoires d'un officier*

aux Gardes françaises (1789-1793) „ del Marchese Generale DE MALEISSYE (Parigi, 1897), e brevemente discorre intorno ad esso.

Presenta poscia a nome dell' autore, sig. Stefano MICHON, un opuscolo: " *Inscriptions latines d'Arabie* „ (Paris, 1897), e segnala una pubblicazione intitolata: " *Jetons de Savoie* „ (Paris, 1897), offerta dall'autore sig. A. RAVOÉ VAN GRUNER, la quale è un supplemento al lavoro del compianto Socio Vincenzo PRINSI sulle tessere di principi di casa Savoia, pubblicato nelle *Memorie* accademiche (Serie 2ª, vol. XXXI).

Il Direttore della Classe, a nome dell'autore sig. Demetrio MARZI, offre un opuscolo: " *Giovanni Maria Tolomei e Giovanni Lucido Samoteo* „ (Castelfiorentino, 1896).

Il Socio NANI legge una nota del prof. Nino TAMASSIA: " *Fonti gotiche della storia longobarda* „, che è stampata negli *Atti*.

Il Direttore della Classe legge il principio di un suo lavoro su Mercurino Gattinara, cancelliere dell'imperatore Carlo V.

LETTURE

Fonti gotiche della Storia longobarda;

Nota di NINO TAMASSIA.

Gli storici che si occuparono de' Longobardi, per quanto ci fu dato vedere (1), hanno sempre considerato le fonti di quel popolo, leggendarie o storiche, come propriamente nazionali, nè mai hanno sospettato che siansi infiltrati in esse elementi estranei, in ispecial modo dovuti alla letteratura di cose gotiche, fiorente nello splendido periodo di Teodorico Ostrogoto.

Appartengono a codesta letteratura i commentarii del misterioso Ablavio, che, secondo il Mommsen, sarebbero stati scritti durante il regno di Teodorico in Italia, ed avrebbero così fornito a Cassiodorio il dovizioso materiale per quei libri *de origine actibusque Getarum*, che epitomati da Jordanes formano appunto, con lo stesso titolo, i *Getica* di quest'ultimo scrittore (2). Così le leggende e le storie gotiche, primieramente raccolte da Ablavio, sarebbero giunte a Jordanes, attraverso l'elaborazione di Cassiodorio.

Ora, da questi scritti appare quanto grande fosse il sentimento che della propria grandezza avevano i popoli ed i sovrani Goti. Nè certamente a torto. Arbitri della fortuna romana, da gran tempo, come *foederati*, i Goti si sostituivano alle romane legioni (3); avevano dato un imperatore a Roma (4); maltrattati, avevano risposto con l'eccidio di Adrianopoli (5). Divisi nelle due grandi nazioni di Visigoti ed Ostrogoti, traevano a sorte

(1) Non potemmo consultare di L. Schmidt, *Die älteste Geschichte der Langobarden*, citata dal Pelck Hartung, *Thronfolge in Langobardenreiche*, " Zeitschr. d. Savigny Stift „ Germ., Abth. 1887, p. 67.

(2) *Mon. Germ. Hist.* Jordanis, *Romana et Getica ed.* Th. Mommsen, p. xxxvii-xli.

(3) Mommsen, l. c., p. vi; Jord., *Get.*, XIII, 76; XV, 87; XVI, 90; XIX, 106, ecc. ecc.

(4) Jord., *Get.*, XV, 87: *Quatenus gentem, unde agimus, ostenderemus ad Regni fastigium usque venisse*, osserva espressamente Jordanes.

(5) *Get.*, XXVI, 138.

a chi spettasse la rapina dell'uno e dell'altro impero romano (1). Ambrogio, vescovo di Milano, ci li descrive addati e tribuni eunipotenti (2); Gerolamo, Agostino, Orosio parlano con spavento de' Goti, a' quali ormai pur Roma stessa aveva ceduto! Se Roma è vinta, chi non cederà a' Goti?

Tanti successi non fanno che aumentare la boria gotica. Ataulfo pensa un momento di sostituire la *Gotia* alla *Romania*, cioè di piegare il mondo intero sotto il dominio gotico (3); Teodorico, più tardi, diventa come un capo di tutti i barbari, un Carlomagno anticipato, non ostante il suo ossequio alla *civilitas* de' vinti. Ed il suo regno e quello de' fratelli di Spagna, prima delle nuove fortune de' Franchi, sono arbitri dell'Occidente e con essi trionfa l'arianesimo, che è anch'esso l'espressione più intima dell'avversione alla romanità.

Le lodi, gl'incensi, le adulazioni non hanno più freno, e la vecchia cortigianeria romana ne dava i tristi esempi. Teodorico fa (o lascia) esaltare dal reboante Cassiodorio il sangue imperiale, la schiatta porporata degli Amali (4). Si vuole collegare la storia gotica alla troiana: ed ecco un Telefo re goto, figlio d'Ercole e cognato di Priamo. Non basta ancora: le vittorie di Alessandro Magno si debbono a' Goti, perchè i Goti hanno rafforzato il regno di Filippo! (5). Anche i Franchi riallacciano le loro tradizioni a Troja, quasi per dimostrare, come già i Goti, che, per l'origine, non la cedono ai Romani (6).

La caduta del regno degli Ostrogoti, per le vittoriose armi di Giustiniano, non voleva dire la distruzione, o l'esodo d'Italia, de' superstiti Goti; nello stesso modo che la rovina del regno longobardo non trascinava seco l'annientamento della popolazione longobarda. I sacerdoti goti vivono, anche sotto Giustiniano, e lasciano in Italia alcuni fra i più antichi monumenti della lingua gotica (7).

(1) *Get.*, LVI, 283.

(2) *Opera*, II, Parisiis, 1690, p. 855. Ep. XX, n. 12.

(3) P. Orosii, *Adversus paganos*, VII, 37, 6. Ed. Vindob., p. 538.

(4) Dahn, *Könige der Germanen*, II Abth., 1861, p. 140.

(5) *Get.*, IX, 60; X, 65. Cfr. Isidori, *Hist. Gothorum*, *Mon. Germ. Hist. Script. Antiquiss.*, XI, 1, p. 268.

(6) *Mon. Germ. Hist.* Fredeg. *Chron.*, II, 4, p. 45, ecc.

(7) F. L. Stamm-Heyne, *Ulfilas*, 1885. Urk. zu Neapel; Urk. v. Arezzo, p. 228 e segg.

E perchè breve è, per gran parte d'Italia, la ristabilita dominazione bizantina, anche sotto i Longobardi pote persistere la memoria della gente gotica e del suo grande splendore, mantenuta dalle tradizioni popolari e dagli scritti che magnificavano la stirpe degli Amali e la potenza de' Goti.

L'opera stessa di Procopio è il maggior monumento eretto a ricordanza, più che delle vittorie bizantine, della gloriosa resistenza de' vinti.

Com'è notissimo, nel 643 Rotari faceva pubblicare il suo famoso Editto. In questa prima collezione delle leggi longobarde abbiamo tentato di mostrare, seguendo alcune indicazioni di Enrico Brunner, l'azione invadente delle leggi visigote, che sembrano il prototipo di non poche legislazioni germaniche (1); così tornava a farsi sentire l'influenza gotica in Italia. Notisi ancora che i così detti capitoli del Gaudenzi, se da una parte mostrano una sicura relazione con le leggi visigote, dall'altra, a nostro avviso, sembrano dar ragione a coloro (fra i quali F. Schupfer (2)) che riconoscono in essi una parziale revisione dell'Editto di Teodorico. Codesti capitoli rappresenterebbero una maniera curiosa di elaborazione di diritto visigoto ed ostrogoto, un vero anello di congiunzione fra le due legislazioni gotiche.

Ebbene, non ci par dubbio che tracce di questi capitoli si trovino anche in Rotari (3).

Questi, poi, fa precedere all'Editto un catalogo de' re longobardi. Il re dice: ... *utilem prospeximus propter futuris temporis memoriam, nomina regum antecessorum nostrorum, ex quo in gente nostra langobardorum reges nominati coeperunt esse, in quantum per antiquos homines didicimus, in hoc membranum adnotari iussimus.*

(1) *Deutsche Rechtsgeschichte*, I, § 39, p. 301, n. 44. Cfr. le nostre *Fonti dell'Editto di Rotari*, Pisa, 1889.

(2) *Manuale di Storia del diritto italiano*, 2ª ed., 1895; p. 78-9.

(3) Cfr. *Mon. Germ. Hist. Leges Visigothorum antiquiores*. Appendix, c. XIIII.

SI QUIS DONABERIT aliquid alio homini peculium suum, aut aurum sive argentum etc. NON REQUIRAT POSTEA QUOD DONAVIT NEQUE VICISSITUDINEM REQUIRAT.....

SI AUTEM DONATOR ILLE MORTUUS FUERIT, HEREDES ILLIUS NON REPETANT QUOD DONATUM EST.

Roth., c. 175: SI QVIS *rem suam quicumque* DONAVERIT, et POSTEA QUI DONAVIT, launigilt REQUISIVERIT, tunc ille qui accepit, aut HEREDES EIUS, si ausus non fuerit iurare etc. Cfr. *Fonti dell'Editto di Rotari*, p. 19.

Fuit primus rex agilmund, ex genere gugingus.
II *laamisio*
III *leth*
IV *kildeock, filius leth*
V *godeoch, filius kildeoch*
VI *claffo, filius godeoch*
VII *tato filius glaffoni. Tato et winigis filii claffoni*
VIII *wacho, filius winigis, nepus tatoni*
IX *walthari*
X *audoin ex genere gausus*
XI *alboin, filius audoin*
XII *clep, ex genere beleos*
XIII *authari, filius clep*
XIV *agilulf, turingus ex genere anawas*
XV *adalwald, filius agilulf*
XVI *hariwald ex genere caupus*
XVII *ego in dei nomine... hrotarit rex filius nanding ex genere harodos.*

1) *Nanding filius noctzoni*
2) *noctzo filius adhamund*
3) *adhamund filius alaman*
4) *alaman filius hiltzoni*
5) *hiltzo filius uuchiloni*
6) *uuchilo filius weoni*
7) *weo filius fronchononi*
8) *fronchono filius fachoni*
9) *facho filius mammoni*
10) *mammo filius ustbora*
11) *ustbora* * * * *

L'*Origo gentis Langobardorum*, della metà del secolo VII, ed il *Chronicon Gothanum* (c. a. 807-10) hanno pure un catalogo de' re longobardi, che trascriviamo:

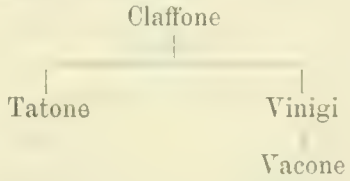
Origo	*Chr. Goth.*
gambara	
ybor — aio (duces)	
I *agilmund*	I *agilmund*
II *laiamicho*	II *godoin*
III *lethuc*	III *pero?*
IV *aldihoc*	IV *claffo*
V *godehoc*	V *tatto*
VI *claffo*	VI *vacho*
VII *tato*	VII *valtere*
VIII *vacho*	VIII *audoin*
IX *valtari*	IX *albuin* etc.
X *auduin*	
XI *albuin* etc.	

Se ai re dell'*Origo*, dopo Alboino, si aggiungono i sei che mancano per venire a Rotari, si hanno ancora i 17 re dell'elenco

rotariano; ma secondo la cronaca gotana non si arriva che a contarne 15. Nulla diciamo di Paolo che si riferisce espressamente al prologo dell'Editto (1). Egli però, seguendo l'Origo, ne ampliava la narrazione, con notizie non sappiamo d'onde tratte. Così Paolo, a proposito di Agilmondo, narra: *regnavit . . . . . super eos primus Agilmund filius Aionis, ex prosapia ducens originem Gagingorum, quae apud eos generosior habebatur. Hic, sicut a maioribus traditur, XXXIII annis Langobardorum tenuit regnum* (2).

Sebbene l'Origo e Rotari vadano d'accordo, non possiamo prestare piena fede alle loro notizie, intorno agli antichi re. Agilmondo, dato come figlio di Aio, si collega alla leggenda di Gambara e de' suoi figli, egregiamente studiata dal Galetschky (3). Gambara si avvicina all'antico alto ted. *kambar* = *strenuus-sagax*, ed il mito di Aione ed Ybor, in relazione col dio Odino, è molto diffuso nelle saghe germaniche (4). Il nome stesso *Langobardo*, oltre che da *barba longa*, come tradizionalmente si spiega, potrebbe anche essere derivato da *part*, l'ascia di guerra. Anche Odino, fra gli altri suoi appellativi ha pure quello di *Langbardr*, o *Hârdbardr* (5). Siamo dunque in piena leggenda.

Se il primo re de' Longobardi *Agilmund* è anch' esso un personaggio leggendario, lo stesso può dirsi del re Laamissio (6): nè sappiamo perchè il *Chronicon Gothanum* dia a Godoin (il Godeoch di Rotari) come successore quel misterioso Perone, prima del sesto re Claffone, figlio di Godeoch. Ma nemmeno in età meno remote, le notizie delle fonti longobarde sono più sicure od esatte. Rotari scrive che Vacone è figlio di Vinigi, nipote di Tatone, il quale sarebbe stato figlio di Claffone e quindi fratello di Vinigi. Ecco l'albero genealogico, secondo Rotari:



(1) *Hist. Lang.*, I, 21.

(2) I, 14.

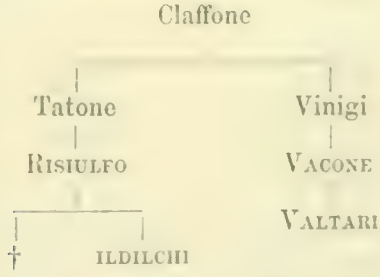
(3) *Die Urgeschichte der Langobarden*, nel *Programm des Progymnasiums zu Weissenfels*, 1885, p. 5 e segg.

(4) Galetschky, p. 7 e segg.

(5) Op. cit., p. 11.

(6) Paul., I, 15.

Rotari fa precedere a Tatone Vacone, e l'Origo spiega così la cosa: Vacone uccise lo zio Tatone con l'aiuto di Zuchilone e combattè contro Ildichi, *figlio di Tatone*, che dovette rifugiarsi fra i Gepidi. Procopio narra più esattamente il fatto, ed è facilissimo il correggere alcune sue erronee affermazioni. Vacone (Ὀυάκης) aveva un nipote, chiamato Risiulfo, cui per legge spettava il trono, morto che fosse Vacone. Questi, per assicurare a sè e poi al figlio Valdalo (il Walthari di Rotari) il regno, con una calunnia riuscì a cacciare in esilio il nipote, il quale trovò rifugio presso i Varni, ove giungevano pure lo insidie dello zio. Risiulfo morì esiliato, lasciando in patria due figli. Uno di questi, di cui non si conosce il nome, morì di malattia. L'altro chiamato Ildisgo (che è l'Ildichi dell'*Origo*) dovette pure cercare scampo fra gli Slavi. Frattanto muore Vacone e gli succede Valdalo, il Walthari di Rotari; Audoino ne fu il tutore, ed essendo morto di malattia il pupillo, salì egli stesso al trono. Ma Ildisgo, o Ildichi, non si dava pace del perduto regno. Quando i Gepidi volevano movere guerra a' Longobardi, egli accorse a loro, per riavere con le loro armi il trono. L'accordo interceduto fra i due popoli gli tolse ogni speranza di questo aiuto; ed Ildichi con alcune schiere slave e tedesche, come un capitano di ventura, corse nel Veneto combattendo contro le truppe bizantine, senza però unirsi a' Goti, ma probabilmente saccheggiando per proprio conto. Tale è il racconto di Procopio (1). È quasi sicuro che Procopio, dicendo che a Risiulfo doveva spettare il trono, alla morte di Vacone, volle inesattamente indicare che Vacone, come poi Audoino, era il tutore di Risiulfo. Ecco un altro schizzo genealogico, secondo Procopio, completato dalle fonti longobarde:



(1) *De B. Goth.*, III, 35.

Vediamo ora che Rotari nel catalogo, mentre omette il nome di Risiulfo, pone invece fra i re quello di Valtari che, come il primo, morì, senza giungere all'età maggiore. Se Risiulfo non fu considerato come regnante, la stessa cosa doveva valere per Valtari. Noi troviamo una spiegazione del fatto, ammettendo che gli *antiqui homines*, i quali suggerivano a Rotari le memorie delle dinastie nazionali, si confondessero subito appena si andava un po' in là nella storia. Si rammenta bene Valtari (1); ma del regno di Risiulfo, sotto la tutela di quel tutore esemplare che fu Vacone, nemmeno una parola. E non c'era da risalire che poco più di un secolo (2). Possiamo dunque concludere che l'elenco dei 17 re è tutt'altro che storicamente serio. Neppure siamo disposti a far buon viso a quegli 11 antenati di Rotari.

I re Goti erano più discreti. Jordanes dice di Geberico: *hic Hilderith patre natus, avo Orida, proavo Nidada* (3), ma il nostro Longobardo giunge fino ad Ustbora (4); e trattandosi d'una famiglia nobilissima, ma non regale, ci sembra che la genealogia rotariana somigli un poco a quella, che un compiacentissimo storico voleva stendere fra Napoleone e Carlomagno. Memori della *sera iuvenum venus*, che è la lode tacitiana della forte gioventù tedesca (5), noi potremmo calcolare che circa a vent'anni il Tedesco fosse padre, ed allora le undici generazioni degli Harodi comprenderebbero circa 220 anni, senza tener conto degli anni di Rotari, il quale così con le sue *memorie di famiglia* risalirebbe fino al primo trentennio del secolo V, e con gli anni della vita sua, alla fine circa del secolo IV (6). Nes-

(1) Pel *Chr. Goth.* avrebbe regnato sette anni.

(2) Era costume germanico che si tenesse in conto di regnante anche il re sotto tutela. Infatti Cassiodorio accenna ad Atalarico, con le parole: *otioso pro parvula aetate rege* (*Mon. Germ. Hist.*). Cassiodorii, *Variae*, p. 476 (*Rel. Orat.*).

(3) *Get.*, XXII, 113.

(4) *Unst-bora* figlio della grazia, ovvero *unsporic* che non si può cercare, cioè il nome del padre di Mammone non si può rintracciare? Schade, *Altdeutsches Wörterb.* v. *ust, unst, unspörich*, p. 1046 ecc. Stando alla prima interpretazione, Rotari risalirebbe fino al primo battezzato degli Arodi.

(5) *Germ.*, c. 20.

(6) Cfr. C. Th. v. Inama-Sternegg, *Ueber Generationsdauer und Generationswechsel*, nei " Comptes-Rendus et Mémoires „ publiés par le Dr. S. de

suno ci dirà ipercritici, se non crediamo alla parola regale del primo legislatore della nazione Longobarda. Se le stesse notizie della successione de' re s'imbrogliano subito, e l'abbiamo provato, appena si va addietro un secolo, come mai si hanno memorie così precise in una famiglia non regia, tanto da poter risalire a più di due secoli?

Se non che Rotari può aver detto, invece, una verità affermando, nel prologo dell'Editto, ch'egli reputava aver fatto cosa utile, ordinando di trascrivere la serie de' re longobardi e dei suoi antenati.

I Longobardi non erano gli ultimi venuti fra le genti tedesche: basterebbero le sole parole di Tacito, per dar loro un inclito stemma di nobiltà (1); ma in Italia essi, nel primo periodo della conquista, si erano comportati non certo cavallerescamente, ma da ladroni ed assassini; e per giunta erano eretici. Qual meraviglia, se i pontefici ed i cattolici li chiamavano ladri, dediti alle rapine, agli omicidii, senza legge e giustizia, senza pietà? (2). Quanta differenza tra la ferocia longobarda e la mitezza gotica; quanta differenza tra lo splendore degli Amali e questi re semiselvaggi, nemici di Dio e degli uomini! Dalla discesa de' Longobardi all'anno della promulgazione dell'Editto erano trascorsi 75 anni; in questo lasso di tempo a' furori della depredazione dovevano essere subentrati criterii più umani di governo e di rapporti con gl'indigeni; tanto che Rotari pon mano alla legislazione del suo popolo. Ma, appunto per questo, era d'uopo mostrare, in un'occasione così solenne, tutta la nobiltà de' re Longobardi, che già da Autari in poi, a somiglianza de' re Visigoti, avevano assunto il nome di Flavii (3). Ora noi

Cerlóczi Secrétaire du Congrès (VIII) International d'Hygiène et de Démographie tenu à Budapest du 1r au 9 sept. 1894; Budapest, 1896, p. 45-50. Secondo l'A. la durata della generazione significa la distanza d'età (Altersabstand) fra il padre e quei figli che continuano la famiglia. La media durata della vita del genitore nell'Austria-Ungheria è di anni 60,2; padre e figli vivono contemporaneamente circa 24 anni; la media distanza tra padre e figli è dunque di 36 anni. Noi abbassando questa distanza a 20 anni, abbiamo voluto abbondare in precauzione, per attenerci a dati più probabili, senza esagerare, avendo in mente le parole di Tacito.

(1) Tac., *Germ.*, c. 40; Vell. Paterc., III, 106 ecc.

(2) Cfr. Paul., III, 15.

(3) Paul., III, 16; III, 30. Cfr. p. 187 l'iscrizione funebre di Liutprando. *M. G. H. Script. Lang.*

crediamo (e c'ingannerem o) che Rotari o meglio i suoi collaboratori abbiano attinto a fonti gotiche, per trarre da esse un po' di splendore per la gente longobarda. Le Novelle giustinianee e la costituzione *Imperatoriam maiestatem* hanno servito ad abbellire il prologo e l'epilogo dell'Editto; niente d'improbabile, quindi, che si mettessero le mani anche altrove. Ed ecco la prova, o almeno ciò che noi crediamo degno di questo nome.

Se tu, scrive Jordanes, vuoi sapere degli Ansi gotici o Semidei la genealogia *ut paucis percurram vel quis quo parente genitus est aut* UNDE ORIGO COEPTA, *ubi finem fecit ... ausculta.*

Horum ergo heroum, ut ipsi suis in fabulis referunt

1) *primus fuit Gapt qui genuit*
2) *Hulmul, Hulmul vero genuit*
3) *Augis; at Augis genuit eum qui dictus est*
4) *Amal a quo et* ORIGO AMALORUM DECURRIT, *qui Amal genuit*
5) *Hisarna; Hisarnis autem genuit*
6) *Ostrogotha; Ostrogotha autem genuit*
7) *Hunuil; Hunuil item genuit*
8) *Athal; Athal genuit*
9) *Achiulf et Oduulf;*
10) *Achiulf autem genuit Ansila et Ediulf, Vultuulf et Hermenerig;*
11) *Vultuulf vero genuit Valaravans;*
12) *Valaravans autem genuit Vinitharium;*
13) *Vinitharius quoque genuit Vandilarium;*
14) *Vandalarius genuit Thiudemer et Valamir et Vidimir.*
15) *Thiudimir genuit Theodericum;*
16) *Theodericus genuit Amalasuentham;*
17) *Amalasuentha genuit Athalaricum et Matesuentham de Eutharico viro suo* (1).

Il Mommsen ha fatto osservare che Jordanes ha tratto questo catalogo da Cassiodorio; ed aggiungiamo che Jordanes, chiamando *favole* queste genealogie, forse, mostra un poco di scetticismo ironico a proposito delle fatiche cassiodoriane (2).

(1) *Get.*, XIII, 78; XIV, 79-81.

(2) JORDAN., ed. cit., pag. 76, nota (1), cfr. p. XL. Avvertiamo però che, talvolta, in Cassiodorio *fabulae* significano semplicemente *discorsi*, come in quel noto luogo delle *Varie* (IX, 2), nel quale egli si gloria di aver istruito Teodorico, *con le sue favole:* (Theodericus rex) *.....sententias prudentium a tuis* (di Cassiodorio) *fabulis exigebat.* È Atalarico che parla. E si comprende che Cassiodorio aveva tutt'altro in animo che di considerare come *favole* i

Ad ogni modo che Cassiodorio sia l'autore dell'elenco dei re Goti non v'ha ombra di dubbio. Presentando al Senato Cassiodorio, quale prefetto del pretorio, Atalarico decanta i meriti di lui nella sua lunga e fedele carriera.

Poichè si trattava di Cassiodorio, Cassiodorio non lesina le tronfie espressioni di lode a suo riguardo. E fa dire, tra l'altro, al re: *Tetendit se etiam in antiquam prosapiam nostram, lectione discens quod vix maiorum notitia cana retinebat. Iste reges Gothorum longa oblivione celatos latibulo vetustatis eduxit. Iste Hamalos cum generis sui claritate restituit, evidenter ostendens in* SEPTIMAM DECIMAM *progeniem stirpem nos habere regalem.* ORIGINEM GOTHICAM HISTORIAM FECIT ESSE ROMANAM, *colligens quasi in unam coronam germen floridum, quod per liberam campos passim fuerat antea dispersum. Perpendite, quantum vos in nostra laude dilexerit, qui* VESTRI PRINCIPIS NATIONEM DOCUIT OB ANTIQUITATEM MIRABILEM, *ut sicut fuistis a maioribus vestris semper nobiles aestimati, ita vobis antiqua regnum progenies imperaret* (1).

Questo luogo delle Varie è della massima importanza per noi. Cassiodorio si vanta di aver saputo, investigando i monumenti gotici e raccogliendone le notizie intorno alla dinastia Amala, ciò che a stento le tradizioni de' maggiori conservavano. Egli aveva avuto uno scopo nel suo lavoro genealogico: dimostrare che gli Amali, per nobiltà d'origine ed antichità di regia stirpe, non erano indegni di governare coloro che pur no', almeno di nome, erano stati signori del mondo. Si avverta intanto, e subito, che Cassiodorio afferma che le memorie popolari erano molto confuse, per rispetto alle genealogie de' loro re.

Può essere verissimo; e allora perchè tanta limpidezza di notizie in quegli *antiqui homines* di Rotari, appartenenti ad un popolo tanto più rozzo? Senza Cassiodorio, il catalogo de' re Goti non sarebbe uscito dalle tenebre ove giaceva, e Rotari sciorina il suo elenco, senza il menomo stento. Ma colpisce subito quella coincidenza numerica fra i due cataloghi, Goti e Longobardi, rispettivamente al regno di Atalarico e di Rotari,

---

suoi dotti discorsi al re. È notissimo poi che Jordanes fa Cassiodorio fa la storia degli antichi re goti, con le notizie *getiche* di Strabone. Cfr. *Burwista, Dicineo, Zalmoxis*, STRAB., VII, 3, 5. DIDOT, p. 245.

(1) *Var.*, IX, 11, p. 291-2, cfr. XI, 1.

ebbero 17 re (1). Può spiegarsi anche questo con una di quelle fortuite concordanze, dalle quali non si può trarre niente di serio, per provare che Rotari si è ispirato all'esempio gotico?

Francamente non lo crediamo. Cassiodorio dev'essere stato di manica larga nella determinazione della lunga serie degli Amali; più che trovati, può averne creati alcuni da incerte notizie, per aumentare l'antichità della dinastia regale; ma non è dubbio ch'egli parla di campi di libri, ond'egli trasse il fior fiore. Facciamo la tara alla magniloquenza del retore, ma qualcosa finalmente di vero ci dev'essere stato. Eppure abbiamo notato che Jordanes, pur tenerissimo de' suoi Goti, diceva che si trattava di favole; e s'egli attinse a Cassiodorio, significa che Ablavio forse molto più serio di quello, nulla aveva di così completo intorno a' re Goti, s'intende del periodo antichissimo. Se dunque i Goti avevano fonti incerte per la loro storia remota; se per esempio il fondatore della dinastia merovingia è tutto avvolto nella leggenda (2), è presumibile che le notizie di Rotari siano storiche tutte, da Agilmondo a lui?

Anche i Longobardi avevano bisogno d'ingentilirsi al conspetto de' Romani; essi non sapevano, come i Goti, le loro vecchie relazioni col mondo romano, e per darsi l'aria di antichi, servendosi di Cassiodorio, o di Jordanes, e di qualunque altro scrittore di cose gotiche, si diedero il lusso di 17 re, se non della stessa dinastia, almeno regnanti sullo stesso popolo; e Rotari quello di undici progenitori. Non isfuggirà poi ad alcuno che Cassiodorio e Jordanes parlano di ORIGO, ORIGINEM GOTHICAM, nome che ricorre pure, come titolo, di quel compendio di storia longobarda, detta appunto ORIGO GENTIS LANGOBARDORUM.

Se però è palese in Rotari l'imitazione del catalogo cassiodoriano, ci accorgiamo che qualche dotto non longobardo dovette

(1) Le genealogie hanno per tipo quelle bibliche. Cfr. *Liber genealogicus: Chronica minora. Mon. Germ. Hist. Auct. antiquiss.*, IX, I, p. 160 e segg., c. a. 405-427, ecc. Ma perchè Cassiodorio abbia computato proprio 17 generazioni, non sappiamo dire.

(2) Vedi il nostro studio *Egidio e Siagrio* (" Rivista Stor. ital. ", 1884. Isidoro, infatti, nella sua *Hist. Gotb.* ammessa la derivazione de' Goti *ex regno Scytarum*, dice che ebbero molti re, per molti secoli, ma candidamente soggiunge: *Sed quia in chronicis adnotati non sunt, ideo ignorantur.* Vedi su questo luogo, DAHN, *Die Könige der Germanen*, II, Abth., p. 52, nota 5. Procopio (*De B. Vand.*, I, 2) pone le antiche sedi gotiche al di là dell'Istro.

assistere. È ne nella compilazione dell'elenco famoso: la cultura veniva quindi ad aiutare ancora le aspirazioni nobiliari del ceto Tedesco, come già a' tempi di Atalarico.

Quest'indizio dell'uso delle fonti gotiche nel Editto non è però unico. Abbiamo nuove prove, in altri movimenti, di questo fatto.

La nazione longobarda voleva accostarsi a' Goti, riallacciare cioè le sue tradizioni storiche a quelle d'una gloriosa stirpe germanica, che l'aveva preceduta nella dominazione d'Italia. A tanti secoli di distanza, con notizie così scarse, mal si può giudicare della vivezza de' ricordi lasciati in Italia da quello splendido periodo di Teodorico, rivaleggiante in magnificenza con le più fortunate e gloriose epoche imperiali. Cassiodorio ce ne tramanda l'eco fedele: *Sub cuius felici imperio* (di Teodorico) *plurimae renovantur urbes, munitissimae castella condantur, admirandi palatia, magnisque eius operibus antiqua miracula superantur* (1). Comuni alle due nazioni erano il sangue teutonico e l'ariano-sino: non bastava ancora. Bisognava dimostrare l'origine comune ad entrambi. Di questi tentativi di violentare le fonti storiche, a favore della tesi, serbano indizi l'*Origo*, forse anche la *Cronica gotana* e Paolo Diacono, tutto quello insomma che abbiamo di storia longobarda:

Origo (2).	Chr. Gothanum (2).	Paul., I, 1.
*In nomine domini incipit origo gentis langobardorum, id est sub consule qui dicitur ***(sca)-danan, quod interpretatur in (par)tibus aquilonis, ubi multae gentes (inha)-bitant. Inter quos erat gens parva) quae guinnilis vocabatur etc.* (Leggenda di Gambara). *Moverunt se ergo duces guandalorum etc. et dicebant ad guinniles, aut solvite tributa aut pugnate nobiscum* (Vittoria de' Longobardi sui Vandali). . . . . *Et moverunt se exhinde langobardi et venerunt in golaidam.....*	*Vindilicus dicitur amnis ab extremis Galliae finibus; iuxta eundem fluvium in primis habitatio et proprietas eorum fuit. Primis vvinili proprio nomine seu et parentela, nam, ut asserit hieronimus, postea ad vulgorum vocem langobardi nomen mutati sunt, pro eo quod prolixa barba et nunquam tonsa. Hic supra dictus ligurius flumen albiae fluvii cannalis inundans, et nomen finitur. Postquam de eadem ripa, ... langobardi exierunt sic Scatenaugae albiae fluvii ripa primis novam habitationem posuerunt etc.*	*Gothi si quidem Wandalique, Rugi, Heroli atque Turcilingi, nec non etiam et aliae feroces et barbarae nationes e Germania prodierunt. Pari etiam modo et Winnilorum, hoc est Langobardorum gens ...a Germanorum populis originem ducens, licet et aliae causae egressionis eorum asseverentur, ab insula que Scadinaria dicitur adventarit etc.* I, 7. *Igitur egressi de Scadinaria Winnili .....in regionem quae adpellatur Scoringa venientes ...consederunt* (Guerra e vittoria sui Vandali). I, 11: *De qua egressi dum in Mauringam transire cogunt...* I, 13: *Egressi de Mauringa, applicuerunt in Golanda...*

(1) *Mon. Germ. Hist., Chronica minora* (XI, 2), p. 160. *Cassiodorii Chr.*
(2) *Mon. Germ. Hist.*, Leges IV, p. 641-2.

Noi non vogliamo accingerci all'inutile e disperata fatica di seguire i Longobardi nelle loro successive migrazioni, tentando storicamente e geograficamente d'identificare i nomi de' paesi occupati da essi. Tentativi non mancano, e ce n'è d'avanzo (1). Basta, pel nostro scopo, avvertire che l'Origo e Paolo fanno venire dalla Scandinavia i Longobardi. Questi usciti di là, trovano brighe coi Vandali e si arrestano poi in Galanda.

La *Cronaca gotana* non è più precisa; ma non si può dire se la *Scatenauga* sia ancora la Scandinavia (2), nel qual caso la confusione geografica diventerebbe un vero guazzabuglio inestricabile. Il Bethmann-Hollweg trovava menzione dell'uscita de' Longobardi persino nella cronaca di Prospero (3); ma s'ingannava; perchè gli studi più recenti hanno provato che quella notizia è un'aggiunta nientemeno che del secolo XV (4). Fredegorio però è d'accordo con le due fonti longobarde, circa la provenienza di quel popolo dalla Scandinavia (5); ed un'altra fonte franca fa giungere di là anche i Borgognoni (6).

È ben noto che la leggenda raccolta da Jordanes dice lo stesso de' Goti. Forse si accenna così all'affinità fra Goti e Nordici provata dal linguaggio, ed al ricordo di remote occupazioni delle terre settentrionali, nelle prime emigrazioni de' Germani in Europa (7). Ma se questa leggenda può avere qualche importanza pel gruppo vandalo-goto, come può riferirsi ragionevolmente a' Longobardi appartenenti al gruppo germanico occidentale? Si sarebbero ancora una volta i Longobardi serviti delle fonti gotiche, per la costruzione della loro più vetusta storia? È ciò che tenteremo di provare.

Jordanes comincia così: *habet quoque is ipse immensus pelagus in parte arctoa* [*id est septentrionali*] *amplam insulam no-*

(1) Cfr. Galetschky, p. 4-7 e gli autori ivi citati.

(2) La notizia d'Isidoro (*Etym.*, IX, 226) erroneamente attribuita a Gerolamo, fu già notata da parecchi: Galetschky, p. 6, nota 1.

(3) *Civilprozess des gem. Rechts*, 1868, IV, p. 294, nota 9.

(4) *Mon. Germ. Hist. Chronica minora* (IX, 1), p. 498. *Interpol. Prosp. insertae saec. XV.*

(5) *Chron.*, III, 65. *Script. Merov.*, II (*Mon. Germ. Hist.*, p. 110).

(6) *Script. cit. Passio Sigismundi regis*, p. 333.

(7) Dahn, *Könige*, II Abth., p. 52, nota 3; Brunner, *Deutsche Rechtsgeschichte*, I, p. 29, nota 3. Vedi però l'opinione di Strab., VII, 3, 1; Didot, p. 245.

mine Scandzam, unde nobis sermo . . . est adsumpturus, quia gens, CUIUS ORIGINEM *flagitas, ab huius insulae gremio velut examen apium erumpens in terram Europae advenit . . . De hoc etenim in secundo sui operis libro Claudius Ptolemeus . . . meminit dicens: est in Oceani arctoi salo posita insula magna, nomine Scandza etc.* (1). *De qua et P. Mela refert etc.* (2) . . . *In Scandza vero insula licet multae et diversae maneant nationes, septem tamen eorum nomina meminit Ptolemaeus* (3) . . . *In cuius parte arctoa gens Adogit consistit, quae fertur in aestate media XL diebus et noctibus luces* [illegible] *continuare. Item*[illegible] *numero luce clara nescire etc. Aliae vero ibi sunt Screrefennae, que frumentorum non queritant victum, sed carnibus ferarum atque ovis avium vivunt; ubi tanta paludibus fetura ponit r, ut et augmentum prestent generi et satietatem ad cupiam genti. Alia vero gens ibi moratur Suehans, que velut Thracoi* [illegible] *Ibi quoque sunt, qui in usibus Romanorum pellicinos pelli commercio interveniente . . . transmittunt, famosi pellium decora nigridine. Ibi cum inopes vivunt, ditissime vestiuntur. Sequitur deinde diversarum turba nationum Theustes, Vagoth etc. Ibi omnes excisis rupibus quasi castellis inhabitant. Ita Ibaiae. Sunt et his exterior Ostrogothae, Raumarici, Grauparii ii, Finni aditissimi. Scandiae cultoribus omnibus mitiores; nec non et pares eorum* VINOVILOTH. *Suethidi etc. quamvis et Dani, ex ipsorum stirpe progressi, Herulos propriis sedibus expulerunt, qui inter omnes Scandiae nationes nomen sibi ob nimia proceritate affectant praecipuum. . . . Ex hoc igitur Scandza insula . . . cum rege suo nomine Berig Gothi quondam memorantur egressi; qui . . . terras attingentes, ilico nomen loci dederunt. Nam odieque illic, ut fertur, Gothiscandza vocatur. Unde mox promoventes ad sedes Umerugorum, qui tunc Oceani ripas insidebant, castra metati sunt,* li vincono *eorumque vicinos Vandalos iam tunc subiugantes suis aplicarere victoriis. Ubi vero magna populi numerositate crescente . . . quinto rege regnante filimer, consilio sedit (?) ut exinde cum familiis Gothorum promoveret exercitus* (4).

---

(1) DIDOT, p. 276.
(2) III, 3, 31.
(3) Fra i quali i Γοῦται.
(4) *Get.*, I, 9; III, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24; IV, 25, 26, 27.

Secondo Jordanes, o per meglio dire secondo la fonte seguita da lui (1), la Scandinavia è la culla de' Goti. Ne descrive egli la posizione geografica e la figura, con la scorta di Tolomeo; la chiama Scandza con lieve variante dal greco nome Σκανδία, senza confonderla con l'ultima Thyle (2). Ne rammenta le molte genti (finniche e germaniche), il clima e le particolari condizioni dell'isola, per rispetto a' quaranta giorni estivi di sole continuo, seguiti da' quaranta di oscurità ininterrotta. Tra le popolazioni, sono da lui menzionati, oltre gli *Ostrogothae*, gli Eruli superbi del loro nome nobilissimo (3) e le genti ch'egli chiama Screrefennae, delle quali insieme co' Suehans ed i Thyringi, celebri per i bei cavalli, si descrivono il genere di vita selvaggia, il commercio e l'uso di pelli preziose. Accanto a' Finni mitissimi non si dimenticano i loro pari (in mitezza?) i *Vinoviloth*.

Il Mommsen, nell'edizione sua di Jordanes (4), ha notato che Procopio (5) e Paolo descrivono pure quei popoli ch'essi chiamano Scritofini, e Jordanes Screrefennae, e che Cassiodorio ci dà notizia degli splendidi cavalli *argenteo colore vestitos*, inviati dal re de' Toringi in dono a Teodorico (6).

È tuttavia interessante il proseguire il confronto delle notizie intorno alla Scandia, che ci forniscono Procopio, Jordanes, Paolo e l'*Origo*.

Procopio chiama Tule la Scandia, ma ricorda, come Jordanes, i quaranta giorni di sole e di notte (7), laddove Paolo

(1) Dal passo IV, 29, *Get.*, sembrerebbe che Ablavio stesse per l'origine Scitica de' Goti; cfr. *Mon. Germ. Hist.*, *Chronica min.* (XI, 2, p. 268). Isidori, *Hist. Gothorum* e p. 293. Sarebbero così collegati a Magog figlio di Jafet. Mommsen, *Jord. ed.*, p. 61, nota 1. Le notizie più antiche sulla Scandia (η Θούλη) risalgono a Pitea, della cui fede, però, dubita già Strab., II, 4, 1: Didot, p 85.

(2) *Get.*, I, 9.

(3) Cfr. Brunner, *Deutsche Rechtsgeschichte*, I, p. 106, nota 66.

(4) Pag. 59, nota 1.

(5) *De B. Goth.*, II, 15. Fra gli altri popoli dell'isola (Θούλη) Σκριθιφίνοι .....οὔτε αὐτοὶ γῆν γεωργοῦσιν οὔτε τι αὐτοῖς αἱ γυναῖκες ἐργάζονται, ἀλλὰ ἄνδρες ἀεὶ ξὺν ταῖς γυναιξὶ τὴν θύραν οἰκίας ἐπιτεδευονται. θηρίων τε γὰρ καὶ ἄλλων ζώων μέγα τι χρῆμα αἵ τε ὕλαι αὐτοῖς φερουσι μεγάλαι ὑπερφυῶς; οὗται καὶ τὰ ὄρη, ἃ ταύτη ἀνέχει. καὶ κρέασι μὲν θηρίων ἀεὶ τῶν ἁλισκομένων σιτίζονται, τὰ δέρματα δὲ ἀμφιέννυνται.

(6) *Var.*, IV, 1.

(7) *De B. Goth.*, II, 15.

dice: *quibus in locis circa aestivale solstitium, per aliquod dies etiam noctu clarissima lux cernitur, diesque ibi multo maiores quam alibi habentur; sicut e contrario circa brumale solstitium, quamvis diei lux adest, sed tamen non ibi videtur, diesque minima quam usquam alibi, noctes quoque longiores existunt* (1), mostrando così di aver attinto ad altra fonte, che il Waitz dice il Beda (2). Però questo scrittore parla dei sei mesi di giorno continuo e di altrettanti di notte nell'isola Thyle, sulla fede di Pitea. Tutto questo, ad ogni modo, prova una certa sicurezza e diffusione di notizie intorno alla Scandinavia. Ma v'ha di più. Procopio è tratto a parlare di Tulè, in occasione della grave rotta toccata dagli Eruli per opera de' Longobardi. Il popolo Erulo si disperse, ed un gruppo, dopo lunghe trasmigrazioni toccò Tulè. Da questa isola, poi, gli Eruli continentali fecero venire i discendenti delle vecchie dinastie la rifugiati (3). Stentiamo a credere che gli avanzi degli Eruli giungessero fino a quelle remote regioni; sebbene meriti molta considerazione il racconto di Procopio per ciò che riguarda la memoria, rimasta fra gli Eruli, che nel Settentrione erano i discendenti delle loro più vecchie e nobili dinastie. E vengono subito in mente le parole di Jordanes accennanti all'alterigia che gli Eruli derivavano dal proprio nome.

In quanto al nome, Jordanes, Paolo e l'Origo chiamano l'isola Scandia - Scadinavia - Scadanan. Procopio resta fedele alla parola più classica, e quindi si potrebbe ammettere che le fonti gotico-longobarde movano tutte dal nome tolemaico, cioè Σκανδία. Fin qui, tutto va bene, ma poi troviamo che Paolo dimostra affinità maggiore con Procopio che con Jordanes. *Scriptobini*, secondo Paolo, e Σκριφίνοι, secondo Procopio, sono parole identiche, ma si scostano alquanto dalla forma go-

(1) I, 5.

(2) *De temp. rat.*, 29, 31, p. 50.

(3) *De B. Goth.*, II, 14; IV, 25. È notevole altresì un'altra coincidenza, non osservata finora, fra Paolo e Procopio. Paolo (I, 11) rammenta i *cynocephali*, che hanno costume *bella gerere, humanum sanguinem bibere, et, si hostem adsequi non possint, proprium potare cruorem.* L'altro scrittore bizantino fa pur menzione dei cinocefali (*De B. Goth.*, III, 28). Orosio (VII, 37, 6, ed. Vindob., p. 538) dice, a proposito di Radagaiso, che è costume de' barbari *omnem Romani generis sanguinem dis suis propinare.*

tica Scerefennae. Non solo: Jordanes parla a proposito dei Thyringi (*hi quoque*) delle pelli famose, onde si faceva così ricco commercio *in usibus Romanorum*; ma Procopio e Paolo ci dicono che gli Scritobini si vestono di pelli degli animali che uccidono (renni; anzi Paolo ci descrive una tunica di codesto cuoio ispido e peloso, che non ha nulla a che fare con la nera lucentezza e morbidezza delle pelli *safferine* vantate da Jordanes (1).

Nelle notizie di Paolo v'è pertino la pretesa letteraria di dare l'etimologia di Scritobini: *hi a saliendo iuxta linguam barbarum ethimologiam ducunt* (2), e se ne descrivono gli archi e l'*animal cervo non satis absimile*. Ce n'è abbastanza per riconoscere che da una fonte diversa da Jordanes (e dalle fonti di questo?) derivano le notizie, raccolte poi da Procopio e, indipendentemente da questo, da Paolo. Comunque siano le cose bastera, pel nostro intento, che sia notato come già nel sec. VI, oltre Jordanes, vi siano tracce palesi di accenni alla Scandinavia, tolti, in parte, alla letteratura classica, ma ravvivati e completati dalle tradizioni gotiche che ponevano là l'origine della nazione.

Ma l'Origo e Paolo dimostrano poi di accostarsi a Jordanes nell'ammettere, pel loro popolo, l'origine scandinava. In questo modo i Longobardi diventavano fratelli de' Goti! Chi ha cominciato a collegare le leggende longobarde alle gotiche?

Noi sappiamo già che, verso la metà del secolo VII, Fredegario ci dice quasi lo stesso che l'Origo e poi Paolo. Abbiamo notato, anzi, che un'altra fonte franca fa venire dalla Scandinavia anche i Borgognoni. La notizia potrebbe avere qualche valore. Diffusa l'idea che i Goti, gli ariani per eccellenza (giacchè l'arianesimo vien detto *lex Gothorum*, senz'altro) provengono dalla Scandinavia, i fratelli in religione, quali sono i Longobardi ed i Borgognoni, debbono avere comune origine. In Italia, invece, è ben altro il motivo che fa accostare tanto i Longobardi a' Goti: quello cioè di riverberare su quelli la vantata nobiltà di stirpe di questi. L'Origo, e le probabili sue amplificazioni, come Fredegario, sono scritture della metà circa del secolo VII, che è appunto l'età di Rotari. La pubblicazione

(1) Cfr. ediz. Jordan., p. 197: *Safferine* è parola di disperata etimologia.
(2) Ediz. cit., p. 164: *Finnici* (Müllenhoff).

nel 643 dell'Editto fu un grande avvenimento, capitale per la civiltà longobarda. Il re propone alle leggi il catalogo de' reali suoi successori; anzi è certo che vi si aggiunse ben presto l'Origo, che così formava con l'Editto, anche materialmente, un unico codice (1). Può darsi, quindi, che proprio sotto il regno di Rotari s'incominciasse (ci si perdoni il barbaro verbo) a gotizzare la storia longobarda: quando cioè la nazione instaurò le altre più colte, dandosi leggi scritte. Se, come non abbiamo dubbio, le fonti legislative visigote, nella redazione loro anteriore al 643 (2), erano presenti al compilatore longobardo, non è insostenibile che esse richiamassero l'attenzione di questo anche sovra quelle notizie storiche, che forse si premettevano alle leggi, i codici delle quali sono come gli archivi storici dei barbari. Si pensi che anche la legge Salica ha un prologo laudatorio-storico (3); che lo stesso troviamo in Rotari.

Isidoro di Siviglia († 636), nella sua cronaca o storia dei Goti, da alcuni preziosi cenni intorno al primo legislatore visigoto, Eurico, ed a Leovigildo († 586), a cui si dovrebbe una redazione ampliata e corretta delle leggi spagnuole.

Forse, come vedremo, Isidoro può aver fatto come il nostro Paolo per rispetto all'Editto: aver tratto dalle notizie preposte alla collezione leovigildiana quello ch'egli ci narra de' legislatori visigoti. Perchè le raccolte visigotiche mancano di proemi storici, nessuno dirà che ne fossero prive originariamente, quando si pensi all'imitazione visigota delle costituzioni imperiali, che avevano proemi senza fine, per ispiegare la ratio o le cagioni remote della legge. E notisi che Isidoro non era ricco di fonti vetuste gotiche. Egli ignorava i nomi de' vecchi re Goti; e pare al Mommsen che talvolta si servisse di fonti, forse elaborate da Cassiodorio (4). Ad ogni modo, vediamo qualche indizio che ci

(1) Cfr. Paul., I, 21; in questo luogo, Paolo pare che accenni all'Origo unita con l'Editto. Vedi le dispute, alle quali diede luogo il passo famoso, in *Mon. Germ. Hist.*, Leg. IV, p. cxii. I codici di Madrid e della Cava de' Tirreni prepongono all'Editto l'Origo, *Leg.* IV, p. cxi-ii.

(2) Brunner, *Deutsche Rechtsgesch.*, I, p. 327. Cioè fino a Chindasvindo (641).

(3) Behrend, *Lex Salica*, 1874, p. 124-5.

(4) Jordan., ed. cit., p. 61, nota (1). Delle *Belagines* gotiche di Jordanes, *Get.*, XI, 70 nella dice Isidoro. Vedi le giuste osservazioni del Mommsen, *Jordan. ed. cit.*, p. 181.

indurrebbe a credere ad un'influenza visigotica anche sul prologo rotariano. Confrontiamo Isidoro con Rotari:

PROLOGO DI ROTARI:	ISIDORO (*Chron. seu hist. Goth.*, a. 466).
...necessarium esse prospeximus presentem corregere legem, quae priores omnes renovet et emendet, et quod deest adiciat, et quod superfluum est abscidat.	*Sub hoc rege* (Eurico) *Gothi legum statuta in scriptis habere coeperunt; nam antea tantum moribus et consuetudine tenebantur.*
EPILOGO:	
Edictum..... inquirentes et rememorantes antiquas legis patrum nostrorum quae scriptae non erant, condedimus... et in hoc membranum scribere iussimus.	a. 570. *In legibus quoque ea, quae ab Eurico incondite constituta videbantur, correxit; plurimas leges praetermissas adiiciens, plerasque superfluas auferens.*

Già nel 1885 abbiamo fatto notare che le parole di Rotari: " *priores omnes* (*et*) *renovet et emendet, et quod deest adiciat, et quod superfluum est abscidendant* " sono prese di peso dal proemio della Novella VII di Giustiniano (1), al quale appartiene pure il *necessarium esse prospeximus*, di poco mutato (2). Ma il proemio della Novella VII (diffusa e nota in Italia, perchè riguardante un argomento di somma importanza, cioè l'alienazione de' beni ecclesiastici) perchè fu, così male a proposito, imitato da Rotari? Nelle leggi visigote vi sono capitoli che trattano dei varii requisiti che si richiedono nella legge. Tra questi ed alcuni luoghi d'Isidoro v'ha assoluta concordanza (3); la qual cosa, se non ci prova che il legislatore abbia attinto alle *Etimologie* del vescovo di Siviglia, indubbiamente dimostra che il legislatore visigoto obbediva a certi canoni retorico-legali antichissimi. Secondo codesti principii il legislatore doveva:

a) *leges corrigere*
b) *praetermissa adicere*
c) *superflua auferre.*

Questo pel legislatore. La legge, invece, doveva avere certi caratteri e qualità.

La legge, dice il codice visigoto " *erit manifesta, nec quamquam in captionem civium devocabit. Erit secundum naturam, secundum consuetudinem civitatis . . . iusta . . . honesta . . . digna . . .*

(1) Cfr. le nostre *Fonti dell'Editto di Rotari*, p. 3; *Alienazioni degl'immobili*, 1885, p. 164-5.

(2) CONST., *Deo auctore*, § 6: " Necessarium esse perspeximus „; *Tanta*, § 13: " necessarium perspeximus „.

(3) *Leg. Vis.*, tit. 2: *De lege*, cfr. *Etymol.*, V, 20, 21.

utilis . . . etc. (1). Anche gli ultimi legislatori romani hanno frasi tradizionali consimili, che sono destinate ad una grande longevità. Ecco qualche esempio:

Lib. Nov. Theod.	II. T. II,	1. § 1.	*discussis tenebris compendio brevitatis lumen legibus dedimus.*
"	"		*Purgata interpretatione, retro principum scita vulgavimus.*
"	"	§ 4.	*Totius operis instauratio, revelatis legibus.*
"	"	XXI, 1,	*Semper aliquid porrigitur emendandi.*
"	"	XI, 1,	*Superflua . . . resecantes.*
"	"	XXIV, 4.	*Generali remedio cuncta sanemus.*
"	Valent. III,	II, 3,	*Aliqua decreta mollire.*
"	"	VIII, 1, § 2.	*Statuta renovamus.*
"		X, 1, § 1,	*Iniquitatem corrigentes.*
"		XX, 1, § 1,	*Occasionem novandae legis.*
"	"	XXIV, 1, § 1,	*Statuti vigorem benignius corrigentes.*
"	Martiani,	IV, 1.	*Imperiali interpretatione patefieri, ut sanctionis removeatur ambiguitas.*
"	"	V, 1.	*Antiquare quae gravia sunt etc.*

Le legislazioni barbariche, cominciando con quella di Alarico II, ripetono questi concetti:

Auctoritas Alar. (L. R. Vis.): *quod in legibus videbatur iniquum meliori deliberatione corrigere.* Cfr. *Prol. Grimow. etc.*

E lasciando stare Giustiniano che ha in abbondanza esempi di tal genere (2), si è subito tratti a riconoscere che il legislatore visigoto aveva una formula in casa propria, quella cioè del prologo alariciano, molto probabilmente innestata nei preamboli delle leggi puramente nazionali, e ricordata poi anche da Isidoro, il quale deve aver detto il vero (e perciò noi), quando afferma che nel 579 il re Leovigildo († 586) corresse ed ampliò il codice Euriciano (3). Siamo così tornati al punto di partenza: è probabile che Isidoro copiasse il prologo della collezione delle leggi rivedute da Leovigildo. Questo re aveva ragione di vantarsi.

(1) *Leg. Vis.*, I, 2, 4.

(2) Oltre le Novelle, cfr. Const., *Deo auctore*, §§ 1, 7. *Tanta*, § 11: " Summa rei ", p. 3.

(3) Brunner, Op. cit., I, p. 321-2.

come poi il Bizantino, d'aver tratto *d'entro alle leggi il troppo e il vano*. Rotari, invece, che faceva raccogliere per la prima volta le leggi nazionali, naturalmente non poteva nè correggere, nè ampliare ciò che dianzi non esisteva. Non ostante questo, il re Longobardo segue anch'egli, con le parole però di Giustiniano, l'identico concetto espresso dalla fonte spagnola; nè tralascia di notare che prima di lui (come prima d'Eurico per i Visigoti) non v'erano leggi scritte, ma consuetudini.

Rotari così scriveva anch'egli la sua pagina storica, sotto l'influenza gotica; e messa la storia longobarda sulle tracce delle memorie non nazionali, non c'è più difficoltà a spiegare il resto.

Il Waitz e gli altri storici, nelle note critiche dell'*Historia Langobardorum* (nell'edizione dei " Monumenta Germaniae Historica ") parecchie volte osservano che Paolo prende dall'Origo, ovvero amplia di suo capo, o ricorrendo a fonti ignote (1). Sembra a noi che non troppo probabili siano questi ampliamenti fantastici o cervellotici di Paolo. Il quale ebbe forse davanti ciò che il Waitz e gli altri annotatori dell'edizione germanica non ebbero. L'Origo, pervenuta a noi, poteva avere altre redazioni più ampie di quella oscura e concisa che noi leggiamo. E ne diamo le prove. Detto che i Longobardi, chiamati allora Guinnili o Winnili, vennero dalla Scandinavia, e appena accennato alle molte genti di quest'isola, l'Origo racconta la storiella di Gambara e di Odino. Eppure Paolo (I, 1) rammenta fra i popoli Scandinavi, Goti, Vandali, Rugi, Eruli, Turcilingi e altre feroci nazioni e finalmente i Winnili, *h. e. Langobardorum gens*. L'editore tedesco osserva: *pare che Paolo attinga all'Origine* (2). Ma d'onde? Dove mai l'Origo ha l'elenco di tanti popoli che Paolo menziona? Invece, è verosimile che lo storico longobardo traesse quei nomi da uno scritto che, alla sua volta, metteva capo a Jordanes, se non alle fonti di questo.

Jordanes, come Paolo, ricorda Goti, Vandali, Eruli, Rugi, Scritobini; de' *Turcilingi* non è memoria nei *Gotica*, ma bensì dei *Thyringi*. Jordanes non dimentica anche gli *Ostrogothae* (3).

(1) Per es. p. 49, nota (1); p. 52, nota (1), (2); p. 53, nota (3) ecc.

(2) Pag. 49, nota (1).

(3) La menzione di questo nome, che tende a provare l'antica origine dei Goti d'Italia, probabilmente, accenna alla manipolazione cassiodoriana delle fonti gotiche. Sia pure che il re dia il nome al popolo, ma, d'altra

che poi vennero in Italia, e i VISUVIDOTH, che secondo il Müllenhoff sarebbero i Norvegiani VISUULI (1). Si peccherebbe di troppo ardimento, sospettando (non diciamo di più) che i VUINNULI dell'Origo siano codesti Norvegiani? Poiche i Longobardi provenivano dalla Scandinavia, bisognava che fossero fra i popoli di questa. I VISUVIDOTH ovvero VUINNULI hanno forte somiglianza letterale coi famosi Vinnili-Longobardi (2).

Rimarrà, del resto, sempre un fatto unico e stranissimo un tal mutamento di nome dei Longobardi. Da Strabone in poi (66 a. Cr.) (3) essi sono sempre chiamati Longobardi e così da Tacito, Velleio Patercolo ecc.; ed aspettiamo poi quasi *settecento* (che tanti ne corrono dal 66 a. Cr. alla metà del sec. VII) per dire che non s'erano chiamati sempre così! Per provare la discendenza da Troia, i Franchi accostano il loro nome a' Frigii, ma non si va più in là: nessun popolo tedesco ha rinnegato il proprio nome nazionale, come i Longobardi. La leggenda di Odino ha l'aria di spiegare il nome di Longobardi, come del tutto occasionale; il vero nome era quello del catalogo de' popoli nobili, come i Goti. Se si può fare un poco di psicologia popolare, diremo che questo fatto non indica già quel carattere nobile e cavalleresco, che molti si ostinano a riconoscere nei conquistatori d'Italia (4), ma invece una vanità imperdonabile . . quando queste genealogie scandinave non fossero suggerite dai Cassiodorii in miniatura dell'età rotariana, sempre pronti a magnificare i padroni, solo perchè padroni. Ma il catalogo de' re e le 11 generazioni rotariane provano che all'adulazione erano accessibili gli animi di quei fierissimi Tedeschi.

I primordii della storia longobarda ci sembrano dunque ricalcati su quella gotica, e poco ci resta da dire, ma anche questo poco non ci pare senza importanza.

---

parte, il MÜLLENHOFF, l. c., p. 163, osserva che Jordanes doveva, a quel luogo, parlare di *Vestgötar*, non già di Ostrogoti.

(1) JORDAN., p. 166.

(2) Si osservi ancora l'affinità del nome *Uuinnuli* col gotico *Uuandil*, o *Vindili*. Per l'assimilazione naturalmente romanza, non tedesca cioè, *Uuinnuli* potrebbe stare per *Uuinduli*.

(3) STRAB., VII, 1, 3; DIDOT, p. 241: Σοήβων γένος..... Λανγόβαρδοι..... πέραν τοῦ Ἄλβιος.

(4) GALETSCHKY, p. 1. BETHMANN-HOLLWEG, IV, p. 296.

Le fonti longobarde narrano che i Longobardi ebbero contese e poi guerre coi Vandali, riuscendone vittoriosi. Rammentiamo che Jordanes menziona appunto la vittoria dei Goti sui Vandali. Paolo narra che la guerra scoppiò pel rifiuto de' Longobardi di prestare il richiesto tributo a' Vandali (1). Ciò può essere una stracca ricordanza della guerra fra Eruli e Longobardi, ma in senso favorevole alla dignità longobarda.

Procopio, infatti, narra che per evitare la guerra contro gli Eruli potenti, i Longobardi erano dispostissimi ad aumentare il tributo, che già pagavano a quelli. Ridotti alla disperazione inflissero agli Eruli una rotta tremenda (2). Ma della guerra longobardo-vandala quale altra fonte, non longobarda, ci parla? La tradizione del tributo rifiutato si collegò alla strage sanguinosa degli Eruli (che Paolo magnifica) per mantenere parallela alla gotica la storia longobarda. È vero che Paolo e le altre fonti distinguono benissimo la guerra vandala dall' erula, originata, secondo le tradizioni, da una vendetta di sangue (3); ma se l'Origo e le fonti simili a questa sono circa della metà del secolo VII, ad un secolo di distanza, le memorie potevano essere confuse, e lo sono in verità.

La leggenda di Rumetruda prova con quante frangie la fantasia popolare adornasse e nascondesse già la vera ragione della guerra erula. Inoltre, non è questo l' ultimo segno dell'imitazione storica de' Longobardi. Un'emigrazione longobarda dai luoghi occupati è cagionata, come presso i Goti, per il soverchio accrescimento della popolazione (4); come fra i Goti, è la sorte che decide chi debba uscir di patria (5). I Goti, abbandonata la Scandia, occupano la *Gothiscandza* (ibrido nome raffazzonato da Cassiodorio?) (6); ed i Longobardi, secondo l'Origo, subito dopo la Scandinavia, mettono piede in *Golaidam*. Paolo annovera prima del passaggio in questa terra, che dice Golanda, altre peregrinazioni (7). *Golainda* potrebbe essere *Godolanda*, o

(1) Paul., I, 7-10. L'*Origo* è naturalmente più succinta.
(2) *De B. Goth.*, II, 14.
(3) Paul., I, 20.
(4) Paul., I, 2. Jord., *Get.*, IV, 26.
(5) *Get.*, IV, 26. Paul., I, 2.
(6) Jord., ed. cit., p. 160 (Müllenhoff).
(7) I, 13.

Gothanda (1): un nome cioè che ci ricorda la famosa Gothiscandza di Jordanes. Ma le nostre prove non finiscono ancora.

Jordanes narra che le donne de' Goti, resistendo bravamente ad una gente vicina che voleva rapirle, superbe del lieto successo, costituirono la schiera delle Amazzoni, guidate da due donne audaci (2). La favola si rannoda a ben note tradizioni classiche (3).

Il nostro Paolo menziona ei pure le Amazzoni. Lamissio riuscì ad uccidere la combattrice in duello, quando esse, giunte, tentarono di contrastare a lui ed a' suoi il passaggio d'un fiume. Però il buon Paolo non accetta così ad occhi chiusi la storiella. *Constat sane, quia huius assertionis series minus veritate subnixa est.* È vero che in Germania vi sono donne guerriere, ma quelle Amazzoni, come potevano esserci al tempo di Lamissio, se dalle storie appare che esse esistettero tanto prima, e da secoli erano scomparse? *Nisi forte qui loca eadem, ubi haec gesta feruntur, non satis historiographis nota fuerunt et vix ab aliquo eorum visa sunt, fieri potuerit, ut usque ad id tempus huiuscemodi inibi mulierum genus haberetur* (4). Il nostro Paolo non potrebbe essere più candido. Egli trova che l'età delle Amazzoni e quella di Lamissio discordavano non poco, e tenta di spiegare la cosa in quel modo che si è detto. Ciò significa ch'egli seguiva una fonte longobarda nella quale, come nelle storie gotiche, le Amazzoni figuravano negli avvenimenti della nazione. Il mitico Lamissio uccideva in duello la più forte delle temute guerriere. Non si può negare che questo episodio, che si rannoda alle storie gotiche di Jordanes, non abbia il suo valore. Ancora una volta, sotto le fonti longobarde, appare la falsariga gotica.

Dal regno di Vacone in poi, non ostante le gravi inesat-

(1) Galetschky, p. 14.

(2) *Get.*, VII, 49.

(3) Jord., ed. cit., p. 67, note (1, 2, 3).

(4) I, 15. Tanto è vero che, nel seguente capitolo, Paolo continua a dire: *Igitur transmeato flumine de quo dixeramus*, ecc., cioè, smessi i suoi dubbi ed i tentativi di conciliazione delle vecchie colle nuove Amazzoni, segue le vecchie fonti longobarde. Cfr. ed. *Mon. Germ. Hist.*, p. 55, nota 5. Delle Amazzoni parla anche Procop., *De B. G.*, IV, 3. La menzione del fiume ci fa ricordare il racconto di Paolo. Lo scrittore bizantino accenna a Strab., XI, 5, p. 433. Notisi che il futuro re longobardo combatte contro le Amazzoni, come già Priamo e Bellerofonte (Strab., XII, 8, 6, p. 491).

tezze notate, la storia longobarda si fa più sicura, e si libera da ogni elemento estraneo, abbandonando finalmente i monumenti gotici, da' quali essa può aver tratto le favole della discendenza scandinava e dei diciassette re della gente longobarda (1).

(1) Osserviamo, tuttavia, che Paolo (VI, 58) nel suo elogio di Liutprando, dice questo re: *vir multae sapientiae .....litterarum quidem ignarus sed philosophis aequandus.* Atalarico, per bocca di Cassiodorio, dà la stessa lode a Teodorico *.....ut rerum diligentius perscrutatis quidam purpuratus videretur esse philosophus* (*Var.*, IX, 24).

L'Accademico Segretario
ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 4 al 25 Aprile 1897.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XXIII, n° VI. Leipzig, 1897; 8°.

* **Analele** Institutului Meteorologic al Romîniei. Tomul XI. Anul 1896. Bucureşci; 4°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega III, t. XLIII. Buenos Aires, 1897; 8°.

* **Annales** des Mines. 9e série, t. X, 12me livr., 1896; t. XI, 1re-3me livr., 1897. Paris, 1897.

* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem; tome XXX, livr. 5me. Harlem, 1897; 8°.

Astronomische Arbeiten des k. k. Gradmessungs-Bureaus. VIII Bd. Breiten-, Azimut- und Winkelbestimmungen. Wien, 1896; 4°.

* **Atti** della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze. 4a serie; vol. XX, disp. 1a. Firenze, 1897; 8°.

* **Atti** della Reale Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie II, vol. VIII. Napoli, 1897; 4°.

* **Atti** della R. Accademia medico-chirurgica di Napoli. Anno L, N. S., n. IV. Napoli, 1896; 8°.

* **Atti** della R. Accad. dei Fisiocritici in Siena. Serie IV, v. VIII, fasc. 4-8; Processi verbali delle adunanze, n. 6. Siena, 1897; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathem.-Phys. Classe. 1896, V-VI. Leipzig, 1897; 8°.

* **Boletin** de la Comision Geológica de México. N. 4, 5 y 6. México, 1897; 4°.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXX, n. 4-5. Cambridge, Mass., 1897; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie Imp. des Sciences de St-Pétersbourg. V serie. T. VI. n. 2. 1897; 4°.

* **Buletinul** Observatiunilor Meteorologice din Romania. Anul V, 1896. Bucuresti, 1897; 4° (*dall'Istituto Meteorologico*).

* **Földtani** Közlöny kiadja a Magyarhoni Földtani Tarsulat. Vol. XXVI. n. 11-12. Budapest, 1896; 8°.

** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1891. Bd. XLVII. 1 Abt. Braunschweig, 1897; 8°.

** **Geognostiche** Uebersichtskarte des Thüringer Waldes; f°.

* **Jahresbericht** der Kgl. Ung. geologischen Anstalt für 1894. Budapest, 1897; 8°.

* **Journal** of the College of Science Imperial University Japan. Vol. IX, part II. Tokio, 1897; 4°.

* **Katalog** der Bibliothek der k. Leopoldinisch-Carolinischen Deutschen Akad. der Naturforscher. Bd. II, 4. Halle, 1896; 8°.

* **Leopoldina**. Amtliches Organ der k. Leopoldino-Carolinischen Deutschen Akad. der Naturforscher. XXXII Heft, 1896. Halle; 4°.

* **Mémoires** de l'Académie des Sciences et des Lettres de Danemark. 6 ser. Section des sciences, t. VIII, n. 3. Copenhague, 1896; 4°.

* **Memorie** della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna. Serie V, tomo IV. 1894; 4°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXV, disp. 12ª. Roma, 1896; 4°.

* **Mittheilungen** aus dem Jahrbuche der k. ung. geologischen Anstalt. Bd. XI, Heft 7. Budapest, 1897; 8°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LVII, n. 5. London, 1897; 8°.

* **Nova Acta** Academiae Caesareae Leopoldino-Carolinae Germanicae Naturae curiosorum. Tomus LXV-LXVII. Halle, 1896; 4°.

Osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte. 1894-1896. 3 fasc. 4° e 8° (*dall'Osserv. di Capodimonte*).

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXI. 370. London, 1897; 8°.

* **Records** of the Geological Survey of India. Vol. XXX, part 1. Calcutta, 1897; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXX, fasc. 6, 7. Milano, 1897; 8°.

* **Rendiconto** delle Sessioni della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna. Anno Accademico 1894-95 e 1895-96; N. S., vol. I (1896-97), fasc. 1-2. 1894; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3ª, vol. III, fasc. 3°. Napoli, 1897; 8°.

* **Repertorium** zu den Acta und Nova Acta der k. Leopoldino-Carolinischen Deutschen Akad. der Naturforscher. Nova Acta Bd. IX-LXIII. Halle a. S., 1896; 4°.

** **Verhandlungen** der physikalischen Gesellschaft zu Berlin. XVI Jahrg., n. 1, 2, 6. 1897; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Sitzung. N. 4, 5, 1897. Wien; 8°.

* **Verhandlungen** [illegible] 1897, N. F., XXXI Bd., n. 5; 8°.

* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXIX, n. 2. 1897.

Alberti (V.). Riassunti decadici e mensuali delle osservazioni meteoriche fatte al R. Osservatorio di Capodimonte nell'anno 1894-95; 8° (*dall'A.*).

Angelitti (F.). Variazioni della declinazione magnetica osservate nella R. Specola di Capodimonte nell'anno 1892; 8° (*Id.*).

— Determinazioni assolute della declinazione magnetica nel R. Osservatorio di Capodimonte eseguite negli anni 1892-96, 2 fasc. 4° e 8° (*Id.*).

— Sui triangoli sferici considerati nella loro massima generalità. Napoli, 1895; 4° (*Id.*).

Brioschi (F.). Riassunti decadici e mensuali delle osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte nell'anno 1893; 4° (*Id.*).

Carnoy (J. B.) et **Lebrun** (H.). La cytodiérèse de l'œuf. La vésicule germinative et les globules polaires chez les Batraciens. Lierre et Louvain, 1897; 8° (*dagli AA.*).

Contarino (F.). Determinazioni assolute della declinazione magnetica nel R. Osservatorio di Capodimonte eseguite negli anni 1892, 1893 e 1895; 8° (*dall'A.*).

— Su di un metodo per determinare la latitudine geografica indipendentemente dai piccoli errori delle coordinate delle stelle. Napoli, 1897; 8° (*Id.*).

Lieblein (R.). Provisorische Resultate aus den fortlaufenden Polhöhen-Messungen an der k. k. Sternwarte zu Prag vom 26 Febr. 1889 bis 29 Mai 1892. Prag, 1897 (*dono del Prof. Dr. L. Weinek Direttore dell'Osserv. di Praga*).

** **Reichenbach** (L.) et (H. G.) fils. Icones florae germanicae et helveticae simul terrarum adjacentium ergo mediae Europae. T. 23 decas. 5/6. Lipsiae, 1897; 4°.

Renier (A.). Prodromo delle osservazioni sul Cometa [illegible]. Chioggia, 1897; 8° (*dall'A.*).

Siacci (F.). Sulla costituzione atmosferica quale risulta dalle osservazioni areostatiche di James Glaisher e sopra una nuova formola barometrica per la misura delle altezze. Napoli, 1897; 4° (*Id.*).

Thovez (C.). La seta artificiale. Torino, 1897; 8° (*Id.*).

— Sopra un curioso utensile degli indigeni del Yucatan per torcere cordicelle. Torino, 1897; 8° (*Id.*).

Verbeck (R. D. M.) et **Fennema** (R.). Description géologique de Java et Medoura. Amsterdam, 1892, 2 vol. in-8° e 1 Atl. in-f° (*dono del Governo Olandese*).

** **Vinci** (Leonardo da). Il Codice Atlantico; fasc. XII. Milano, 1897; f°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dall'11 Aprile al 2 Maggio 1897.

* **Abhandlungen** der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Historisch-Philologische Klasse. N. F., Bd. 1, N° 4, 5. Göttingen, 1897; 4°.

* **Annuario** della R. Università degli studî di Padova per l'anno accademico 1896-97; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Sc. mor., stor. e filol., ser. V, vol. V. Notizie degli Scavi: Gennaio e Febbraio 1897; 4°.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LV, disp. 4. Venezia, 1896-97; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la Historia; t. XXX, cuad. 4. Madrid, 1897; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie; n. 3-7. Paris. 1897; 8°.

Jahresbericht der Fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft. Leipzig, 1897; 8°.

** **Jahresberichte** der Geschichtswissenschaft. XVIII Jahrg. 1895. Berlin. 1897; 8°.

* **Mitteilungen** des Vereins für Erdkunde zu Leipzig. 1896. Leipzig, 1897; 8°.

* **Nederlandsch-Indisch** Plakaatboek. Deel XV, 1808-1809. Batavia, 1896; 8°.

Statistica delle elezioni generali politiche 21 e 28 marzo 1897. Roma, 1897; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

* **Wissenschaftliche** Veröffentlichungen des Vereins für Erdkunde zu Leipzig. III Bd., 2 Heft. Leipzig, 1897; 8°.

** **Boeckhius** (A.). Corpus inscriptionum graecarum. Vol. IV, fasc. 3. Berolini, 1877; f°.

Lippi (S.). L'archivio comunale di Cagliari. Cagliari, 1897; 4° (*dal Municipio di Cagliari*).

Nadaillac (de). Colonies françaises et Colonies anglaises. Paris, 1897; 8° (*dall'A.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

Rec'd -Nov.23 97

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 9 Maggio 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: BERRUTI, SPEZIA, GIACOMINI, CAMERANO, SEGRE, VOLTERRA, JADANZA, FOÀ, GUARESCHI, GUIDI, FILETI e NACCARI Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale della precedente seduta.

Il Presidente partecipa la morte del Socio Corrispondente conte Vittore TREVISAN DE SAINT LÉON.

Il Socio VOLTERRA fa omaggio all'Accademia di due sue note stampate, intitolate: 1° " *Sopra alcune questioni d'inversione di integrali definiti* „; 2° " *Sul principio di Dirichlet* „.

Fra le pubblicazioni inviate in dono il Segretario fa menzione della memoria del Socio Corrispondente Giovanni HOPKINSON e del Dott. E. WILSON, intitolata: " *On the Capacity and Residual Charge of Dielectrics as affected by Temperature and Time* „.

Il Segretario comunica pure due circolari: l'una relativa al

Congresso dei matematici da tenersi in Zurigo, l'altra relativa al Congresso Geologico da tenersi in Pietroburgo.

Vengono accolti per l'inserzione negli *Atti* i seguenti scritti:

1° " *Determinazione relativa della gravità terrestre in Torino fatta nel 1896 mediante l'apparecchio pendolare di Sterneck* ", nota del Dott. Cesare Almoslitti, presentata dal Socio Jadanza.

2° " *Sul concetto di centro di gravità nella Statica di Archimede* ", nota del Dott. Giovanni Vailati, presentata dal Socio Volterra.

LETTURE

Determinazione relativa della Gravità terrestre a Torino fatta nel 1896 mediante l'apparato pendolare di Sterneck;

Nota del Dott. CESARE AIMONETTI.

In seguito alle importanti e numerose determinazioni della Gravità terrestre, che si sono fatte, e si stanno facendo tuttora nelle diverse regioni della terra, l'egregio Prof. Jadanza, direttore del Gabinetto di Geodesia dell'Università di Torino, acquistava nel 1894, coi fondi elargiti dal Consorzio Universario, un completo apparato pendolare del colonnello v. Sterneck, per la misura relativa della gravità.

È mia intenzione di eseguire con tale apparato una serie di tali determinazioni a Torino e nei dintorni, ma avendo dovuto, a causa di parecchie circostanze, limitarmi sinora alla sola stazione di Torino, incomincio a pubblicare i risultati quivi ottenuti. Nel rendere noti i risultati di queste mie esperienze, mi sento in dovere di ringraziare l'egregio Prof. Jadanza, il quale non solo mise a mia disposizione tutti gli strumenti che mi potessero occorrere, ma mi fu altresì largo di aiuti e di consigli; l'egregio Prof. Porro, Direttore dell'Osservatorio astronomico, ed il suo Assistente Dott. Balbi, i quali mi agevolarono in tutti i modi il mio còmpito, eseguendo le determinazioni di tempo, e fornendomene tutti i dati relativi; nonchè il meccanico signor Collo, che mi fu di valido aiuto nell'impianto della stazione, e nei confronti cronografici.

Apparato di Sterneck esistente nel Gabinetto di Geodesia della R. Università.

Questo apparato è stato costruito a Vienna dal meccanico E. Schneider, sotto la direzione del signor v. Sterneck medesimo, il quale non solo si offerse gentilmente di ordinarlo e di

caratne la costruzione, ma ne determinò anche i dati strumentali relativi, per la riduzione delle osservazioni.

Insieme allo strumento inviava anche un fascicolo contenente una serie completa di osservazioni da lui eseguite a

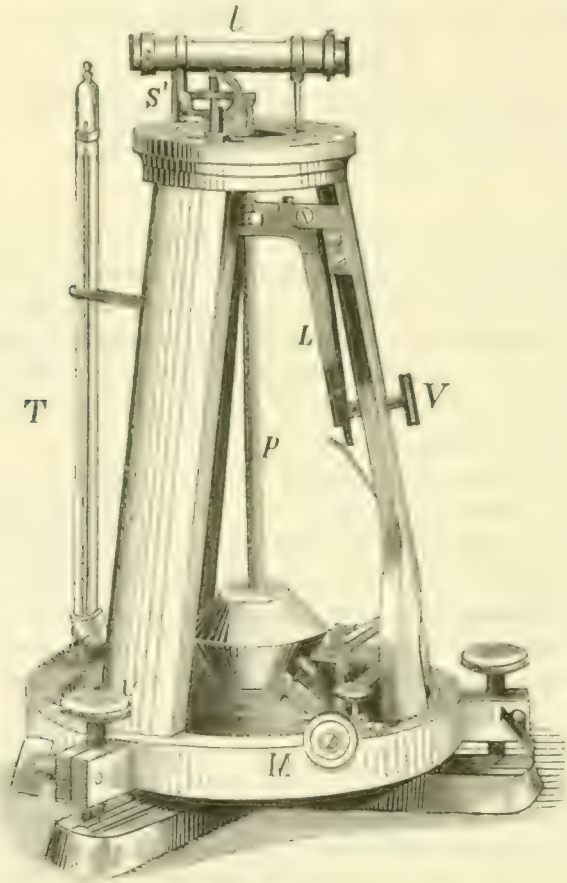


Fig. 1.

Vienna all'Osservatorio della Türkenschanze col medesimo apparato, già calcolate e ridotte, le quali mi servirono di guida per le mie esperienze.

L'apparato completo consta di un sostegno per i pendoli (fig. 1), di un apparato per le coincidenze (fig. 4), portanti il n. 12, e di quattro pendoli segnati coi nn. 41, 42, 45 e 46.

Esso è identico a quello adoperato e descritto dall'inventore (1) stesso, ed a quello posseduto dalla R. Commissione Geodetica italiana (2).

I pendoli, della lunghezza totale di circa 25 cm., constano di un'asta cilindrica del diametro di mm. 8,5, e terminano in basso in una massa del peso di circa 1 Kg., avente la forma di due tronchi di cono, di 4 cm. di altezza totale, P (fig. 1ª), aventi il medesimo asse dell'asta, e congiunti per la base maggiore, la quale ha un diametro di 8 cm., mentre le basi minori hanno ciascuna il diametro di cm. 1. In alto invece sono terminati da un prisma o coltello di agata, solidamente fissato al pendolo, ed il cui spigolo inferiore ha quattro denti a forma

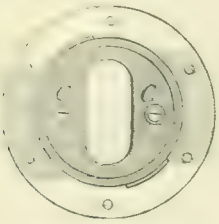


Fig. 2.

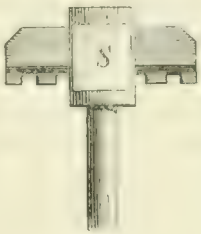


Fig. 3.

di prismi taglienti, due dall'una e due dall'altra parte dell'asta del pendolo (V. fig. 3ª). Quelli estremi servono per sostenere il pendolo quando non si fanno le osservazioni: essi si appoggiano sopra due cilindretti di ottone CC' (fig. 2ª), sporgenti da appositi fori praticati nel piano d'agata superiore del sostegno dei pendoli: questi mediante apposita leva L, mossa da una vite V (fig. 1ª), vengono abbassati durante le osservazioni, ed allora si appoggiano al piano d'agata i prismi intermedii, che sono i veri prismi attorno a cui oscillano i pendoli.

Per evitare urti nel fare questa operazione, i due cilin-

(1) Cfr. *Der neue Pendelapparat des k. k. militär-geographischen Institutes von Major Rob. von Sterneck* (" Mittheil. „, VII Band, 1887, pag. 83).

(2) Cfr. *Determinazione relativa della Gravità terrestre negli Osservatorii di Vienna, di Parigi e di Padova, mediante gli apparati e colla cooperazione dei signori Col. Di Sterneck e Comandante Defforges*, di Giuseppe Lorenzoni, " Atti del R. Istit. Ven. di scienze, lettere ed arti ", t. IV, serie VII, 1892-93.

dretti si appoggiano alla leva mediante due molle, sicchè con maggiore dolcezza i pendoli vengono abbassati e sollevati.

Alla parte superiore ed anteriore poi di ogni pendolo è fissato uno specchietto S (fig. 3) che serve a determinare la durata di oscillazione.

Tutte le parti metalliche, esposte all'azione dell'aria, sono fortemente indorate per impedire ogni alterazione delle medesime.

Il sostegno dei pendoli (fig. 1ª), dell'altezza complessiva di 35 cm. circa, è fuso tutto di un pezzo, ed è un robusto treppiede in forma di tronco di cono, munito in basso di tre viti di livello *e*. La base superiore è formata da un piano di agata (fig. 2ª), in forma di disco circolare del diametro di 8 cm., lavorato colla massima precisione, sul quale si appoggiano i coltelli dei pendoli durante l'esperienza.

Questa piastra (1) ha nella parte centrale un foro oblungo per cui passa l'asta del pendolo, e due fori laterali che danno passaggio ai due cilindretti di cui si è parlato, e che servono ad abbassare od a sollevare il pendolo in modo che si appoggi o non sui coltelli intermedii.

All'orlo di questo piano superiore è fissato ancora un piccolo specchietto S' che trovasi alla medesima altezza dello specchietto annesso al pendolo, ed al quale mediante due apposite viti si possono dare movimenti in azimut ed in altezza per orientarlo convenientemente.

La base inferiore porta ancora un apposito congegno M, col quale si può dare al pendolo uno spostamento di data ampiezza, e metterlo indi in movimento al momento opportuno. Consta di un'asta trasversale, girevole attorno al proprio asse mediante un bottone: alla parte di mezzo in corrispondenza alla lente del pendolo è fissato un braccio d'avorio, col quale si può, facendo rotare l'asta, allontanare il pendolo dalla sua posizione di equilibrio, e mantenerlo in tale posizione. Due altri bracci d'ottone fissati verso l'estremità di quest'asta, ne limitano i movimenti, in modo che quando uno di questi (che termina con una vite) si appoggia alla base del sostegno dei pendoli, questi sono spostati dell'ampiezza voluta, quando invece

(1) Nella fig. 2 che rappresenta il piano superiore di agata è stato tolto lo specchietto fisso S' che si vede nella fig. 1.

si appoggia l'altro, il braccio di avorio resta allontanato dal pendolo in modo che questo può oscillare liberamente.

Una livella a bolla d'aria *l*, serve per livellare il piano d'agata superiore. Essa vi si appoggia mediante tre piedi alti circa 3 cm. allo scopo di non impedire la libera oscillazione del pendolo nel caso che la si volesse lasciare a posto durante l'esperienza.

Per assicurare poi maggiore stabilità all'apparato, si è tolto dalle madreviti delle tre viti di base il terzo di mezzo delle spire, cosicchè stringono le rispettive viti in due parti differenti, e resta così impedita ogni oscillazione, dovuta al loro logorarsi.

La temperatura del pendolo è data da un termometro T, che si fissa al sostegno pendolare. Esso è a scala arbitraria, divisa in centimetri e millimetri, ed è formato da un tubo termometrico, il quale in basso si ripiega all'insù, e termina in un bulbo lungo 25 cm., e destinato a dare la temperatura media di tutti gli strati d'aria attraversati dall'asta del pendolo.

Il signor Sterneck ha inviato due di tali termometri, portanti i numeri 37 e 39, insieme alle rispettive equazioni da lui stesso determinate.

Il sostegno del pendolo poi viene ad ogni stazione collocato sopra apposito pilastro trasportabile, avente la forma di un tronco di piramide, e costituito da quattro pezzi di granito che vengono cementati insieme con gesso. Ad evitare poi le oscillazioni dell'aria e le variazioni rapide di temperatura, durante le esperienze, si copre l'apparato pendolare con una vetrina di legno munita di vetri, e di due aperture dalle quali si può dall'esterno, senza togliere la vetrina, abbassare il pendolo sui suoi coltelli, e metterlo in libertà per farlo oscillare.

L'apparato per la determinazione della durata di oscillazione, che si ottiene col metodo delle coincidenze, consiste in una cassetta parallelepipeda di ottone (fig. 4) munita di tre viti di livello, lunga 20 cm., larga 10, ed alta 14 cm. Sulla parete anteriore vi è una scala graduata S, disposta verticalmente, e che in corrispondenza dello zero, che trovasi al punto medio, ha una fenditura orizzontale. Questa scala può venire coperta durante l'esperienza da un coperchio mobile C, portante un'apertura in corrispondenza dello zero della scala stessa, in modo che rimanga sempre visibile la fenditura.

Nell'interno della cassetta, vi ha una leva mobile L attorno ad un perno orizzontale O, la quale ha ad un'estremità un'ancora di ferro dolce a, ed all'altra una molla antagonista m. Mediante un'elettrocalamita E, che si inserisce in un circuito comprendente una pila ed un cronometro a contatto elettrico, si possono imprimere alla leva delle oscillazioni regolari e che avvengono ad ogni chiusura ed apertura del circuito. Questa leva si prolunga dalla parte anteriore in un'asta che termina

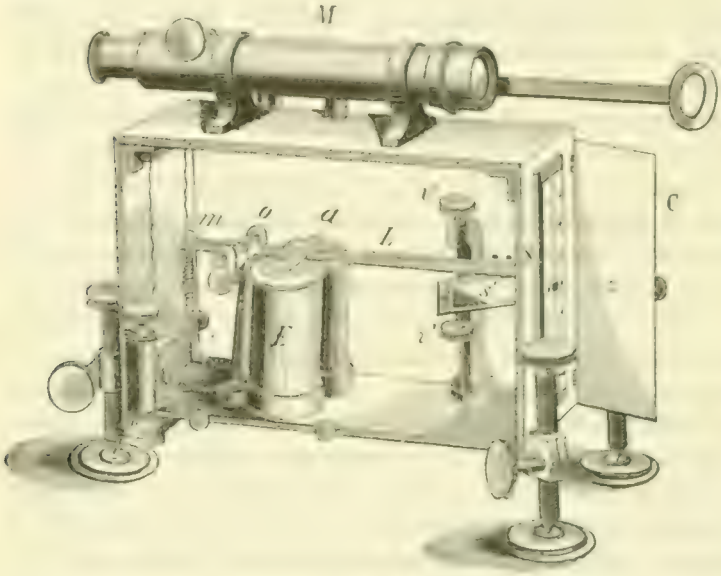


Fig. 4.

in una piastrina metallica verticale con una fenditura analoga a quella praticata allo zero della scala.

Mediante opportune viti v, v' si può limitare l'ampiezza di oscillazione della leva in modo, che in ciascuna di esse le fenditure passino una davanti all'altra, mentre tanto quando l'ancora è abbassata, come quando è sollevata, esse si coprono reciprocamente. Dietro la piastrina mobile trovasi uno specchietto S', inclinato a 45°, in guisa da riflettere sulla fenditura la luce mandata da una lampada che si dispone di fianco all'apparato, e davanti ad un'apposita apertura praticata nella parete laterale ed alla stessa altezza dello specchietto.

Al disopra, e coll'asse ottico diretto secondo l'asse maggiore di questo apparato, trovasi un piccolo cannocchiale astronomico M, con un ingrandimento di circa 8, munito di reticolo, ed il cui campo è illuminato dalla luce diffusa da una bianca corona ellittica, che si può disporre davanti all'obbiettivo.

Montatura degli apparecchi e modo di eseguire le esperienze (1).

Per eseguire le determinazioni, il metodo da me seguito è il seguente.

Scelto opportunamente il luogo della stazione, e collocato a posto il pilastro di cui si è parlato, cementandone insieme le varie parti con gesso, si fissa sul piano superiore, pure con gesso, un apposito pezzo metallico formato di tre robuste braccia orizzontali disposte ad angolo di 120°, e munite di scanalature destinate a ricevere i tre piedi a vite del sostegno dei pendoli.

Collocato questo a suo posto, si toglie lo specchietto fissato superiormente, e colla livelletta annessa all'apparato, si livella il piano d'agata: indi si serrano fortemente le viti della base, avvertendo di non alterare l'orizzontalità del piano d'agata, o di ripristinarla in caso contrario.

Davanti al pilastro, alla distanza di circa tre metri da esso, e sopra un apposito treppiede di legno, che si possa sollevare od abbassare convenientemente, si colloca l'apparato delle coincidenze o relais, in modo che lo zero della scala situata sulla sua parete anteriore sia press'a poco allo stesso livello del piano d'agata, ed il piano verticale che contiene l'asse del cannocchiale, passi per l'asse maggiore del foro oblungo praticato nello stesso piano, e che dà passaggio al pendolo. Accanto al relais, e sopra un sostegno indipendente, si colloca il cronometro a contatto elettrico ed una pila, che

(1) Cfr. Giuseppe Lorenzoni, *Determinazione della gravità relativa negli osservatorii di Milano, Padova e Roma*, " Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti ", t. V. — Cfr. " Veröffentlichung des Königl. Preussischen Geodätischen Institutes ", *Die Intensität der Schwerkraft auf den Stationen der Nord-Abteilung*, von L. Haaseman. — Id., *Die Intensität der Schwerkraft auf den Stationen der Süd-Abteilung*, von E. Borras.

vengono inseriti insieme col relais in un medesimo circuito che si può aprire o chiudere mediante un piccolo interruttore.

Indi, spinti all'insù i due cilindretti d'ottone che attraversano il piano d'agata, si mette a posto il primo dei quattro pendoli che fanno parte dell'apparato, appoggiandolo mediante i coltelli esterni sui due cilindretti, e lo si orienta in modo, che il suo specchietto sia normale al piano che passa per l'asse del cannocchiale, e per lo zero della scala. Indi si fa in modo che nel cannocchiale del relais si veda l'immagine della scala riflessa dallo specchietto mobile del pendolo, collo zero coincidente col filo orizzontale del reticolo.

Questo risultato si ottiene facilmente sia facendo variare leggermente in azimut la linea d'appoggio dei coltelli del pendolo, sia spostando lateralmente il relais, e variandone l'altezza colle viti di base.

Collocata poscia una lampada davanti all'apertura praticata nella parete destra del relais, e tolta la parete a sinistra, si regola il movimento della leva interna mediante le apposite viti, in modo, che appaiano nettamente nello specchietto le immagini istantanee della fenditura ad ogni oscillazione della leva stessa. Si colloca a posto lo specchietto fisso sul piano d'agata, orientandolo in modo che dia della scala del relais una immagine disposta al fianco di quella data dallo specchietto mobile, e collo zero sul filo orizzontale del reticolo. Quest'immagine fissa della scala, permette di verificare se durante l'esperienza sono avvenuti spostamenti nella posizione del relais, e di correggerli, riducendolo alla primitiva posizione.

Allora, mediante l'apparecchio all'uopo, situato vicino alla lente del pendolo, si allontana questo dalla posizione di equilibrio, dandogli una deviazione tale, da leggere nel cannocchiale la quarta o la quinta divisione della scala coincidente col filo del reticolo. Messo poscia a suo posto il termometro, si copre il tutto colla vetrina di cui si è parlato. Siccome però nell'attraversare la lastra di cristallo che chiude questa anteriormente, i raggi luminosi che partono dalla scala subiscono delle rifrazioni, il cui effetto è di far vedere spostata l'immagine della scala, muovendo opportunamente la vite di base del relais, situata dalla parte dell'oculare, si riconduce il reticolo a coincidere collo zero della scala riflessa dallo specchio fisso.

Fatto questo si attende per quindici o venti minuti, fino a che l'apparecchio abbia assunto la temperatura dell'ambiente, il che si ritiene avvenga quando il termometro rimane stazionario. In questo frattempo si prendono i confronti del cronometro col pendolo normale, e si prende nota dell'altezza barometrica.

Quando il termometro è diventato stazionario, si incominciano ad abbassare i due cilindretti che sostengono il pendolo, fino a che questo venga ad appoggiarsi coi due coltelli intermedii sul piano d'agata, indi lo si mette in libertà, in modo che possa oscillare liberamente.

Queste due operazioni si possono fare dall'esterno senza togliere la vetrina che copre l'apparato, perchè essa è munita di due piccole aperture circolari, munite di apposite chiusure, e che trovansi in corrispondenza delle teste delle viti che servono ad abbassare il pendolo od a metterlo in oscillazione: sicchè, mediante un' asta terminante in un imbutino internamente foderato di cautchuk, si possono manovrare dall'esterno.

Ciò fatto, si illumina convenientemente la scala, e si leggono le posizioni estreme del filo orizzontale del reticolo. La media delle due letture dà l'ampiezza di oscillazione iniziale in parti della scala. Per ottenere quest'ampiezza in minuti primi, basta osservare che, se d è la distanza della scala dallo specchietto del pendolo, p la lunghezza di una parte della scala, ed n la media delle letture estreme alla scala, l'ampiezza α di oscillazione in minuti primi sarà:

$$\alpha = n \frac{p}{d} \cdot R' = n \frac{p}{d} \cdot 3438$$

Coperta la scala e messa la lampada di fianco al relais, davanti all'apposita apertura, in modo da ottenere immagini ben luminose della fenditura, si chiude il circuito comprendente il cronometro ed il relais, e si incomincia l'osservazione delle coincidenze.

Nel campo del cannocchiale, debolmente illuminato dalla luce diffusa dalla bianca corona ellittica situata davanti all'obbiettivo, insieme ai fili del reticolo, si vedono comparire ad ogni mezzo secondo le immagini istantanee della fenditura: una

corrispondente all'istante della chiusura, l'altra a quello dell'apertura del circuito.

Se le oscillazioni del pendolo fossero della durata precisa di mezzo secondo cronometrico, le immagini della fenditura comparirebbero sempre nella medesima posizione rispetto al filo, l'una da una parte e l'altra dall'altra. Invece, essendo la durata di oscillazione del pendolo leggermente differente, una delle due immagini della fenditura (p. es. quella corrispondente all'apertura del circuito) a poco a poco si avvicina al filo, lo sorpassa, se ne allontana, si riavvicina, fino a sorpassarlo di nuovo, e così di seguito. Seguendo coll'occhio le posizioni successive di tale immagine mentre si avvicina al filo del reticolo, e contando mentalmente le battute del cronometro, si può stimare l'istante in cui, se si vedesse l'immagine, questa comparirebbe coincidente col reticolo.

Nelle determinazioni è conveniente di tener conto sempre delle sole immagini della fenditura, corrispondenti all'apertura del circuito, perchè avvengono più regolarmente: nè havvi pericolo che queste si possano confondere con quelle corrispondenti alla chiusura, bastando a distinguerle facilmente il diverso suono prodotto dalla leva situata nel relais, urtando contro le viti che ne limitano i movimenti.

Dall'intervallo tra due coincidenze consecutive, si deduce facilmente la durata di un'oscillazione del pendolo. Infatti, se con s si indica la durata di un'oscillazione del pendolo in secondi cronometrici, e con c l'intervallo tra due coincidenze consecutive, espresso in secondi cronometrici, ne segue che nel tempo c il pendolo avrebbe fatto $2c$ oscillazioni, se la durata di una di queste fosse di mezzo secondo cronometrico; invece avrà fatto un'oscillazione in più od in meno, cioè $2c \pm 1$ oscillazioni, secondochè s è minore o maggiore di mezzo secondo. Quindi si può stabilire l'equazione

$$c = (2c \pm 1) \cdot s$$

da cui

$$s = \frac{c}{2c \pm 1}.$$

Siccome i quattro pendoli che corredano l'apparato oscil-

lano tutti in un tempo maggiore di $0^s,5$, così nella formola bisogna adottare il segno negativo.

Nel determinare il valore di c, ho seguìto il metodo seguente, praticato dallo stesso signor Sterneck nelle sue determinazioni.

Si osservano dapprima gli istanti di undici coincidenze consecutive: indi, sottraendo dall'istante dell'undecima coincidenza quello della prima, si ottiene il valore di $10c$. Moltiplicando questo valore per quattro, e sommandolo coll'istante dell'undecima coincidenza, si ottiene quello in cui deve avvenire la cinquantunesima. Si osserva l'istante in cui realmente avviene la cinquantunesima coincidenza (che può differire da quello calcolato di qualche frazione di secondo), ed altre nove coincidenze consecutive.

Allora sottraendo la 1ª dalla 51^a, la 2ª dalla 52ª ecc., la 10ª dalla 60^a, si ottengono 10 valori di $50c$, di cui si prende la media. Osservata la 60ª coincidenza, si illumina la scala, e si osservano le due deviazioni estreme corrispondenti al filo del reticolo, dalla cui media si deduce l'ampiezza finale di oscillazione del pendolo; si nota la temperatura finale e l'altezza barometrica e si prende un secondo confronto del cronometro col pendolo normale; indi si solleva il pendolo innalzando i cilindretti appositi, lo si arresta, e tolta la vetrina, lo si sostituisce con un altro, ripetendo poscia per questo le stesse operazioni descritte precedentemente.

Dati strumentali relativi all'apparato pendolare e formole per la riduzione delle osservazioni.

Insieme all'apparato il signor Sterneck mandava anche i seguenti dati strumentali, da lui stesso determinati sperimentalmente, per la riduzione delle osservazioni.

Correzione per la temperatura:

$\tau = -45{,}47$ unità della 7^a decimale di s (durata di oscillazione) per ogni grado Celsius.

Correzione per la densità dell'aria:

$\delta = -555\ D$ in unità della 7ª decimale di s, dove D è la densità dell'aria relativa a quella corrispondente alle condizioni normali, e che è data dalla formola:

$$D = \frac{B}{760(1 + 0{,}003665\,T)} = 0{,}359014\ .\ B\ \frac{1}{272{,}85 + T}$$

dove B è la lettura barometrica ridotta a 0° ed espressa in mm., e nella quale non è tenuto conto dello stato igrometrico, ritenendo che la piccola differenza che può esservi da un luogo all'altro non porti un errore sensibile nel valore di s.

Correzioni per l'ampiezza a di oscillazione:

$$\alpha = -\frac{1}{16}\left(\frac{a}{R}\right)^2 s.$$

Equazione del termometro N. 37 a scala arbitraria:

$$T = (L - 4{,}284)\ .\ 1{,}748$$

dove L è la lettura del termometro, e T la temperatura in gradi centigradi.

Osservazioni a Vienna.

Le osservazioni a Vienna furono fatte dal signor Sterneck, all'Osservatorio della Türckenschanze. Esse furono mandate insieme all'apparato, e sono riportate nella tabella seguente.

TAVOLA I.

Stazione a Vienna. Osservatore **V. Sterneck.**

Pendolo	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	Valori di 50 c e medie	Calcolo di s
		26 Aprile 1893		Ore 8,30 a. m.		
		$a = 11',6$; $T = 10,18$		$B = 747,3$	$D = 0,947$	
41	1	$50^m\ 3^s,5$	51	$1^h\ 16^m 17^s,0$	$26^m 13^s,5$	
	2	50 35,0	52	16 48,7	13,7	$s = 0^s,5080713$
	3	51 5,8	53	17 20,0	14,2	$\alpha = -\ 4$
	4	51 38,1	54	17 51,8	13,7	$\tau = -\ 463$
	5	52 9,4	55	18 23,0	13,6	$\delta = -\ 526$
	6	52 41,0	56	18 54,7	13,7	$s = 0,5079720$
	7	53 12,5	57	19 26,1	13,6	$\Delta u = +\ 28$
	8	53 44,1	58	19 57,4	13,3	$s = 0,5079748$
	9	54 15,1	59	20 29,0	13,9	
	10	54 46,8	60	21 0,7	13,9	
				media	$26^m 13^s,71$	
				$\nu =$	$1573^s,71$	
				$c =$	$31^s,474$	
		26 Aprile 1893		Ore 10 a. m.		
		$a = 11',3$ $T = 10,36$		$B = 746,6$	$D = 0,945$	
42	1	$2^m\ 35^s,6$	51	$29^m 57^s,6$	$27^m 22^s,0$	
	2	3 8,2	52	30 31,0	22,8	
	3	3 40,8	53	31 3,1	22,3	$s = 0^s,5077287$
	4	4 14,1	54	31 36,5	22,4	$\alpha = -\ 3$
	5	4 47,1	55	32 8,8	21,8	$\tau = -\ 471$
	6	5 19,3	56	32 42,4	23,1	$\delta = -\ 525$
	7	5 52,8	57	33 14,7	21,9	$s = 0,5076288$
	8	6 25,3	58	33 48,0	22,7	$\Delta u = +\ 28$
	9	6 58,2	59	34 20,0	21,7	$s = 0,5076316$
	10	7 31,0	60	34 53,6	22,6	
					$c = 32,847$	

Pe[illegible]	N. d'ordine della coincidenza	Istante [illegible] in tempo dell'orologio	N. d'ordine della coincidenza	Istante [illegible] in tempo dell'orologio	[illegible] e medie	[illegible]
		26 Aprile 1893 Ore 12,30 p. m.				
		$a = 12',2$ T = 10,43 B = 745,2 D = 0,944				
45	1	22m 23s,0	51	48m 36s,3	26m13s,3	
	2	22 54,7	52	49 8,0	13,3	
	3	23 25,9	53	49 39,4	13,5	s = 0,5080726
	4	23 57,8	54	50 11,3	13,5	α = — 4
	5	24 28,9	55	50 42,6	13,7	τ = — 474
	6	25 0,6	56	51 13,6	13,0	δ = — 524
	7	25 32,0	57	51 45,3	13,3	s = 0,5079724
	8	26 3,5	58	52 17,0	13,5	Δu [illegible] 28
	9	26 34,7	59	52 48,6	13,9	s = 0,5079752
	10	27 6,6	60	53 20,0	13,4	
					c = 31s,469	
		26 Aprile 1893 Ore 3,30 p. m.				
		$a = 11',9$ T = 10,44 B = 743,6 D = 0,942				
46	1	10m 26s,1	51	35m 44s,4	25m18s,3	
	2	10 56,2	52	36 14,6	18,4	
	3	11 27,0	53	36 45,0	18,0	s = 0,5082713
	4	11 56,7	54	37 15,0	18,3	α = — 4
	5	12 27,8	55	37 45,8	18,0	τ = — 475
	6	12 57,8	56	38 16,0	18,2	δ = — 523
	7	13 28,3	57	38 46,5	18,2	s = 0,5082711
	8	13 58,3	58	39 16,6	18,3	Δu = + 28
	9	14 29,0	59	39 47,0	18,0	s = 0,5082739
	10	14 59,1	60	40 17,3	18,2	
					c = 30s,364	
		26 Aprile 1893 Ore 4,30 p. m.				
		$a = 12',2$ T = 10,63 B = 743,1 D = 0,942				
41	1	36m 9s,8	51	2m 22s,8	26m13s,0	
	2	36 41,8	52	2 54,7	12,9	s = 0,5080755
	3	37 13,2	53	3 26,0	12,8	α = — 4
	4	37 45,2	54	3 57,7	12,5	τ = — 483
	5	38 15,8	55	4 29,0	13,2	δ = — 523
	6	38 47,8	56	5 0,3	12,5	s = 0,5079745
	7	39 18,2	57	5 32,0	13,8	Δu [illegible] 28
	8	39 50,6	58	6 3,0	12,4	s = 0,5079773
					c = 31s,458	

Pendolo	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	Valori di 56 c e medie	Calcolo di s
		26 Aprile 1893		Ore 7 p. m.		
		$a = 12',2$ T = 10,74		B = 743,2	D = 0,941	
42	1	$2^m\ 45^s,2$	51	$30^m\ 7^s,8$	$27^m 22^s,6$	
	2	3 18,3	52	30 40,2	21,9	$s = 0,5077299$
	3	3 51,0	53	31 13,0	22,0	$\alpha = -\ 4$
	4	4 24,0	54	31 46,0	22,0	$\tau = -\ 488$
	5	4 57,3	55	32 19,0	21,7	$\delta = -\ 522$
	6	5 29,7	56	32 51,8	22,1	$s = 0,5076285$
	7	6 2,4	57	33 25,0	22,6	$\Delta u = +\ 28$
	8	6 35,5	58	33 57,7	22,2	$s = 0,5076313$
	9	7 8,3	59	34 30,4	22,1	
	10	7 41,2	60	35 3,0	21,8	
					$c = 32^s,842$	
		26 Aprile 1893		Ore 3,30 p. m.		
		$a = 11,9$ T = 10,88		B = 743,2	D = 0,940	
45	1	$53^m\ 46^s,9$	51	$19^m\ 59^s,9$	$26^m 13^s,0$	
	2	54 18,9	52	20 32,0	13,1	$s = 0,5080749$
	3	54 50,0	53	21 3,0	13,0	$\alpha = -\ 4$
	4	55 21,9	54	21 35,0	13,1	$\tau = -\ 495$
	5	55 53,0	55	22 5,8	12,8	$\delta = -\ 522$
	6	56 24,6	56	22 38,0	13,4	$s = 0,5079748$
	7	56 55,9	57	23 9,1	13,2	$\Delta u = +\ 28$
	8	57 27,8	58	23 41,1	13,3	$s = 0,5079756$
	9	57 59,1	59	24 11,8	12,7	
	10	58 31,3	60	24 43,8	12,5	
					$c = 31^s,460$	
		28 Aprile 1893		Ore 8,20 a. m.		
		$a = 11',3$ T = 10,08		B = 739,1	D = 0,938	
46	1	$8^m\ 1^s,1$	51	$33^m\ 20^s,0$	$25^m 18^s,9$	
	2	8 31,5	52	33 50,5	19,0	$s = 0,5083674$
	3	9 2,1	53	34 21,0	18,9	$\alpha = -\ 3$
	4	9 32,5	54	34 51,3	18,8	$\tau = -\ 458$
	5	10 2,7	55	35 21,5	18,8	$\delta = -\ 521$
	6	10 33,1	56	35 52,0	18,9	$s = 0,5082692$
	7	11 3,4	57	36 22,4	19,0	$\Delta u = +\ 18$
	8	11 34,2	58	36 53,0	18,8	$s = 0,5082710$
	9	12 4,0	59	37 23,2	19,2	
	10	12 34,7	60	37 53,6	18,9	
					$c = 30^s,378$	

Pendolo	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	Valori di 50 c e medie	Calcolo di s
		28 Aprile 1893		Ore 10 a. m.		
		$a = 11',6$ T = 10,43		B = 739,0	D = 0,938	
41	1	30m 23s,0	51	56m 36s,5	26m13s,5	
	2	30 54,0	52	57 7,2	13,2	$s = 0,5080726$
	3	31 26,0	53	57 39,6	13,6	$\alpha = -\ 4$
	4	31 57,0	54	58 10,3	13,3	$\tau = -\ 474$
	5	32 29,0	55	58 42,6	13,6	$\delta = -\ 521$
	6	32 0,0	56	59 13,6	13,6	$s = 0,5079727$
	7	33 31,5	57	59 45,4	13,9	$\Delta u = +\ 18$
	8	34 3,2	58	60 16,2	13,0	$s = 0,5079745$
	9	34 34,7	59	60 48,4	13,7	
	10	35 5,8	60	61 19,2	13,4	
					$c = 31^s,469$	
		28 Aprile 1893		Ore 5 p. m.		
		$a = 12',2$ T = 10,67		B = 737,9	D = 8,934	
42	1	33m 50s,0	51	1m 12s,3	27m22s,3	
	2	34 23,0	52	1 45,5	22,5	$s = 0,5077287$
	3	34 55,7	53	2 18,0	22,3	$\alpha = -\ 4$
	4	35 29,1	54	2 51,1	22,0	$\tau = -\ 485$
	5	36 1,4	55	3 23,6	22,2	$\delta = -\ 519$
	6	36 34,5	56	3 57,0	22,5	$s = 0,5076279$
	7	37 7,0	57	4 29,4	22,4	$\Delta u = +\ 18$
	8	37 40,0	58	5 2,4	22,4	$s = 0,5076297$
	9	38 12,5	59	5 35,0	22,5	
	10	38 45,8	60	6 8,0	22,2	
					$c = 32^s,847$	
		28 Aprile 1893		Ore 7 p. m.		
		$a = 12,7$ T = 10,93		B = 738,4	D = 0,933	
45	1	8m 40s,0	51	34m 53s,1	26m13s,1	
	2	9 11,3	52	35 24,3	13,0	
	3	9 42,8	53	35 56,9	13,2	$s = 0,5080747$
	4	10 14,1	54	36 27,0	12,9	$\alpha = -\ 4$
	5	10 45,7	55	36 59,0	13,3	$\tau = -\ 497$
	6	11 17,2	56	37 30,0	12,8	$\delta = -\ 517$
	7	12 48,8	57	38 1,9	13,1	$s = 0,5079729$
	8	12 20,1	58	38 33,0	12,9	$\Delta u = +\ 18$
	9	13 52,0	59	39 5,1	13,1	$s = 0,5079747$
	10	13 23,0	60	39 36,0	13,0	
					$c = 31^s,461$	

Pendolo	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	Valori di 50 c e medie	Calcolo di s
		29 Aprile 1893			Ore 8 a. m.	
	a = 13,0	T = 10,08		B = 742,7	D = 0,842	
46	1	$32^m\ 48^s,2$	51	$58^m\ 7^s,0$	$25^m 18^s,8$	
	2	33 19,0	52	58 38,2	19,2	
	3	33 49,0	53	59 8,3	19,3	$s = 0,5083674$
	4	34 19,6	54	59 38,4	18,8	$\alpha = -\ 4$
	5	34 49,6	55	60 8,7	19,1	$\tau = -\ 458$
	6	35 20,2	56	60 39,2	19,0	$\delta = -\ 523$
	7	35 50,6	57	61 9,3	18,7	$s = 0,5082689$
	8	36 21,4	58	61 40,0	18,6	$\Delta u = +\ 49$
	9	36 51,5	59	62 10,0	18,5	$s = 0,5082738$
	10	37 21,7	60	62 41,7	19,0	
					$c = 30^s,378$	
		29 Aprile 1893			Ore 10 a. m.	
	a = 12,2	T = 10,63		B = 742,8	D = 0,941	
41	1	$9^m\ 40^s,8$	51	$35^m\ 55^s,0$	$26^m 14^s,2$	
	2	10 12,3	52	36 26,6	14,3	$s = 0,5080687$
	3	10 44,0	53	36 58,0	14,0	$\alpha = -\ 4$
	4	11 15,2	54	37 29,3	14,1	$\tau = -\ 483$
	5	11 46,8	55	38 1,3	14,5	$\delta = -\ 522$
	6	12 18,2	56	38 32,4	14,2	$s = 0,5079678$
	7	12 49,8	57	39 3,9	14,1	$\Delta u = +\ 49$
	8	13 21,2	58	39 35,2	14,0	$s = 0,5079727$
					$c = 31^s,484$	
		29 Aprile 1893			Ore 11 a. m.	
	a = 11,9	T = 10,69		B = 742,6	D = 0,940	
42	1	$31^m\ 40^s,1$	51	$59^m\ 03^s,7$	$27^m 23^s,6$	
	2	32 12,9	52	59 36,1	23,2	
	3	32 45,8	53	00 10,0	24,2	$s = 0,5077229$
	4	33 18,3	54	00 42,0	23,7	$\alpha = -\ 4$
	5	33 51,7	55	01 15,1	23,4	$\tau = -\ 486$
	6	34 24,0	56	01 47,8	23,8	$\delta = -\ 522$
	7	34 57,4	57	02 20,5	23,1	$s = 0,5076217$
	8	35 30,6	58	02 53,6	23,6	$\Delta u = -\ 49$
	9	36 03,1	59	03 26,5	23,4	$s = 0,5076266$
	10	36 35,7	60	03 59,0	23,3	
					$c = 32^s,871$	

Per[illegible]	N. d[illegible] e[illegible] della co[illegible]	Istante [illegible] in tempo dell'orologio	N. d[illegible] e[illegible] della co[illegible]	Istante [illegible] in tempo dell'orologio	[illegible] e medie	[illegible]
		29 Aprile 1893			Ore 1 p. m.	
		$a = 12{,}2$ $T = 10{,}72$		$B = 742{,}4$ $D = 0{,}940$		
45	1	$2^m\ 58^s{,}3$	51	$29^m\ 12^s{,}7$	$26^m 14^s{,}4$	
	2	3 29,8	52	29 44,0	14,2	$s = 0{,}5080695$
	3	4 01,7	53	30 15,5	13,8	$\alpha = -\ 4$
	4	4 32,7	54	30 46,6	13,9	$\tau = -\ 487$
	5	5 04,8	55	31 18,4	14,6	$\delta = -\ 522$
	6	5 35,7	56	31 50,0	14,3	$s = 0{,}5079682$
	7	6 07,3	57	32 21,5	14,2	$\Delta u = +\ 49$
	8	6 38,6	58	32 52,7	14,1	$s = 0{,}5079731$
	9	7 10,5	59	33 24,5	14,0	
	10	7 41,5	60	33 55,6	14,1	
					$c = 31^s{,}481$	
		29 Aprile 1893			Ore 6 p. m.	
		$a = 12{,}2$ $T = 10{,}54$		$B = 741{,}9$ $D = 0{,}941$		
46	1	$52^m\ 56^s{,}0$	51	$18^m\ 14^s{,}5$	$25^m 18^s{,}5$	
	2	53 26,0	52	18 44,7	18,7	$s = 0{,}5083696$
	3	53 57,0	53	19 15,4	18,4	$\alpha = -\ 4$
	4	54 27,0	54	19 45,4	18,4	$\tau = -\ 479$
	5	54 57,4	55	20 16,2	18,8	$\delta = -\ 522$
	6	55 27,4	56	20 46,0	18,6	$s = 0{,}5082691$
	7	55 58,4	57	21 17,0	18,6	$\Delta u = +\ 49$
	8	56 28,5	58	21 46,9	18,4	$s = 0{,}5082740$
	9	56 59,2	59	22 17,6	18,4	
	10	57 29,1	60	22 47,5	18,4	
					$c = 30^s{,}370$	

Osservazioni a Torino.

Le osservazioni a Torino furono fatte nel sotterraneo che trovasi al disotto della parte nord-ovest del Palazzo Madama ove ha sede l'Osservatorio astronomico.

Siccome nello stesso locale esisteva già un solido pilastro in muratura, sul quale il prof. Collet, dell'Università di Grenoble, aveva fatto poco tempo prima delle determinazioni col-

l'apparato Defforges, così su quello collocai il sostegno dei pendoli, anzichè sul pilastro smontabile che correda l'apparecchio. I pendoli furono fatti oscillare press'a poco nella direzione nord-sud; l'apparato delle coincidenze fu collocato su di un solido treppiede di legno bene fissato nel pavimento; alla distanza dallo specchio del pendolo di m. 3,80. Per ottenere le interruzioni nella corrente elettrica che metteva in azione il relais, si adoperò il cronometro Frodsham n. 84 il cui andamento fu determinato durante le esperienze mediante numerosi confronti col cronometro Nardin n. $\frac{17}{7360}$ il cui andamento eccezionalmente regolare fu determinato mediante osservazioni fatte nel giorno precedente e in quello seguente a quelli in cui feci le osservazioni pendolari.

L'altezza barometrica veniva determinata prendendo la media delle due letture fatte immediatamente prima e dopo di ogni esperienza ad un barometro Fortin, di cui si era nei giorni innanzi determinata la correzione, confrontandolo ripetutamente col barometro del R. Osservatorio. Esso fu appeso in modo che il suo pozzetto fosse alla stessa altezza del pendolo. Anche per la temperatura si presero le medie delle due osservazioni fatte immediatamente prima e dopo ciascuna determinazione, al termometro n. 37 annesso all'apparato.

Determinazione della correzione del cronometro Frodsham.

Dalle osservazioni fatte allo strumento dei passaggi trasportabile di Repsold, dal Prof. Porro, direttore dell'Osservatorio astronomico, si ebbero i seguenti risultati relativi al cronometro Nardin:

Aprile 1896	tempo sid.	t. sid. — Nardin	Variaz. oraria
14	$8^h,8$	$-52^m\,42^s,80$	$-0,06057$
15	$9^h,4$	$-52^m\,44^s,29$	

Confronti cronometrici.

Tavola II.

N° d'ord.	Frodsham	Nardin	Comb.	Intervalli Frodsham	Intervalli Nardin
		14 Aprile 1896			
1	12h 19m 35s,00	7h 32m 01s,71			
2	1 24 40,00	8 47 07,10	1-1	[illegible]	[illegible]
3	2 56 15,00	10 08 43,21	5-2	6 37 25,00	6 37 28,57
4	5 50 10,00	1 02 40,03	6-3	6 58 15,00	6 58 19,23
5	8 02 05,00	3 14 56,26		19 06 15,00	19 06 26,42
6	9 54 30,00	5 07 02,44			

Variazione oraria del Frodsham sul Nardin . . . . . + 0s,5967
Correzione del Nardin . . . . . — 0,0606
Correzione oraria del Frodsham . . . . . + 0,5361

		15 Aprile			
1	3 2 10,00	10 14 45,62			
2	4 53 05,00	12 5 41,68	5-1	5 43 50,00	5 43 55,59
3	6 6 25,00	1 19 02,47	5-2	6 23 00,00	6 23 03,86
4	8 46 00,00	3 58 39,01	6-3	7 44 35,00	7 44 39,42
5	11 16 05,00	6 28 45,54		19 51 25,00	19 51 26,07
6	1 51 00,00	9 03 41,89			

Variazione oraria del Frodsham . . . . . + 0,5876
id. id. Nardin . . . . . — 0,0606
Correzione oraria del Frodsham . . . . = + 0,5270

Tavola III.

Stazione a Torino. Osservatore **Aimonetti.**

Pendoli.	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	Variazioni di c e medie di c	Coefficienti
		14 Aprile 1896		Ore 10,30 a. m.		
		$a = 9',48$ $T = 9,56$ $B = 738,05$ $D = 0,938$				
41	1	31m 44s,8	51	57m 59s,0	26m 14s,2	
	2	32 16,1	52	58 30,2	14,1	$s = 0,5080683$
	3	32 47,9	53	59 02,0	14,1	$a = 2$
	4	33 19,2	54	59 33,2	14,0	$\tau = -455$
	5	33 50,9	55	60 05,0	14,1	$\delta = -521$
	6	34 22,1	56	60 36,5	14,4	$s = 0,5079705$
	7	34 54,0	57	61 08,0	14,0	$\Delta u = 756$
	8	35 25,1	58	61 39,2	14,1	$s = 0,5080461$
	9	35 57,0	59	62 11,0	14,0	
	10	36 28,1	60	62 42,2	14,1	

$c = 31s,4855$

Pendolo	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	Valori di 50 c e medie di c	Calcolo di s
		14 Aprile 1896		Ore 12 a. m.		
		$a = 12',19$ T = 9,55		B = 738,78 D = 0,939		
42	1	$37^m\ 45^s,6$	51	$5^m\ 08^s,2$	$27^m 22^s,6$	$s = 0,5077275$
	2	38 18,1	52	5 40,9	22,8	$\alpha = -\ 4$
	3	38 51,4	53	6 14,0	22,6	$\tau = -\ 434$
	4	39 24,0	54	6 46,6	22,6	$\delta = -\ 521$
	5	39 57,0	55	7 19,8	22,8	$s = 0,5076316$
	6	40 30,0	56	7 52,5	22,5	$\Delta u = +\ 756$
	7	41 02,8	57	8 25,0	22,2	$s = 0,5077072$
	8	41 35,5	58	8 58,0	22,5	
	9	42 08,4	59	9 31,1	22,7	
	10	42 41,2	60	10 03,9	22,7	
					$c = 32^s,852$	
		14 Aprile 1896		Ore 1,15 p. m.		
		$a = 12',74$ T = 9,60		B = 738,96 D = 0,939		
45	1	$39^m\ 22^s,0$	51	$05^m\ 35^s,4$	$26^m 13^s,4$	
	2	39 54,0	52	06 08,0	14,0	
	3	40 25,0	53	06 38,6	13,6	$s = 0,5080720$
	4	40 57,0	54	07 10,1	14,1	$\alpha = -\ 4$
	5	41 28,0	55	07 41,4	13,4	$\tau = -\ 436$
	6	41 60,0	56	08 13,0	14,0	$\delta = -\ 521$
	7	42 31,0	57	08 44,3	13,3	$s = 0,5079759$
	8	43 02,9	58	09 16,2	13,3	$\Delta u = +\ 756$
	9	43 33,8	59	09 47,2	13,4	$s = 0,5080515$
	10	44 06,0	60	10 19,0	13,0	
					$c = 31^s,471$	
		14 Aprile 1896		Ore 2,30 p. m.		
		$a = 10,84$ T = 9,69		B = 739,86 D = 0,940		
46	1	$54^m\ 23^s,9$	51	$19^m\ 42^s,0$	$25^m 18^s,1$	
	2	54 54,0	52	20 12,4	18,4	
	3	55 24,1	53	20 42,8	18,7	$s = 0,5083700$
	4	55 54,6	54	21 13,0	18,4	$\alpha = -\ 3$
	5	56 25,0	55	21 43,5	18,5	$\tau = -\ 441$
	6	56 55,6	56	22 13,9	18,3	$\delta = -\ 522$
	7	57 25,8	57	22 44,1	18,3	$s = 0,5082734$
	8	57 56,2	58	23 14,8	18,6	$\Delta u = \ 756$
	9	58 26,4	59	23 44,9	18,5	$s = 0,5083490$
	10	58 57,0	60	24 15,4	18,4	
					$c = 30^s,3684$	

Pendolo	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	Valori di 50 c e medie di c	Calcolo di s
		14 Aprile 1896			Ore 4 p. m.	
		$a = 9',30$ T = 9,66		B = 740,36	D = 0,941	
41	1	3^m $33^s,8$	51	29^m $48^s,1$	$26^m 14^s,3$	
	2	4 04,4	52	30 18,5	14,1	$s = 0,5080693$
	3	4 36,5	53	30 50,6	14,1	$\alpha = -$ 3
	4	5 07,5	54	31 21,4	13,9	$\tau = -$ 439
	5	5 39,8	55	31 53,9	14,1	$\delta = -$ 522
	6	6 10,5	56	32 24,5	14,0	$s = 0,5079729$
	7	6 42,6	57	32 56,8	14,2	$\Delta u = +$ 756
	8	7 13,6	58	33 27,3	13,7	$s = 0,5080485$
	9	7 45,6	59	33 59,8	14,2	
	10	8 16,3	60	34 30,5	14,2	
					$c = 31^s,4816$	
		14 Aprile 1896			Ore 5 p. m.	
		$a = 11,55$ T = 9,64		B = 740,42	D = 0,941	
42	1	5^m $16^s,9$	51	32^m $39^s,9$	$27^m 23^s,0$	
	2	5 49,4	52	33 12,4	23,0	$s = 0,5077254$
	3	6 22,9	53	33 45,8	22,9	$\alpha = -$ 4
	4	6 55,3	54	34 18,3	23,0	$\tau = -$ 438
	5	7 28,2	55	34 51,2	23,0	$\delta = -$ 522
	6	8 01,1	56	35 24,0	22,9	$s = 0,5076290$
	7	8 34,0	57	35 57,1	23,1	$\Delta u =$ 756
	8	9 06,9	58	36 29,9	23,0	$s = 0,5077046$
	9	9 39,8	59	37 03,0	23,2	
	10	10 12,4	60	37 35,4	23,0	
					$c = 32^s.8605$	
		14 Aprile 1896			Ore 6 p. m.	
		$a = 11',92$ T = 9,64		B = 740,10	D = 0,941	
45	1	8^m $25^s,6$	51	34^m $39^s,6$	$26^m 14^s,0$	
	2	8 57,1	52	35 11,0	13,9	$s = 0,5080701$
	3	9 28,4	53	35 42,3	13,9	$\alpha = -$ 4
	4	9 60,0	54	36 14,0	14,0	$\tau = -$ 438
	5	10 31,4	55	36 45,3	13,9	$\delta = -$ 522
	6	11 03,1	56	37 17,0	13,9	$s = 0,5079737$
	7	11 34,5	57	37 48,3	13,8	$\Delta u = +$ 756
	8	12 06,1	58	38 19,9	13,8	$s = 0,5080493$
	9	12 37,3	59	38 51,3	14,0	
	10	13 09,0	60	39 23,0	14,0	
					$c = 31^s,4784$	

Pendolo	N. d'ordine della coincidenza	Istante della prima coincidenza in tempo dell'orologio	N. d'ordine della coincidenza	Istante della ultima coincidenza in tempo dell'orologio	Valori di $\Delta u\,c$ e medie di c	Calcolo di s
		14 Aprile 1896			Ore 8 p. m.	
		$a = 11{,}92$	$T = 9{,}80$	$B = 739{,}90$	$D = 0{,}940$	
46	1	$19^m\ 46^s{,}2$	51	$45^m\ 04^s{,}8$	$25^m 18^s{,}6$	
	2	20 17,3	52	45 35,9	18,6	$s = 0{,}5083686$
	3	20 46,9	53	46 05,6	18,7	$\alpha = -\ 4$
	4	21 17,9	54	46 36,6	18,7	$\tau = -\ 438$
	5	21 47,5	55	47 06,3	18,8	$\delta = -\ 522$
	6	22 18,6	56	47 37,4	18,8	$s = 0{,}5082722$
	7	22 48,3	57	48 07,0	18,7	$\Delta u = +\ 756$
	8	23 19,5	58	48 38,1	18,6	$s = 0{,}5083478$
	9	23 48,9	59	49 07,7	18,8	
	10	24 20,0	60	49 38,7	18,7	
					$c = 30^s{,}3736$	
		15 Aprile 1896			Ore 10 a. m.	
		$a = 12{,}47$	$T = 9{,}76$	$B = 738{,}95$	$D = 0{,}939$	
41	1	$36^m\ 12^s{,}6$	51	$02^m\ 26^s{,}6$	$26^m 14^s{,}0$	
	2	36 44,2	52	02 58,8	14,6	
	3	37 15,4	53	03 29,6	14,2	$s = 0{,}5080700$
	4	37 47,4	54	04 01,6	14,2	$\alpha = -\ 4$
	5	38 18,3	55	04 32,5	14,2	$\tau = -\ 444$
	6	38 50,2	56	05 04,4	14,2	$\delta = -\ 521$
	7	39 21,8	57	05 35,0	14,2	$s = 0{,}5079731$
	8	39 53,2	58	06 07,6	14,4	$\Delta u = +\ 744$
	9	40 24,2	59	06 38,6	14,4	$s = 0{,}5080475$
	10	40 56,2	60	07 10,3	14,1	
					$c = 31^s{,}4850$	
		15 Aprile 1896			Ore 12 m.	
		$a = 12{,}47$	$T = 9{,}69$	$B = 738{,}44$	$D = 0{,}938$	
42	1	$47^m\ 40^s{,}1$	51	$15^m\ 03^s{,}3$	$27^m 23^s{,}2$	
	2	48 13,0	52	15 36,4	23,4	
	3	48 46,0	53	16 09,3	23,3	$s = 0{,}5077247$
	4	49 18,8	54	16 41,6	22,8	$\alpha = -\ 4$
	5	49 51,8	55	17 15,0	23,2	$\tau = -\ 441$
	6	50 24,6	56	17 47,6	23,0	$\delta = -\ 521$
	7	50 57,4	57	18 20,6	23,2	$s = 0{,}5076281$
	8	51 30,1	58	18 53,5	23,4	$\Delta u = +\ 744$
	9	52 03,1	59	19 26,4	23,3	$s = 0{,}5077025$
	10	52 36,0	60	19 59,0	23,0	
					$c = 32^s{,}8636$	

Pendolo	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	Valori di 50 c e medie di c	Calcolo di s
		15 Aprile 1896			Ore 2 p. m.	
		$a = 11.55$ T = 9.69 B = 737,94 D = 0,958				
45	1	59^m 51^s,0	51	26^m 04^s,2	26^{m}13^s,2	
	2	60 22,2	52	26 35,1	12,9	
	3	60 54,0	53	27 07,0	13,0	$s = 0,5080750$
	4	61 25,1	54	27 38,0	12,9	$\alpha = -\ 4$
	5	61 56,8	55	28 09,0	13,2	$\tau = -\ 441$
	6	62 28,1	56	28 41,0	12,9	$\delta = -\ 520$
	7	62 60,0	57	29 12,8	12,8	$s = 0,5079785$
	8	63 31,0	58	29 43,8	12,8	$\Delta u = +\ 744$
	9	64 02,6	59	30 15,6	13,0	$s = 0,5080529$
	10	64 33,6	60	30 46,6	18,0	
					$c = 31^s,4594$	
		15 Aprile 1896			Ore 3,30 p. m.	
		$a = 11.92$ T = 9.71 B = 737,56 D = 0,957				
46	1	23^m 54^s,8	51	49^m 12^s,6	25^{m}17^s,8	
	2	24 25,0	52	49 42,6	17,6	$s = 0,5083735$
	3	24 55,4	53	50 13,1	17,7	$\alpha = -\ 4$
	4	25 25,6	54	50 43,2	17,6	$\tau = -\ 442$
	5	25 56,0	55	51 14,0	18,0	$\delta = -\ 520$
	6	26 26,3	56	51 44,0	17,7	$s = 0,5082769$
	7	26 56,6	57	52 14,7	18,1	$\Delta u = +\ 744$
	8	27 27,0	58	52 44,9	17,9	$s = 0,5083513$
	9	27 57,5	59	53 15,3	17,8	
	10	28 27,8	60	53 45,6	17,8	
					$c = 30^s,356$	
		15 Aprile 1886			Ore 4,30 p. m.	
		$a = 12.20$ T = 9.78 B = 737,57 D = 0,957				
41	1	43^m 54^s,0	51	10^m 08^s,0	26^{m}14^s,0	
	2	44 25,0	52	10 38,4	13,4	$s = 0,5080715$
	3	44 57,0	53	11 10,9	13,9	$\alpha = -\ 4$
	4	45 28,0	54	11 41,4	13,4	$\tau = -\ 445$
	5	45 60,0	55	12 14,0	14,0	$\delta = -\ 520$
	6	46 31,0	56	12 44,3	13,3	$s = 0,5079746$
	7	47 03,0	57	13 16,8	13,8	$\Delta u = +\ 744$
	8	47 33,8	58	13 47,3	13,5	$s = 0,5080490$
	9	48 06,0	59	14 19,8	13,8	
	10	48 36,8	60	14 50,2	13,4	
					$c = 31^s,473$	

Pendolo	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	N. d'ordine della coincidenza	Istante della coincidenza in tempo dell'orologio	Valori di 50 c e medie di c	Calcolo di s
		15 Aprile 1896			Ore 6 p. m.	
		$a = 12.20$ T $= 9,88$ B $= 737,99$ D $= 0,937$				
42	1	$55^m\ 05^s,3$	51	$22^m\ 28^s,2$	$27^m 22^s,9$	
	2	55 38,0	52	22 60,5	22,5	$s = 0,5077262$
	3	56 11,0	53	23 34,0	23,0	$\alpha = -\ 4$
	4	56 43,4	54	24 06,5	23,1	$\tau = -\ 449$
	5	57 16,9	55	24 39,5	22,6	$\delta = -\ 520$
	6	57 49,0	56	25 12,0	23,0	$s = 0,5076289$
	7	58 22,6	57	25 45,4	22,8	$\Delta u = +\ 744$
	8	58 54,6	58	26 17,6	23,0	$s = 0,5077033$
	9	59 28,0	59	26 51,0	23,0	
	10	59 60,4	60	27 23,2	22,8	
					$c = 32^s,8574$	
		15 Aprile 1896			Ore 7,15 p. m.	
		$a = 11',38$ T $= 9,83$ B $= 738,47$ D $= 0,938$				
45	1	$6^m\ 10^s,0$	51	$32^m\ 23^s,2$	$26^m 13^s,2$	
	2	6 41,3	52	32 54,5	13,2	$s = 0,5080744$
	3	7 12,8	53	33 26,0	13,2	$\alpha = -\ 3$
	4	7 44,3	54	33 57,5	13,2	$\tau = -\ 447$
	5	8 15,8	55	34 28,8	13,0	$\delta = -\ 521$
	6	8 47,2	56	34 60,0	12,8	$s = 0,5079773$
	7	9 18,9	57	35 31,6	12,7	$\Delta u = +\ 744$
	8	9 50,1	58	36 03,3	13,2	$s = 0,5080517$
	9	10 21,7	59	36 34,8	13,1	
	10	10 53,0	60	37 06,3	13,3	
					$c = 31^s,4618$	
		15 Aprile 1896			Ore 8,30 p. m.	
		$a = 11'11$ T $= 9,80$ B $= 738,97$ D $= 0,939$				
46	1	$11^m\ 07^s,9$	51	$36^m\ 26^s,8$	$25^m 18^s,9$	
	2	11 38,0	52	36 57,0	19,0	$s = 0,5083673$
	3	12 08,5	53	37 27,5	19,0	$\alpha = -\ 3$
	4	12 39,0	54	37 57,5	18,5	$\tau = -\ 446$
	5	13 09,3	55	38 28,2	18,9	$\delta = -\ 521$
	6	13 39,3	56	38 58,3	19,0	$s = 0,5082703$
	7	14 10,0	57	39 29,0	19,0	$\Delta u = +\ 744$
	8	14 40,2	58	39 59,2	19,0	$s = 0,5083447$
	9	15 19,9	59	40 29,6	18,7	
	10	15 41,2	60	40 60,0	18,8	
					$c = 30^s,3776$	

TAVOLA IV.

Riassunto delle osservazioni fatte nelle stazioni di Vienna e di Torino per la durata di oscillazione di ciascuno dei quattro pendoli.

	S_{41}	S_{42}	S_{45}	S_{46}
		VIENNA		
	0,5079748	0,5076316	0,5079752	0,5082739
	0,5079773	0,5076313	0,5079756	0,5082710
	0,5079745	0,5076297	0,5079747	0,5082748
	0,5079727	0,5076266	0,5079731	0,5082740
Medie . . .	0,5079748	0,5076298	0,5079747	0,5082732
		TORINO		
	0,5080461	0,5077072	0,5080515	0,5083490
	0,5080485	0,5077046	0,5080493	0,5083478
	0,5080475	0,5077025	0,5080529	0,5083513
	0,5080490	0,5077033	0,5080517	0,5083447
Medie . . .	0,5080478	0,5077044	0,5080513	0,5083482

Indicando con g_1 l'accelerazione della gravità a Vienna e con g_2 quella a Torino al luogo di osservazione, si ha per un pendolo le cui durate di oscillazione siano rispettivamente s_1 ed s_2 a Vienna ed a Torino:

$$g_2 - g_1 = g_1 \frac{s^2_1 - s^2_2}{s^2_2} = g_1 \frac{(s_1 + s_2)(s_1 - s_2)}{s^2_2}.$$

Con questa formola, assumendo il valore

$$g_1 = 9^m,80876$$

si è calcolata la seguente tavola:

TAVOLA V. — **Risultati finali.**

Pendolo	$g_2 - g_1$
41	— 0,002819
42	2882
45	2957
46	2894
	Media — 0,002888

da cui si ha:

$$g_2 = 9^m,805872.$$

Applicando al valore trovato di g_2 la correzione (1):

$$+ g \left(1 + \frac{2H}{R}\right)$$

dovuta all'altitudine H del luogo di osservazione, e la correzione:

$$- g \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{\theta}{\theta_m} \cdot \frac{H}{R}$$

dovuta all'attrazione dello strato di terreno interposto tra la stazione e la superficie di livello medio del mare, nella quale θ_m è la densità media della crosta terrestre (5,6) e θ quella del terreno sottostante, si ha il valore g'_2 dell'accelerazione della gravità, ridotta al livello del mare.

Assumendo:

$$H = 232^m,7; \quad R = 6370223 \text{ m.}; \quad \theta = 2.5; \quad \theta_m = 5,6$$

si ha:

$$g \left(1 + \frac{2H}{R}\right) = 0,000716; \quad g \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{\theta}{\theta_m} \cdot \frac{H}{R} = 0,000240$$

quindi:

$$g'_2 = 9,80635.$$

Chiamando γ_0 il valore teorico della gravità al livello del mare, a Torino, calcolato colla formola:

$$\gamma_0 = 9,7800 \, (1 + 0,005310 \operatorname{sen}^2 \varphi)$$

si ha, prendendo per valore della latitudine $\varphi = 45° \, 04' \, 08''$:

$$\gamma_0 = 9,80603$$

quindi $g'_2 - \gamma_0 = + 32$ in unità della 5ª cifra decimale.

---

(1) Cfr. *Die Schwerkraft in den Alpen, und Bestimmung ihres Wertes für Wien*, von Oberstlieutenant Rob. v. Sterneck (« Mittheilungen des k. und k. Militär-Geographischen Institutes », XI Band, 1891, pag. 123).

Del concetto di centro di gravità nella Statica d'Archimede;

Nota del Dott. GIOVANNI VAILATI.

§ 1.

Chi prenda ad analizzare, seguendola nei suoi particolari, come essa si presenta nell'esposizione originale, la celebre dimostrazione che Archimede da del principio della leva nella sua opera *Sull'equilibrio dei piani* (περὶ ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν), non può a meno di restar colpito dal fatto che, nel corso di essa, Archimede ricorre ripetutamente a proprietà dei centri di gravità che egli non dimostra e delle quali neppure è fatto cenno nella serie di postulati che si trovano enunciati in principio all'opera stessa.

Inoltre, mentre in tal serie di postulati se ne trovano alcuni nei quali si parla di centri di gravità (κέντρα τῶν βαρέων), e nei quali si fa uso di questa denominazione come se avesse un significato già noto e determinato, pure né nell'opera citata né in altra delle opere d'Archimede che sono giunte fino a noi, figura una definizione esplicita di questo *termine tecnico*: il che è tanto più notevole in quantochè il concetto che ad esso corrisponde e le considerazioni generali che vi si riferiscono, costituiscono per così dire il nucleo o l'ossatura alla quale si riconnettono tutte le speculazioni meccaniche di Archimede, dalla sua dimostrazione del principio della leva fino alle sue ricerche sulle condizioni d'equilibrio dei galleggianti.

L'opinione, condivisa dai più competenti tra i commentatori, che le lacune sopra segnalate non siano da attribuire ad alterazioni o mutilazioni sofferte dai testi che possediamo, ma bensì al fatto che le dimostrazioni in quelli svolte presupponevano un'esposizione sistematica delle proprietà fondamentali dei

centri di gravità, alla quale Archimede aveva dedicato un'opera speciale che non è pervenuta fino a noi, oltre al presentarsi in se stessa come molto probabile, era anche corroborata dall'autorevole testimonianza di Pappo, il quale nei brevi cenni relativi alle teorie di Archimede e di Erone sui centri di gravità, coi quali apre l'VIII libro delle sue *Collezioni matematiche* (Συναγωγή), riporta appunto delle argomentazioni che, per quanto frammentarie e incomplete, portano tuttavia evidenti traccie della loro connessione a quell'ordine di idee a cui è necessario ricorrere per colmare le lacune sopra indicate.

L'unica opera perduta d'Archimede, trattante di questioni teoriche di meccanica, di cui si conoscesse il titolo, essendo il libro *Sulle bilance* (Περὶ ζυγῶν) pure citato da Pappo in un'altra parte delle sue *Collezioni*, parecchi commentatori, tra i quali cito solo come il più recente il Prof. I. L. Heiberg di Copenhagen (1), ritennero senz'altro giustificata la conclusione che appunto al contenuto di quest'opera si riferissero le considerazioni riportate da Pappo. Con ciò tuttavia non veniva a cader maggior luce su ciò che costituisce il lato veramente importante della questione, la determinazione cioè del contenuto e della struttura di quello scritto d'Archimede (coincidente o no col Περὶ ζυγῶν) nel quale egli svolgeva quella parte della sua teoria dei centri di gravità che doveva poi servire di base alle deduzioni contenute nelle sue opere che trattano dell'equilibrio delle figure piane.

Ora dei dati di decisiva importanza per la soluzione di questo problema sono stati recentemente resi accessibili ai cultori della Storia della Meccanica, dagli studi intrapresi dall'orientalista Carra de Vaux, su un manoscritto arabo della biblioteca di Leida contenente la traduzione d'un'intera opera di Erone della quale non si possiede l'originale greco (2). In que-

(1) Archimedis *Opera omnia e codice florentino recensuit* J. L. Heiberg (Lipsiae, Teubner, 1881). Cfr. vol. II, pag. 149.

(2) Cfr. " Journal Asiatique ", 1893, vol. I, pag. 420 e seg. (*Les mécaniques ou l'Élévateur* (Βαρούλκος) *de* Héron d'Alexandrie, par le baron Carra de Vaux). Nel titolo del manoscritto è indicato il nome del traduttore arabo Costa ben Luca erudito e scienziato arabo del IX secolo e vi si dice che la traduzione fu eseguita direttamente dal testo greco, il che è

si opera che costituisce, anche per altri rispetti, estranei al soggetto di cui qui intendo occuparmi, un prezioso documento dello stato delle cognizioni meccaniche dei Greci ai tempi del massimo fiorire della scuola d'Alessandria (1), si trovano riportati dei nuovi frammenti ritrovatisi alla stessa opera d'Archimede dalla quale provengono quelli che figurano nel libro di Pappo. Un confronto di questi con quelli, accompagnato da un esame accurato di quei passi delle opere d'Archimede nei quali si manifestano le lacune sopramentovate, mi sembra permetta di ricostruire, non solo nel suo andamento generale, ma anche nei suoi particolari caratteristici l'intera serie di considerazioni e di ragionamenti che hanno condotto Archimede alle conclusioni che egli prende poi per punto di partenza per procedere alla sua classica dimostrazione del principio della leva.

Io mi propongo appunto di esporre qui i risultati delle mie ricerche su tale questione.

Dedicherò anzitutto il § 2° a una ricostruzione dettagliata dei ragionamenti d'Archimede relativi all'esistenza e alle proprietà fondamentali dei centri di gravità, correddandola dei

importante a notarsi. La data della trascrizione non è indicata, ma il Carra osserva che *on remarque sur la couverture au-dessous du nom d'un des possesseurs du manuscrit, la date de 849* (hegira); *il a donc été écrit avant l'an 1445 de notre ère et peu de temps avant cette date si l'on en juge par le caractère de l'écriture* (Carra, ib., pp. 394-5). *Il a été déposé à la Bibliothèque de Leyde par le célèbre Golius qui l'avait rapporté d'Orient avec d'autres manuscrits* (Ibid., pag. 393). Giacomo Golius (1596-1667) fu professore di matematica e di lingue orientali all'Università di Leyda, essendo stato scelto come successore ivi all'Erpenius di cui fu uno dei più distinti discepoli. Nei suoi lunghi viaggi in Oriente (prima al Marocco ove accompagnò l'ambasciata Olandese nel 1622, più tardi in Siria), intrapresi a tal scopo, raccolse importanti manoscritti, molti dei quali andarono poi dispersi. Egli è pure noto come autore di un dizionario latino-persiano e come traduttore delle opere astronomiche di *Alfragan* (*Muhammedis filii Ketiri Fergomensis qui vulgo Alfraganus dicitur Elementa Astronomica, arabice et latine*, 1669).

(1) Basti qui accennare come in essa si trovi, esplicitamente enunciato e applicato alla spiegazione del modo d'agire delle cinque *macchine semplici*, il principio dei lavori virtuali, la cui scoperta era finora attribuita a Guidobaldo del Monte (n. 1504). L'esposizione di Erone è superiore inoltre per più rispetti a quella di Guidobaldo; delle connessioni, importantissime a rintracciarsi, tra essa e le idee della scuola peripatetica, come si trovano esposte nelle *Questioni meccaniche* (Μηχανικὰ προβλήματα) di Aristotile, mi occuperò in una prossima Nota.

documenti storici ai quali essa si appoggia. Nel § 3° raccoglierò alcune testimonianze atte a stabilire come tale ricostruzione non sia ancora stata tentata da alcuno dei matematici che dal rinascimento degli studi fino a noi si sono occupati di interpretare e commentare le opere d'Archimede. Nel § 4° applicherò i risultati ottenuti nel § 2°, alla deduzione di un lemma fondamentale che non solo si trova distintamente enunciato da Archimede nel corso della sua dimostrazione del principio della leva, della quale esso costituisce la base indispensabile, ma che inoltre è da lui indicato in modo esplicito (per ciò almeno che riguarda la sua prima parte) come già dimostrato (1) precedentemente.

Della dimostrazione di tale lemma non esistendo alcuna traccia nè nelle opere d'Archimede che ci sono rimaste nè in quelle di Erone e di Pappo, io mi limiterò ad esporre in proposito quella che mi sembra per ora la congettura più probabile nella speranza che ulteriori ricerche o nuovi dati possano portare a una soluzione definitiva della questione.

Il § 5° sarà dedicato ad una succinta esposizione della dimostrazione del principio della leva che riprodurrò, mantenendole il più mi sarà possibile l'impronta originale, e scegliendo, tra le due forme sotto le quali essa si presenta nelle opere d'Archimede, la più semplice, che è pure quella in cui essa si trova meno frequentemente esposta dagli autori posteriori.

Nel § 6° infine soggiungerò qualche osservazione sulla natura e la portata del contributo recato da Archimede ai progressi della Statica, per ciò che concerne le questioni di cui mi sono occupato nel presente lavoro.

§ 2°.

Tanto Erone quanto Pappo cominciano col far notare come la teoria dei centri di gravità costituisca la parte fondamentale della meccanica, indispensabile a conoscersi da chiunque ne intraprenda lo studio sia con intenti puramente scientifici, sia in

(1) προδεδείκται Archim., ed. Heiberg, vol. II, pag. 149.

vista delle applicazioni pratiche (κεντροβαρικὴ πραγματεία ἐξ ἧς καὶ τὰ λοιπὰ μέρη τῆς μηχανικῆς ἀνήρτεται) (1).

Secondo la definizione riportata da Pappo, per centro di gravità d'un dato corpo [solido] s'intende un punto tale che, sospendendo da esso il corpo [in modo che non possa muoversi se non rotando intorno ad esso], il corpo rimanga in quiete qualunque sia la sua posizione iniziale (περ' οὗ κατ' ἐπίνοιαν ἀρτηθὲν τὸ βάρος ἡρεμεῖ φερόμενον καὶ φυλάσσει τὴν ἐξ ἀρχῆς θέσιν). Pappo, 1030.

Che un punto godente di tale proprietà esista sempre, non solo per ogni solido omogeneo di forma regolare (ἐν τοῖς τεταγμένοις σώμασι), ma per qualunque solido di forma e struttura determinate (ἐν τοῖς ἀτάκτως ἐσχηματισμένοις), Pappo afferma trovarsi dimostrato nelle opere di Archimede e di Erone dalle quali egli si propone di riportare solamente alcuni brani in proposito come meno generalmente noti (ὅσα μὴ γνώριμα τοῖς πολλοῖς).

Erone invece dopo aver fatto allusione a un certo pittore Praxidamas (2) che sarebbe stato il primo a prendere in considerazione il centro di gravità definendolo nel modo sopra detto e dopo aver notato come non per tutti i corpi esso coincida con un punto del corpo stesso (3), passa senz'altro a riprodurre il ragionamento col quale Archimede dimostrava l'esistenza di uno e un solo centro di gravità per un corpo di qualunque forma o struttura.

Sebbene il passo che contiene questa riproduzione sia sortunatamente tra i più guasti e mutilati di tutta l'opera di Erone,

(1) *Pappi Alexandrini Collectionis quae supersunt*, pag. 1030. Nelle indicazioni mi riferisco all'unica edizione critica che esista del testo greco di Pappo (Hultsch, 1878, Berlin, Weidmann).

(2) Il Carra de Vaux notando che questo nome non è menzionato in alcun altro passo di Erone nè da alcun altro autore antico, osserva a ragione che *nous sommes dans l'inconnu; nous y resterions même si nous rappelions le nom de Philon ou d'autres mécaniciens plus obscurs qui ont eu part dans l'œuvre de Hèron mais auxquels nous ne saurions rendre justice vu la connaissance trop incomplète que nous avons de leurs travaux* (" Journal Asiatique ", 1893, vol. I, pag. 413).

(3) *Le centre de gravité dans certains corps est extérieur à la substance du corps, c'est ce qui a lieu par exemple dans les arcs et les bracelets* (Hèron, Carra, " Journ. Asiat. ", 1893, vol. II, pag. 177).

non riesce tuttavia difficile, quando lo si ponga di fronte ai corrispondenti frammenti di Pappo che lo completano e lo chiariscono, riconoscere in esso dei punti di riferimento a mio parere sufficienti a porre in grado di ristabilire con precisione il corso dei ragionamenti di Archimede al quale esso si riferisce.

Comincierò coll'enunciare i dati fondamentali ai quali Archimede appoggia le sue deduzioni, gli assiomi cioè che egli esige gli vengano concessi da chi intende seguirlo nei suoi ragionamenti.

Egli ammette anzitutto che se un grave è sospeso per un suo punto o per due suoi punti, esistano in ambedue i casi, delle posizioni del corpo sospeso tali che se esso è collocato inizialmente in quelle, continua a rimanervi (τὸ σῶμα ἕξει ποτὲ θέσιν ὥστε μένειν ἀπερίτρεπτον ἀφεθὲν καὶ μὴ ἀποπίπτειν), Pappo, 1030.

In secondo luogo egli ammette che se un grave, sospeso per un suo punto si trova in una di tali posizioni d'equilibrio, esso continuerà a rimanervi se lo si sospende per un punto qualunque della verticale passante pel punto di sospensione primitivo. L'equilibrio continuerà inoltre a sussistere anche se al corpo si fa subire una rotazione qualunque intorno a tale retta verticale (1).

Analogamente se un grave, girevole intorno ad un asse orizzontale (2) si trova in una posizione d'equilibrio, esso continuerà a rimanervi anche se, svincolandolo dall'asse, lo si sospenda invece per due punti qualunque del piano verticale passante per esso. Inoltre l'equilibrio del corpo girevole intorno all'asse dato, continuerà pure a sussistere se, mantenendo fisso l'asse stesso, si fa subire al corpo uno spostamento qualsiasi parallelamente al detto piano verticale (3).

(1) Questo principio, sebbene implicitamente ammesso da Archimede, non si trova tuttavia esplicitamente enunciato nè in Erone nè in Pappo.

(2) È assai probabile che la designazione di ζυγόν (*jugum*, bilancia) servisse ad Archimede appunto per denotare in generale un grave in tale condizione.

(3) Il corrispondente passo di Erone è così tradotto dal Carra de Vaux:

L'equilibrio invece cesserà di sussistere se al primitivo asse di sospensione se ne sostituisca un altro qualunque parallelo ad esso e situato nello stesso piano orizzontale (Cfr. PAPPO, 1031).

Le proprietà sopra attribuite ai piani verticali condotti per gli assi di sospensione in corrispondenza alle rispettive posizioni d'equilibrio del grave, il fatto cioè che questi piani sono tali che, collocando il corpo in modo che essi riescano verticali questo rimane in equilibrio qualora lo si sospenda da qualunque asse giacente in essi, è espressa da Archimede dicendo che tali piani dividono il corpo in due parti equiponderanti (ἰσοῤῥοπικά).

Noi li chiameremo per brevità piani centrali e analogamente chiameremo rette centrali quelle che abbiamo visto godere della proprietà che, collocando il corpo in modo che esse riescano verticali, esso rimane in equilibrio quando sia sospeso da un punto qualunque di esse.

Risulta immediatamente da quanto è stato ammesso:

1) Che per ogni coppia di punti del corpo passa *almeno* un piano centrale, sospendendo infatti il corpo per quei due punti, dopo averlo collocato in modo che essi vengano a trovarsi su una medesima orizzontale, sarà un piano centrale ogni piano verticale condotto pei punti dati in corrispondenza a quelle posizioni del corpo (delle quali una *almeno* abbiamo ammesso che esista) nelle quali il corpo, sospeso dall'asse orizzontale passante pei punti dati, si trova in equilibrio.

2) Per ogni punto del corpo passa *almeno* una retta *centrale* (che parimenti si otterrà conducendo pel punto dato la verticale, dopo aver sospeso il grave per esso e avergli fatto assumere una posizione d'equilibrio).

Archimède dit que les corps graves peuvent rester sans inclination autour d'une ligne ou autour d'un point; autour d'une ligne lorsque le corps reposant sur deux points de cette ligne il ne penche par aucun côté; alors le plan perpendiculaire à l'horizont mène par cette ligne en quelque endroit qu'on la transporte demeure perpendiculaire et ne s'incline pas autour d'elle. CARRA, " Journal Asiatique ", 1893, vol. II, pag. 164-5.

3) Ogni piano passante per una retta centrale è un piano centrale.

4) Non possono esistere piani centrali paralleli (ἐὰν ἐπίπεδον ἐκβεβλημένον εἰς ἰσορροποῦντα μέρη τεμεῖ τὸ βάρος συμπεσεῖται τῷ πρότερον εἰς ἰσόρροπα τέμνοντι τὸ αὐτὸ βάρος ἐπιπέδῳ), Pappo, 1032.

Infatti, se ciò fosse, collocando il corpo in modo che i due piani riescano verticali si potrebbero determinare in essi degli assi paralleli appartenenti a uno stesso piano orizzontale, tali che, sospendendo da ciascuno di essi il corpo, questo restasse in equilibrio nella data posizione; il che contraddice all'ultimo degli assiomi ammessi.

5) Tutte le rette centrali s'incontrano due a due: poichè se due di esse non s'incontrassero conducendo per ciascuna di esse un piano parallelo all'altra si otterrebbero due piani centrali paralleli εἰ γὰρ μὴ συμπεσεῖται, δυνήσεταί τινα δι' ἀμφοτέρων αὐτῶν ἐκβληθέντα ἐπίπεδα μὴ συμπεσεῖν ἀλλήλοις — καὶ ἑκάτερον αὐτῶν διελεῖν τὸ βάρος εἰς ἰσόρροπα καὶ ἀνισόρροπα αὐτὰ μέρη, ὅπερ ἄτοπον), Pappo, 1032.

6) Tutte le rette centrali passano per uno stesso punto.

Infatti (riproduco qui letteralmente l'esposizione di Erone) consideriamo il punto d'incontro di due tra esse e determiniamo una retta centrale corrispondente a un punto qualunque del corpo situato fuori del piano che le prime determinano; questa dovendo incontrarle ambedue senza giacere nel loro piano dovrà passare per il loro punto d'incontro. Lo stesso ragionamento si può ora applicare alle rette centrali corrispondenti a punti giacenti nel piano determinato dalle prime due (1).

7) Per ogni punto, eccetto il punto, che indicheremo con O, nel quale concorrono tutte le rette centrali, passa *una sola* retta centrale che coincide colla congiungente il punto dato con O.

(1) Carra, " Journ. Asiat. „, 1896, vol. II, pag. 177: *parce que lorsqu'une ligne rencontre deux lignes qui se coupent et qu'elle n'est pas dans leur plan, elle les rencontre en leur point d'intersection* (Hèron).

Ne segue (in virtù della proposizione 1ª) che ogni retta passante per O è una retta centrale.

8) Condizione necessaria e sufficiente perchè un grave sospeso per un punto rimanga in equilibrio è che la verticale condotta pel punto di sospensione passi per O. Cfr. Archim., *Quadrat. parabol.*, c. 6.

Il punto O è quindi il solo punto che goda della proprietà che, sospendendo per esso il corpo, questo rimanga in equilibrio qualunque sia la sua posizione. Esso si chiama il centro di gravità del corpo (τὸ δὲ σημεῖον τοῦτο κέντρον τοῦ βάρους καλεῖται καὶ φανερὸν ὅτι ἐκ τοῦ κέντρου κατ' ἐπίνοιαν τὸ βάρος ἀρτώμενον οὐ τιμητιπήσεται μενεῖ δὲ τὴν ἐξ ἀρχῆς ἀνάλογον ἀντινεῦν θέσιν) Pappo, 1032.

9) Infine ogni piano passante per O è un piano centrale e ogni piano centrale passa per O (πάντα δι' αὐτοῦ ἐκβληθέντα ἐπίπεδα εἰς ἰσόρροπα μέρη διαιρεῖ τὸ βάρος). Pappo, ibid.

Onde l'intersezione di due piani centrali è una retta centrale e tutti i piani centrali che hanno comune un punto hanno pure comune la retta centrale che passa per esso.

§ 4°.

È interessante notare come in nessuna delle opere degli insigni matematici che dal Maurolico e dal Tartaglia in poi si occuparono di ristaurare e completare l'esposizione di Archimede, si trovino traccie di tentativi di ricostruire colla scorta di frammenti di Pappo, che pure erano a loro cognizione, la suesposta serie di deduzioni che ora la scoperta dell'opera di Erone ci permette di affermare con sicurezza esser stata quella seguita da Archimede per stabilire l'esistenza del centro di gravità.

I più tra essi si accontentano di riportare testualmente la definizione citata da Pappo senza neppur proporsi la questione

se esista o no un punto che goda della proprietà che in quella si enuncia (1). Il Commandino anzi nel suo commento alle *Collezioni* di Pappo, delle quali egli ha per il primo pubblicato la traduzione latina, sembra non veder altro nei frammenti che abbiamo citato che delle indicazioni per la *determinazione* pratica del centro di gravità, le quali presuppongono che l'esistenza di questo, pel caso d'un corpo di forma qualunque, sia già stata messa fuori di dubbio (2).

Guidobaldo del Monte e Luca Valerio (quello stesso che Galileo onorò del titolo di *secondo Archimede dell'età nostra*), sono forse i soli che abbiano sentito il bisogno di far figurare, nella lista dei postulati che premettono alla loro esposizione della teoria d'Archimede sui centri di gravità, l'affermazione esplicita dell'esistenza e dell'unicità di un tale punto. (Unius corporis unum tantum est centrum gravitatis (3)) (Postulatur omnis figurae gravis unum esse centrum gravitatis (4)). Onde non fa stupore che il Wallis, alla sua trattazione sistematica della teoria dei centri di gravità basata sul principio della leva e nella quale quindi il punto di vista di Archimede è completamente abbandonato, premetta la seguente frase: Quod sit in grave quoddam, quod dicitur, centrum gravitatis (nempe punctum aliquid per quod si grave plano utcumque secetur erunt utrinque segmenta aeque gravia) supponunt omnes

(1) Cfr. per esempio D. Francisci Maurolici, *Admirandi Archimedis Syracusani monumenta omnia quae extant*, Panormi, 1685, pag. 86; Federici Commandini Urbinatis, *Liber de centro gravitatis solidorum*. Bononiae, 1565 (le prime pagine).

(2) Questo equivoco appartiene a una classe di errori d'interpretazione alla quale lo Zeuthen ha recentemente richiamata l'attenzione (Cfr. il suo articolo, nel vol. 47° dei " Mathematische Annalen " (1896): *Die Geometrische Construction als Existenzbeweiss in der antiken Geometrie*. Cfr. pure la sua " Geschichte der Mathematik " (Kopenhagen, 1896), a pag. 120: *Die Probleme der Alten sind, im wesentlichen, Sätze über die Existenz, und ihre Lösungen Beweise für die Existenz des Behandelten oder Gesuchten*).

(3) Guiduraldi e Marchionibus Montis, *Mechanicorum liber*. Pisauri, 1577, pag. 2.

(4) L. Valeri, Mathematicae et civilis philosophiae in almo urbis gymnasio publici professoris, *De centro gravitatis solidorum*, libri tres. Bononia, 1665, pag. 7.

saltem mechanicorum scriptores, quod nescio an quisquam me prior demonstravit (1).

Delle obbiezioni che sono state sollevate, contro i ragionamenti d'Archimede, pel fatto che gli assiomi, che in essi si presentano, portano a conclusioni che contraddicono al principio, da lui ammesso (Cfr. Περὶ ἐχομένων, λημμα β'), che esista un punto al quale tendano i pesi (το της γης κέντρον), non intendo qui occuparmi. Ad esse accenna già Guidobaldo; pare però che il primo a riconoscere chiaramente come l'ammettere l'esistenza d'un tale punto sia incompatibile coll'ammettere l'esistenza dei centri di gravità nel senso dato da Archimede a questa denominazione, sia stato Cartesio (Le centre de gravité n'est pas immoble en chasque corps ainsi que l'avoient supposé les anciens, ce que personne encore que je sache n'a remarqué (Cfr. Descartes, *Les Méchaniques*, cit. dal Caverni nella sua *Storia del metodo sperimentale,* t. VI, pag. 200).

Anche Fermat e Torricelli e in seguito Huyghens e Varignon si occuparono della questione. Le ragioni che giustificano il procedimento di Archimede non possono essere convenientemente discusse senza connetterle a considerazioni generali sul compito delle ipotesi nelle scienze fisiche e sulla legittimità dei processi di astrazione e di idealizzazione semplificatrice di cui si fa continuamente uso anche nella meccanica moderna e in generale in tutte le scienze a tipo deduttivo.

§ 4°.

Nel tratto di strada che ci rimane da percorrere per giungere, dalle conclusioni alle quali siamo arrivati nel § 2°, alla dimostrazione del principio della leva, i testi di Erone e di Pappo cessano di fornirci indicazioni analoghe a quelle che ci hanno servito di guida fin qui. Noi sappiamo solo che dobbiamo *attraversare* il seguente teorema del quale Archimede fa ripetutamente uso nel corso delle sue dimostrazioni (2):

(1) Wallis, *Mechanica sive de motu* (London, 1670).
(2) Archim., ed. Heiberg, vol. II, pag. 149 e seg.

Se un corpo s'imagina comunque diviso in due parti, la congiungente i centri di gravità di queste contiene il centro di gravità dell'intero corpo e inoltre la posizione di quest'ultimo centro di gravità non è soggetta a variare qualunque deformazione subiscano le due parti in cui si è diviso il corpo, purchè tali deformazioni avvengano in modo da non spostare i rispettivi centri di gravità (1).

La prima parte si dimostra immediatamente osservando che ogni piano passante pei centri di gravità delle due parti è un piano centrale per il corpo intero, poichè contiene due punti dai quali sospendendolo esso rimane in equilibrio (infatti rimangono in equilibrio tanto l'una quanto l'altra delle sue due parti), onde la retta comune a tali piani cioè la congiungente i detti due centri di gravità è una retta centrale pel corpo intero (per la propos. 9) e passa quindi pel suo centro di gravità.

Per dimostrare invece la seconda parte conviene ricorrere ad altre considerazioni e porre due nuovi assiomi da aggiungersi a quelli di cui ci siamo serviti fin qui.

Ammetteremo cioè:

1) Che due gravi ugualmente pesanti appesi ai due estremi d'una sbarra rigida, rappresentata da un segmento rettilineo, girevole intorno al suo punto medio, si facciano equilibrio (Αἰτούμεθα τὰ ἴσα βάρεα ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροπεῖν. Archim., ἐπιπ. ἰσορρ., I).

2) Che se ai due estremi d'una sbarra rigida sono appesi due gravi qualunque, si possa sempre

(1) E a questa proposizione, e alla mancanza della sua dimostrazione, che allude Mariotte nella critica che egli fa al procedimento seguito da Archimede per dedurre il principio della leva. Nella sua operetta che porta il titolo di *Lettre* inserita nel secondo volume delle sue opere, La Haye, 1740) egli fa la seguente osservazione: *La sixième proposition des Méchaniques d'Archimède* (cioè il principio della leva) *est mal prouvée parce qu'elle est prouvée par une autre proposition plus obscure: on peut croire que cette proposition plus obscure avait été prouvée ailleurs par Archimède ou par d'autres auteurs et les géomètres modernes doivent songer à retablir cette preuve* (Mariotte, *Œuvres*, II, pag. 696). Questi ultimi pare non si siano finora occupati di seguire il consiglio di Mariotte.

determinare su di essa un punto tale che da esso sospendendo la sbarra i due gravi si facciano equilibrio; e che l'equilibrio intorno a tale punto continui a sussistere se ai detti gravi se ne sostituiscano altri di egual peso (εἴ κα μεγέθεα ἀπό τινων μαστῶν ἰσορροπέωντι, καὶ τὰ ἴσα αὐτοῖς ἀπὸ τῶν αὐτῶν μαστῶν ἰσορροπήσει. ARCHIM., ἐπιπ. ἰσορρ., I, 1).

Ammessi questi due assiomi, la seconda parte del teorema enunciato si dimostra come segue:

Siano A, B i centri di gravità delle due parti α, β in cui immaginiamo diviso il corpo e sia C il centro di gravità dell'intero corpo. Supponiamo collegati i tre punti A, B, C, che sappiamo essere in linea retta, per mezzo d'una sbarra rettilinea rigida e sospendiamo questa pel punto C dopo aver collocato il corpo in una posizione tale che la sbarra risulti orizzontale: dico che se anche le due parti α, β del corpo considerato sono liberate da qualunque altro vincolo che le colleghi l'una all'altra eccetto quello che nasce dal fatto che i loro centri di gravità sono connessi per mezzo della sbarra girevole intorno al punto C, il sistema resta in equilibrio.

Supponiamo infatti che, in questo secondo caso, l'equilibrio non sussista. Si potrà allora in virtù dell'assioma 2) determinare sulla sbarra un punto D distinto da C e tale che sospendendo la sbarra per esso l'equilibrio si verifichi. Sospesa ora la sbarra per D supponiamo che le due parti α, β ridiventino solidali in modo da costituire di nuovo un unico corpo rigido. Questa addizione di vincoli non turberà l'equilibrio, dal che si deduce (per la proposizione 8) che la verticale condotta per D contiene il centro di gravità dell'intero corpo. Tale centro di gravità dovendo pure giacere sulla AB dovrebbe coincidere con D ed esser distinto da C: onde il corpo dovrebbe avere due centri di gravità, il che contraddice a quanto si è già dimostrato innanzi.

Avendo così dimostrato che la sbarra ai cui estremi sono appesi, pei loro centri di gravità, i due gravi α, β, sta in equilibrio quando sia sospesa dal punto C, ne deduciamo (per l'assioma 2) che il sistema continuerà a rimanere in equilibrio anche se i corpi α, β non cambiando di peso (1) si deformino

(1) Cfr. GALILEI, *Discorsi e dimostrazioni matematiche* (in principio alla seconda giornata).

in modo qualunque purchè i loro centri di gravità coincidano sempre coi due estremi della sbarra a cui sono sospesi. Se ora dopo aver fatto subire ai due gravi α, β tali deformazioni li colleghiamo tra loro rigidamente in modo che costituiscano nuovamente un solido unico, l'equilibrio continuerà a sussistere e si potrà conchiudere, ripetendo il ragionamento già fatto, che C sarà ancora il centro di gravità del corpo così deformato; il che è ciò che si doveva dimostrare.

§ 5°.

È ora su questo teorema che Archimede basa direttamente la sua dimostrazione del principio della leva che qui riassumerò attenendomi colla maggior fedeltà alla più breve delle due esposizioni che egli ne dà a quella cioè che si trova in principio al 2° libro Περὶ ἐπιπ. ἰσορρ.

Se due figure in un piano non hanno lo stesso centro di gravità, il centro di gravità della figura costituita dal loro insieme divide il segmento che congiunge i loro centri di gravità in due parti inversamente proporzionati alle aree delle due figure stesse.

Indichiamo con α, α' le aree delle due figure e siano C e C' rispettivamente i loro centri di gravità. Segnamo nell'interno del segmento CC' il punto O in modo che si abbia $\frac{CO}{CO'} = \frac{\alpha'}{\alpha}$ e sia P un altro punto pure interno al segmento e che disti da C' come O da C. Segnamo sui prolungamenti di CC' i punti Q, R simmetrici di P rispetto a C e C'. Il punto O sarà punto medio del segmento QR. Inoltre avendosi:

$$\frac{QP}{PR} = \frac{CP}{PC'} = \frac{C'O}{CO} = \frac{\alpha}{\alpha'}$$

si potranno costrurre due rettangoli di aree α e α' di uguale altezza e tali che le loro basi siano rispettivamente uguali a PQ e QR. Se si imaginano questi rettangoli collocati nel piano delle figure date e disposti in modo che i loro centri di gravità coincidano rispettivamente con C e C' e che le loro basi

siano parallele alla RQ, così scambieranno tra loro in corrispondenza al punto P, venendo a costituire un unico rettangolo il cui centro di gravità sarà in O.

Ma, pel teorema precedentemente dimostrato, la figura costituita dall'insieme dei due rettangoli così collocati deve avere lo stesso centro di gravità di quella costituita dall'insieme delle due figure da cui siamo partiti poichè quest'ultima si ottiene dalla prima con deformazioni che non alterano la posizione dei centri di gravità delle due figure componenti.

Dal che si conchiude che il punto O, che è centro di gravità del rettangolo totale, è pure centro di gravità dell'insieme delle due figure prima considerate, come si voleva dimostrare.

L'estensione al caso delle figure solide o in generale al caso di corpi qualunque, omogenei o no, è ovvia.

§ 6°.

Il principio della leva, che si trova già enunciato sotto la sua forma più semplice e schematica nel libro sulle *Questioni meccaniche* di Aristotele (1), viene così ad essere da Archimede non solo dimostrato (ricondotto cioè ad essere una pura conse-

(1) ὁ μόχλος ζυγὸν ὢν κάτωθεν ἔχων τὸ σπαρτίον καὶ εἰς ἄνισα διῃρημένον· — ὃ οὖν τὸ κινούμενον βάρος πρὸς τὸ κινοῦν τὸ μῆκος πρὸς τὸ μῆκος ἀντιπέπονθεν (Aristotelis, *Quaest. mecc.*, cap. III). Sulla questione dell'autenticità di questa opera d'Aristotele dire qualche cosa pei Greci. Ad ogni modo però importa osservare che l'opinione comunemente accettata (anche da Lagrange nello schizzo storico al quale dedica le prime pagine della *Mécanique rationnelle*, secondo la quale sarebbe da attribuirsi ad Archimede la *scoperta* del principio della leva, è affatto sprovvista di qualsiasi base storica e non è suffragata dalla testimonianza di alcun autore antico. Ciò che tanto Erone come Pappo attribuiscono ad Archimede è la dimostrazione di tale principio e il suo ricollegamento a una teoria generale dei centri di gravità (ἀπέδειξεν γὰρ ἐν τῷ περὶ ζυγῶν Ἀρχιμήδης καὶ τοῦ Φίλωνος καὶ Ἥρωνος μηχανικοῖς ὅτι οἱ μείζονες, κυκλῷ κατακρατοῦντες τὴν ἐλάττονα ὅταν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ἡ κύλισις γίνηται. Pappo, *Coll.*, 1068, ed. Hultsch).

L'attribuire solo per questa ragione ad Archimede la scoperta del principio della leva, sarebbe commettere lo stesso errore di chi volesse attribuire a Lagrange la scoperta del principio dei momenti virtuali, pel solo fatto che egli per il primo ne ha proposto una dimostrazione generale.

guenza di esperienze da lui considerate come più elementari e di proposizioni aventi maggior carattere di evidenza immediata), ma oltre a ciò anche a essere generalizzato e reso applicabile come principio di spiegazione a una quantità di nuovi casi che non cadevano prima direttamente sotto il suo dominio.

Erone ci conserva memoria di un libro di Archimede, che nella traduzione del Carra è designato col titolo: *livre des supports*, nel quale la teoria dei centri di gravità era applicata alla determinazione della ripartizione dei pesi sui loro sostegni.

Un confronto anche solo superficiale dei brani riportati da Erone con quelli di Aristotile, che si riferiscono ai problemi analoghi, è atto a dare una viva idea dell' importanza e della efficacia del concetto di centro di gravità e della maggior facilità con cui mediante il suo sussidio vengano superati gli ostacoli che presenta la riduzione dei problemi anche più semplici di statica a dei problemi di pura geometria.

Basti accennare alle lunghe e non completamente esatte deduzioni a cui Aristotile ricorre per spiegarsi per esempio perchè le bilancie in cui il punto di sospensione si trova al disopra del giogo, si rimettono da sè in posizione orizzontale quando siano liberate dai pesi che prima le inclinavano, mentre ciò non avviene per le bilancie in cui il giogo è situato al disopra del punto d'appoggio (problema 2° delle *Quest. Mecc.*), o per rendersi ragione dei movimenti che un uomo seduto deve fare onde poter levarsi in piedi (1).

(1) Διὰ τί οἱ ἀνιστάμενοι πάντες πρὸς ὀξειαν γωνίαν τῷ μηρῷ ποιήσαντες τὴν κνήμην ἀνίστανται καὶ τῷ θώρακι πρὸς τὸν μηρόν, εἰ δὲ μὴ οὐκ ἂν δύναιντο ἀναστῆναι. Arist., *Quest. Mecc.*, 31. Il fatto che in questa opera non si ha mai parola di centri di gravità mi pare costituisca un forte argomento da opporre ai dubbi che recentemente sono stati sollevati in riguardo alla sua autenticità, tra gli altri dal professor Hultsch (*Über die Schrift des Simplicius über Euclid*, Leipzig, 1882). L'opinione ora più generalmente accettata e che sembra la più probabile anche allo stesso Heiberg (alla cui cortesia [illegible] di copiose indicazioni bibliografiche in proposito e quelle riportate [illegible] nella "Pauly's Real Encyclopädie d. Classischen Altertumswissenschaft" (vol. II, pag. 1044 dell'edizione ora in corso di stampa) che cioè si tratti realmente di un lavoro uscito dalla scuola d'Aristotile e la cui [illegible] risalire l'indirizzo delle idee di Stratone. Su Stratone è da consultare un importante saggio recentemente pubblicato dal prof. Diels ("Sitzungberichte der Berliner Akademie", 1893).

È da notare infine che tra le cause che possono aver indotto Archimede a partire dalle considerazioni viste di sopra sui centri di gravità per giungere al principio della leva, invece di seguire il cammino inverso che a noi sembra più naturale, va forse annoverata anche la sua costante e caratteristica avversione per l'impiego di quel genere di considerazioni infinitesimali di cui sarebbe stato costretto a servirsi per passare dal caso della discontinuità a quello della continuità nella distribuzione dei pesi, per effettuare cioè l'estensione del principio della leva (enunciato prima sotto la sua forma più semplice che si riferisce al caso d'una sbarra non pesante sostenuta per un suo punto e ai cui estremi siano appesi due gravi) al caso più generale d'un grave sostenuto da uno o due suoi punti.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 16 Maggio 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE GAUDENZIO CLARETTA

DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Socii: Peyron, Rossi, Pezzi, Cognetti de Martiis, Graf, Boselli, Brusa, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Direttore della Classe annuncia la morte del Socio Corrispondente Senatore professore Filippo Serafini del quale sarà fatta commemorazione in altra adunanza della Classe, per cura del Socio Nani.

Il Socio Segretario legge un lavoro del dott. Carlo Pascal: *La leggenda latina e la leggenda etrusca di Servio Tullio*, il quale è pubblicato negli *Atti*.

Il Direttore della Classe prosegue la lettura del suo lavoro sul cancelliere Mercurino Gattinara.

LETTURE

La leggenda latina e la leggenda etrusca di Servio Tullio;

Nota del Dott. CARLO PASCAL.

Il racconto, o meglio i racconti tradizionali sulla origine e sul regno di Servio Tullio, son forse unico esempio, nella storia primitiva di Roma, di una leggenda per la quale ci avvenga studiare la corrispondente leggenda etrusca, che ne fu l'ispiratrice, e in molta parte la generatrice; e cogliere, per così dire, sul vivo il lavoro di trasformazione, che i Romani fecero, delle leggende esotiche, mescolandole e rifondendole con accomodamenti di ogni sorta nel multiforme corpo delle loro tradizioni leggendarie. A chi studii le esposizioni della romana istoria dal Niebhur ad oggi, potrà parere, che, facendosi in tutte menzione della leggenda etrusca su Servio Tullio, di tale elemento si sia tenuto conto alla soluzione del problema latino; la nostra disamina, mentre mostrerà che la questione non si è peranco sfiorata, porterà, spero, ad una conclusione accettevole.

Siamo anzitutto costretti a narrare la leggenda etrusca, apportandone le due uniche fonti. Sono cose notissime, non però inopportune alla chiarezza dell'esposizione nostra.

L'una delle fonti è l'iscrizione ritrovata nel 1524 presso Lione, e cioè la tavola di bronzo contenente il discorso pronunziato dall'imperatore Claudio per far dare il diritto senatorio ai Galli (v. Boissieu, *Inscriptions antiques de Lyon*, p. 130 e 131), discorso, che è pur rammentato da Tacito (*Ann.*, XI, 24), il quale anzi ne riferisce l'esordio, rapportando nomi e fatti, che nella tavola non si trovano. Comunque sia di tal questione, riportiamo il passo dell'orazione, che si riferisce a Servio Tullio:

' .....Huic quoque et filio nepotive eius nam et hoc inter auctores discrepat insertus Servius Tullius si nostros sequimur

captiva natus Ocresia; si tuscos, Caeli quondam Vivennae sodalis fidelissimus omnisque eius casus comes postquam varia fortuna exactus cum omnibus reliquiis Caeliani exercitus Etruria excessit, montem Caelium occupavit, et a duce suo Caelio ita appellatus è mutatoque nomine, nam tusce Mastarna ei nomen erat, ita appellatus est ut dixi, et regnum summa cum reipublicae utilitate optinuit ». Or la notizia data in questo passo è in parte confermata, in parte contraddetta da altre fonti letterarie. Giacchè VARRONE (*Ling. lat.*, V, 46), FESTO, v. *Caelius*, p. 44 M., e DIONISIO, II, 36, pongono al tempo di Romolo la venuta di Celio Vibenna; ma Festo stesso pare aver raccolto anche l'altra tradizione che la pone al tempo di Tarquinio Prisco, in un passo molto guasto che c'ingegneremo di supplire alla meglio: FESTO, p. 355 M. « Tuscum vicum .....dictum aiunt ab iis qui Porsena rege discedente ab obs|dione de Tuscis remanserint| Romae: locoque his dato, |ab ipsis nomen captum: vel ab eo quod Volci|entes fratres Caeles et Vibenn|a ad regem| Tarquinium Romam se cum max|ima manu contule|rint ». — E pari tradizione fu pure raccolta da TACITO, *Annali*, IV, 65: « Haud fuerit absurdum tradere montem cum antiquitus Querquetulanum cognomento fuisse, quod talis silvae frequens fecundusque erat, mox Caelium appellitatum a Caele Vibenna, qui dux gentis etruscae, cum auxilium tulisset, sedem eam acceperat a Tarquinio Prisco, seu quis alius regum dedit, nam scriptores in eo dissentiunt ». Ma riscontro più importante e completo ebbe la narrazione claudiana nella scoperta di una tomba etrusca fatta nel 1862 a Vulci (v. NOËL DES VERGERS, *L'Étrurie et les Étrusques*, t. II, p. 45-87; t. III, p. 16 segg. e tav. XXI-XXX; DENNIS, *The cities and cemeteries of Etruria*, vol. I, London, 1878, p. 449 segg.; *Mon. Inst.*, VI, VII, tav. 31; *Bullettino dell'Inst.*, 1862, p. 215-217). Una pittura murale di quella tomba ci mostra Mastarna in istretta relazione con Caeles Vibenna, e fu primo lo Jahn, che a dichiarare la pittura apportò il passo di Claudio (v. *Bull.*, l. c.). La pittura vulcente rappresenta adunque Mastarna (*Maestrna*), che taglia i legami a Caelio Vibenna (*Caile Vipinas*): entrambi sono nudi, segno della schiavitù onde escono; e Mastarna per giunta porta due spade, evidentemente tolte a nemici uccisi. E stragi sono pure rappresentate sul resto della parete: e sono sempre, salvo in un caso solo, uomini nudi che

[illegible] a morte uomini involti nelle reti e nei paludamenti loro; il che ne dà indizio che i primi sieno pur ora riscossi da oppressione a libertà; e i secondi, gli antichi oppressori, ne subiscano ora le vendette.

Pure fra tutti i gruppi, due sono per noi degni di particolare menzione. L'uno ci mostra *Marce Camitrnas*, nudo, che ha ridotto a terra *Cneve Tarchunies Rumach*, e prendendolo per capelli, con l'altra mano gli abbassa il colpo, che invano ei tenta trattenere; l'altro ci mostra *Aule Vipinas* nell'atto di uccidere un uomo, il cui nome non è ben chiaro, per esserne perite molte lettere. Ora, il ritrovare nel medesimo ciclo di rappresentanze, e sulla medesima parete *Caile Vipinas* ed *Aule Vipinas*, ne richiama alla informazione festiana, p. 355 M.: ' Volci[entes fratres Caelis et Vibenna '. — Ad ogni modo tutto il complesso delle pitture ci parla di sollevazione o riscossa di gente dianzi tenuta schiava; e fra coloro che erano tenuti schiavi troviamo i due fratelli Celio ed Aulo Vibenna e Mastarna; fra coloro che degli schiavi subiscono le vendette *Cneve Tarchunies Rumach*, Gneo Tarquinio romano (quasi *romicus*, cfr. Ρωμαικός). Ora appunto gli annali etruschi citati da Claudio, ponevano Mastarna rispetto a Celio Vibenna quale ' sodalis fidelissimus omnisque eius casus comes ', e il facevano ' varia fortuna exactus ', e ponevano ch'ei non ottenesse dal Tarquinio, ma *occupasse* il Monte Celio ' montem Caelium occupavit '.

Altra parte della tradizione etrusca rintracceremo in seguito, nella leggenda latina, della quale pure ora cominceremo l'esame: or ne basti notare, come a torto si sia creduto essere nella leggenda etrusca indicato Servio Tullio quale originario etrusco; in niuna parte di essa vien ciò indicato: sol si dice ch'ei fosse compagno ed amico di un duce etrusco, ed etruscamente chiamato Mastarna. Il passo di Giustino (38, 6, 7) ' *servumque Tuscorum* ' mal s'attaglierebbe, mi pare, a provare derivazione etrusca; mentre invece designa gli Etruschi quali padroni, lui qual soggetto e servo.

***

di Servio e di Anco Marcio così dice SENECA, *Epist.*, 108: ' duos romanos reges esse, quorum alter patrem non habet, alter matrem; nam de Servii matre dubitatur. Anci pater nullus '. Pure non per la madre soltanto, ma altresì per il padre, e più ancora che per quella, variava la leggenda. Giacchè quanto alla madre la tradizione varia da Ocrisia (Ocresia), che è il nome più comune (LIV., I, 39; DIONISIO, IV, 1; ZONARA, VII, 9; *De vir. ill.*, 7, 1; *Claudii Imp. Orat.* (v. sopra); FESTO, p. 174, *Nothum*; PLUT., *De fort. Rom.*, 10), alla *serva Tarquiniensis* (CIC., *Rep.*, 2, 21, 37), e da questa alla concubina di Spurio Tullio (FESTO, p. 174 M. sotto v. *Nothum*). E quanto al padre si sbizzarrì la fantasia tra Tarquinio stesso (DIONISIO, IV, 1) e il corniculano Tullio (LIV., I, 39; DIONISIO, IV, 1; ZONARA, VII, 9; *De vir. ill.*, 7, 1), e il cliente di Tarquinio (PLUT., *De fort. Rom.*, 10; CIC., *Rep.*, 2, 21, 37), e il Lare domestico (PLIN., *H. N.*, XXXVI, 70, § 204), e Vulcano (OVID., *Fast.*, VI, 627), e Spurio Tullio (FEST., p. 174 *Nothum*), e finalmente ignoto padre (LIV., IV, 3, 12 ' patre nullo ').

Pur si può tra parecchie di tali leggendarie versioni ravvisare uno stretto legame di discendenza e derivazione, e procedere a qualche sistema di unificazione, che ne apporterà luce, nelle tenebre della variata leggenda.

Ed esaminiamo anzitutto la leggenda del genitale maschio apparso sul focolare di Tarquinio. La tradizione è così narrata da PLINIO, XXXVI, 27, 204: ' Tarquinio Prisco regnante tradunt repente in foco eius comparuisse genitale e cinere masculi sexus, eamque, quae insederat ibi, Tanaquilis reginae ancellam Ocresiam captivam, consurrexisse gravidam: ita Servium Tullium natum qui regno successit '. E pressochè simile è la narrazione che si ha in Ovidio e in Plutarco. OVIDIO, *Fasti*, VI, 627:

> ' Namque pater Tulli Volcanus, Ocresia mater
> Praesignis facie, Corniculana fuit.
> Hanc secum Tanaquil, sacris de more paratis,
> Iussit in ornatum fundere vina focum.
> Hic inter cineres obscaeni forma virilis
> Aut fuit aut visa est, sed fuit illa magis.
> Iussa loco captiva fovet. Conceptus ab illa
> Servius a caelo semina gentis habet '.

E Plutarco, *De fortuna Rom.*, 10: οἱ δὲ οὔ φασιν, ἀλλὰ παρεινον τὴν Ὀρρησίαν ἀπάρματα καὶ λοιβὴν ἐκίστοτε λαμβανουσαν ἀπὸ τῆς βασιλικῆς τραπέζης, ἐπὶ τὴν ἑστίαν κομίζειν· καὶ ποτὲ τυχεῖν μὲν αὐτὴν, ὥσπερ εἰώθει, τῷ πυρὶ τὰς ἀπαρχὰς ἐπιβάλλουσαν, αἰφνίδιον, δὲ τὴς φλογὸς παραυθείσης, μέγιον ἀνδρὸς ἀνατεῖναι γονιμον ἐκ τῆς ἑστίας, καὶ τουτο τὴν κόρην τε Τανακυλλίδι φανῆναι μόνῃ περιφόβον γενομένην. Τὴν δε, σωνετὴν οὖσαν καὶ φρενήρη, κοσμήσαί τε τὴν κόρην ὅσα νύμφαις πρέπει, καὶ συγκαθεῖρξαι τῷ φάσματι, θεῖον ἡγουμένην. — Ed altro rapporto di Tullio col fuoco e nella tradizione che a lui fanciullo nella cuna risplendesse il capo di subitanea fiamma, agli altri indizio di sua origine divina e di grandi destini: Plinio, 36, 27, 204: ' in regia cubanti ei puero caput arsisse, creditumque laris familiaris filium: ob id compitalia ludos laribus primum instituisse '. — Plinio, 2, 107, 241 ' Servio Tullio dormienti in puerilia ex capite flammam emicuisse '. — Ovid., *Fasti*, VI, 635 ' Signa dedit genitor tum cum caput igne coruscо Contigit inque coma flammeus arsit apex '. — V. pure Val. Massimo, I, 6, 1; Livio, I, 39; Dionisio, IV, 2; Cic., *Div.*, I, 53, 121; Plutarco, *De fortuna Roman.*, 10; Floro, I, 6, 1; [Aur. Vitt.], *De vir. ill.*, 7, 1; Servio, *Aen.*, II, 683; Lyd., *De ost.*, 5; Zonara, VII, 9; Cic., *Rep.*, II, 21, 37. Valerio Anziate invece (presso Plutarco, *De fortuna Rom.*, 10) poneva la fiamma ardesse a Servio sul capo, non più fanciullo, ma già uomo maturo, per manifestargli essere egli nato dal fuoco.

Non ci sarà difficile determinare il significato di questa origine ignea. La tradizione etrusca poneva quali nati dal fuoco altri fondatori di città. Il focolare fu come il centro della prima comunità domestica, ed il simbolo della casa stessa: e su di esso la coscienza popolare adorò il dio protettore della gente. Or l'eroe mitico che figurava nei varii luoghi qual primo fondatore di città, e primo raccoglitore delle genti, aveva sul focolare adorazione e culto, e nella fiamma perenne di esso pareva avesse manifestazione sensibile agli uomini. Nel genitale adunque, che esce dal focolare troviamo come una fusione tra due modi simbolici di rappresentazione mitica: in quanto il genitale maschio rappresenti la forza attiva della fecondazione e della produzione, e il focolare, tenuto sempre acceso, per la difficoltà dei primi uomini di procurarsi il fuoco fonde il rito del per-

petuo fuoco di Vesta) rappresenti come il centro domestico e simboleggi quindi la casa e la famiglia; sicchè la fusione tra i due concetti mitici doveva portare a rappresentare in siffatta forma l'eroe mitico, ch'era adorato qual padre del popolo e fondatore della città. Così a un di presso di Ceculo, fondatore di Preneste, leggiamo com'ei fosse generato da una scintilla, che si dipartì dal focolare, e fecondò l'utero di una vergine (Serv., *Aen.*, VII, 678 ' horum soror dum ad focum sederet, desiliens scintilla eius uterum percussit, unde dicitur concepisse '), forma anteriore della leggenda, che subì poi determinazione maggiore, ponendo il genitale maschio, non la scintilla, quale elemento produttore.

Or la ragione dell'applicarsi di tal leggenda a Servio Tullio, noi crediamo scorgerla in un indizio, che insieme ne mostra il fondersi e contaminarsi di altri elementi leggendarii diversi. Giacchè altra tradizione quasi simile è una fra le tante leggende, che correvano sulla origine di Romolo (Plutarco, *Romolo*, 2). Al feroce re Tarchetio era avvenuto da più giorni uno straordinario prodigio. Era sorto dal focolare un genitale maschile. Un oracolo etrusco annunciava che quella vergine, che dal genitale si facesse fecondare, darebbe alla luce un uomo preclaro per fortuna e valore. Tarchetio comandò ad una delle figlie di unirsi al genitale: la vergine, timorosa, mandò l'ancella. Avvampò di sdegno Tarchetio, ed aspramente punì le due donne, ch'ei voleva dannare a morte, dal che si astenne per ordine di Vesta. Ma l'ancella partorì i due gemelli Romolo e Remo. Or qui tutti i particolari sono pressochè identici; e la provenienza etrusca di tal versione si accusa non al solo fatto dell'oracolo etrusco, ma altresì ai nomi: chè Ταρχέτιος si equiparerà a *Tarquitius*, che è come il doppione del nome *Tarquinius*, se si sta alla informazione festiana (p. 363 M.) circa le *scalae Tarquitiae* fondate da Tarquinio il Superbo; chè se poi a quella non si vorrà stare, *Tarquitius* avrà pur sempre stipite comune con *Tarquinius*, e *Tarquinii* (Ταρκυνία; Dionys., III, 137; Ταρκωνία, Eustath., *Ad Dion. Per.*, 347), e *Tarchon* (Serv., *Ad Aen.*, X, 179 ' *Tarchonem Tyrrheno oriundum* '), e per quanto Plutarco il dica Albano, il suo nome ha pur sempre l'impronta etrusca.

Or dunque la stessa leggenda etrusca che della nascita di

Romolo si riferiva, fu applicata pure a Servio Tullio: ciò ne suggerisce di fermarci sopra un fatto, al quale abbiamo appena dianzi accennato di passaggio. Celio Vibenna, il compagno di Servio Tullio, che con lui corse la dubbia vicenda di guerre e pericoli, vien posto, in altre versioni, quale compagno di Romolo, e con lui combattente contro Tito Tazio: VARRONE, *L. L.*, V, 46 ' a Caelio Vibenna, Tusco duce nobili, qui cum ea manu dicitur Romulo venisse auxilio contra Tatium regem '; PAULUS DIAC., p. 44 M. ' a Caele quodam ex Etruria, qui Romulo auxilium adversus Sabinos praebuit '. — La leggenda etrusca di Servio è dunque uno sdoppiamento di quella di Romolo, sì pel modo della nascita, sì per l'unico particolare che di quella conosciamo, la vita avventurosa e travagliata ch'egli ebbe con Celio Vibenna; vuol dire, se si ripensi al carattere di fondatore di una stirpe, che dicemmo scaturir chiaro dalla leggenda sul tardo della nascita, vuol dire, ripetiamo, che nella leggenda etrusca Servio era come il secondo fondatore della città, o a dir meglio, come la personificazione mitica di una seconda fondazione di Roma. E se Celio Vibenna è il colonizzatore etrusco del Celio, nella sua unione or con Romolo or con Servio, ritroviamo l'espressione di due fatti, che possono essere storicamente veri: l'unione, cioè, della tribù tusca del Celio, ora con la tribù ramno-tusca del Palatino, ora, come tosto spiegheremo, con la tribù latina dell'Esquilino.

Giungemmo dunque a questo punto: che tutto ciò che la tradizione etrusca attribuisce a Servio, sia dovuto al uno sdoppiamento della leggenda di Romolo: e che tale sdoppiamento in tanto sia avvenuto, in quanto Servio Tullio sia stato considerato quale secondo fondatore di Roma. Ma il fondamento di questa elaborazione della fantasia etrusca doveva pure essere un fatto reale: chè la fantasia popolare non lavora sul vuoto, ma sugli avvenimenti e i vaghi ricordi del passato. Or questo nucleo fondamentale di fatti reali andremo noi a rintracciare in altra leggenda, parallela all'etrusca, e cioè la leggenda latina di Servio Tullio.

Nella tradizione romana Servio Tullio è il rappresentante del popolo che abitava l'Esquilino, ed ivi appunto si ripone la casa sua: LIV., I, 44 ' auget Exquilias, ibique ipse, ut loco dignitas fieret, habitat '; OVID., *Fasti*, VI, 601 ' ipse [Servius]

sub Esquiliis, ubi erat sua regia, caesus '; Solin., 1, 25 ' Servius Tullius [habitavit] Esquiliis supra clivum Urbium '; Dion., IV, 13 ' Τῇ τε πόλει προσέθηκε δύο λόφους, τόν τε Οὐιμινάλιον καλούμενον καὶ τὸν Ἐσκυλῖνον, ὧν ἑκάτερος ἀξιολόγου πόλεως ἔχει μέγεθος, ...καὶ αὐτὸς ἐποιήσατο τὴν οἴκησιν ἐν τῷ κρατίστῳ τῆς Ἐσκυλίας τόπῳ '. — L' Esquilino è tra i colli di Roma quello che più ebbe carattere di abitazione plebea (v. ad es. Liv., II, 28, 1) sino ad Augusto; e il fatto stesso che sulla cima del colle fossero le sepolture plebee, ci mostra, se si pensi agl'identici riscontri con altri popoli italici, come lungo il colle dovessero esserne le abitazioni (cfr. circa le sepolture plebee dell'Esquilino, Varr., 5, 25; Oraz., *Sat.*, 2, 6, 33; Visconti, *Bull. arch. Munic.*, 1874, p. 166; De Rossi, *Roma sotterr.*, III, p. 107). È naturale che intendiamo con ciò riferirci ad epoca ben remota: in tempi posteriori il luogo era malsano ed abbandonato, prima dei grandi lavori di bonificazione fattivi da Mecenate: ma che all' epoca, cui ci riporta la leggenda nostra il luogo fosse abitato, ci è provato dalla leggenda stessa, che ivi pone la casa di Servio, e dal ricordo della *Esquilina tribus* (Varrone, *L. L.*, V, 9, 56; Livio, 45, 15; Epit., 20). Che poi la stazione italica sull'Esquilino fosse anteriore a Servio stesso, si prova da ciò, che la linea del cosiddetto aggere serviano traversa la necropoli esquilina, per modo che ne rimane fuori una parte di essa, mentre è noto essere rito di tutta l'antichità, fin dai tempi più remoti, non seppellire entro le mura (Mariani, *Bull. arch. com.*, 1896, p. 9).

Or poichè ci troviamo a parlare della necropoli esquilina, e si tratta di necropoli esplorata, ci sia lecito trarre dalle esplorazioni fatte alcuni elementi, che saranno non inutili alla ricerca nostra. Ed anzitutto, sia la forma delle sepolture, sia la suppellettile funebre, ci dice che la maggior parte della necropoli esquilina è contemporanea alla civiltà così detta italica (Mariani, *Bull. arch. com.*, 1896, p. 9-23). Il più antico sepolcro è un cinerario ad urna-capanna; segue il periodo delle tombe con casse di terracotta a forma di tronco d'albero, e quello delle tombe a fossa; caratterizzato dalla importazione *etrusca* dei vasi di bucchero: gli succede il periodo delle tombe ad arca, caratterizzato dalla importazione dei vasi con vernici iridescenti (M. S. De Rossi, *Bull. com.*, 1885, p. 41). Quest'ultimo periodo

sarebbe contemporaneo, o alquanto posteriore, all'aggere Serviano; e per essere un periodo di transizione tra l'inumazione e il ritorno alla cremazione, rappresenterebbe un momento di fusione e coesistenza tra popoli e tribù varie. E la riprova di questi limiti cronologici ci viene data da un altro fatto. Alcune stoviglie della suppellettile funebre delle tombe ad arca, e cioè dell'ultimo periodo, portano dei segni grafici, simili a quelli che si veggono in alcuni punti dell'aggere Serviano.

Or noi possiamo studiare le tradizioni al lume delle ricerche archeologiche, e ravvisare come i risultati di queste non disconvengano a quelle. Ed anzitutto la costumanza delle sepolture plebee, ci da un indizio, abbiam detto, per riconoscere qual genere di popolazione abitasse sull'Esquilino, e cioè una popolazione plebea. Tal popolazione possiamo supporre contemporanea al periodo delle tombe a fossa; che per i periodi anteriori, siamo già prima dell'epoca regia, e ravvisiamo cioè nei periodi anteriori lo stanziamento sul colle Esquilino di una comunità italica della prima età del ferro. Noi non intendiamo qui discutere le varie opinioni sul significato e l'origine della plebe; sol ci è necessario, per procedere nella dimostrazione nostra, accennare alla più probabile. Noi siamo dell'opinione di coloro, che ritengono la condizione plebea nata da antiche lotte e soggezioni di tribù diverse. Il solo fatto della immigrazione, apportato da altri (Madvig, *L'état romain*, Paris, 1882, traduz. Morel, I, p. 88-89), in realtà, quando venga bene inteso, si conguaglia e s'identifica col primo. Giacchè l'immigrazione o si suppone non perturbatrice di possedimenti altrui, e allora non vi ha ragione e modo di spiegare la condizione d'inferiorità e dipendenza della parte immigrata; o si suppone seguita da ostilità coi vicini, e allora il risultato della lotta dà ragione della speciale condizione nella quale dai vincitori vengono ridotti i vinti. Altro è il caso della clientela, e crediamo vano ogni tentativo d'identificazione tra clienti e plebei. Giacchè i clienti, per il loro carattere di attaccamento a particolari famiglie patrizie, rappresentano un residuo della costituzione patriarcale, nella quale ciascun *pater familias* esercita la potestà sua sulla sua famiglia e sopra un numero di famiglie minori. A dir vero, si può discutere se anche alla clientela bisogni assegnare origine simile: se cioè antiche lotte abbiano determinato l'ag-

gregarsi di particolari famiglie di vinti a ciascuna famiglia di vincitori, con obbligo di tributi ed obbedienza; ma, quand'anche ciò si ammetta, clientela e plebe risponderanno a due fatti ben distinti; chè si avrà allora da una parte una tribù, ordinata a costituzione patriarcale, con patrizii e clienti, dall'altra tutta un'altra tribù, vinta e ridotta allo stato plebeo. E da più esempii infatti è noto che pur nei tempi posteriori, i clienti stessi aiutarono i patrizii, all'epoca delle secessioni plebee.

Se la popolazione plebea dell' Esquilino rappresenta una tribù o immigrata e assoggettata, o tolta dalla sua distrutta sede, e trasportata a Roma, mettiamo a riscontro tal fatto coi risultati già ottenuti sul campo archeologico. Dicemmo della popolazione delle tombe a fossa, e come essa sia anteriore all'epoca serviana ed abbia tracce della etrusca influenza. Possiamo ravvisare qui l'elemento latino vinto e importato a Roma all'epoca di Anco Marzio e del Prisco Tarquinio; e la influenza etrusca la possiamo spiegare dalla vicinanza del Celio, ove già nel lavoro sugli *Orazii e Curiazii* mostrammo uno stanziamento etrusco. Servio Tullio sarà allora il rappresentante, e quasi direi la personificazione, dell'elemento latino sull'Esquilino; e la tradizione anche qui risponderà interamente, giacchè di Cornicoli, città latina, si fa originario il sesto re di Roma (Liv., I, 39; Dion., IV, 1; Zonara, VII, 9; *De vir. ill.*, 7, 1). Ritroveremo in seguito, a tal ricomposizione degli elementi leggendarii conferme non poche.

Ora è da esaminare se il carattere dell'uomo nella leggenda risponda alla dichiarazione nostra, che ne facciamo il rappresentante di una latina tribù plebea sull'Esquilino.

Ed anzitutto il sesto re ci si presenta con doppio nome, l'uno romano, Servio Tullio, l'altro etrusco, Mastarna. La dichiarazione del nome romano ci richiamerà a un particolare della leggenda etrusca, e ci porterà in fine alla dichiarazione dello stesso nome etrusco. Or per *Servius* il Cuno, *Jahrb. f. Philol.*, 123, p. 854, pensò all'umbro *Çerfo, Çerfio, Serfe*. Spiegazione impossibile, inquantochè, come è noto, nel gruppo umbro *-rf-*, l'*f* sia rappresentante di quel suono, che originariamente era *s*, ed in latino si conguagliò ed assimilò all'*r* precedente: cfr. Buecheler, *Umbrica*, p. 98: 'quomodo *parfam* Umbri, Latini *parram*, sic *Çerfe* latine fit *Cerre*'. — Se tal

tentativo di spiegazione di *Servius* cadde invano, all'incontro niuno se ne tenne per *Tullus* e *Tullius*. Ma la derivazione di tal nome noi vediamo evidente da **Tus-lo-*, avendosi qui lo stesso fenomeno che in *bēlua* da *bes-lua*, cfr. *bestia* (W. Meyer, *K. Z.*, 29, 173), *querēla* o *querella* da *queresla* (Osthoff, *P. B. Br.*, 3, 346; Fröhde, *Bezz. B.*, 3, 291), *vilicus* e *villa* da *vic-slā*, ecc. *Tullus* (*Tus-lo-*) riproduce dunque, con suffisso diverso, la stessa radice di *Tuscus*. E la tradizione conferma tale origine: chè infatti Tullo è uno degli antenati di Tirreno, e quindi uno dei progenitori leggendarii del popolo etrusco: Dionisio, I, 27 τῷ δὲ Κότυι γήμαντι θυγατέρα Τύλλου τοῦ γηγενοῦς Ἀλίην δύο γενέσθαι παῖδας, Ἀσίην καὶ Ἄτυν· ἐκ δ' Ἄτυος καὶ Καλλιθίας τῆς Χωραίου Λυδὸν φύναι καὶ Τυρρηνόν. — Or se diciamo Servio originario latino, come mai qui il nome ci riporta agli etruschi? Crediamo si abbia qui un prezioso avanzo di un sistema di denominazione primitivo di Roma, secondo il quale uno schiavo fatto libero prendeva, oltre il nome Servius, il nome della gens che l'aveva emancipato: l'uno dei nomi valeva a denotare l'origine servile, tal significato di origine essendo proprio del suffisso *-ius* (*Servius* = *Servi filius*), l'altro la condizione della libertà presente. Di tal sistema di denominazione io non posso apportare che una sola prova, ma decisiva, ed è nel racconto liviano, IV, 61, 8-11, del *servo* di Artena, che avendo tradito la città ai Romani, ottenne, tra gli altri premii, la libertà, e fu quindi denominato *Servius Romanus*. — Servio Tullio avrebbe dunque ottenuto la libertà dai Tuschi. E bisogna intendere che il duce della gente latina, asservita a Roma e condotta ad abitare sul colle Esquilino, avrebbe scosso il giogo tarquiniese, e si sarebbe rivendicata a libertà, con l'aiuto di quella tribù *etrusca*, ch'era sul Celio, condottavi dai due Vibenna; sulla parete infatti della tomba volcente sono servi nudi dai nomi etruschi, che fanno scempio e vendetta nei nemici, uno dei quali ha il nome di Cneo Tarquinio. E che il conquisto dell'imperio non sia stato pacifico, nè dovuto agl'ingenui inganni di Tanaquilla, se ne han ben altre prove. Ed anzitutto il fatto che egli avesse costretto ad abitare tutti i patrizi nel *vicus*, che appunto perciò fu detto *patricius*, sembra esser già l'effetto di una vittoria: Paolo Diac., 221 M. 'Patricius vicus Romae dictus eo quod ibi patricii habitaverant, iubente

Servio Tullio, ut, si quid molirentur adversus ipsum, ex locis superioribus opprimerentur '. — E sembra avere a ciò rapporto anche l'altra notizia riguardante il carcere tulliano: Festo, p. 356 M. ' Tullianum, quod dicitur pars quaedam carceris, Ser. Tullium regem aedificasse aiunt '.

E che i patrizii fossero gli avversarii, e che la riscossa della parte prima assoggettata si dovesse a Servio, si deduce da più indizii: a ricordo di quella riscossa ei dedicò sull'Aventino il tempio a Diana: Festo, p. 343 M.: ' Servorum dies festus vulgo existimatur Idus Aug., quod eo die Ser. Tullius, natus servus, aedem Dianae dedicaverit in Aventino '. — E durante il suo governo i sostenitori costanti dell'abbattuta dinastia sono i patrizii, che il figlio di Tarquinio ritrova quali suoi aderenti nel foro (Dionisio, IV, 38) e che a Servio tendono insidie (Dionisio, IV, 40). — E qui per comprendere bene il significato della voce *patricii*, e cioè figli dei *patres*, basterà richiamare l'informazione festiana, p. 241 M. ' Patricios Cincius ait in libro de comitiis eos appellari solitos, qui nunc ingenui vocentur '. Di fronte a tale ordine di famiglie, godenti nella città di tutti i diritti, come eredità avuta per antica supremazia e per l'assoggettamento delle avversarie tribù, le designazioni di plebei e di servi potranno servire a denotare gradazioni varie di servilità, cui tali tribù sieno state ridotte. Se nell'ora dei comune interesse, queste genti si riuniscono e scuotono il giogo, il capo da esse eletto sarà in genere il rappresentante della classe servile, e il domatore dei patrizii, e beneficatore del popolo. E dalla plebe, non dal Senato, ebbe l'autorità sua Servio Tullio. Secondo Livio (I, 46, 1) ei prima conciliò con largizioni gli animi dei plebei, e dipoi ' ausus est ferre ad populum vellent iuberentne se regnare, tantoque consensu, quanto haud quisquam alius ante, rex est declaratus '. — Secondo Dionigi (IV, 8) egli, riconosciuto dal popolo, fu proclamato nelle curie, e continuò a regnare malgrado il divieto del Senato. Vano è qui ogni tentativo di volere spiegare con le norme del diritto del tempo siffatta specie di elezione. Come poteva esser proclamato dalla plebe nelle curie, se prima di Servio la plebe non era *populus*, e non formava parte delle curie? Ma spogliati siffatti racconti dei rivestimenti aggiunti dagli scrittori, che dovevano trovare un modo purchessia per intrudere legittimamente Servio nel novero dei

re romani, rimarrà la significazione di un fatto semplicissimo: la riscossa di una *tribù* asservita, che elegge il suo capo, e alla tribù dominante strappa concessioni e diritti, che non ismettera più mai; indi tal capo della tribù ribelle tenere sotto il suo dominio le genti avversarie, che nel riconoscono capo e signore e gli tendono insidie, finchè non giungano a travolgerne l'imperio, e finchè egli miseramente non muoia. A tal personaggio non può spettare il titolo di *rex* se non per un errore di linguaggio dovuto a quegli storici, che prestabilivano uno schema tipico di regolari successioni nella storia primitiva di Roma, e si sforzavano di supporre già ridotta ad unità di popolo la massa varia e disforme delle sue tribù. Giacchè al *rex* viene necessariamente congiunta l'idea della sede nella *regia* e della funzione *augurale*, e non saremmo alieni dal credere che tal designazione di signoria, dapprima applicata alla sola tribù sabina, abbia subito poi un allargamento e generalizzazione di significato, e si sia per estensione applicata agli altri capi delle tribù di volta in volta dominanti in Roma. Senonchè nel nome *Mastarna* abbiamo noi un prezioso spiraglio, onde n'è dato sostituire il vero nome a quello convenzionale ed analogico di *rex*.

Il Gardthausen, *Mastarna, oder Servius Tullius*, Leipzig, 1882, p. 27 e segg., osservando in etrusco l'alternarsi delle forme quali *tarchna* e *tarna*, *vercnas* e *verna*, vide nel *mestrna* della pittura volcente l'abbreviazione del nome *Marcus Tarquinius*. Egli si richiamò in proposito ad altre due epigrafi etrusche, e cioè *marces tarnes* (Fabretti, *C. I. I.*, 2327 ter *b*) e *ma tarchnas* (Fabretti, 2360). Senonchè, a parte la difficoltà di ammettere che sulla stessa parete il nome *Tarquinius* avesse le forme *tarchunies* e *-trna*, rimane pur sempre il fatto che Claudio afferma, Servio etruscamente esser chiamato Mastarna ("nam tusce Mastarna ei nomen erat"), e che la sua fonte è letteraria, non epigrafica ("si Tuscos sequimur"). A noi sembra di intuitiva evidenza il rapporto di *Mastarna* (*Mestrna*) con l'etrusco *mastr* (Fabr., 658) e *maestrev*, e il raffronto di tutti questi nomi con latino *magister*, rispetto a cui *Mastarna* starebbe come *alterno-* ad *alter*, raffronto che dal Corssen accettarono il Ceno, *Jahrb. f. klass. Philol.*, 1881, p. 854, e il Lattes (in molteplici passi: v. ad es. *Rendic. Accad. Arch. Napoli*, aprile-giugno 1895, p. 16 dell'estratto). Servio Tullio era

dunque il *magister populi*; e questa denominazione di carica passò poi ad esser presa quale denominazione particolare della persona. Non altrimenti il celtico *Brennus* ' duce, capo ', passò nella tradizione ad essere il nome proprio del duce dei Galli (Liv., 5, 38; Plut., *Cam.*, 17, 22, 28, 29; Zonara, VII, 23; Appiano, *De reb. gall. fr.*, III). Che poi il *magister populi* delle comunità latine dell'Esquilino e dell'Aventino, sia stato chiamato *rex*, è cosa che non farà meraviglia, chi consideri i casi analoghi. Cluilio, ad es., è da Livio, I, 23, chiamato *albanus rex*, e da Catone (presso Festo, s. v. *oratores*, p. 182 M.) *praetor* (e cioè *praetor maximus*); mentre d'altra parte Licinio Macro pone in Alba dei dittatori, sino a Tullo Ostilio (presso Dionigi, V, 74). Ora, tali denominazioni sinonimiche, *magister populi*, *praetor maximus*, *dictator* ci riportano alle costituzioni latine, come ci è noto da più fonti, e specialmente dal passo di Festo, p. 241 M. Così pure da più fonti ci è provata l'identità delle espressioni *praetor maximus*, *magister populi* e *dictator*; cfr. *Rep.*, I, 40, 63 ' Nam dictator quidem ab eo appellatur, quia dicitur, sed in nostris libris vides eum, Laeli, magistrum populi appellari '; Festo, p. 198 M. ' in Magistro populi faciendo, qui vulgo Dictator appellatur '. — Ora il *magister populi* o *dictator* o *praetor maximus* si può far risalire sino ai tempi remoti di Roma? Nel significato posteriore dei vocaboli, no certo; ma noi dobbiamo rimontare a tale epoca, nella quale con uno di siffatti vocaboli si designava il duce di una tribù. Venute meno, con la costituzione consolare, siffatte funzioni, rimase memoria del nome, e le funzioni stesse si restrinsero a soli atti solenni e rituali, come ci è dato stabilire dal seguente passo (Liv., 7, 3, 5) ' Lex vetusta est, priscis litteris verbisque scripta, ut qui praetor maximus sit Idibus Septembribus clavum pangat ', ecc. Ed è particolarmente importante per noi, che appunto a tal rito del *clavus* si tornasse nelle secessioni plebee sull'Aventino, il monte della confederazione latina, e che per tale effetto si creasse il *dictator*, e cioè, se si riguardi al passo testè apportato di Livio, *praetor maximus* (Liv., 8, 18, 2) ' itaque memoria ex annalibus repetita, in secessionibus quondam plebis clavum ab dictatore fixum, alienatasque discordia mentes hominum eo piaculo compotes sui fecisse, dictatorem clavi figendi causa creari placuit '.

Se dunque oscura, eppur non dubbiosa memoria, rimane di

siffatta carica nei tempi primitivi di Roma, tutto ne induce a credere che *Mastarna* sia stato etruscamente appellato dagli alleati etruschi del Celio, il *magister* della latina tribù dell'Esquilino. Tal *magister* noi vediamo a capo della riscossa contro la dominazione tarquinia: è naturale però che tal riscossa non rimanesse isolata, e che dall'esterno venissero gli aiuti delle genti sorelle, e cioè delle genti latine. A questo punto il centro dell'azione si sposta dall'Esquilino all'Aventino: questo è infatti territorio fuori del pomerio (Gell., XIII, 14), quivi si celebra la riscossa dei servi (Fest., p. 343 M.) e si fonda il tempio a Diana, e quivi ha sede la lega latina. Perchè mai la confederazione latina verrebbe unita con la costituzione di Servio (Liv., 1, 45; Dionisio, IV, 26), se non si trattasse di aiuti esterni dei popoli latini alla ribelle tribù serviana?

Ma non si rista naturalmente l'altra parte, la confederazione etrusca, rappresentata dalla dinastia Tarquinia: indi la guerra tra le due confederazioni. E la tradizione infatti ci dice che Servio Tullo per venti anni combatte gli Etruschi e li vinse (Dionisio, IV, 27; *Fasti triumph.* [*C. I. L.*, p. 153]; Aur. Vict., *De vir. ill.*, 7, 6; Cic., *De Rep.*, II, 21, 38). Il ritorno però della dinastia tarquinia e l'uccisione di Servio, ci dice qual fosse l'esito finale della guerra.

Sicchè attraverso gli adombramenti leggendarii, noi crediamo ci sia rimasto ricordo di veri e reali avvenimenti storici, e che cioè la tradizione serviana ci riveli antiche lotte di questo duce di una tribù latina, che chiamando alla riscossa i suoi, ed avendo gli aiuti prima di una tribù tusca sul Celio, poi di genti esterne latine, giunse a organizzare sull'Aventino una federazione, che si oppose per molti anni alla dominazione tarquinia, ed impose a tutto il multiforme popolo di Roma la costituzione che vigeva nelle città latine.

L'Accademico Segretario

Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 25 Aprile al 9 Maggio 1897.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

** **Archivio** per le Scienze mediche. — Indice generale delle materie contenute nei venti primi volumi (1876-1896). Torino, 1897; 8°.

Astronomical magnetic and meteorological Observations made during the Year 1895 at the United States Naval Observatory. Washington, 1895; 4°.

Beobachtungen des Tifliser physikalischen Observatoriums im Jahre 1895. Tiflis, 1897; 4°.

Bulletin of the University of Wisconsin Science Series. Vol. I, N. 3. Madison, Wis., 1895; 8°.

* **Bulletin** de la Société impériale des Naturalistes de Moscou. Ann. 1896, n. 2. Moscou, 1896; 8°.

Clinica Dermosifilopatica della R. Università di Roma. Anno 1897, fasc. I. Roma, 1897; 8° (*dall'Istituto di Clin. Dermosifil. della R. Università*).

* **Journal** of Morphology. Edited by C. O. Whitman, ...with the co-operation of Ed. Ph. Allis. Vol. XI-XII. Boston, 1895-97; 8°.

* **Journal** of the Academy of Natural sciences of Philadelphia. Second series, vol. X, p. 4. Philadelphia, 1896; 4°.

* **Memoirs** of the Museum of Comparative Zoology at Harward College. Vol. XXII. Cambridge U. S. A., 1896; 4°.

* **Proceedings** of the American Academy of Arts and Sciences. New Series, vol. XXIII. Boston, 1896; 8°.

* **Proceedings** of the Zoological Society of London for the year 1896. Part IV. London; 8°.

* **Proceedings** of the American Philosophical Society held at Philadelphia. Vol. XXXV, n. 151. Philadelphia, 1896; 8°.

* **Proceedings** of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia. Part II, 1896; 8°.

Publications of the Wisconsin Observatory of the University of Wisconsin. Vol. X, Part I. Madison, Wis., 1896; 4°.

* **Rapport** annuel de la Commission de Géologie du Canadà. Vol. VII, 1894. Ottawa, 1896; 8°.

Report (Sixteenth Annual) 1894-95 Part 1. Washington, 1896 (*dal Geological Survey degli Stati Uniti*).

* **Sitzungsberichte** der mathematisch-physikalischen Classe der K. B. Akademie der Wissenschaften zu München. 1896, Heft IV. München, 1897; 8°.

* **Smithsonian Institution.**

Smithsonian Contributions to Knowledge. Vol. XXX-XXXII. Washington, 1895, 3 vol.; 4°.

An Index to the Genera and Species of the Foraminifera. By Ch. Davis Herborn. Part II, 1896; 8°.

Methods for the Determination of Organic Matter in Air. By D. Hendricks Bergey. 1896; 8°.

Argon, a new Constituent of the Atmosphere. By Lord Rayleigh and Prof. W. Ramsay. 1896; 4°.

* **Transactions** of the Zoological Society of London. Vol. XIV, part 3. 1897; 4°.

* **Zoologiska Studier.** Festskrift Wilhelm Lilljeborg tillägnad på hans åttionde Födelsedag af Svenska Zoologer. Upsala, 1896; 4° (*dalla Biblioteca dell'Università di Upsala*).

Hesselgren (F.). De la gamme naturelle. Étude critique des gammes tempérées et de la gamme naturelle. Turin, 1897; 8° (*dall'A.*).

Hopkinson (J.) and **Wilson** (E.). On the Capacity and Residual Charge of Dielectrics as affected by Temperature and Time. London, 1897; 4° (*dagli AA.*).

Oudemans (J. A. C.). Die Triangulation von Java ausgeführt von Personal des geographischen Dienstes in niederländisch Ost-Indien. V Abth. Haag, 1897; 4° (*dal Niederländischen Regierung*).

* **Poggendorff's** biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften. III Bd., Lief. 8-9. Leipzig, 1897; 8°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 2 al 16 Maggio 1897.

* **Almanach** der K. bayerischen Akademie der Wissenschaften für das Jahr 1897. München; 8°.

* **Annaes** da Bibliotheca Nacional do Rio de Janeiro. Vol. VII-XVI. Rio de Janeiro, 1880-1893, 10 vol. 4° e 8°.

* **Annali** dell'Università di Perugia. Pubblicazioni periodiche della Facoltà di Giurisprudenza. N. S. Vol. VI, fasc. 4°. Perugia, 1896; 8°.

Annuario Accademico della R. Università di Siena per l'anno 1896-97; 8°.

* **Atti** della Reale Accademia di Scienze morali e politiche. Reale Società di Napoli; vol. 28°. Napoli, 1897; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Scienze morali, storiche e filologiche; vol. II, III. Memorie. Roma, 1896; 4°.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LV, disp. 5ª. Venezia, 1896-97; 8°.

* **Bollettino** dell'Istituto di Diritto Romano. Anno IX, fasc. III-V. Roma, 1897; 8°.

* **Mémoires** et **Documents** publiés par l'Académie Chablaisienne. Vol. VIII. Thonon, 1894; 8°.

** **Raccolta** Ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia, vol. III, fol. 226-268; Indice e vol. I, parte supplementare, 1896; 8°.

* **Rendiconto** delle Tornate e dei Lavori dell'Accademia di Scienze morali e politiche della Società R. di Napoli. Anno 35°. Napoli, 1896; 8°.

* **Revista** trimestral do Instituto Historico e Geographico Brazileiro. T. LVIII. Rio de Janeiro, 1895-96; 8°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der k. b. Akademie der Wissens. zu München. 1896, Heft IV; 8°.

* **Studi** e Documenti di storia e diritto. Anno XVIII, fasc. 1°-2°. Roma, 1897; 8° (*dall'Accademia di Conferenze Storico-Giuridiche*).

* *Dall'Università di Strassburg:*

Agahd R.. De Varronis rerum divinarum libris I XIV XV XVI ab Augustino in libris de Civitate dei IV. VI. VII exscriptis. Lipsiae, 1896; 8°.

Auhagen O.. Die Grundlagen der Marschwirtschaft. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Benignus (S.). Studien über die Anfänge von Dickens. Esslingen, 1895; 8°.

Darmstädter (P.). Der Bestand des Reichsguts in der Lombardei und Piemont (568-1250). Strassburg, 1895; 8°.

Dieterle H.). Henri Estienne (Henricus Stephanus). Beitrag zu seiner Würdigung als französischer Schriftsteller und Sprachforscher. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Ettlinger (E.). Der sog. Anonymus Mellicensis de scriptoribus ecclesiasticis. Karlsruhe, 1896; 8°.

Ferrenbach [illegible] 1895; 8°.

Fischel (O.). Raphaels Zeichnungen. Versuch einer kritischen Sichtung der bisher veröffentlichten Blätter. Strassburg, 1896; 8°.

Helmer (P. A.). Ueber den Begriff der fahrlässigen Thäterschaft. Strassburg, 1895; 8°.

— Die Reform der Gewerbebesteuerung in Elsass-Lothringen. Strassburg, 1896; 8°.

Horst (K.). Zur Kritik der altenglischen Annalen. Darmstadt, 1896; 8°.

Kalkmann (Ph.). Englands Uebergang zur Goldwährung zu Beginn des 18. Jahrhunderts. Strassburg, 1895; 8°.

Limbert (F. L.). Beitrag zur Kenntnis des volkstumlichen Musik insbesondere der Balladenkomposition in England. Leipzig, 1895; 8°.

Moorman (F. W.). William Browne. His Britannia's Pastorals and the Pastoral poetry of the Elizabethan Age. Strassburg, 1896; 8°.

Ross (E. D.). The Early Years of Shāk Ismā'il. London, 1896; 8°.

Siquet [illegible] 1896; 8°.

Steinhart [illegible] Evangelium Lukas. Leipzig, 1895; 8°.

Viljoen (W. J.). Allgemeine Einleitung zur Geschichte des Cap-Holländischen. Strassburg, 1896; 8°.

Violet (B.). Ueber die palästinischen Märtyrer des Eusebius von Cäsarea. Leipzig, 1896; 8°.

Weber (F. H.). Die genetische Entwickelung des Zahl- und Raumbegriffes in der griechischen Philosophie bis Aristoteles und der Begriff der Unendlichkeit. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Wiener (J.). Maimonides' Commentar zum Tractat 'Aboda zara. Berlin, 1895; 8°.

Marzi (D.). Giovanni Maria Tolosani e Giovanni Lucido Samoteo. Castelfiorentino, 1896; 8° (*dall'A.*).

Michon (E.). Inscriptions latines d'Arabie. Paris, 1897; 8° (*Id.*).

Musatti (E.). La storia politica di Venezia secondo le ultime ricerche. Padova, 1897; 8° (*Id.*).

Pennisi-Mauro [illegible] dell'Ente e regno suo. Catania, 1897; 8° (*Id.*).

Raugé Van Gennep (A.). Jetons de Savoie. Supplément aux " Tessere " de Promis. Paris, 1897; 8° (*Id.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

Rec'd -Nov.23 97

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 23 Maggio 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Cossa, Vice Presidente, Berruti, Bizzozero, Mosso, Spezia, Gibelli, Giacomini, Camerano, Segre, Peano, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente annuncia la morte del Socio corrispondente Des Cloizeaux.

Il Socio Guareschi offre in omaggio all'Accademia la seconda parte della sua opera " *Introduzione allo studio degli alcaloidi* ", tradotta in tedesco dal Prof. Kunz-Krauze, e ne discorre brevemente facendo sopratutto notare i pregi della traduzione.

Il Socio Cossa per incarico avuto dal Socio corrispondente C. Klein, presenta in omaggio una memoria di questo intitolata: *Ueber Lencit und Analcim und ihre gegenseitigen Beziehungen.*

Dietro invito del Ministro della Pubblica Istruzione la Classe designa i Soci Cossa e Spezia a suoi rappresentanti al Congresso geologico di Mosca.

Vengono presentate e accolte per l'inserzione negli *Atti* le seguenti note:

1° " *Intorno ad una mia memoria: Sulla scomposizione dei punti singolari delle superficie algebriche* ": nota del Socio Segre.

2° " *Sulla trasformazione delle equazioni lineari omogenee del 2° ordine a derivate parziali con due variabili indipendenti* ": nota del prof. Onorato Nicoletti, presentata dal Socio Volterra.

3° " *Ricerche sulla provenienza del materiale roccioso della Collina di Torino* ": nota del dott. Alessandro Ricciardi, presentata dal Socio Spezia.

4° " *Ricerche spettroscopiche sull'argon* ": nota del dott. G. B. Rizzo, presentata dal Socio Naccari.

Il Socio Gibelli presenta una Memoria del Dott. Saverio Belli intitolata: " *Hieracium di Sardegna. Rivista critica delle specie enumerate nella Flora Sardoa di Moris e nel Catalogue raisonné de W. Barbey, ecc.* ". Sarà esaminata da apposita Commissione.

Dietro relazione favorevole dei Soci Bizzozero e Mosso viene accolta nei volumi accademici la Memoria dei Dott. Zaccaria Trevis e Lamberto Dappi intitolata: " *Osservazioni sull'asfissia lenta* ".

LETTURE

Intorno ad una mia Memoria " *Sulla scomposizione dei punti singolari delle superficie algebriche* „ (*).

Nota del Socio CORRADO SEGRE.

È stata pubblicata in questi giorni, fra gli " Atti dell'Accademia Pontaniana „ (vol. 27), una Nota del Prof. PASQUALE DEL PEZZO, col titolo: *Osservazioni su una memoria del Prof. Corrado Segre, e risposta ad alcuni suoi appunti.*

Prego la nostra Accademia di scusarmi se fra i suoi Atti (non potendo, per ragioni di regolamento, rivolgermi all'ospitalità della Pontaniana) inserisco la risposta che credo di dover fare alle dette *Osservazioni*. La mia risposta del resto riguarderà solo le critiche precise, d'indole scientifica, che vengono fatte al citato mio lavoro; e mentre ringrazio il sig. Del Pezzo per qualche sua frase cortese a me diretta, voglio assolutamente prescindere da altre sue frasi ..... di ben diversa natura! Prima però di entrare in argomento, debbo avvertire che il sig. Del Pezzo si è sbagliato completamente attribuendo alla mia memoria, o meglio all'ultima parte di essa, uno scopo battagliero. Per i progressi della geometria delle superficie algebriche occorreva assolutamente risolvere un problema: quello della trasformazione birazionale di una superficie algebrica qualunque in un'altra che sia priva di punti singolari. Il Prof. Del Pezzo, che possiede quella bella dote dei veri scienziati di saper scegliere e di affrontare gli argomenti di ricerca più fecondi, più importanti, si era occupato di questo problema (**). Sfortunata-

(*) " Annali di Matematica „, (2) 25, 1896-97.

(**) Nella Nota *Estensione di un teorema di Noether* (" Rend. del Circolo matem. di Palermo „, t. 2°, 1888), a cui è legata l'altra *Sui sistemi di curve e di superficie* (Ivi, t. 3°, 1889).

mente la sua soluzione non mi pareva completa. Vista l'importanza, e quasi direi l'urgenza della cosa, io ho cercato se, valendomi di alcuni concetti contenuti nella mia memoria, quella soluzione si potesse completare, od anche sostituire con un'altra più soddisfacente. Ed in quell'ultima parte ho spiegato i miei dubbi, ed ho accennato la via che mi pareva si potesse seguire per togliere ogni lacuna. Ecco tutto! Ognuno che legga il mio lavoro si persuaderà che esso non è in alcun modo diretto a combattere il Prof. Del Pezzo, come questi per ragioni estranee ha potuto pensare (*)! Oh è che — non battaglie, ma pace e unione domanda la scienza ai suoi cultori! Per la risoluzione degli ardui problemi che essa presenta, la ricerca, che oggi da uno scienziato è solo avviata, domani verrà compiuta da un altro. E l'errore che oggi all'uno sfugge, domani un altro correggerà (e tanto facile errare: ed è pure indispensabile correggere gli errori!). Nè offese, nè rancori dovrebbero esservi in ciò: ma invece piena concordia, nel pensiero comune di contribuire ai progressi della scienza!

Lo scopo, modesto, della mia memoria è indicato nella breve introduzione. Ivi, dopo aver citato i lavori del sig. Noether, che hanno dato alla geometria una teoria delle singolarità delle curve piane algebriche basata sulla considerazione di un punto singolare come composto di un numero finito di punti multipli infinitamente vicini fra loro (concetto a cui si giunge eseguendo una successione di trasformazioni col punto singolare come punto fondamentale), ho soggiunto: " L'analogo concetto nelle ricerche " sulle singolarità delle superficie algebriche non è stato ancora " introdotto, almeno con una certa ampiezza: sebbene possa riu-

(*) Egli ha voluto ricordare, fra le sue *Osservazioni*, il fatto che nel 1893 io feci parte di una Commissione che esaminò alcuni suoi lavori e ne diede un giudizio non completamente favorevole. Non vedo quale relazione possa avere ciò con la mia memoria! Basti dire che questa è comparsa ora che il sig. Del Pezzo non può più ricever danno da alcuna Commissione; e che le due Note citate dianzi in cui, come dissi, ho rilevato qualche lacuna, *non sono* fra quelle che dovette esaminare la citata Commissione. Ad uno solo dei lavori del sig. Del Pezzo esaminati allora, cioè a quello *Intorno ai punti singolari delle curve algebriche* (" Rend. della R. Accad. delle Scienze di Napoli ", 1893), ho mosso un'obbiezione nella mia memoria: perchè l'argomento lo esigeva.

" scire anche qui sommamente fecondo, ed in certi casi appaia " assolutamente essenziale. Ad esso io mi propongo, in questo " lavoro, di portare qualche contributo; facendone alcune appli- " cazioni ..... ". Non ho fatto qui citazioni di quanto si aveva già sull'argomento, perchè mi riserbavo di farle, come le ho fatte poi, nel seguito del lavoro. Del resto — è forse bene dirlo più nettamente — è pure, secondo me, al sig. Noether che si devono attribuire le prime cose che si sian publicate intorno alla scomposizione, o meglio alla risoluzione delle singolarità delle superficie algebriche; poichè egli di questa risoluzione parla esplicitamente nella 2ª Nota " *Ueber die algebraischen Functionen* " (" Göttinger Nachrichten ", 1871), che ho citata nell'introduzione e poi anche nel seguito. Veggasi il passo che ne ho riportato in nota alla pag. 47 della mia memoria. Posso anche aggiungere ora la citazione di altri due passi di lavori posteriori del sig. Noether, nei quali si adopera la riduzione delle singolarità delle superficie: nella pag. 356 del vol. 29 dei " Math. Annalen " (1886-87), ove di nuovo trasforma una superficie algebrica F mediante superficie ψ passanti semplicemente per tutti i punti e linee multiple di F, affine di ottenere nella superficie trasformata delle singolarità più semplici; e poi nella nota alla pag. 551 del vol. 33 del medesimo periodico (1888-89), ove si rileva che un certo punto singolare, che compare in una classe di superficie del 4° ordine razionali, si può, eseguendo una trasformazione quadratica, riguardare come equivalente ad un punto doppio ordinario ed un tacnodo, infinitamente vicini (singolarità esaminata nel n. 21 del mio lavoro, ove mi sfuggì il fatto che essa gia si era presentata al sig. Noether). — Malgrado ciò, è indubitato che ancora non possediamo (e questo io intendevo dire con alcune parole, che ho riportato, dell'introduzione) una teoria della composizione delle singolarità delle superficie algebriche mediante multiplicità successive, che sia paragonabile con la teoria del Noether relativa alle singolarità delle curve piane!

Ora qui il sig. Del Pezzo mi rimprovera (pag. 1 e 2 delle *Osservazioni*) di non avere citato, nell'introduzione od altrove, il suo lavoro " *Intorno ai punti singolari delle superficie algebriche* " (" Rendic. Palermo ", t. 6°, 1892). M'affretto a rispondere che io lo avrei certo nominato (come già avevo fatto in un'altra memoria), sia pure come citazione di lusso, se avessi

pensato che il Del Pezzo poteva interpretar male quell'omissione. Ma, se non ho pensato spontaneamente a citare quella Nota, gli è che il concetto pel quale solo era possibile riferirsi ad essa, quello cioè di risolvere le singolarità delle superficie mediante successive trasformazioni Cremoniane, è dovuto, come ho detto, al Noether, e non al Del Pezzo. E d'altronde nelle prime parti della mia memoria non si tratta di far sparire le singolarità, ma invece di esaminarne, per così dire, la struttura: e nell'ultima parte si tratta, è vero, di sciogliere le singolarità, ma come posson fare le trasformazioni birazionali *della superficie*, non quelle Cremoniane *dello spazio*, che vengon considerate nella Nota del sig. Del Pezzo. Infine, non si trova in questa alcuna proposizione che io abbia pure data nel mio lavoro, e per cui quindi dovessi fare quella citazione! (*)

Debbo ritornare su quanto ho già detto intorno allo scopo della mia memoria, per rispondere ad altre osservazioni e critiche del sig. Del Pezzo. È ben chiaro, dal titolo stesso e dalla già citata introduzione, che io non ho punto pensato di voler fare una teoria completa delle singolarità! Per ogni punto singolare O di una superficie algebrica F io ho considerato solo *alcuni* caratteri, i caratteri *di composizione* $s, s', s''_1, \ldots$ (cioè la multiplicità immediata s, le multiplicità dei punti infinitamente vicini nelle varie direzioni, ecc.). E nella nota alla pag. 4 ho scritto le seguenti parole che debbo riportare qui, per maggior chiarezza, ed anche perchè sembrano sfuggite al sig. Del Pezzo: " Non occorre dire che con ciò non si hanno ancora " *tutti* i caratteri che sono da studiare nei punti singolari delle " superficie algebriche! Così le singolarità del cono tangente in " O ad F (cioè ..... della curva corrispondente ad O sulla F' su-

(*) La detta Nota del sig. Del Pezzo è fra quelle che dovette giudicare la Commissione di cui ho fatto cenno precedentemente. E l'importante problema che con altre cose vi è trattato, della riduzione delle singolarità mediante trasformazioni Cremoniane, non pare a me che vi sia completamente risolto! Se qualcuno in avvenire ritornerà su questo problema, e per profittando di tutto quanto vi è di utile in quella Nota (come l'uso di trasformazioni *monoidali* per trasformare le curve singolari, ecc.), rileverà ciò che non sembra esatto, e tenterà di rimediarvi, voglia il prof. Del Pezzo interpretare la cosa in modo più sereno di quanto non abbia fatto pel caso mio!

" perficie trasformata di F .....) potranno spesso fornire dei nuovi " caratteri; ecc. Anche pei punti singolari delle curve piane si " sa che oltre ai caratteri s, s'_1, s''_2, ... vi son da considerare " le *diramazioni*; pei punti singolari delle superficie vi son cose " analoghe. — Ciò apparirà anche dal seguito ". I caratteri ulteriori delle singolarità delle superficie a cui qui alludevo sono evidenti per chi conosce la teoria di Noether delle singolarità delle curve piane, ed il modo come in essa si presentano i caratteri di diramazione. Saranno cioè dati dai *contatti* (mentre i caratteri di composizione son dati dalle *multiplicità*) che le successive superficie trasformate di F hanno, in punti isolati od in linee, con le successive superficie fondamentali delle trasformazioni (piani, se si tratta di trasformazioni quadratiche) corrispondenti agl'intorni del punto singolare O e poi dei suoi trasformati. Di tal natura sono i caratteri r_1, r_2, ... che cita il sig. Del Pezzo nelle sue *Osservazioni*, riportandoli dalla sua Nota " *Intorno ai punti singolari delle superficie algebriche* ". Ma il rimprovero che egli mi fa ripetutamente, e in particolare a pag. 9, di aver messo da banda quei numeri r_i e di avere così definito incompletamente le singolarità non sussiste! La mia memoria era destinata solo ai suddetti caratteri di composizione, e non ad altri (*). Gli altri vanno pure studiati ulteriormente, e sono pure essenzialissimi. Ciò nondimeno per alcune questioni, in particolare per quelle trattate nella mia memoria, basta considerare di ogni singolarità i caratteri di composizione: non occorre considerarne altri. — Vi sono poi *alcune* singolarità che si possono definire con quei soli caratteri (non *tutte*, ripeto ancora: basti citare il punto doppio biplanare generale!). Per esempio, sta la proposizione da me data, e di cui il Del Pezzo dubita, che un punto doppio a cui siano infinitamente vicini due punti doppi, in due direzioni distinte (e quindi anche un terzo), è un punto doppio uniplanare; e viceversa.

Accenno ancora, rispondendo a qualche critica minuta, che

(*) Un'altra limitazione si trova nel mio lavoro, ed appare anche dal titolo. Non è fatto uno studio profondo della composizione delle *linee singolari*: studio che pure importa molto di fare! Per altro mi pare di aver tenuto conto, con rigore, del presentarsi spontaneo delle linee singolari nella trasformazione dei punti singolari isolati.

nel n. 2 della mia memoria il fatto che si otterrà un numero finito di valori per s'' era per me una conseguenza evidente (dopo le considerazioni ivi svolte) di quella stessa *chiusura* della superficie che a ragione il sig. Del Pezzo (*Osservazioni*, pag. 7) intende invocata, come io pure intendevo, nel successivo n. 3; badando però che qui io non ho presentato una certa considerazione intuitiva (usata già in questioni analoghe) come una vera e propria dimostrazione del fatto che la graduale scomposizione della singolarità mediante le successive trasformazioni quadratiche ha termine; ma invece ho rimandato, per una dimostrazione più completa e rigorosa, ad una Memoria del sig. Kobb, ed anche (nella nota alla fine del lavoro, pag. 53) ad una dimostrazione geometrica di un mio discepolo (*). E passo ad una critica, d'indole più generale, che ritorna con insistenza e che si riferisce di nuovo all'essenza del mio lavoro.

Nei n. 4-6 io ho considerato, in pari tempo con la superficie algebrica F avente il punto singolare O, un ramo (completo) γ di curva algebrica passante per O. La multiplicità di intersezione in O di γ ed F è espressa, come ho dimostrato, dalla formola

$$\nu s + \nu' s'_i + \nu'' s''_\alpha + \ldots,$$

se nel punto O e nei successivi, che son comuni alla superficie F ed al ramo γ, quella e questo hanno rispettivamente le successive multiplicità s, s'_i, s''_α, ..., e ν, ν', ν'', ... Questa semplice formola, simile ad una nota formola del sig. Noether per la multiplicità d'intersezione di due curve piane, è utilissima. Non solo con essa si possono calcolare le multiplicità d'intersezione di una curva ed una superficie nei loro punti comuni: ma è in base ad essa che ho potuto definire le locuzioni relative a punti multipli *successivi*, *infinitamente vicini*, di una superficie algebrica in guisa che la definizione non esiga più considerazioni d'infinitesimi, e nemmeno le trasformazioni quadratiche successive che possono sostituire queste considerazioni. E a quel

(*) Spero di veder presto pubblicata questa dimostrazione, tanto più che stando a quanto il suo giovane autore, sig. Beppe Levi, ai [illegible], un minuto esame dei calcoli fatti dal sig. Kobb non ha loro [illegible] soddisfatti.

modo che la multiplicità (immediata) s di una superficie F in un punto O è data dalla multiplicità d'intersezione di F in O con le *rette* (generiche) passanti per questo punto, così si possono determinare le multiplicità s'_1, s''_{12}, ... dei punti di F successivi ad O cercando la multiplicità d'intersezione in O di F con *rami di curve algebriche* tangenti, osculatori, ecc. ad F in O, da scegliere in modo opportuno. L'ultima parte della mia memoria dà un esempio di applicazione di questo metodo, che, ripeto, mi pare utile assai. — Ora il Prof. Del Pezzo scrive che la formula sopra riportata (e così pure un'altra che ne è un caso particolare) " può essere vera o falsa ..... " e quindi ritiene errate tutte le applicazioni che io ne faccio (*Osservazioni*, pag. 8, 9, 12). Della mia dimostrazione, semplicissima anch'essa, non parla: ed invece cita due esempi elementari che, secondo lui, contraddicono a quella formola. Eccoli. Nel 1° (pag. 8) si tratta dell'intersezione di un cono quadrico F con una curva γ, la quale stia nel piano tangente al cono lungo la generatrice δ, ed abbia un contatto h-punto con questa retta δ in un punto O. Non so come, il sig. Del Pezzo trova che la mia formola darebbe solo $h+1$ intersezioni di γ ed F in O (*defrauda* γ di $h-1$ delle sue intersezioni con F!). Invece essa dà precisamente la multiplicità d'intersezione $2h$, perchè sono $2h$ i punti successivi (tutti semplici) comuni a γ ed F: difatti occorrono $2h$ trasformazioni quadratiche successive perchè la curva e la superficie trasformate cessino di avere comune un punto corrispondente ad O! Nel 2° esempio (pag. 9) si ha una superficie F con un punto doppio uniplanare O il cui piano tangente sia ω, ed un ramo γ di terz'ordine con l'origine O ed il piano osculatore ω. Eseguendo le successive trasformazioni quadratiche, si verifica che i punti successivi comuni a γ ed F, oltre ad O (che corrisponde a $s=2$, $\nu=3$), sono tre punti semplici: e però sta quanto dice il sig. Del Pezzo, cioè che la mia formola dà come multiplicità d'intersezione di γ ed F il numero 9. Ma questo numero è proprio giusto: è sbagliato è invece il numero 10 che il sig. Del Pezzo asserisce essere il vero! (*) Può accorgersene

(*) Pare che egli l'ottenga servendosi dei suoi numeri r_i; ed anzi m'invita a correggere la mia formola, completandola con l'introduzione di questi numeri!

sulato ricorrendo, anzi che al mio metodo, alla rappresentazione del ramo γ mediante sviluppi in serie. Oppure consideri il caso particolare che γ sia una curva giacente nel piano ω (con la tangente in O diversa dalle 3 tangenti singolari di Γ): allora si tratterà delle intersezioni di due curve piane: diventa evidente che la multiplicità d'intersezione è proprio 9! — Dopo ciò, chi rilegga i commenti che il Prof. Del Pozzo fa a queste mie pretese inesattezze (particolarmente a pag. 9), ne riceverà un'impressione ..... che io non starò a dire!

Dirò invece, terminando, una parola in difesa di quanto ho accennato nel n° 32 della mia memoria intorno al problema di determinare in uno spazio conveniente *una curva priva di punti singolari, della quale una data curva algebrica con singolarità qualunque sia proiezione*. La via che ho indicata, e che, come ho detto, è contenuta sostanzialmente nei lavori dei sig. Brill e Noether e del sig. Veronese, si può seguire perfettamente senza quella specie di contraddizione che, se bene ho inteso, par di vedere al sig. Del Pezzo (*Osservazioni*, pag. 10-11). Essa si basa sui teoremi relativi alle serie lineari di gruppi di punti sopra una curva algebrica, i quali, come si sa, furono stabiliti per curve comunque singolari senza basarsi in alcun modo sul particolare problema di cui qui si tratta. Che se, nella risoluzione di questo problema per una data curva piana f dotata di singolarità superiori, si vuole evitare l'uso delle curve *aggiunte* ad f, basterà fare una trasformazione Cremoniana del piano che riduca la curva f ad una f' dotata di sole singolarità ordinarie; e dopo ciò considerare le serie lineari su f'. È quella una trasformazione preliminare che si suol fare anche quando con una trasformazione birazionale della sola curva f si vuole ridurre questa ad una curva piana non avente altri punti multipli che nodi. Certamente col metodo che ho detto il problema è risolto! — Invece non si risolve (ho avvertito nella mia memoria) trasformando la curva piana $f(x) = 0$ mediante il sistema di curve

$$\sum_i \lambda_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = 0$$

dove $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ sono forme delle x dello stesso ordine, a coefficienti pienamente indeterminati: vale a dire la curva C, di uno spazio

superiore, che così si ottiene come trasformata di f, non sarà sempre priva di punti singolari, come aveva detto invece il sig. Del Pezzo nella Nota " *Intorno ai punti singolari delle curve algebriche* ", già citata. In prova di ciò ho dato un esempio, di cui è caso particolare quello che f abbia un tacnodo O: in questo caso C avrà in corrispondenza ad O un punto doppio. Il Del Pezzo risponde (*Osservazioni*, pag. 12) che io non m'accorgo che basta assoggettare le forme λ ad una certa condizione perchè la trasformata di f non abbia un punto doppio in corrispondenza di O. Ma disponendo, come egli ora vuol fare, in modo conveniente dei coefficienti che compaiono nelle λ, la trasformata di f *non sarà più la curva* C della sua Nota citata, n^i 17 e 18, la quale proveniva (com'era detto e confermato) dal ritenere i coefficienti delle λ *pienamente indeterminati*. La curva C di quella Nota potrà avere benissimo, come io ho dimostrato, dei punti multipli! Il sig. Del Pezzo adesso, in luogo della C, considererebbe una sua projezione in uno spazio inferiore: nel caso particolare suddetto la projezione di C dal punto doppio. Ancora dovrebbe spiegare come si possa *in ogni caso* projettare la C in modo da ottenere una curva priva di punti multipli. Comunque sia, si tratta ora di una cosa diversa da quella che io avevo criticata. La mia critica era esatta!

Ho dovuto per forza, difendendo quanto io aveva detto di quel problema, ritornare sull'obbiezione da me fatta alla Nota del sig. Del Pezzo. Non starò invece a ribattere contro ciò che questi dice degli altri suoi lavori e della sua nozione di singolarità delle superficie: poichè, come già dissi, tale non è lo scopo di questo mio scritto. Esso è diretto unicamente a scagionarmi di alcune critiche che mi furon fatte. Pel resto ..... giudichino i lettori!

Sulla trasformazione delle equazioni lineari omogenee del secondo ordine a derivate parziali con due variabili indipendenti.

Nota 1ª del Prof. ONORATO NICCOLETTI a Roma.

In un lavoro, che ha lo stesso titolo del presente, in pubblicazione negli Annali della R. Scuola Normale Superiore di Pisa, ho trattato il problema di determinare tutte le funzioni composte linearmente ed omogeneamente coll'integrale z di un'equazione lineare omogenea del 2° ordine e colle sue derivate (o le cui derivate sono tali funzioni lineari omogenee); le quali per ogni forma dell'integrale z soddisfano anche esse ad un'equazione lineare omogenea del secondo ordine. Ho indicato queste trasformazioni dell'equazione in z rispettivamente col nome di *trasformazioni differenziali* ed *integrali* e ne ho date le principali proprietà.

Mi propongo ora di studiare una classe molto più estesa di trasformazioni delle equazioni del secondo ordine, che comprende come caso particolare la teoria delle trasformazioni differenziali ed integrali (e delle loro inverse), e che è originata dal problema seguente:

Essendo z l'integral generale di un'equazione lineare omogenea del secondo ordine con due variabili indipendenti, trovare tutte le funzioni ω della forma:

$$\omega = \Sigma\, \alpha_{ik} z_{ik} + \Sigma\, \beta_l \Lambda_l$$

(*dove*

$$z_{ik} = \frac{\partial^{i+k} z}{\partial x^i \partial y^k}; \qquad \Lambda_l = \int P_l dx + Q_l dy;$$

essendo P_l e Q_l funzioni lineari omogenee dell'integrale z e delle sue derivate); le quali per ogni forma della funzione z, integrale dell'equazione data, soddisfano ad un'equazione analoga.

Una tale funzione ω si dirà ottenuta dalla z (e l'equazione in ω da quella in z) mediante una trasformazione *integro-differenziale*. Alla teoria di queste trasformazioni si riconduce lo studio (da me omesso nel lavoro ricordato) della composizione delle trasformazioni integrali e la ricerca delle relazioni tra due diverse trasformate della funzione z (e della sua equazione). Per il loro studio servono i concetti fondamentali già svolti da me nella teoria delle trasformazioni differenziali ed integrali, ed i risultati ivi ottenuti, che avrò più volte occasione di richiamare [1].

Ho diviso il lavoro in due parti: nella prima, che forma l'oggetto della presente nota, do gli elementi caratteristici delle trasformazioni integro-differenziali; nella seconda, che farà seguito prossimamente, ne studio ulteriori proprietà e do in particolare le relazioni che le legano alle trasformazioni differenziali ed integrali.

§ I.

Il teorema fondamentale. Le trasformazioni generali.

1. Sia, colle notazioni di Monge:

$$\Lambda(z) = ar + 2bs + ct + 2dp + 2eq + fz = 0 \tag{1}$$

l'equazione data, ed:

$$\omega = \Sigma\, \alpha_{ik}\, z_{ik} + \Sigma\, \beta_l A_l \tag{2}$$

(dove

$$z_{ik} = \frac{\partial^{i+k} z}{\partial x^i \partial y^k}; \qquad A_l = \int P_l\, dx + Q_l\, dy) \tag{3}$$

una sua trasformata integro-differenziale, che per ogni valore di z integrale della (1) soddisfa quindi ad un'equazione:

$$P(\omega) = A \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + 2B \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + 2D \frac{\partial \omega}{\partial x} + 2E \frac{\partial \omega}{\partial y} + F\omega = 0. \tag{4}$$

[1] Cfr. *Sulla trasformazione delle equazioni lineari del secondo ordine*, ecc. (Annali della R. Scuola Normale Sup. di Pisa „, 1897). Nei frequenti richiami a questo lavoro lo indicherò colla lettera T.

È chiaro allora innanzi tutto, che, essendo ognuno degli integrali Λ_i determinato solo a meno di una costante additiva arbitraria, ciascuna delle funzioni β_i sarà una soluzione particolare della (4); si avrà cioè:

$$P(\beta_i) = 0; \tag{5}$$

sarà quindi più opportuno, per rammentare questa proprietà, scrivere ω_i al posto di β_i.

Inoltre la condizione d'integrabilità per ciascuna delle funzioni Λ_i sarà soddisfatta in forza della equazione in z: essa avrà dunque la forma:

$$\frac{\partial P_i}{\partial y} - \frac{\partial Q_i}{\partial x} = u_i \Lambda(z) + \Sigma_{\mu\nu} \frac{\partial^{\mu+\nu}(\lambda_{\mu\nu}\Lambda_i(z))}{\partial x^\mu \partial y^\nu}; \tag{6}$$

donde, con un ragionamento noto [1], segue che la u_i è una soluzione particolare della equazione *aggiunta* della data:

$$\Phi(u) = a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2b\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + c\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2d\frac{\partial u}{\partial x} - 2e\frac{\partial u}{\partial y} - fu = 0. \tag{7}$$

od anche:

$$\Phi(u) = a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2b\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + c\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2d_1\frac{\partial u}{\partial x} + 2e_1\frac{\partial u}{\partial y} + f_1 u = 0. \tag{7*}$$

Questa soluzione u si può di più supporre diversa da zero: altrimenti, a meno di parti identicamente nulle, P e Q sarebbero le derivate di una funzione lineare omogenea in z e nelle sue derivate, e quindi l'integrale Λ sarebbe soltanto apparente. Da formule note si ha allora:

$$\left\{\begin{aligned} P_i &= \quad u_i \Lambda_2(z) - z\Phi_2(u_i) + \frac{\partial \theta_i}{\partial x}; \\ Q_i &= -u_i \Lambda_1(z) + z\Phi_1(u_i) + \frac{\partial \theta_i}{\partial y}; \end{aligned}\right. \tag{8}$$

essendo Λ_1, Φ_1 le *componenti* del 1° ordine [2] delle due espres-

---

(1) Vedi Darboux, t. II, pag. 72 e 181.

(2) Cfr. T. cap. I, n. 2.

sioni differenziali $\Lambda(z)$ e $\Phi(u)$, e θ un aggregato lineare omogeneo in z e nelle sue derivate. Introducendo allora queste funzioni θ nella parte esplicita di ω, questa prenderà la forma:

$$(2^*) \quad \omega = \Sigma \alpha_{ik} z_{ik} + \sum_1^{\cdot} \omega \int \{ u \Lambda_2(z) - z \Phi_2(u) \} dx - \{ u \Lambda_1(z) - z \Phi_1(u) \} dy,$$

alla quale possono anche sostituirsi infinite forme equivalenti, nelle quali però sotto il segno integrale compariscono soltanto la z e le sue derivate prime. Ma, tranne in casi particolari, noi riterremo sempre la forma (2*), che diremo *normale*.

Possiamo di più supporre che le funzioni ω_i e le u_i siano (rispettivamente) linearmente indipendenti, altrimenti potrebbe diminuirsi il numero degli integrali Λ_i; ed anche nella parte esplicita di ω possiamo supporre siano state fatte tutte le possibili riduzioni, usando della equazione in z e delle sue derivate: di guisa che, quando la ω sia scritta sotto la forma (2*), noi riterremo sia p il numero minimo di integrali Λ_i atto ad esprimerla; e se nella parte esplicita sarà $0 < i + k < m$, supporremo che le derivate di z dell'ordine m vi figurino in modo *essenziale*, non possano cioè venire eliminate per mezzo dell'equazione in z. Diremo allora m e p i numeri caratteristici della trasformazione, che indicheremo brevemente col simbolo $[m, p]$.

In particolare una $[m, 0]$ è una trasformazione differenziale dell'ordine m; una $[m, 1]$, una integrale dell'ordine $m+1$ [1].

2. Sia dunque una trasformazione $[m, p]$:

$$(9) \qquad \omega = \Sigma \alpha_{ik} z_{ik} + \sum_1^p {}_l \omega_l \Lambda_l \qquad (0 \leq i + k \leq m).$$

Osserviamo allora che, soddisfacendo per ipotesi la z e la ω (rispettivamente) ad un'equazione del secondo ordine, per ciascuna di queste funzioni soltanto *due* tra le derivate del medesimo ordine, qualunque esso sia, sono indipendenti: le altre si esprimono linearmente ed omogeneamente per queste e per quelle di ordine inferiore. Sostituendo inoltre nella (4) (e in tutte le sue derivate)

[1] Cfr. T. cap. II, n. 7 e cap. III, n. 26.

l'espressioni di ω e delle sue derivate, dedotte dalla (9), si ha evidentemente un identità. Segue di qui immediatamente, che, ove nella relazione (9) e nella (1) si consideri la z come *nota*, la ζ come funzione incognita, e se accada che dalle successive derivate della ω e della (1) si pervenga a trarre *tutte* le derivate di un certo ordine della ζ in funzione di quelle di ordine inferiore, degli integrali A_i, e di quelle della ω; il sistema di relazioni considerato è un sistema *completo* [1]; che gode cioè della proprietà caratteristica che *ogni ulteriore derivazione introduce tante nuove derivate della funzione z a calcolare, quante nuove relazioni*. Si noti infatti che ogni ulteriore derivazione porta in fondo soltanto *due* nuove derivate della z e della ω, e le due relazioni ottenute sono indipendenti per l'ammessa risolubilità rispetto alle derivate di z di ordine superiore.

Dopo questo è facile procedere oltre. Deriviamo infatti le (9) rispetto ad x e ad y ed aggiungiamo a queste due relazioni quelle che si ottengono derivando la $\Lambda(z)=0$ fino all'ordine $m-1$. Queste relazioni saranno, per la ipotesi fatta, risolubili rispetto alle derivate della z di ordine $m+1$; ed allora il sistema di equazioni ai differenziali totali nelle funzioni $A_1, z, z_1, z_2 \ldots z_m \ldots z_{m'}$:

$$
(10)\quad \begin{cases}
dA_i = \{u_i\Lambda_2(z) - z\Phi_2(u_i)\}dx - \{u_i\Lambda_1(z) - z\Phi_1(u_i)\}dy & i=1,2\ldots p \\
dz_{ik} = z_{i+1,k}\,dx + z_{i,k+1}\,dy; & 0 \leq i+k \leq m \\
\omega = \sum \alpha_{ik} z_{ik} + \sum_1^p \omega_i A_i; \quad \dfrac{\partial^{\mu+\nu}\Lambda(z)}{\partial x^\mu \partial y^\nu} = 0; & 0 \leq \mu+\nu \leq m-2
\end{cases}
$$

dove per le derivate di z dell'ordine $m+1$ si intendono poste le loro espressioni date dalle relazioni superiori, sarà senz'altro integrabile; ed il suo integral generale conterrà (linearmente) $m'=2m+p$ costanti arbitrarie $a, a_1 \ldots a_{m'}$, delle quali si potrà disporre in guisa che l'integrale z, le sue derivate fino all'ordine m, gli integrali A_i, prendano in un punto del campo i valori più generali che soddisfano alle relazioni finite tra le (10). In particolare dunque z avrà la forma:

$$z = Z + a_1 z_1 + a_2 z_2 + \ldots\ldots + a_l z_l,$$

[1] Cfr. T. cap. I, n. 5.

essendo $Z, z_1 \ldots z_i$ soluzioni particolari dell'equazione in z. Ne segue, per un ragionamento noto, che ω dovrà annullarsi per le soluzioni particolari $z = z_i$ dell'equazione data ed essere determinata da questa condizione a meno di un fattore di proporzionalità [1].

Abbiamo ammesso implicitamente che sia $m \neq 0$: ma il ragionamento non varia per $m = 0$. In questo caso, per le ipotesi fatte, le due derivate $\frac{\partial \omega}{\partial x}$, $\frac{\partial \omega}{\partial y}$ dànno esse p e q in funzione di z, e degli integrali A_i; e in modo perfettamente analogo a quello superiore concludiamo dovere ω annullarsi per p soluzioni particolari dell'equazione in z ed esser determinata da questa condizione a meno di un fattore di proporzionalità. In ogni caso, sia m o no diverso da zero, potrà la ω scriversi sotto forma di determinante, posto $l = 2m + p$:

$$(11)\quad \omega = \begin{vmatrix} z & z_{10} & z_{01} & z_{20} & z_{02} & \ldots\ldots & z_{m0} & z_{0m} & A_1 & A_2 & \ldots\ldots & A_p \\ z_1 & (z_1)_{10} & (z_1)_{01} & (z_1)_{20} & (z_1)_{02} & \ldots\ldots & (z_1)_{m0} & (z_1)_{0m} & A_1^1 & A_2^1 & \ldots\ldots & A_p^1 \\ z_2 & (z_2)_{10} & (z_2)_{01} & (z_2)_{20} & (z_2)_{02} & \ldots\ldots & (z_2)_{m0} & (z_2)_{0m} & A_1^2 & A_2^2 & \ldots\ldots & A_p^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ z_l & (z_l)_{10} & (z_l)_{01} & (z_l)_{20} & (z_l)_{02} & \ldots\ldots & (z_l)_{m0} & (z_l)_{0m} & A_1^l & A_2^l & \ldots\ldots & A_p^l \end{vmatrix},$$

essendo $z_1 \ldots\ldots z_l$ le soluzioni particolari che annullano ω ed:

$$(12)\quad A_i^k = \int \{ u_i \Lambda_2(z_k) - z_k \Phi_2(u_i) \} dx - \{ u_i \Lambda_1(z_k) - z_k \Phi_1(u_i) \} dy \ [2].$$

3. Queste condizioni, che abbiamo ora trovate necessarie, sono inversamente anche sufficienti: cioè una funzione ω come la (11) soddisfa effettivamente per ogni valore di z integrale della (1) ad un'equazione lineare omogenea del secondo ordine.

(1) Cfr. T. cap. II, n. 8 e 13.

(2) La forma (11) di ω suppone che nell'equazione in z sia il coefficiente medio b diverso da zero: ma si osservi che essa non è caratteristica e si possono sostituirle altre forme equivalenti (come pure si dovrà fare quando sia $b = 0$). In fondo su questa espressione di ω valgono delle osservazioni affatto analoghe a quelle svolte in T. cap. II, n. 17.

Terremo per dimostrare la nostra asserzione un metodo perfettamente analogo a quello che abbiamo detto di Liouville per le trasformazioni differenziali ed integrali [1].

Indichiamo con z_{l+1} un'altra soluzione dell'equazione in z, opportunamente scelta; e scriviamo nelle funzioni $v_1, v_2 \ldots v_{l+1}$ il sistema di equazioni lineari:

$$(13) \quad z_{is} = \sum_1^{l+1}{}_t (z_t)_{is} v_t; \quad A_s = \sum_1^{l+1}{}_t A_s^t v_t; \quad 0 \leq i + k \leq m; \quad s = 1, 2 \ldots p.$$

Queste equazioni, a causa della $A(z) = 0$, si riducono appunto ad $l + 1$ indipendenti; quindi, poichè l'ulteriore soluzione z_{l+1} si può sempre riguardare presa in modo che il determinante di queste equazioni sia diverso da zero, esse determinano $v_1, v_2 \ldots v_{l+1}$ in funzione lineare omogenea di z, delle sue derivate fino all'ordine m e degli integrali A_s: ed in particolare è chiaro che sarà v_{l+1} proporzionale ad ω e quindi si potrà fare senz'altro ad essa uguale.

Conviene allora distinguere i due casi di $m = 0$ ed $m \neq 0$.

Nel primo caso ω avrà la forma:

$$(14) \qquad \omega = \alpha z + \sum_t^p{}_t \omega_t A_t$$

(potendo anche essere $\alpha = 0$); ed allora le (15), le prime tra le quali si riducono ad una sola, danno, derivate, le relazioni:

$$p = \sum_i^p{}_i p_i v_i + \sum_i z_i \frac{\partial v_i}{\partial x}; \quad q = \sum_i q_i v_i + \sum_i z_i \frac{\partial v_i}{\partial y};$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial x} = \sum_i \frac{\partial A_i^t}{\partial x} v_i + \sum_i A_i^t \frac{\partial v_i}{\partial x}; \quad \frac{\partial A_i}{\partial y} = \sum_i \frac{\partial A_i^t}{\partial y} v_i + \sum_i A_i^t \frac{\partial v_i}{\partial y}; \quad (i = 1, 2 \ldots p)$$

e quindi anche le altre:

$$(15) \quad \begin{cases} \sum_t \{ b u_i z_t - A_i^t \} \dfrac{\partial v_t}{\partial x} + c u_i \sum z_t \dfrac{\partial v_t}{\partial y} = 0; \\ a u_i \sum_t z_t \dfrac{\partial v_t}{\partial x} + \sum_t \{ b u_i z_t + A_i^t \} \dfrac{\partial v_t}{\partial y} = 0; \end{cases} \quad (i = 1, 2 \ldots p)$$

[1] Cfr. T. cap. II, n. 18 e cap. III, n. 41.

le quali costituiscono un sistema di $2p$ relazioni lineari omogenee nelle $2p+2$ derivate prime delle funzioni $v_1, v_2 \dots v_{l+1}$, e sono tali di più che permettono di esprimere le derivate di p tra le funzioni v_i linearmente ed omogeneamente per quelle di una qualunque tra esse [1]. Questo dimostra che una qualunque delle funzioni v_i, in particolare la v_{l+1}, (e quindi anche la ω) soddisfa ad un'equazione lineare omogenea del secondo ordine, la quale si ottiene scrivendo la condizione d'integrabilità per una qualunque delle prime p funzioni v_i. Segue anzi di qui che l'equazione in v_{l+1} (e quindi quella in ω) può essere scritta sotto p forme diverse, a ciascuna delle quali corrisponde una soluzione particolare O_1 dell'equazione aggiunta. Ed un processo, simile a quello tenuto nelle trasformazioni differenziali ed integrali [2], darebbe facilmente i rapporti di queste soluzioni O_1, $O_2 \dots O_p$. Noi daremo questi rapporti nel caso più semplice di $m \neq 0$.

In questo caso infatti le (13) dànno:

$$
(16)\quad \left\{
\begin{array}{ll}
\sum_{1}^{l+1} A_i^{\prime} \dfrac{\partial v_l}{\partial x} = 0\,; & \sum A_i^{\prime} \dfrac{\partial v_l}{\partial y} = 0\,; \quad i = 1, 2 \dots p\,; \\[2ex]
\sum_l (z_l)_{ik} \dfrac{\partial v_l}{\partial x} = 0\,; & \sum_l (z_l)_{ik} \dfrac{\partial v_l}{\partial y} = 0\,; \quad 0 \leq i+k \leq m-1\,; \\[2ex]
\sum_l \left\{ (z_l)_{m-i,i} \dfrac{\partial v_l}{\partial y} - (z_l)_{m-i-1,i+1} \dfrac{\partial v_l}{\partial x} \right\} = 0\,; & i = 0, 1 \dots m-1\,;
\end{array}
\right.
$$

le quali dànno in tutto $2(2m+p) = 2l$ relazioni lineari indipendenti nelle $2(l-1)$ derivate delle funzioni v_i, e quindi permettono di esprimere le derivate di l qualunque tra esse, ad es. delle prime l per quelle dell'ultima v_{l+1}: donde segue di nuovo, come nel caso superiore, che la v_{l+1} (e quindi la ω) soddisfa effettivamente ad un'equazione lineare omogenea del secondo ordine. Ed anche qui è chiaro che questa equazione può scriversi sotto l forme diverse, alle quali corrispondono altrettante soluzioni particolari O_1, $O_2 \dots O_l$ dell'equazione aggiunta a quella in ω. Ed un calcolo puramente algebrico, affatto analogo a quello delle trasformazioni differenziali ed integrali [2], dimostra le relazioni:

(1) Cfr. T. cap. II, n. 11.
(2) Cfr. T. cap. II, n. 18.

$$(17)\quad \sum_1^l {}_i A'_i O_i = 0;\ \sum_1^l {}_i (z)_{\mu\nu} O_i = 0;\ i = 1, 2 \ldots p;\ 0 \leq \mu + \nu \leq m - 1;$$

che danno i mutui rapporti delle funzioni O_i. È così dimostrata la nostra asserzione [1].

La forma (11) di ω fa anche conoscere le p soluzioni particolari ω dell'equazione in ω: esse non sono che i minori complementari degli integrali A_i nel determinante (11). Si osservi inoltre che ognuno degli integrali A_i ($i = 1, 2 \ldots p$, $k = 1, 2 \ldots l$) è determinato solo a meno di una costante additiva arbitraria; e potremo allora enunciare il teorema fondamentale:

Ad ogni sistema di $l = 2m + p$ soluzioni particolari dell'equazione data e di p dell'aggiunta corrisponde una serie ∞^p (dipendente da p costanti arbitrarie) di equazioni lineari omogenee del secondo ordine, per ognuna delle quali l'integral generale ω è dato dalla (11); *le costanti arbitrarie sono quelle contenute negli*

[1] Questa seconda parte, la dimostrazione cioè che le condizioni trovate come necessarie sono anche sufficienti, può anche farsi col metodo tenuto dal Darboux (*Leçons*, vol. II, pag. 170) per le trasformazioni (m, n).

Se la funzione ω si annulla per $2m + p$ soluzioni particolari dell'equazione in z, è facile vedere che si può formare un aggregato lineare omogeneo delle derivate prime e seconde di ω:

$$a \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + 2b \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + 2D \frac{\partial \omega}{\partial x} + 2E \frac{\partial \omega}{\partial y} + F\omega,$$

che contiene ancora le derivate della z fino all'ordine m e gli integrali A_i, e che annullandosi, come ω, per le stesse soluzioni dell'equazione in z, è ω proporzionale, si ha così un'equazione del secondo ordine in ω:

$$a \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + 2b \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + 2D \frac{\partial \omega}{\partial x} + 2E \frac{\partial \omega}{\partial y} + F\omega = 0.$$

Un risultato perfettamente simile vale nel caso in cui sia $m = 0$ (cfr. T. cap. IV, n. 45 e ss.).

Questa seconda dimostrazione fa vedere inoltre (il che del resto risulterà per noi da considerazioni ulteriori) che l'equazione in ω ha nelle derivate seconde i medesimi coefficienti a, $2b$, c dell'equazione in z.

Però la dimostrazione di Liouville, sebbene meno diretta ed anche un po' artificiosa, fa conoscere quelle soluzioni O_i dell'equazione aggiunta a quella in ω, la cui importanza sarà manifesta nel seguito (cfr. i § VI, VII della nota presentata alla R. Accademia il 13 giugno 1897).

Un'osservazione perfettamente simile vale per le trasformazioni singolari (Cfr. T. cap. IV).

integrali A_i^k, *e per ognuna di tali equazioni si conoscono inoltre* p *soluzioni particolari dell'equazione stessa,* $l = 2m + p$ *dell'aggiunta.*

Una qualunque di queste funzioni ω si ottiene dalla z con una trasformazione $[m, p]$, che diremo *generale*, avendo riguardo alla ipotesi fatta, che il sistema di relazioni considerato fosse risolubile rispetto alle derivate di z di ordine massimo: il teorema superiore può allora anche enunciarsi:

Una trasformazione $[m, p]$ *generale è individuata da* $2m + p$ *soluzioni particolari dell'equazione data e da* p *dell'aggiunta.*

§ II.

Le trasformazioni singolari. Loro divisione in due classi.

4. Abbiamo supposto fin qui che le due derivate della ω, combinate colla $\Lambda(z) = 0$ e colle sue derivate, dessero il modo di esprimere le derivate della z di ordine massimo in funzione di quelle di ordine inferiore, della ω e degli integrali A_i: e le trasformazioni corrispondenti, caratterizzate dal teorema superiore, abbiamo chiamato *generali*. Consideriamo ora il caso che questa ipotesi non sia più soddisfatta: chiameremo *singolari* le trasformazioni che otterremo.

Conviene perciò distinguere i due casi di $m \neq 0$ ed $m = 0$.

Nel primo caso, un ragionamento affatto identico ad uno già fatto per le trasformazioni differenziali [1] dimostra che per le equazioni del tipo ellittico non possono esistere tali trasformazioni singolari: possono invece esistere per le equazioni dei tipi iperbolico e parabolico.

Quando invece sia $m = 0$, cioè ω abbia la forma:

$$\omega = \alpha z + \sum_1^p {}_i \omega_i A_i, \tag{14*}$$

si avrà una trasformazione singolare quando le due derivate $\frac{\partial \omega}{\partial x}$, $\frac{\partial \omega}{\partial y}$ non siano risolubili rispetto a p e a q, quando cioè si abbia:

[1] Cfr. T. cap. II, n. 14.

$$(18) \qquad \alpha^2 - \Delta\,(\Sigma\omega_i u_i)^2 = 0. \qquad (\Delta = b^2 - ac)$$

Questa condizione si scinde a sua volta nelle due altre:

$$(18_a) \qquad \alpha = 0\,;\ \Sigma\omega_i u_i = 0\,;$$

$$(18_b) \qquad \alpha = \pm\sqrt{\Delta}\,.\,\Sigma\omega_i u_i\,. \qquad (\Sigma\omega_i u_i \neq 0);$$

la seconda delle quali è possibile solo nei casi iperbolico e parabolico.

Noi divideremo per questo le trasformazioni singolari in due classi:

1° quelle appartenenti *soltanto* alle equazioni dei tipi iperbolico o parabolico (per le quali si ha dunque o $\alpha \neq 0$, oppure $\Sigma\omega_i\ u_i \neq 0$);

2° quelle per le quali si ha $m = 0$, $\Sigma\omega_i\ u_i = 0$.

L'una e l'altra classe vanno studiate separatamente.

§ III.

Le trasformazioni singolari della prima classe.

5. Come abbiamo detto al N° ant., sono queste quelle trasformazioni, che appartengono soltanto alle equazioni dei due tipi iperbolico e parabolico. Noi discuteremo separatamente i due casi, supponendo l'equazione in z ridotta alla rispettiva forma normale.

Cominciando dal caso iperbolico, scriveremo l'equazione in z sotto la forma:

$$(19) \qquad s + ap + bq + cz = 0.$$

L'espressione di ω potrà allora scriversi, per un'osservazione fatta al n. 1 [1]:

$$(20) \qquad \omega = \alpha z + \alpha_1 z_{10} + \ldots + \alpha_m z_{m0} + \beta_1 z_{01} + \ldots + \beta_n z_{0n} + \\ + \omega_1\sigma_1 + \omega_2\sigma_2 + \ldots + \omega_p\sigma_p = (m,n) + \sum_1^p \omega_i\sigma_i;$$

[1] Cfr. T. cap. II, n. 14 ed anche Darboux, *Leçons*, vol. II, pp. 172-176.

dove:

$$(21)\quad \sigma_i = \int u_i \Lambda_1(z)dx + z\Phi_1(u_i)dy = \int u_i(p+bz)dx + z\left(\frac{\partial u_i}{\partial y} - au_i\right)dy$$

è il simbolo di una delle due trasformazioni integrali singolari del 1° ordine delle equazioni del tipo iperbolico [1].

Conviene allora distinguere tre casi:

a) i numeri m ed n sono tutti due diversi da zero;

b) uno solo di essi lo è;

c) tutti due i numeri m ed n sono uguali allo zero.

In quest'ultimo caso, dovendo essere soddisfatta la (18_c) (la quale però è relativa alla forma di ω che abbiamo chiamata *normale*), dovrà ω aver l'una o l'altra delle due forme:

$$(20^*)\quad \omega = \omega_1\sigma_1 + \omega_2\sigma_2 + \ldots + \omega_j\sigma_j; \quad \omega = \omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2 + \ldots + \omega_p\tau_p$$

dove:

$$(22)\quad \tau_i = \int z\Phi_2(u_i)dx + u_i\Lambda_1(z)dy = \int z\left(\frac{\partial u_i}{\partial x} - bu_i\right)dx + u_i(q+az)\,dy$$

è il simbolo dell'altra trasformazione integrale singolare del 1° ordine dell'equazione in z.

a) Siano ambedue i numeri m ed n diversi da zero.

La (19), la (20), e l'equazione in ω formano ancora un sistema completo; derivando quindi la funzione ω rispetto ad x e ad y, potremo ottenere $z_{m+1,0}$, $z_{0,n+1}$ in funzione delle derivate della stessa forma e di ordine inferiore, degli integrali Λ_1 e delle derivate di ω. Ne deduciamo, con un ragionamento affatto identico a quello del caso generale, che ω dovrà annullarsi per $l = m + n + p$ soluzioni particolari, linearmente indipendenti, dell'equazione in z ed essere determinata da questa condizione a meno di un fattore di proporzionalità; potremo dunque scriverla sotto forma di determinante:

$$(23)\quad \omega = \begin{vmatrix} z & z_{10} & z_{20} & \ldots & z_{m0} & z_{01} & z_{02} & \ldots & z_{0n} & \sigma_1 & \sigma_2 & \ldots & \sigma_p \\ z_1 & (z_1)_{10} & (z_1)_{20} & \ldots & (z_1)_{m0} & (z_1)_{01} & (z_1)_{02} & \ldots & (z_1)_{0n} & \sigma_1^1 & \sigma_2^1 & \ldots & \sigma_p^1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ z_l & (z_l)_{10} & (z_l)_{20} & \ldots & (z_l)_{m0} & (z_l)_{01} & (z_l)_{02} & \ldots & (z_l)_{0n} & \sigma_1^l & \sigma_2^l & \ldots & \sigma_p^l \end{vmatrix},$$

[1] Cfr. T. cap. III, n. 27.

avendo al solito indicato con $z_1, z_2 \ldots z_l$ le soluzioni particolari della (19), che annullano ω.

Inversamente la condizione trovata ora come necessaria, è anche sufficiente. Indicando infatti con z_{l+1} un'altra soluzione della (19) e considerando il sistema di equazioni lineari:

$$(24)\qquad z_{l+1} = \sum_1^{l+1} \lambda_i z_i r_i; \quad z_{l+1}(z_1)_x r_1; \quad z_{l+1}(z_1)_{xx} = \sum_1^{l+1} \lambda_i (z_i)_{xx} r_i; \quad \sigma_t = \sum_1^{l+1} \lambda_i \sigma_t r_i; \quad \begin{Bmatrix} h=1,2\ldots m \\ k=1,2\ldots n \\ t=1,2\ldots p \end{Bmatrix}$$

(dalle quali r_{l+1} è definito proporzionale ad ω), un processo affatto identico a quello del caso generale dimostra che la r_{l+1} (e quindi la ω) soddisfa ad un'equazione del tipo iperbolico, che si può scrivere sotto l forme diverse, alle quali corrispondono altrettante soluzioni $O_1, O_2 \ldots O_l$ dell'equazione aggiunta, i cui rapporti sono definiti dalle relazioni:

$$(25)\qquad \sum_1^l \lambda_i \sigma_t' O_i = 0; \quad \sum_1^l \lambda_i (z_i)_{hx} O_i = 0; \quad \sum_1^l \lambda_i (z_i)_{kx} O_i = 0, \quad \begin{Bmatrix} t=1,2\ldots p \\ h=1,2\ldots m-1 \\ k=1,2\ldots n-1 \end{Bmatrix}.$$

Nello stesso tempo sono conosciute p soluzioni dell'equazione in ω, che sono i coefficienti di $\sigma_1, \sigma_2 \ldots\ldots \sigma_p$ nel determinante (23).

Essendo infine le funzioni σ_t' determinate a meno di costanti additive, l'espressione di ω conterrà in sè lp costanti arbitrarie: donde segue un'osservazione simile a quella del caso generale.

b) Uno dei due numeri m ed n (ad es. n) sia uguale allo zero: scriveremo allora ω sotto la forma:

$$(26)\qquad \omega = Az + \alpha_1(z_{10} + bz) + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial x}(z_{10} + bz) + \ldots$$

$$\ldots + \alpha_m \frac{\partial^{m-1}}{\partial x^{m-1}}(z_{10} + bz) + \omega_1 \sigma_1 + \omega_2 \sigma_2 + \ldots + \omega_p \sigma_p \text{ [1]}.$$

Allora, quando sia $A = 0$, un ragionamento identico a quello superiore dimostra che ω deve annullarsi per $m + p$ soluzioni

[1] Quando sia $m = 0$, basta scambiare x con y e sostituire agli integrali σ_i gli integrali τ_1.

particolari dell'equazione in z: quando sia invece $A=0$, ponendo $p+bz=z'$, l'espressione di ω diventa:

$$(26^*)\qquad \omega=\alpha'_1 z'+\alpha_2 z'_{(2)}+\ldots+\alpha_m z'_{(m-1)}+\omega_1\sigma'_1+\omega_2\sigma'_2+\ldots+\omega_p\sigma'_p;$$

e si può quindi ripetere per la z' il medesimo processo. Ne concludiamo che la ω o si annullerà per $m+p-k$ soluzioni particolari di una conveniente trasformata di Laplace $z^{(s)}$ della z (e quindi anche per altrettante soluzioni dell'equazione in z); oppure quando sia $k=m$, essa avrà la forma:

$$(26^{**})\qquad \omega=\lambda z^{(m)}+\omega_1\sigma_1^{(m)}+\omega_2\sigma_2^{(m)}+\ldots+\omega_p\sigma_p^{(m)};$$

si dedurrà cioè dalla $z^{(m)}$ con una trasformazione $[0, p]$. Sono allora possibili due casi: o questa trasformazione è generale ed allora la ω si annulla per p soluzioni particolari della equazione in $z^{(m)}$, e quindi anche di quella in z; oppure questa trasformazione è singolare ed allora appartiene a quelle che dobbiamo ancora discutere.

È chiaro inversamente che queste condizioni, oltrechè necessarie, sono anche sufficienti [1].

c) Siano infine i due numeri m ed n ambedue uguali allo zero. Scriveremo allora ω sotto la forma:

$$(27)\qquad \omega=\omega_1\sigma_1+\omega_2\sigma_2+\ldots+\omega_p\sigma_p.$$

Calcolando allora le derivate prime e seconde di ω:

$$(28)\qquad \left\{\begin{aligned}
&\frac{\partial\omega}{\partial x}=(p+bz)\Sigma\omega_i u_i+\Sigma\frac{\partial\omega_i}{\partial x}\sigma_i;\quad \frac{\partial\omega}{\partial y}=z\Sigma\omega_i\Phi_1(u_i)+\Sigma\frac{\partial\omega_i}{\partial y}\sigma_i;\\
&\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}=r\Sigma\omega_i u_i+\alpha p+\beta z+\Sigma\frac{\partial^2\omega_i}{\partial x^2}\sigma_i;\\
&\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y}=-ap\Sigma\omega_i u_i+\beta' z+\Sigma\frac{\partial^2\omega_i}{\partial x\partial y}\sigma_i;\\
&\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}=q\Sigma\omega_i\Phi_1(u_i)+\beta'' z+\Sigma\frac{\partial^2\omega_i}{\partial y^2}\sigma_i;
\end{aligned}\right.$$

[1] Basta infatti occuparsi del caso che non vi siano delle trasformazioni di Laplace e in questo caso il ragionamento è quello precedente.

è chiaro che, quando sia $\sum \omega_i \Phi_1(u_i) = 0$, anche l'equazione in ω apparterrà al tipo iperbolico ed avrà la forma normale ed inoltre il sistema formato dalle (19), (27) e dalla equazione in ω sarà al solito un sistema completo. Traendo allora dalle derivate $\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}$, r e s in funzione di z e di p e degli integrali σ, ne dedurremo ancora che ω dovrà annullarsi per $p = 1$ soluzioni particolari dell'equazione in z.

Quando sia invece $\sum \omega_i \Phi_2(u_i) = 0$, ponendo $z' = p + kz$, ed indicando con u' l'integrale della equazione aggiunta a z', si avrà:

$$\omega = \sum \omega_i \tau'_i \tag{27*}$$

colla condizione ulteriore $\sum \omega_i u'_i = 0$; cioè la ω si deduce dalla z' con una trasformazione singolare della seconda classe. Inversamente le condizioni trovate ora come necessarie sono anche sufficienti.

La discussione completa delle trasformazioni singolari delle equazioni del tipo iperbolico può dunque riunirsi nel teorema seguente:

Condizione necessaria e sufficiente, perchè un' espressione ω *della forma:*

$$\omega = (m, n) + \sum_1^p {}_i \omega_i \sigma_i \quad (\sigma_i = \int u_i \Lambda_2(z) dx + z \Phi_1(u_i) dy)$$

soddisfi, per ogni valore di z, *integrale della* (22), *ad un'equazione analoga è che* ω *si annulli per* $m + n + p$ *soluzioni particolari, linearmente indipendenti, delle equazioni in* z. *L'espressione di* ω *contiene allora implicitamente* $p(m + n + p)$ *costanti arbitrarie, che dànno luogo ad una serie di equazioni di uguale infinità, tutte corrispondenti alle medesime soluzioni* z_i *dell'equazione data,* u_i *dell'aggiunta.*

Questo teorema generale ha dei casi di eccezione:

Quando uno od ambedue i numeri m *ed* n *siano uguali allo zero,* (*pur essendo in quest'ultimo caso* $\sum \omega_i u_i = 0$) *la funzione* ω *si può dedurre da una certa trasformata di Laplace* $z'^{(n)}$ *della* z *o con una trasformazione superiore o con una della seconda classe.*

6. — In modo perfettamente analogo si fa lo studio delle trasformazioni singolari delle equazioni del tipo parabolico.

Scritta l'equazione in z sotto la forma normale:

$$r + 2ap + 2bq + cz = 0, \tag{29}$$

l'espressione di ω avrà la forma:

$$\begin{aligned}\omega = \alpha z + \alpha_1 z_{01} + \alpha_2 z_{02} + \ldots + \alpha_n z_{0n} + \beta_1 z_{10} + \beta_2 z_{11} + \ldots \\ \ldots + \beta_m z_{1,m-1} + \omega_1 \rho_1 + \omega_2 \rho_2 + \ldots + \omega_p \rho_p,\end{aligned} \tag{30}$$

dove $n < m$, e:

$$\begin{aligned}\rho_i = \int \{ u_i \Lambda_2(z) - z\Phi_2(u_i) \} dx - \{ u_i \Lambda_1(z) - z\Phi_1(u_i) \} dy = \\ = \int 2bu_i z dx - \left(u_i p - z \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) dy\end{aligned} \tag{31}$$

è il simbolo della trasformazione integrale singolare del 1° ordine della equazione (29) [1]. Quando poi nella parte esplicita di ω manchino le derivate della z, essa avrà la forma:

$$\omega = \omega_1 \rho_1 + \omega_2 \rho_2 + \ldots + \omega_p \rho_p \qquad (\text{con } \sum \omega_i u_i \neq 0). \tag{30*}$$

Nel primo caso, in cui ω ha la forma (30), si dimostra col solito processo [2] che essa deve annullarsi per $2m + p - 1$ soluzioni particolari dell'equazione in z ed essere determinata da questa condizione. Ne segue che deve essere $n = m - 1$; ed ω si potrà scrivere sotto forma di determinante:

$$\omega = \begin{vmatrix} z & z_{01} & z_{02} & \ldots & z_{0m-1} & z_{10} & z_{11} & z_{12} & \ldots & z_{1m-1} & \rho_1 & \rho_2 & \ldots & \rho_p \\ z_1 & (z_1)_{01} & (z_1)_{02} & \ldots & (z_1)_{0m-1} & (z_1)_{10} & (z_1)_{11} & (z_1)_{12} & \ldots & (z_1)_{1m-1} & \rho_1^1 & \rho_2^1 & \ldots & \rho_p^1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ z_l & (z_l)_{01} & (z_l)_{02} & \ldots & (z_l)_{0m-1} & (z_l)_{10} & (z_l)_{11} & (z_l)_{12} & \ldots & (z_l)_{1m-1} & \rho_1^l & \rho_2^l & \ldots & \rho_p^l \end{vmatrix}, \tag{32}$$

---

(1) Cfr. T. cap. III, n. 27.

(2) Cfr. T. cap. II, n. 15.

dove $l = 2m + p - 1$, $z_1, z_2 \dots z_l$ sono le soluzioni particolari che annullano ω, e:

$$\rho_i^k = \int 2bu_i z_k dx - \left\{ u_i p_k - z_k \frac{\partial u_i}{\partial x} \right\} dy.$$

Inversamente, indicando con z_{l+1} un'altra soluzione della (29), le equazioni lineari nelle funzioni v_i:

$$(33) \qquad z_{0h} = \sum_1^l{}_i (z_i)_{0h} v_i; \quad z_{1k} = \sum_1^{l-1}{}_i (z_i)_{1k} v_i; \quad \rho_t = \sum_1^l{}_i \rho_t^i v_i;$$

$$(h,k = 0,1 \dots m-1;\ t = 1,2 \dots p)$$

(da cui in particolare si ha v_{l+1} proporzionale ad ω) differenziate in modo opportuno, dimostrano che v_{l+1} (e quindi ω) soddisfa ad un'equazione lineare del secondo ordine (che il calcolo effettivo mostrerebbe esser del tipo parabolico ed aver la forma normale); e fanno insieme conoscere $l = 2m + p - 1$ soluzioni particolari $O_1, O_2 \dots O_l$ dell'equazione aggiunta a quella in ω, i cui rapporti sono definiti dalle relazioni:

$$(34) \qquad \sum_1^l{}_i \rho_t^i O_i = 0; \quad \sum_1^l{}_i (z_i)_{0h} O_i = 0; \quad \sum_1^l{}_i (z_i)_{1k} O_i = 0;$$

$$(h,k = 0,1,2 \dots m-2;\ t = 1,2 \dots p).$$

Quando poi ω abbia la forma (30''), vale un ragionamento analogo (cfr. il n° 5); ω dovrà annullarsi per $p - 1$ soluzioni particolari dell'equazione in z: avrà dunque la forma:

$$(35) \qquad \omega \equiv \begin{vmatrix} \rho_1 & \rho_2 & \rho_3 & \dots & \rho_p \\ \rho_1^1 & \rho_2^1 & \rho_3^1 & \dots & \rho_p^1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \rho_1^{p-1} & \rho_2^{p-1} & \rho_3^{p-1} & \dots & \rho_p^{p-1} \end{vmatrix}$$

e questa condizione oltrechè necessaria è anche sufficiente. Indicando infatti con z un'altra soluzione della (29) e differenziando le equazioni lineari:

$$(36) \qquad \rho_t = \sum_1^p{}_i \rho_t^i v_i, \qquad (t = 1,2 \dots p)$$

(dalle quali al solito si ha $v_p = \omega$), si hanno le relazioni:

$$(37)\quad \begin{cases} \sum_1^p {}_i \left\{ \rho_l^i u_l - u_l \rho_l^i \right\} \dfrac{\partial v_i}{\partial x} = 0 \\ \sum_1^p {}_i \left\{ \rho_l^i u_l - u_l \rho_l^i \right\} \left(\dfrac{\partial v_i}{\partial y} + \dfrac{1}{2b} \sum_1^p {}_i \left(u_i \dfrac{\partial \log u_i}{\partial x} \rho_l^i - u_i \dfrac{\partial \log u_i}{\partial x} \rho_l^i \right) \dfrac{\partial v_i}{\partial x} \right) = 0; \end{cases} \qquad t \neq l$$

dalle quali segue ancora che ω soddisfa ad un'equazione del tipo parabolico e si vengono a conoscere $p-1$ soluzioni $O_1 \ldots O_p$ dell'equazione aggiunta, i cui rapporti sono dati dalle relazioni:

$$(38)\qquad \sum_1^{p-1} {}_i \left\{ \rho_l^i u_l - \rho_l^i u_l \right\} O_i = 0. \qquad t \neq l.$$

Possiamo dunque enunciare il teorema:

Una trasformazione singolare (della 1ª classe) di un' equazione del tipo parabolico (scritta sotto la forma normale) ha l'una o l'altra delle due forme:

$$\omega = \alpha z + \alpha_1 z_{01} + \ldots + \alpha_{m-1} z_{0,m-1} + \beta_1 z_{10} + \beta_2 z_{11} + \ldots$$
$$\ldots + \beta_m z_{1,m-1} + \omega_1 \rho_1 + \omega_2 \rho_2 + \ldots + \omega_p \rho_p;$$
$$\omega = \omega_1 \rho_1 + \omega_2 \rho_2 + \ldots + \omega_p \rho_p; \qquad (\Sigma \omega_i u_i \neq 0)$$

e si annulla nel primo caso per $2m + p - 1$, nel secondo per $p - 1$ soluzioni particolari dell'equazione in z. Una tale funzione ω contiene implicitamente $p(2m + p - 1)$ costanti arbitrarie nel primo caso, nel secondo $p(p-1)$.

§ IV.

Le trasformazioni singolari della seconda classe.

7. Dobbiamo ora studiare le espressioni ω della forma:

$$(39)\qquad \omega = \sum_1^i {}_i \omega_i A_i,$$

dove le ω_i e le u_i sono legate dalla relazione identica:

$$\sum_i^p \omega_i u_i = 0. \tag{40}$$

Più generalmente noi supporremo che insieme colla (40) siano soddisfatte altre relazioni della forma:

$$\sum \omega_i (u_i)_{rs} = 0\,; \qquad (u_i)_{rs} = \frac{\partial^{r+s} u_i}{\partial x^r \partial y^s}\,. \tag{41}$$

È chiaro innanzi tutto, tenendo conto della equazione a cui tutte le u_i soddisfano, che, ove le relazioni (41) siano soddisfatte per tutte le derivate delle u_i fino ad un certo ordine e per due (non del tutto arbitrarie) dell'ordine immediatamente superiore, lo saranno soddisfatte da tutte quelle di questo ordine; ciò viene evidentemente a ridurre di molto il numero di quelle tra le (41) effettivamente distinte.

Supponiamo allora che tra le (41) figurino intanto *tutte* le derivate delle u_i fino all'ordine massimo k (quando ciò non accada basterà fare $k = 0$); derivando la ω fino a questo ordine k, si avrà:

$$\omega_{il} = \sum_i^p (\omega_i)_{il} A_i\,; \qquad 0 \leq i + l \leq k \text{ [1]} \tag{42}$$

e le relazioni ottenute *saranno in numero di* $2k + 1$ *indipendenti* [2]; considerando invece le derivate della ω di ordine $k + 1$, per l'ipotesi fatta, alcune di queste conterranno certamente la z, e quindi quelle di ordine $k + 2$ le derivate prime p e q. Se il sistema di relazioni così ottenuto *permette di esprimere* p *e* q *in funzione di* z, *degli integrali* A_i *e delle derivate di* ω, esso è completo; dovrà dunque la ω annullarsi per $p = 2k + 2$ soluzioni dell'equazione data.

(1) Le relazioni

$$\sum \omega_{ir} u_{is} = 0, \qquad 0 \leq r + s \leq k$$

dànno infatti le altre:

$$\sum (\omega_i)_{tu} (u_i)_{rs} = 0, \qquad 0 \leq t + u + r + s \leq k.$$

(2) Infatti a causa della (4), a cui per ipotesi la ω soddisfa, le (42) si riducono al più a $2k + 1$ indipendenti: non possono poi ridursi a meno, altrimenti la ω soddisferebbe per ogni valore di z ancora ad un'altra equazione lineare alle derivate parziali, distinta dalla (4) e da quelle che si hanno derivando; il che è assurdo.

Ne segue intanto $k < \frac{p-2}{2}$; ed inoltre la condizione superiore insieme con quelle relazioni tra le (41), che contengono le derivate delle u_i fino all'ordine k, (in numero di $2k+1$ indipendenti [1]) dà nei coefficienti ω_i $p-1$ relazioni lineari omogenee: le quali, nel caso generale che le soluzioni z_i della equazione data e le u_i dell'aggiunta non sieno legate, come supponiamo, da alcuna relazione, sono necessarie e sufficienti a dare i rapporti delle $\omega_1 \dots \omega$ e quindi a determinare ω a meno di un fattore di proporzionalità. Ne segue dunque, poichè ω è certamente diverso da zero, che le $2k+1$ relazioni tra le (41), che contengono *tutte* le derivate delle u_i fino all'ordine k, *devono* esaurire le (41) stesse: ed allora ω può scriversi (posto $l = 2p-k-2$):

$$
(43) \qquad \omega \equiv \begin{vmatrix}
A_1 & A_1^1 & A_1^2 & \dots & A_1^l & u_1 & (u_1)_{10} & (u_1)_{01} & \dots & (u_1)_{k0} & (u_1)_{0k} \\
A_2 & A_2^1 & A_2^2 & \dots & A_2^l & u_2 & (u_2)_{10} & (u_2)_{01} & \dots & (u_2)_{k0} & (u_2)_{0k} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
A_p & A_p^1 & A_p^2 & \dots & A_p^l & u_p & (u_p)_{10} & (u_p)_{01} & \dots & (u_p)_{k0} & (u_p)_{0k}
\end{vmatrix}.
$$

Inversamente è facile dimostrare che le condizioni superiori, oltrechè necessarie, sono anche sufficienti. Basta per questo lievemente modificare il metodo di dimostrazione fin qui tenuto. Indichiamo con z_{l+1} un'altra soluzione dell'equazione in z e scriviamo il sistema di equazioni lineari nelle funzioni t e v:

$$
(44) \qquad A_i = \sum_0^k{}_{rs} (u_i)_{rs}\, t_{rs} + \sum_1^{l+1}{}_{\mu} A_i^{\mu} v_{\mu}; \qquad i = 1,2 \dots p:
$$

(dove le t_{rs} sono in numero di $2k+1$, quante le $(u_i)_{rs}$ indipendenti); queste ci definiscono in particolare v_{l+1} proporzionale ad ω. Derivando le (44), otteniamo le relazioni:

$$
(45) \qquad \begin{cases}
\sum_0^k{}_{rs} (u_i)_{r+1,s}\, t_{rs} + \sum_0^k{}_{rs} (u_i)_{rs} \dfrac{\partial t_{rs}}{\partial x} = \left(\sum_1^{l+1}{}_{\mu} \dfrac{\partial A_i^{\mu}}{\partial x} v_{\mu} - \dfrac{\partial A_i}{\partial x} \right) + \sum_1^{l+1}{}_{\mu} A_i^{\mu} \dfrac{\partial v_{\mu}}{\partial x} = 0, \\
\sum_0^k{}_{rs} (u_i)_{r,s+1}\, t_{rs} + \sum_0^k{}_{rs} (u_i)_{rs} \dfrac{\partial t_{rs}}{\partial y} = \left(\sum_1^{l+1}{}_{\mu} \dfrac{\partial A_i^{\mu}}{\partial y} v_{\mu} - \dfrac{\partial A_i}{\partial y} \right) + \sum_1^{l+1}{}_{\mu} A_i^{\mu} \dfrac{\partial v_{\mu}}{\partial y} = 0.
\end{cases}
$$

$$
i = 1,2 \dots p
$$

[1] Ove le (41) si riducessero a meno di $2k+1$ indipendenti, le u_i sarebbero legate da una o più relazioni lineari a coefficienti costanti (Cf. T., cap. IV, n. 45, nota e Darboux, *Leçons*, vol. 2°, pag. 185 nota).

Ordinando queste $2p$ relazioni secondo le successive derivate delle v_i e quindi secondo le $A^{(r)}$, esse vengono a contenere linearmente ed omogeneamente $2p+2$ funzioni, tra le quali figurano le derivate prime delle $l+1$ funzioni v. Prendendo dunque opportunamente la z_{-1}, potremo esprimere le derivate delle prime l funzioni v_i linearmente ed omogeneamente per quelle di v_{-1}; il che al solito dimostra che la v_{-1} (e quindi la ω) soddisfa ad un'equazione lineare del 2° ordine, della quale si vengono anche a conoscere l soluzioni particolari dell'equazione aggiunta.

L'ultima parte del ragionamento superiore cade in difetto, quando sia $l=0$. In questo caso (che può darsi soltanto per $p=2k+2$) basta modificare leggermente il processo di dimostrazione. Sarà allora infatti possibile esprimere le due funzioni t_{-1}, t_{-2} per $\frac{\partial v_1}{\partial x}$, $\frac{\partial v_1}{\partial y}$; d'altra parte dalle formule che danno le t con indici inferiori è facile formare un aggregato lineare omogeneo delle derivate prime di t_{-1}, t_{-2}, ancora esso esprimibile linearmente ed omogeneamente per $\frac{\partial v_1}{\partial x}$, $\frac{\partial v_1}{\partial y}$; e ciò fa vedere che v_1 (e quindi ω) soddisfa ancora ad un'equazione del 2° ordine. Il nostro asserto è così completamente dimostrato [1].

Possiamo dunque enunciare il teorema:

Condizione necessaria e sufficiente perchè un'espressione:

$$\omega = \sum_i \omega_i A_i$$

colle condizioni ulteriori:

$$\sum \omega_i (u_i)_{rs} = 0; \qquad 0 \leq r+s \leq k$$

soddisfi per ogni valore di z integrale dell'equazione data, ad un'equazione lineare del secondo ordine, è (in generale) che essa si annulli per $p-2k-2$ soluzioni particolari dell'equazione in z. Una tale funzione contiene allora implicitamente $p(p-2k-2)$ costanti arbitrarie.

[1] Per intendere bene il ragionamento superiore è utile seguirlo su un determinato caso particolare ed osservare quindi che il ragionamento è affatto generale.

Va considerato in modo speciale il caso che k raggiunga il suo valore massimo: che sia cioè $k = \frac{p-2}{2}$, oppure $k = \frac{p-3}{2}$, secondochè p è pari o dispari. Nel primo caso non vi è alcuna soluzione dell'equazione in z che annulli la ω; nel secondo una sola. Ma si osservi allora che, derivando la ω fino all'ordine $k-1$ (o $k+2$) ed eliminando gli integrali A_i, noi troviamo nel primo caso *una relazione lineare omogenea tra la z e le derivate della funzione* ω; nel secondo perverremo invece a *due relazioni della forma:*

$$z_{10} + \alpha z + p(\omega) = 0; \qquad z_{01} + \alpha' z + p'(\omega) = 0;$$

(essendo $p(\omega), p'(\omega)$ funzioni lineari omogenee in ω e nelle sue derivate); le quali, dovendo $z_{10} + \alpha z$, $z_{01} + \alpha' z$ annullarsi, come ω, per $z = z_1$, possono anche scriversi:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{z}{z_1}\right) + p(\omega) = 0; \quad \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{z}{z_1}\right) + p'(\omega) = 0.$$

Ne segue che nel primo caso la z si deduce dalla ω con una trasformazione differenziale dell'ordine $k-1$ (che evidentemente corrisponde alle soluzioni $\omega_1, \omega_2 \ldots \omega_k$ ed è quindi generale); nel secondo che la $\frac{z}{z_1}$ si deduce dalla ω con una trasformazione integrale, pure generale, dell'ordine $k+2$. Ritroviamo così dei risultati noti della teoria delle trasformazioni differenziali ed integrali [1].

8. Tutto il ragionamento precedente è fondato sull'ipotesi che le relazioni che si ottenevano derivando la ω fino all'ordine $k-2$, fossero risolubili rispetto alle derivate prime di z. Consideriamo ora il caso in cui questo non accada. Un ragionamento simile a quello del n° 4 dimostra esser questo impossibile nel caso ellittico; può invece aver luogo per le equazioni dei due tipi iperbolico e parabolico.

Cominciando a discutere il caso iperbolico, supporremo che l'equazione in z abbia la forma normale (19), e scriveremo ω sotto la forma:

(1) Cfr. T. cap. IV, n. 46 e 50.

$$\omega = \sum_1^p{}_i\, \omega_i\, \sigma_i. \tag{46}$$

Supporremo inoltre che tra le funzioni ω_i e le u_i si abbiano le relazioni:

$$\sum \omega_i (u_i)_{r0} = 0; \qquad \sum \omega_i (u_i)_{0s} = 0. \tag{47}$$

Allora, se tra queste relazioni compariscono *tutte* quelle colle derivate rispetto ad x fino all'ordine m, quelle rispetto ad y fino all'ordine n, avremo evidentemente, derivando la (46):

$$\omega_{(r)} = \sum (\omega_i)_{r0}\, \sigma_i; \quad \omega_{(s)} = \sum (\omega_i)_{0s}\, \sigma_i; \quad (r = 1, 2 \ldots m+1;\ s = 1, 2 \ldots n); \tag{48}$$

la $\omega_{(m+1)}$ contiene invece esplicitamente la z, le $\omega_{(m+1)}$, $\omega_{(n+1)}$ la p e la q e sono risolubili rispetto a queste derivate. Il sistema ottenuto è completo e perciò dovrà la ω annullarsi per $l = p - m - n - 2$ soluzioni particolari della (19); sarà cioè $m + n \leq p - 2$ ed ω si scriverà sotto forma di determinante:

$$\omega \equiv \begin{vmatrix} \sigma_1 & \sigma_1^1 & \sigma_1^2 \ldots \sigma_1^l & u_1 & (u_1)_{10} & (u_1)_{20} \ldots (u_1)_{m0} & (u_1)_{01} & (u_1)_{02} \ldots (u_1)_{0n} \\ \sigma_2 & \sigma_2^1 & \sigma_2^2 \ldots \sigma_2^l & u_2 & (u_2)_{10} & (u_2)_{20} \ldots (u_2)_{m0} & (u_2)_{01} & (u_2)_{02} \ldots (u_2)_{0n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sigma_p & \sigma_p^1 & \sigma_p^2 \ldots \sigma_p^l & u_p & (u_p)_{10} & (u_p)_{20} \ldots (u_p)_{m0} & (u_p)_{01} & (u_p)_{02} \ldots (u_p)_{0n} \end{vmatrix}. \tag{49}$$

Ne segue che, se le u_i, come supponiamo, non sono legate da alcuna relazione, non vi possono essere tra le (47) altre relazioni che quelle che contengono *tutte* le derivate rispetto ad x fino all'ordine m, quelle rispetto ad y fino all'ordine n.

Inversamente queste condizioni sono anche sufficienti: indicando infatti con z_{l+1} un'altra soluzione della (19), consideriamo il sistema di equazioni lineari nelle funzioni t e v:

$$\sigma_i = u_i t_{00} + \sum_1^m{}_h (u_i)_{h0} t_{h0} + \sum_1^n{}_k (u_i)_{0k} t_{0k} + \sum_1^{l+1}{}_\mu\, \sigma_i^\mu\, v_\mu; \qquad i = 1, 2 \ldots p \tag{50}$$

da queste, ragionando precisamente come nel caso superiore

deduciamo ancora che v_{-1} (e quindi anche ω che gli è proporzionale) soddisfa ad un'equazione del tipo iperbolico, per la quale si conoscono anche $l = p - m - n - 2$ soluzioni particolari dell'equazione aggiunta.

Anche in questo caso i valori $l = 0$, $l = 1$ conducono, come nel caso superiore a trasformazioni inverse di trasformazioni differenziali ed integrali. Si noti infine che anche qui la funzione ω è determinata a meno di $p(p - m - n - 2)$ costanti arbitrarie; vale quindi un teorema perfettamente simile a quello del n° ant.

9. Una discussione perfettamente analoga vale nel caso parabolico.

Supporremo scritta l'equazione sotto la forma ridotta (29); e daremo ad ω la forma:

$$\omega = \sum_1^{i} {}_i\, \omega_i\, \rho_i\,; \tag{51}$$

inoltre tra le funzioni ω_i e le u_i si avranno delle relazioni della forma:

$$\Sigma\, \omega_i\, (u_i)_{0h} = 0\,; \qquad \Sigma\, \omega_i\, (u_i)_{1k} = 0. \tag{52}$$

Su queste relazioni conviene innanzi tutto fare un'osservazione. Se tra esse vi sono ad es. tutte quelle per le quali h va da 0 fino ad m, k da 0 fino ad n, è chiaro intanto che per ogni valore comune di h e k saranno soddisfatte le relazioni analoghe relative alle derivate delle u_i del medesimo ordine, non solo, ma anche per quelle dell'ordine immediatamente superiore, che contengano almeno due volte la derivazione rispetto alla variabile x. Di più, come risulterà dal ragionamento posteriore, possiamo supporre senz'altro che nelle (52) h prenda tutti e soli i valori da 0 ad m, h tutti e soli quelli da 0 ad n.

Posto questo, deriviamo la (51), tenendo conto delle (52) e di quelle che ne seguono. È facile vedere che si avrà:

$$\omega_{0r} = \Sigma\, (\omega_i)_{0r}\, \rho_i\,,$$

per tutti quei valori di r che non superano il minore dei due numeri $m+1$ ed $n+1$. Invece le derivate della ω della medesima forma delle antecedenti, ma di ordine superiore, conterranno esplicitamente e necessariamente la funzione z e le sue derivate.

Affatto analogamente si avrà:

$$\omega_{1r} = \Sigma_i (\omega_i)_{1r} \rho_i ,$$

per tutti i valori di s, che non superano il minore dei due numeri m ed $n+1$. Invece le derivate di ordine superiore conterranno esplicitamente la z e le sue derivate.

Segue di qui che basterà limitarsi alla considerazione dei due casi speciali che si hanno per $m=n$, oppure $m=n+1$; poichè, ove tra i numeri m ed n non si avesse l'una o l'altra di queste due relazioni, tutte quelle tra le (52), che corrispondono o a valori di m superiori ad $n+1$, o a valori di n superiori ad m, sarebbero, come risulterà dal ragionamento che segue, affatto inessenziali. Avremo dunque due casi distinti da considerare, che noi discuteremo separatamente.

a) Sia $m=n$; cioè nelle (52) si abbia $h=k=0,1,2 \ldots m$.

Derivando allora l'espressione di ω avremo:

$$(53) \qquad \omega_{0h} = \Sigma (\omega_i)_{0h} \rho_i ; \qquad \omega_{1k} = \Sigma (\omega_i)_{1k} \rho_i . \qquad \left\{ \begin{matrix} h=0,1,2 \ldots m+1 \\ k=0,1,2 \ldots m \end{matrix} \right.$$

Invece le derivate $\omega_{1,m+1}$; $\omega_{0,m+2}$; $\omega_{1,m+2}$ conterranno rispettivamente (e necessariamente) la z, p, q e saranno risolubili rispetto a queste derivate: si ha quindi di nuovo un sistema completo. Ne segue che la ω dovrà annullarsi per $l=p-2m-3$ soluzioni particolari della (29) ed essere determinata da questa condizione: sarà dunque $m \leq \frac{p-3}{2}$ e la ω si scriverà sotto forma di determinante:

$$(54) \quad \omega = \begin{vmatrix} \rho_1 & \rho_1^1 & \rho_1^2 & \ldots & \rho_1^l & u_1 & (u_1)_{01} & (u_1)_{02} & \ldots & (u_1)_{0m} & (u_1)_{10} & (u_1)_{11} & \ldots & (u_1)_{1m} \\ \rho_2 & \rho_2^1 & \rho_2^2 & \ldots & \rho_2^l & u_2 & (u_2)_{01} & (u_2)_{02} & \ldots & (u_2)_{0m} & (u_2)_{10} & (u_2)_{11} & \ldots & (u_2)_{1m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \rho_p & \rho_p^1 & \rho_p^2 & \ldots & \rho_p^l & u_p & (u_p)_{01} & (u_p)_{02} & \ldots & (u_p)_{0m} & (u_p)_{10} & (u_p)_{11} & \ldots & (u_p)_{1m} \end{vmatrix} .$$

Inversamente queste condizioni sono anche sufficienti. Quando infatti esse siano soddisfatte, indicando con v_{l+1} un'altra soluzione della (29), il solito sistema di equazioni nelle funzioni t e v:

$$(55) \qquad \rho_i = \sum_0^{\cdot}{}_r \{ (u_i)_{0r} t_{0r} + (u_i)_{1r} t_{1r} \} + \sum_1^{l+1}{}_k \rho_i^k v_k \qquad i = 1,2 \dots p$$

(donde v_{l+1} è definito proporzionale ad ω), opportunamente derivato, dà luogo a $2p+2$ relazioni lineari omogenee in $2p+4$ funzioni incognite, tra le quali le derivate delle $l+1$ funzioni v. Ne deduciamo (anche per $l=0$) che la v_{l+1} (e quindi ω soddisfa ad un'equazione del tipo parabolico e della forma normale, della quale si conoscono di più l soluzioni particolari della equazione aggiunta.

b) Quando poi si abbia $m = n+1$, cioè nelle (52) sia: $h = 0,1,2 \dots m$; $k = 0,1,2 \dots m-1$, si avrà allora anche:

$$(56) \qquad \omega_{0h} = \Sigma_i (\omega_i)_{0h} \rho_i \,; \quad \omega_{1k} = \Sigma_i (\omega_i)_{1k} \rho_i \,; \qquad h,k = 0,1 \dots m$$

ed un ragionamento affatto analogo al precedente dimostra che ω deve annullarsi per $l = p - 2m - 2$ soluzioni particolari della (29): sarà quindi $m \leq \frac{p-2}{2}$ e la ω si scriverà:

$$(57) \quad \omega \equiv \begin{vmatrix} \rho_1 & \rho_1^1 & \rho_1^2 \dots \rho_1^l & u_1 & (u_1)_{01} & (u_1)_{02} \dots (u_1)_{0m} & (u_1)_{10} & (u_1)_{11} \dots (u_1)_{1,m-1} \\ \rho_2 & \rho_2^1 & \rho_2^2 \dots \rho_2^l & u_2 & (u_2)_{01} & (u_2)_{02} \dots (u_2)_{0m} & (u_2)_{10} & (u_2)_{11} \dots (u_2)_{1,m-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \rho_p & \rho_p^1 & \rho_p^2 \dots \rho_p^m & u_p & (u_p)_{01} & (u_p)_{02} \dots (u_p)_{0m} & (u_p)_{10} & (u_p)_{11} \dots (u_p)_{1,m-1} \end{vmatrix}.$$

Inversamente queste condizioni sono anche sufficienti, come risulta al solito dal sistema di equazioni lineari:

$$(58) \qquad \rho_i = \sum_0^m{}_r (u_i)_{0r} t_{0r} + \sum_0^{m-1}{}_s (u_i)_{1s} t_{1s} + \sum_1^{l+1}{}_k \rho_i^k v_k \,; \qquad i = 1,2 \dots p$$

e da quelle che se ne ottengono, derivandole rispetto ad x e ad y.

In ogni caso l'espressione di ω contiene implicitamente pl costanti arbitrarie (quelle additive nelle ρ_i^k).

Son finalmente da notare i due casi $l = 0$, $l = 1$: si ha nel primo caso la trasformazione inversa di una trasformazione differenziale (singolare per $m = n$, generale per $m = n + 1$): quando sia invece $l = 1$ si ha l'inversa di una trasformazione integrale (ancora singolare per $m = n$, generale per $m = n + 1$)[1].

Ricerche sulla provenienza del materiale roccioso della Collina di Torino;

Nota del Dott. ALESSANDRO ROCCATI.

I.

Fra le questioni riferentisi alla Collina di Torino, una delle più discusse è quella che riguarda la provenienza dei materiali rocciosi della collina stessa, e specialmente dei conglomerati a grossi elementi, e dei massi a spigoli vivi che frequentemente vi s'incontrano. Dai lavori compiutisi sull'argomento appare come grande sia la divergenza nelle opinioni dei vari autori, essendo i materiali in questione da alcuni riferiti alle Alpi, da altri agli Appennini e da altri anche a roccie esistenti in posto, ed ora distrutte.

Infatti nel 1850 Martins e Gastaldi (1) in un loro lavoro ritengono che i materiali dei conglomerati provengano dalle Alpi del Biellese, dal Lago Maggiore, dalle Alpi Marittime e dall'Appennino Ligure.

Nel 1860 il Gastaldi (2), ritornando sull'argomento, assegna per luogo di provenienza dei materiali rocciosi in parte la catena alpina ed in parte gli Appennini. Nel 1872 il Tardy (3) fa rilevare la provenienza dalle Alpi degli elementi costituenti

(1) Cfr. T. cap. IV, n. 47 e 51.

(1) *Essai sur les terrains superficiels de la Vallée du Pô*, ecc., " Bull. de la Soc. Géol. de France ,, t. VII, 1850.

(2) *Sugli elementi che compongono i conglomerati miocenici del Piemonte*, " Mem. della R. Accad. delle Scienze di Torino ,, Serie 2ª, vol. XX, 1863.

(3) *Note sur la théorie de l'époque glaciaire*, " Bull. de la Soc. Géol. de France ,, serie 2ª, t. XXIX, 1872.

tutte le formazioni, eccettuandone soltanto le marne. Il Mazzuoli (1) ammette possibile l'esistenza, in principio del miocene, al posto attuale della collina, di un'isola di roccie eocениche con serpentine incluse, dal cui sfacelo si sarebbe originato il conglomerato, che rimase a coprire la parte dell'isola non frantumata dalle onde. Il Sacco (2) espone l'ipotesi che gli elementi dei conglomerati provengano da formazioni eocениche, ora in gran parte abrase o sepolte, e specialmente da roccie delle Alpi Occidentali o da formazioni primarie ora distrutte o sepolte. Il Baretti (3), pur ammettendo che gli studi finora eseguiti non siano sufficienti per una risoluzione sicura della questione, si accosta all'idea di Gastaldi, ritenendo che gli elementi conglomeratici provengano prevalentemente dalle Alpi, senza escludere una provenienza eventuale dagli Appennini, e da roccie esistenti o nei siti stessi, o a poca distanza dai luoghi ove detti conglomerati s'incontrano. Il Portis (4) ammette possano i materiali della Collina di Torino esser stati tratti da un continente emerso durante l'Eogene ed il Neogene, tra il piede interno delle Alpi Occidentali e l'attuale Collina. Secondo il Virgilio (5) finalmente " i ciottoli ed i massi in maggior parte provengono da rocce in posto alpine, esistite ed esistenti e specialmente prealpine, dalle Alpi Marittime alle Lepontine, in minor parte da rocce appenniniche, ed in minima parte da rocce in posto nelle colline stesse ".

A mio avviso tale questione solo potrà esser risolta quando delle roccie della Collina si sia fatto uno studio petrografico accurato e completo, perchè solo in tal caso sarà possibile l'istituire confronti allo scopo di stabilire delle equivalenze con le roccie esistenti in posto sulle Alpi o sull'Appennino. Di tali lavori non si hanno finora che quelli di Parona (6) su ciottoli

(1) *Sul modo di formazione dei conglomerati miocenici dell'Appennino Ligure*, " Boll. del R. C. Geol. d'Italia ", vol. XIX, 1888.

(2) *Il bacino terziario e quaternario del Piemonte*, 1889-90.

(3) *Geologia della Provincia di Torino*, 1893.

(4) *Contribuzioni alla storia fisica del bacino di Roma e studi sopra l'estensione da darsi al pliocene superiore*. L. Roux e C. Torino-Roma, 1893.

(5) *La Collina di Torino*. Memoria Geologica, pag. 85.

(6) *Fossili del lias medio nel conglomerato terziario di Lavriano (Colli di Torino)*, " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. XXVI, 1891.

triassici, e di Colomba (1), il quale, esaminando alcune sabbie elveziane, dimostrò la provenienza dei loro componenti dall'Alta Valle di Susa.

Ora avendo io avuto occasione di compiere alcune osservazioni petrografiche su roccie della Collina, credo utile l'esporre i risultati di queste mie ricerche, nella speranza che possano essere un utile contributo alla soluzione del problema, specialmente perchè, confrontando le roccie da me studiate con altre esistenti in posto nelle Alpi, ritengo sia possibile lo stabilirne la perfetta corrispondenza.

II.

I massi rocciosi da me studiati provengono per la maggior parte da quella grande zona dell'Elveziano che si stende da San Raffaele a Casalborgone, ed in cui, come nota il Sacco (2) " banchi ciottolosi, sabbiosi, alternanti coi banchi sabbiosi marnosi, assumono una potenza straordinaria non solo, ma racchiudono spesso elementi voluminosissimi, i quali, per la graduale abrasione delle circostanti sabbie, rimangono sparsi ed isolati sulle creste e sui fianchi collinosi per modo che ne risulta per tali colline quell'aspetto morenico che si può ancora osservare sui Colli Monregalesi, e nella Collina di Torino al Pino, Moncalieri, Revigliasco ".

Molti dei massi, di cui intrapresi lo studio, li raccolsi in una località posta a nord-ovest di San Raffaele, detta *Calabria*, e sul versante della Collina che guarda il Po. Questa località, come pure tutta la regione che si stende attorno alla strada comunale da Cimenna a San Raffaele, è degna di nota per il numero rilevante di massi, il cui volume in molti casi è di parecchi metri cubi, e che si presentano per la maggior parte nettamente coi loro spigoli vivi, e hanno poco o nessuno accenno di rotolamento. Sono essi quasi tutti di roccie anfiboliche, pirosseniche e granatifere, caratterizzate tutte dalla presenza della glaucofane; presentano poi grande compattezza, talchè vidi

(1) *Osservazioni su alcune sabbie della Collina di Torino*, " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", 1895-96.

(2) *Il bacino terziario del Piemonte*, pag. 411.

adoperare mine per spaccarli, onde impiegarli, secondo mi fu detto, in lavori di arginatura che si compivano lungo il Po, presso la borgata di Cimenna.

Altri provengono dalla valletta della Losa, che da Castagneto scende a Casalborgone, ove il torrente raggiunge la Leona, che percorre la valle omonima: questa valletta della Losa è pur essa ricca di massi rilevanti per mole.

Una terza parte del materiale roccioso la raccolsi nella località detta *Racom*, posta tra San Raffaele e Bussolino.

Giova osservare che in tutta questa zona, compresa fra San Raffaele, Bussolino, Castagneto e Casalborgone, sono dappertutto i medesimi materiali che costituiscono i massi e ciottoli del conglomerato.

Predominante oltre le roccie anfiboliche, pirosseniche e granatifere, cui già ho superiormente accennato, è un granito rosso a grossi elementi, che si riscontra ancora in molte altre località ove si presenta il conglomerato elveziano, a cui si devono aggiungere gneiss e scisti abbastanza frequenti e secondariamente serpentine e quarziti.

Allo studio di questi massi mi parve interessante l'aggiungere quello di alcuni ciottoli del detto conglomerato elveziano che si presenta potente nella località *San Giovanni* di Rivalba.

Essendo però mio scopo il tentare di stabilire la provenienza di questo materiale roccioso, mi limito a descrivere per ora soltanto quelle roccie per le quali ho potuto stabilire l'esistenza di equivalenti nella catena alpina.

Nella tavola annessa al presente lavoro, ho segnato in rosso la località della collina in cui raccolsi le roccie che ho studiato: con lettere rosse corrispondenti a quelle che contradistinguono le varie roccie ho indicato le località alpine ove esse si trovano in posto.

III.

A) Anfibolite granatifera a glaucofane.

Questa anfibolite, insieme ad un'eclogite pur molto abbondante, forma i massi più voluminosi nella località *Calabria*; la riscontrai pure nelle vicinanze di Bussolino, e un campione della

nella roccia mi fu dato osservare proveniente dalla testata di Val Salice (Torino).

Essa, all'esame macroscopico, si presenta come roccia compattissima di colore verde scuro, in cui spiccano frequenti accentramenti di pirite. I due componenti principali, *anfibolo* e *granato*, non si possono, come d'altronde anche gli altri, discernere bene a occhio nudo causa la loro piccolezza; sono poi in proporzioni variabili, tanto che in certi punti la roccia assume l'aspetto di una vera granatite.

Oltre l'*anfibolo* ed il *granato*, suoi componenti sono: *glaucofane, oligisto, pirite, magnetite, quarzo, rutilo* e *calcite*.

L'*anfibolo*, che insieme al granato costituisce la massa fondamentale della roccia, è in individui a contorno cristallino non ben definito, di colore verde scuro. Alcuni individui lasciano però ancora scorgere finissime strie; debole pure è il dicroismo. Questo minerale sembra aver subito profonde alterazioni.

Il *granato* è difficilmente distinguibile senza l'aiuto della lente; al microscopio si presenta con contorno quasi sferico o senza forma determinata; il colore è roseo, e, salvo pochi individui, tutti si presentano fessurati in varie direzioni, lungo le fessure poi si osserva spesso la formazione di una sostanza verde cloritosa, evidentemente prodotto di alterazione. Frequenti sono le inclusioni di rutilo, oligisto e di quarzo. Quest'ultimo minerale entra talvolta a riempire le fessure.

La *glaucofane* è in individui a forma allungata rettangolare, o rombica, e con contorni molto meglio definiti che non l'anfibolo, i cristalli però sono più piccoli. Le forme allungate sovente non hanno terminazione definita, spesso sono fusiformi e talora sfilacciate; presenta il bel colore azzurro caratteristico ed evidente il pleocroismo, che va, secondo le sezioni, dall'azzurro, al violetto, all'incoloro. Mancano o son poco visibili le strie di sfaldatura. Alcuni cristalli presentano come un orlo di sostanza verde, altri come un nucleo della medesima sostanza, che è dovuta a incipiente alterazione.

L'*oligisto* è abbondante, in forme lenticolari, allungate e a contorno indeterminato; serve a riconoscerlo il color rosso o bruno a luce trasmessa e il nero a riflessi bleuastri con aspetto metallico a luce riflessa.

La *pirite* si può vedere ad occhio nudo nella roccia ove è

in accentramenti di piccoli elementi che spiccano per il loro color giallo caratteristico. È pure sparsa nella massa con qualche abbondanza, e al microscopio si rivela in grani opachi, di color giallo a luce riflessa.

Alcuni dei granuli opachi sparsi nella massa sono indubbiamente da riferirsi a *magnetite*, perchè, sottoponendo la polvere della roccia all'azione della calamita, alcune particelle vengono fortemente attratte.

Il *rutilo*, oltre che in piccolissimi cristalli inclusi nei componenti principali, si presenta anche in individui di mole abbastanza rilevante per esser distinti a occhio nudo nei preparati microscopici. Ha forma prismatica o contorno indeterminato, color giallo bruno o rossastro, dicroismo ben evidente dal giallo bruno al giallo chiaro.

Il trattarsi di rutilo vien dimostrato dai vari saggi a cui sottoposi il minerale: isolatane una piccola quantità la sottomisi al canello ad aria calda, a cui si dimostrò completamente infusibile; trattata con acido solforico a caldo non subì alcuna alterazione; la perla poi al sal di fosforo è nettamente quella del titanio.

Il *quarzo*, non molto abbondante, è in granuli a contorni indeterminati; di più, come dissi sopra, entra a riempire le fessure del granato. Credo finalmente poter riferire a *calcite*, alcuni piccoli individui incolori, con bassi colori di polarizzazione, perchè trattati con acido cloridrico dànno effervescenza a freddo. Non presentano però nè le strie di geminazione, nè le fenditure dovute alla facile sfaldatura.

Una anfibolite per tutto identica alla su descritta la ritrovai in posto al Monte Ciabergia, allo sbocco della Valle di Susa. Un'altra roccia poi che dalla descritta si differenzia solo per il rutilo, che in essa è di color giallo più chiaro, si trova pure in Val di Susa, sopra Mocchie, ed è comune nelle morene frontali all'imboccatura della valle, ove varii campioni ne furono raccolti dal sig. Capeder, laureando in Scienze naturali.

B) Anfibolite granatifera a siderite.

Questa roccia proviene pure dalla località *Calabria* ove è abbastanza frequente, e forma come la precedente massi di volume rilevante.

Si può considerare come di composizione poco differente da quella segnata A, solo qui i minerali componenti sono di mole maggiore, e facilmente a occhio nudo si possono distinguere l'anfibolo e il granato. In essa sono meno abbondanti gli accentramenti di oligisto e di rutilo che caratterizzano la roccia precedente; ha però di particolare la presenza della siderite.

Suoi componenti sono: *anfibolo, granato, glaucofane, quarzo, rutilo* e *siderite*.

Non credo necessario il far qui la descrizione dei singoli componenti, e mi limiterò alla *siderite*.

Essa si trova sparsa abbondantemente nella massa, ha color giallognolo, che, ridotto in sezione il minerale, diventa biancastro. Ha lucentezza grassa, facile staldatura secondo il romboedro 100. Il trattarsi di siderite è messo in evidenza dai vari saggi a cui sottoposi il minerale. È solubile completamente con effervescenza, anche a freddo, nell'acido cloridrico, la soluzione poi trattata con ammoniaca mi diede il precipitato rosso caratteristico; la perla al borace poi è nettamente quella del ferro.

Non mi fu dato il trovare questa roccia direttamente in posto, ma la riscontrai nelle morene all'imbocco della Valle di Susa, il che prova evidentemente che la roccia esiste in detta Valle.

C) Gneiss tormalinifero.

Raccolsi un campione di questo gneiss nella località *Rocm*, e anch'esso è in massi a spigoli vivi, senza segno di rotolamento. La struttura schistosa vi è nettissima per la disposizione della mica in straterelli paralleli.

Sparsi nella massa si possono osservare distintamente cristalli neri di tormalina, che tutti si presentano coll'asse di allungamento parallelo alla schistosità.

I minerali componenti, oltre i due su menzionati *mica* e *tormalina*, sono *quarzo* e *ortosio*, a cui convien aggiungere un *feldspato triclino*, però non abbondante.

Il *quarzo* è in granuli a contorni indistinti che sembrano modellarsi sugli altri elementi, i margini sono generalmente erosi. Il minerale si presenta pure di seconda formazione a riempire le fessure dell'ortosio e della tormalina.

La *mica* è in laminette esagonali, di color giallognolo splen-

dente, è disposta in piani orizzontali che danno alla roccia una struttura eminentemente schistosa. Allo stauroscopio si rivela nettamente biassica.

L'*ortosio* si presenta o in grani a contorni indistinti, erosi sui margini, o in individui ad abito cristallino ben determinato. D'ordinario i cristalli non sono geminati; questi però non mancano, ed in generale predomina in essi la geminazione secondo la legge di Karlsbad. Alcuni presentano estinzione ondulata: altri cristalli hanno piegamenti, che denotano esser stata la roccia sottoposta a forti pressioni. Nell'interno dei cristalli si vedono inclusioni di quarzo, che pure entra a riempire le fessure.

La *tormalina* è in individui a forma allungata, però senza terminazione definita, talora fusiformi, o come sfilacciati alle estremità; tal'altra è profondamente erosa sui margini. Alcuni cristalli poi sono rotti, e si possono vedere i frammenti non più a contatto, anche spostati, con le fessure ricolme da quarzo.

Vista nella massa la tormalina ha color nero, in sezioni microscopiche è di color violetto scuro, con dicroismo fortissimo dal violaceo chiaro al nero.

Non abbondanti sono cristalli di un *plagioclasio*, che si riconosce facilmente a luce polarizzata per la geminazione polisintetica ben evidente.

Mi pare fuori dubbio che questa roccia non è altro se non il gneiss tormalinifero di Villarfocchiardo in Val di Susa, gneiss che fu già studiato dal Piolti (1).

La presenza di questo gneiss sulla Collina di Torino non ha solo importanza per provare la corrispondenza delle roccie alpine con quelle della Collina, ma, a mio avviso, serve anche a dimostrare che il gneiss tormalinifero di Villarfocchiardo non può esser ascritto alla serie dei gneiss recenti che secondo il Gregory (2) si sarebbero formati nelle Alpi durante il pliocene.

(1) *Gneiss tormalinifero di Villarfocchiardo.* Cenni descrittivi, " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. XXV, 1890. — *Gneiss di Borgone*, Id., vol. XXIV, 1889.

(2) *The Waldensian Gneisses and their Place in the Cottian Sequence*, " The Quarterly Journal of the Geological Society ", vol. L, Part 2, n. 198, pag. 232.

IV.

Passo ora alla descrizione petrografica di alcuni ciottoli del conglomerato elveziano nella località *S. Giovanni* di Rivalba, dei quali credo con certezza di aver trovato i corrispondenti in roccie in posto sulla catena alpina.

D) Porfirite anfibolica.

Di questa roccia mi fu dato trovare alcuni esemplari, tutti però più o meno alterati. In complesso la massa si presenta di un color grigio azzurrognolo, in cui stanno porfiricamente disseminati cristalli aghiformi di *anfibolo* di color verdastro, ed altri biancastri, di dimensioni maggiori, di *feldspato*. La massa fondamentale appare costituita prevalentemente di feldspato, però profondamente alterato, con alquanto quarzo.

Il *feldspato* è di due sorta: *ortosio* e *plagioclasio*.

L'*ortosio* è meno abbondante del plagioclasio, e anche in individui di mole minore; si presenta in sezioni allungate, delle quali alcune presentano una distinta struttura zonata, ed altre hanno evidente la geminazione di Karlsbad.

Il *plagioclasio* è prevalente, e dove l'alterazione del minerale non fu molto profonda, si possono vedere nettamente le tracce della geminazione polisintetica.

In generale il feldspato, sia ortosio che plagioclasio, ha subito un'alterazione profonda, per cui è come torbido, e in molti casi non ha più alcun carattere distintivo. Le sezioni presentano sempre i loro margini erosi, e parecchi cristalli sono anche rotti; come prodotto di alterazione si scorge nell'interno dell'epidoto.

L'*anfibolo* è in sezioni allungate o rombiche, con colore verde che in alcune nell'interno si fa più chiaro quasi giallastro. Il contorno cristallino è sempre distinto salvo alle estremità che frequentemente hanno terminazione fusiforme o indistinta; i margini poi in molti sono fortemente erosi.

Le sezioni allungate presentano striature parallele all'allungamento del cristallo, dovute alla staldatura secondo 110. Nelle sezioni di forma rombica si ha la struttura reticolare caratteristica dell'anfibolo per l'intrecciarsi delle dette linee di sfaldatura.

L'anfibolo presenta ancora un pleocroismo evidente, che, a secondo del taglio delle sezioni, va dal verde scuro al verde chiaro, al giallognolo; in generale l'alterazione, che ha subìto questo minerale, è minore di quella del feldspato.

Abbondante è la *magnetite* sparsa nella massa o anche inclusa nell'anfibolo, inoltre si notano piccoli granuli di *pirite*, che, come anche la magnetite, possono presentare un orlo giallastro di *limonite*, in cui alcuni dei granuli sono completamente trasformati.

Un campione di roccia molto affine, se non identica, il che non si può precisare in causa dell'alterazione della roccia raccolta sulla collina, lo rinvenne il signor Capeder nelle morene frontali della Val di Susa, il che prova evidentemente la sua esistenza nella valle stessa.

E) Diorite.

Questa roccia ha struttura granulare, che lascia distinguere perfettamente i componenti; la massa è di color bianco verdognolo, in cui spiccano i cristalli neri lucenti di orneblenda.

Componenti essenziali sono *plagioclasio* e *orneblenda*, a cui conviene aggiungere come accessori *clorite*, *magnetite* e *apatite*.

Il *plagioclasio* è in granuli a contorno cristallino abbastanza distinto; essi a luce polarizzata appaiono finamente striati per la geminazione polisintetica; alcuni, e sono i più alterati, non lasciano più vedere distintamente le strie. Frequenti sezioni presentano evidenti le traccie delle due geminazioni, dell'albite e del periclino, incrociantisi ad angolo quasi retto; altre presentano la geminazione secondo la legge di Karlsbad, associata a quella dell'albite di finezza estrema.

L'*orneblenda* si presenta in grani a contorno per lo più poligonale, di color bruno, che mostrano distinte le strie parallele secondo 110, le quali in alcune sezioni s'incrociano assumendo struttura reticolare. Ha forte pleocroismo nelle tinte bruno scuro, bruno chiaro e giallognolo.

La *clorite* ha, come l'orneblenda, forma di granuli poligonali, con colore verdognolo e debole dicroismo dal verdognolo al giallognolo. Inoltre si nota una sostanza verde cloritosa che s'infiltra fra gli altri componenti e che li contornia.

La *magnetite* è in granuli opachi, e che, ridotta in polvere la roccia, vengono fortemente attratti dalla calamita.

Alcuni rari individui colonnari, incolori, credo potere riferire ad *apatite*, per la loro estinzione retta, bassi colori di polarizzazione e perchè trattando la sezione con acido nitrico si sciolgono completamente.

Questa diorite mi pare identica a quella che si trova in posto nella catena alpina a Parella Canavese nei dintorni d'Ivrea.

F) Anfibolite a epidoto.

Accenno a questa roccia specialmente per il fatto che non presenta caratteri di roccia tipica, essendo questo fatto importante per lo scopo che mi sono prefisso della ricerca cioè della provenienza dei materiali costituenti la Collina di Torino; poroche, mentre i caratteri di una roccia tipica possono riscontrarsi quasi immutati anche in roccie che si trovino in località differenti, ciò più difficilmente può avvenire per una roccia che abbia qualche particolarità di struttura e composizione, come è appunto per questa anfibolite.

Si presenta in massa di color verde chiaro, dovuto all'anfibolo, in cui compaiono venazze giallognole di epidoto. La roccia è assai compatta.

Alla superficie si possono osservare grossi cristalli di epidoto di color giallo verdastro, subtrasparenti, associati a clorite, che è accentrata alla superficie in lamine esagonali facilmente staccabili. In molti punti si possono osservare i vani lasciati da cristalli di pirite, che in parte però si sono conservati, mentre altri si sono del tutto alterati in limonite.

I minerali componenti sono *anfibolo, clorite, epidoto, pirosseno, granato, glaucofane, ortosio, quarzo* e *pirite*.

L'*anfibolo* costituisce la massa della roccia, è di colore verde chiaro, con dicroismo dal verde scuro al verde chiaro. In qualche punto compariscono sezioni allungate ben distinte, fibrose; tuttavia l'anfibolo è quasi totalmente alterato in una sostanza verde, in cui non è possibile discernere i cristalli. Frammezzo a questa massa compaiono cristalli che danno sezioni allungate a contorno ben distinto, eccetto all'estremità che sono o indistinte o fusiformi. Presentano ben evidenti finissime strie, sono di color verde con spiccato dicroismo; in uno potei misurare l'angolo di estinzione che è di circa 15°.

Riferisco a *pirosseno* alcuni cristalli che si presentano in

sezioni allungate od a contorno indistinto; sono essi sparsi frammezzo all'anfibolo, incolori, con altissimi colori di polarizzazione ed hanno un angolo di estinzione che misurai e trovai variare fra 35° e 38°.

Vario è il modo di presentarsi dell'*epidoto:* frammisto all'anfibolo nella massa, in venuzze, e in grossi cristalli isolati alla superficie della roccia; siccome questi cristalli sono sempre attorniati da clorite, mi pare si possa spiegare il loro trovarsi isolati alla superficie, ammettendo che la clorite, perchè poco resistente e friabile, fu asportata per erosione, mentre invece permanevano i cristalli di epidoto.

Il minerale ha sempre vivi colori di polarizzazione, colorazione giallastra, con dicroismo che va quasi all'incoloro. I cristalli sono fessurati o rotti, quelli della superficie sono invece ben terminati, limpidi e di mole rilevante (uno raggiunge la lunghezza di 2 cent.).

Sparsi nella massa sonvi *granati*, però non frequenti, a contorno subrotondo, e solo visibili al microscopio. Il colore ne è roseo chiaro, e all'interno sono solcati da numerose fessure incrociantisi in tutti i sensi. È perfettamente isotropo.

Oltre che come prodotto d'alterazione dell'anfibolo, la *clorite* si presenta in accentramenti speciali alla superficie, attorno ai cristalli di epidoto, e ove è in laminette verde cupo lucenti, facilmente sfaldabili. Al microscopio queste laminette si presentano come in aggregati a rosa; hanno dicroismo sensibile dal verde al verde chiaro.

L'*ortosio*, non abbondante, è in individui a abito cristallino poco distinto, ma che si riconoscono facilmente a luce polarizzata, perchè presentano evidente la geminazione secondo la legge di Karlsbad.

Frammischiata all'anfibolo havvi della *glaucofane*. Le sezioni sono allungate e presentano terminazione non definita o fusiforme; ha il colore azzurro caratteristico, con dicroismo apprezzabile dall'azzurro al violetto.

Il *quarzo* è in granuli a contorni indistinti. È però poco frequente.

La *pirite* in grani disseminati nella massa, presenta ordinariamente un contorno giallastro, dovuto a parziale alterazione

in limonite. Si trova anche alla superficie in cristalli ottaedrici e pentagonododecaedrici, sovente alterati in limonite.

Un altro campione di roccia al tutto simile alla descritta, ma che presenta nell'interno delle concrezioni fibro-raggiate di epidoto, la raccolsi nella Val Salice, presso Torino.

Di queste due roccie credo si possa ritrovare l'esatta equivalente in una anfibolite che si trova sparsa nella Comba Robert a nord-ovest di Avigliana: essa infatti è al tutto simile alla descritta sia per composizione che per struttura, e di più mentre in alcuni punti si presenta colle concrezioni fibro-raggiate di epidoto, in altri punti invece manca completamente di dette concrezioni.

Credo quindi logico il ritenere che entrambe le roccie, sia quella di Rivalba che quella di Val Salice, abbiano la loro equivalente nella anfibolite della Comba Robert.

G) Talcoscisto anfibolico a magnetite.

È questa un'altra roccia non tipica, ma che credo utile accennare perchè mi fu dato trovarne l'esatta equivalente in un talcoscisto proveniente dalla Valle di Chialamberto (Lanzo) che fu descritto dal Cholussi (1). Del resto una roccia identica s'incontra in varie località della Valle di Susa.

Il campione da me raccolto proviene dalla località *Rocon*, presso San Raffaele, e della roccia do una descrizione sommaria.

Essa si presenta di color bianco verdastro, è untuosa al tatto ed ha poca consistenza. Nella massa compaiono macchie nere dovute a *magnetite*, e altre verdi di *anfibolo*.

L'*anfibolo* è sparso nella roccia in cristalli, che, secondo il taglio, danno sezioni allungate o rombiche; in quest'ultime le linee di sfaldatura, ben visibili anche nelle prime, s'incrociano assumendo la struttura reticolare caratteristica. Il colore è verde con evidente dicroismo.

Dall'alterazione dell'anfibolo mi pare possa provenire il *talco*, che costituisce la massa della roccia.

La *magnetite* è in piccoli cristalli ottaedrici con forma ben definita; è sparsa abbondantemente, però alla superficie della roccia essa è quasi sempre alterata in limonite.

(1) *Studio petrografico sopra alcune roccie della Valle di Chialamberto in Piemonte*, " Giornale di Mineralogia ,, vol. II, fasc. 3, pag. 202.

Scala di 1 a 500000

V.

Oltre alle roccie su descritte e di cui credo aver con certezza dimostrato la presenza simultanea sulle Alpi e sulle Colline di Torino, sarebbe da menzionare un granito roseo, abbondantissimo sia in grossi massi che in ciottoli nel conglomerato, e che con tutta probabilità ritengo non esser altro che il granito rosso, così detto di Belmonte. Siccome però ho appunto intrapreso uno studio su questo granito, non credo opportuno per ora stabilire un confronto, aspettando per farlo che sia ultimato l'altro mio lavoro.

Pure frequenti nella zona dell'Elveziano già menzionata che sta tra San Raffaele e Casalborgone sono altri massi di roccie interessanti, e sulle quali feci ricerche petrografiche.

Quelle da me studiate in modo speciale sono due *eclogiti*, una *granatite*, un'*eclogite a glaucofane* e varie altre, che, sembrano, dalle descrizioni fatte da vari autori (1), avere molte affinità con roccie di stessa composizione litologica, e provenienti dalla catena alpina.

Siccome però non credo sia possibile l'istituire confronti fra roccie, soltanto basandosi sulla descrizione fattane, senza esaminarle in posto, o almeno campioni di esse, così mi riservo di fare queste osservazioni in posto, onde vedere se sia possibile lo stabilire anche per dette eclogiti e granatite l'equivalenza perfetta fra le roccie Alpine e quelle delle Colline di Torino.

(1) Chelussi, *Studio petrografico su alcune roccie della Valle di Chialamberto in Piemonte*, " Giornale di Mineralogia ", II, fasc. 3, pag. 192. — Gianotti, *Cenni geologici e petrografici sul micascisto a glaucofane del Colle S. Giovanni*, " Giornale di Mineralogia ", vol. II, fasc. 3 e 4, pag. 223. — A. Cossa, " Memorie Acc. dei Lincei ", 1875.

Ricerche spettroscopiche sull'Argon;

Nota del Dott. G. B. RIZZO.

1. Sebbene sia trascorso poco tempo dalla scoperta dell'argon, esso è già stato oggetto di profondi studi a cagione sopratutto delle sue singolari proprietà, che non si possono convenientemente spiegare coi criteri comunemente accettati. Infatti dal rapporto $\frac{c}{c'}$ fra il calore specifico a pressione costante e quello a volume costante, rapporto che per l'argon vale approssimativamente 1,66, si dedurrebbe che tutta l'energia del gas consiste in energia di traslazione delle molecole, ossia che esso è un gas monoatomico; e siccome la sua densità rispetto all'idrogeno è uguale a 20 circa, ne viene che l'argon dovrebbe avere un peso atomico uguale a 40. Ma questo peso atomico è appunto quello del calcio, e riesce difficile conciliare tra loro questi due fatti nel sistema periodico del Mendelejeff, in cui i diversi elementi si succedono nell'ordine dei loro pesi atomici.

Inoltre si scoprì tosto un'altra proprietà che doveva accrescere ancora l'importanza del nuovo gas. Lo spettro dell'argon venne fin dal principio esaminato dal Crookes (1), il quale ne determinò circa 200 righe caratteristiche e conchiuse che lord Rayleigh e il prof. Ramsay avevano fatto conoscere un nuovo membro, o più probabilmente due membri della famiglia dei corpi semplici. Questa idea che si trattasse veramente non già di un solo corpo semplice ma d'una miscela di due tali corpi venne suggerita al Crookes da un fatto singolare. Egli aveva scoperto che nella parte capillare di un tubo contenente l'argon, sotto la pressione di circa 3 mm., al passaggio della scarica di un rocchetto di induzione senza condensatori il gas risplende d'una magnifica luce rossa, con un bello spettro lineare, nel quale, insieme a poche linee azzurre e violette, predominano

(1) W. Crookes, " Phil. Trans. ", 1895.

quelle rosse e gialle; laddove se si spinge più innanzi la rarefazione e si inserisce in derivazione col tubo una bottiglia di Leyda, la luce emessa ha un bellissimo colore azzurro, e lo spettro, che ha poche linee nel rosso e nel ranciato, si mostra invece ricchissimo nell'azzurro, nel violetto e nell'ultravioletto. Poche linee sono comuni ai due spettri, e il Crookes pensò che l'argon fosse una mescolanza di due gas, l'uno definito dallo spettro rosso e l'altro definito dallo spettro violetto. Questa ipotesi parve più tardi confermata da un altro fatto; il prof. Ramsay (1) confrontando lo spettro dell'argon ricavato dall'atmosfera con quello del gas che aveva ottenuto dalla Cleveite trattata con acido solforico, vide nello spettro del gas della Cleveite le righe dell'*helium* e, oltre a queste, la maggior parte delle righe proprie dell'argon. Ma non tutte le righe dell'argon atmosferico erano visibili in quello spettro, laonde parve probabile al Ramsay, e con lui a molti altri, che nell'argon dell'atmosfera vi sia mescolato un altro gas, il quale non è presente nella Cleveite.

Siccome tuttavia la maggior difficoltà che si oppone a considerare l'argon come un corpo semplice deriva dalla sua densità di 20 rispetto all'idrogeno, sembrerebbe naturale che i suoi due componenti, se vi fossero, dovrebbero avere delle densità fra loro differenti e perciò dovrebbe essere possibile di separarli mediante la diffusione; ma i tentativi fatti sinora a questo scopo sono rimasti infruttuosi (2). Anzi il problema della natura dell'argon si venne ancora complicando recentemente, avendo dimostrato i signori Eder e Valenta (3) che il nuovo gas non solamente può dare due spettri distinti, il rosso e il violetto, ma ne può dare ancora un terzo, chiamato lo spettro bianco, quando il gas, sotto una pressione considerevole, cioè dai 15 a 20 millimetri, venga reso luminoso mediante le scariche di un poderoso apparecchio d'induzione, munito di grandi condensatori ad olio. In queste condizioni la parte capillare del tubo manda una luce bianca vivissima, la quale, esaminata collo spettroscopio, presenta anch'essa un gran numero di linee brillanti.

(1) W. Ramsay, " Nat. „, LII, p. 7, 1895.

(2) W. Ramsay and J. T. Collie, " Proc. R. S. „, LX, pag. 206, 1896.

(3) J. M. Eder u. E. Valenta, " Denk. d. k. k. Akad. Wiss. Wien „; Bd. LXIV. 1896.

Molte fra queste sono in perfetta coincidenza con le linee dello spettro rosso o con quelle dello spettro azzurro: mentre le altre linee dello spettro bianco appaiono notevolmente allargate ed anche spostate verso la parte meno rifrangibile; la qual cosa lascierebbe credere che ai diversi sistemi di linee, che si comportano in modo diverso al mutare delle condizioni del gas, corrispondano altrettanti corpi semplici o altrettanti aggruppamenti distinti.

2. In mezzo a tanta incertezza sopra un argomento che tocca così da vicino le moderne teorie sulla costituzione dei corpi non è inopportuno di cercare un'altra via per determinare la natura dell'argon.

Le indagini sperimentali più accurate e le teorie che meglio armonizzano col complesso dei fatti osservati inducono a credere che il passaggio dell'elettricità attraverso ai gas avvenga per mezzo delle molecole dissociate. Inoltre, nell'atto della dissociazione molecolare i ioni separati assumono delle cariche elettriche fra loro opposte, le quali per lo più dipendono dalla natura chimica dei ioni medesimi, come avviene nella elettrolisi dei liquidi (1).

Facendo adunque passare per un tempo conveniente delle scariche elettriche attraverso ad un gas composto, il quale sia racchiuso in un tubo di Geissler colla parte capillare molto lunga e sottile, oppure sia contenuto in un altro tubo munito di elettrodi alle due estremità e diviso in due parti da un diaframma, si può produrre nel gas una vera elettrolisi; colla quale si è già scomposto l'acido cloridrico, il vapor acqueo e parecchi altri corpi. Anzi il signor J. J. Thomson non è soltanto riuscito ad ottenere l'elettrolisi dell'acido cloridrico gazoso, dove, com'era da aspettarsi il cloro è anione, e catione l'idrogeno;

(1) Perrot, " Annales de Chim. et de Phys. ", [3], p. 161, 1861. — Giese, " Wied. Ann. ", XVII, p. 537, 1882. — A. Schuster, " Proc. Roy. Soc. ", 37, p. 317, 1884. — S. Arrhenius, " Bihang till k. Svenska Akad. Vet. ", Handl. Afd. I. Bd. 13, N. 7, 1888; ibid., Bd. 16, N. 6, 1891. — J. J. Thomson, " Recent Researches ", Appendix, London; " Proc. Roy. Soc. ", 58, p. 244, 1895; " Phil. Mag. ", 5 ser., XL, pag. 511, 1895. — C. A. Mebius, " Wied. Ann. ", Bd. LIX; p. 696, 1896. — J. Trowbridge and E. W. Richards, " Phil. Mag. ", 5 ser., 43, pag. 349, 1897.

ma, invertendo più volte di seguito la direzione della corrente, potè far passare ripetutamente l'idrogeno (e perciò anche il cloro) dall'uno all'altro estremo del tubo. Seguendo pertanto questo metodo, cioè facendo passare per molto tempo una corrente elettrica nell'argon contenuto in un tubo di Geissler adatto, se il gas esaminato è un corpo composto, oppure una mescolanza di due gas differenti, alla fine si devono manifestare ai due estremi del tubo degli spettri diversi. E se lo spettro rosso e quello azzurro dell'argon sono realmente dovuti a due corpi semplici distinti, i due spettri dovrebbero per lo meno mostrarsi con differenti intensità presso ai due elettrodi del tubo. Questa esperienza è appunto l'oggetto della presente nota.

3. Dovendo adoperare un tubo di argon fatto in una forma particolare, perchè fosse lungo e sottile e, nello stesso tempo maneggevole, ho preparato io stesso il gas necessario e ne riempii un tubo del modello di Geissler, ma piegato ad U, colla parte capillare del diametro di 0,2 mm. e della lunghezza di 30 cm., come è rappresentato in T. Sulla figura annessa *e* ed *e'* sono i due elettrodi, che son fatti di alluminio.

Per preparare l'argon l'ho isolato dall'aria atmosferica facendone assorbire l'azoto mediante l'ossigeno sotto l'azione di continue scariche elettriche, in presenza della potassa caustica, e poi facendo assorbire l'eccesso di ossigeno dal pirogallato sodico, nel modo descritto dal Rayleigh e dal Ramsay.

Siccome poi avevo solamente una piccola quantità di gas preparato, posi ogni cura per non sciuparlo inutilmente e per averlo nella purezza necessaria entro il tubo. Io credo di aver raggiunto lo scopo colla disposizione seguente (fig. 1). Il tubo T, mediante un grosso cilindro di vetro, MN, che è quasi pieno di anidride fosforica, e un tubo MP, che si può chiudere con una chiavetta C'', comunica con la pompa a mercurio, del modello di Bessel-Hagen, per mezzo dell'attacco P. Dal punto N parte un altro tubo, il quale può essere chiuso con due chiavette in C, C', e termina con un tubetto sottile, chiuso alla lampada, che arriva sotto la campanella A piena di argon.

Per assicurare la perfetta tenuta delle chiavette si tengono tutte immerse entro bicchierini di mercurio; e per poter introdurre facilmente l'argon nell'apparecchio la punta del tubetto

che arriva nel serbatoio di gas è stata scalfita con una riga sottile in *a*.

Allorchè in tutta la serie dei tubi si è fatto il vuoto, si chiudono le due chiavette C', C''; quindi premendo colla cappa della campanella A sul tubetto sottostante, questo si rompe in *a*, e il gas entra fra *a* e C': allora si chiude C e si apre C', tenendo chiusa C''. In questo modo il gas che riempiva lo spazio fra C e C' viene a diffondersi nel cilindro essiccante e nel tubo destinato all'esperienza. Dopo un po' di tempo, quando il gas

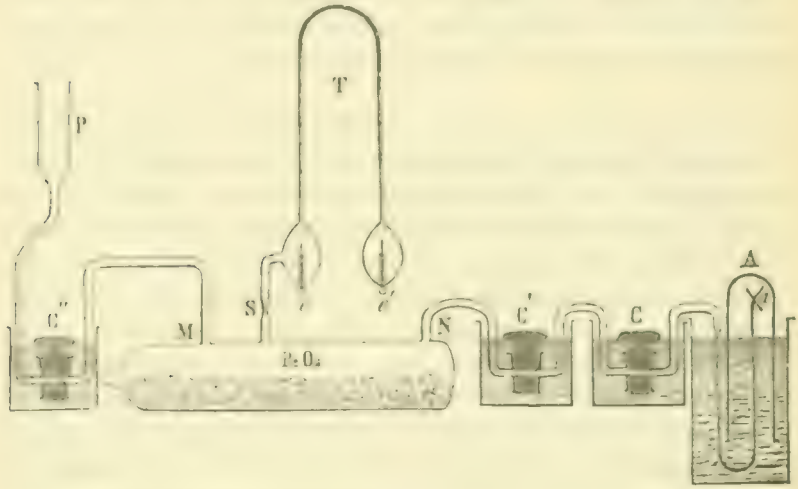


Fig. 1.

racchiuso si è essiccato e per diffusione si è ben mescolato col leggero residuo di aria che è rimasta nell'apparecchio facendo il vuoto per la prima volta, si fa nuovamente il vuoto e nella serie dei tubi si lascia entrare una nuova quantità di gas puro. Ripetendo questa operazione quattro o cinque volte si ha nel tubo T dell'argon quasi puro con una leggera traccia di vapor acqueo, il quale, come si vedrà in seguito, non è inutile per l'interpretazione delle esperienze. Il tubo T viene poi staccato con un colpo di fiamma nel punto S. La pressione interna del gas allorchè fu staccato il tubo, era uguale a 2 mm. circa, e perciò le esperienze furono fatte sul gas a questa pressione. La scarica elettrica era prodotta da un rocchetto di induzione di media grossezza, attivato da 4 coppie Bunsen di grande modello, che dava nell'aria una scintilla di circa 5 cm.

4. È una cosa singolare il cambiamento che avviene in poco tempo nella luce emessa dal gas reso incandescente dal passaggio dell'elettricità. Questa luce al principio è di un colore roseo; ma ben presto assume una tinta d'un bel rosso vivace, specialmente nel ramo negativo del tubo, chiamando così quel ramo all'estremità del quale sta il catodo. Ma non è possibile rimanere dubbiosi intorno alla natura di questo cambiamento, o attribuirlo ad una dissociazione dell'argon attraversato dalla corrente. Un esame anche superficiale della luce irradiata, fatto con un ordinario spettroscopio a visione diretta, mostra che una dissociazione si è veramente compiuta, ma non nell'argon, sebbene nelle tracce di vapor acqueo che erano rimaste nel tubo. Infatti, si vedono risplendere le quattro righe dell'idrogeno con prevalenza della C; e (come si poteva attendere dalle esperienze del Thomson) queste linee sono molto più brillanti nel ramo negativo del tubo, perchè anche qui l'idrogeno segue il cammino della corrente.

Il bel colore roseo della luce emessa da principio probabilmente era anche dovuto ad un residuo d'azoto che era rimasto nel tubo e che poi, a poco a poco, venne assorbito dagli elettrodi. Così dopo poco tempo lo spettro della luce emessa dal gas incandescente si riduce a quello dell'argon con le linee dell'idrogeno, sopratutto da una parte. La presenza di queste righe dell'idrogeno non è da considerarsi come un inconveniente, perchè appunto il fatto della avvenuta dissociazione del vapor acqueo e della migrazione dei ioni dell'idrogeno dimostra che anche l'argon, qualora fosse un corpo composto, essendo soggetto alle medesime azioni e per un tempo di gran lunga maggiore dovrebbe presentare dei fenomeni simili.

5. Lo studio dello spettro, dopo un esame sommario fatto con uno spettroscopio a visione diretta del Duboscq, venne compiuto con un reticolo concavo di diffrazione di Rowland, a grande curvatura che appartiene all'Osservatorio astronomico. Lo strumento è luminosissimo nello spettro del I ordine, e perciò veramente adatto allo studio degli spettri dei corpi aeriformi. Il reticolo ha la curvatura di 1 m., e 14438 linee per pollice; e la disposizione adottata è rappresentata schematicamente in proiezione orizzontale della fig. 2 che segue, dove A e B indi-

cano i due rami del tubo luminoso (e volendo esaminare la luce emessa da uno di essi, per esempio da A, si proteggo l'altro con uno schermo opaco e nero, [Q]; L è una lente convergente, ossia un obbiettivo acromatico di Steinheil, colla distanza focale di 25 cm., che forma un'immagine di A sulla fenditura S dello spettroscopio; SR, SO i due sostegni ortogonali del reticolo; R il reticolo; O l'oculare e OR l'asta di collegamento.

Certamente sarebbe stato desiderabile di poter fotografare gli spettri delle due luci prese in esame; ma dovendo sperimentare in un locale che è prossimo ad una via frequentatissima della città, non vi si può ottenere la stabilità necessaria.

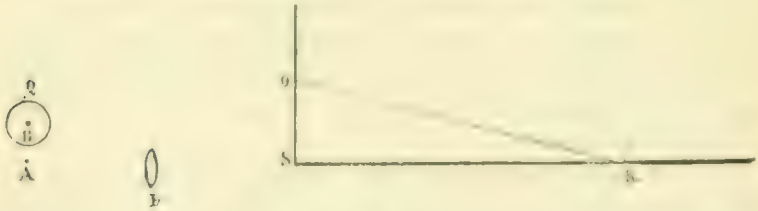


Fig. 2.

Perciò io mi contentai di identificare le principali righe osservate con quelle che sono descritte nella Memoria del Kayser (1) e in quella di Eder e Valenta (2) per lo spettro rosso e per lo spettro violetto dell'argon; e di studiarne le variazioni cercando se nell'uno e nell'altro ramo del tubo apparissero di preferenza le linee dell'uno e dell'altro spettro, dopo che il gas aveva servito per 24 ore di veicolo all'elettricità in una direzione costante.

La considerevole resistenza ordinaria del tubo e il piccolo valore del coefficiente di autoinduzione assicurano che la scarica attraverso all'argon non era oscillatoria, eppure nello spettro che dovrebbe essere lo spettro rosso del gas appaiono distintamente parecchie linee che tanto il Kayser quanto Eder e Valenta

(1) H. Kayser, " Chem. N. ", 72, p. 99, 1895; " Sitz. d. k. preuss. Akad. d. Wiss. zu Berlin ", Bd. XXIV, p. 551, 1896.

(2) I. M. Eder u. E. Valenta, " Denk. d. k. k. Akad. d. Wiss. Wien ", Bd. LXIV, 1896.

hanno considerate come proprie dello spettro violetto. Ciò porterebbe a concludere, contrariamente alle affermazioni del Trowbridge e del Richards (1) che anche molte linee dello spettro violetto si possono ottenere colla scarica in una direzione costante, come aveva già notato il Kayser.

6. Lo spettro ottenuto si può dunque considerare come una sovrapposizione dello spettro violetto a quello rosso; e nelle tavole seguenti che riassumono i risultati ottenuti, di fianco alla designazione delle linee osservate, è indicata l'intensità relativa nello spettro rosso, r, e in quello violetto, v, secondo le bellissime determinazioni del Kayser e di Eder e Valenta.

A queste indicazioni seguono i numeri che esprimono le intensità relative, nella scala 1-10, delle linee che io ho osservate nello spettro di I ordine del reticolo al principio del passaggio della corrente e dopo 24 ore.

λ	Intensità negli spettri puri		Intensità osservate al principio	Intensità osservate dopo 24 ore	λ	Intensità negli spettri puri		Intensità osservate al principio	Intensità osservate dopo 24 ore
7066	r_7		4	1	5287		v_5	2	3
6965	r_8		5	3	5222	r_5	v_4	4	4
6415	r_5		3	1	5187	r_5	v_3	4	3
6114		v_3	1	1	5166		v_5	2	2
6031	r_3	v_2	2	2	5162	r_5	v_3	4	3
5740	r_5	v_2	3	3	5146		v_6	3	3
5651	r_8	v_5	4	3	5142		v_6	2	1
5607	r_8	v_6	8	4	5062		v_8	3	4
5572	r_6	v_4	5	3	5017		v_8	5	5
5559	r_6	v_8	6	6	5010		v_8	3	2
5506	r_5	v_3	4	3	4965		v_6	3	2
5496	r_8	v_6	6	4	4933		v_6	3	2
5452	r_8	v_4	6	4	4888	r_5	v_2	4	2
5422	r_6	v_4	5	3	4880		v_8	4	3

(1) I. Trowbridge a. T. W. Richards, " Ann. J. of Sc. ", [4], 3, p. 15, 1897. In un lavoro più recente questi autori, ritornando sopra l'argomento, hanno riconosciuto che la cagione principale che produce il secondo spettro dell'argon, non è tanto il carattere oscillatorio della scarica, quanto il calore svolto nel passaggio dell'elettricità (" Phil. Mag. ", 5 ser., 43, p. 349, 1897).

λ	Intensità negli spettri puri		Intensità osservate al principio	Intensità osservate dopo 24 ore	λ	Intensità negli spettri puri		Intensità osservate al principio	Intensità osservate dopo 24 ore
4866		v_6	3	1	4380	r_2	v_6	3	5
4848		v_8	3	2	4371	r_1	v_6	2	3
4806		v_{10}	5	5	4348	r_3	v_{10}	2	7
4765		v_5	2	2	4345	r_{10}		9	5
4736	r_1	v_6	3	3	4335	r_3		8	4
4727		v_4	1	1	4334	r_6	v_1	5	3
4702	r_5	v_1	4	2	4331	r_1	v_8	2	3
4658	r_1	v_5	2	2	4300	r_{10}		9	3
4637		v_5	1	2	4283		v_5	1	4
4628	r_8		6	2	4278	r_1	v_{10}	2	10
4610	r_2	v_3	3	3	4272	r_{10}		9	6
4596	r_8		5	2	4266	r_{10}	v_8	10	10
4590		v_7	2	3	4259	r_{10}		9	6
4580		v_8	2	4	4251	r_6		4	3
4545		v_8	3	4	4228	r_2	v_8	3	5
4522	r_6		4	2	4201	r_{10}	v_1	9	5
4511	r_{10}		9	5	4198	r_{10}		9	5
4482	r_1	v_5	2	3	4191	r_{10}	v_1	10	6
4475		v_2	1	1	4182	r_9	v_2	9	7
4460		v_2	1	1	4164	r_9	v_1	8	4
4431	r_2	v_4	2	2	4158	r_{10}	v_1	9	4
4426	r_3	v_8	4	6	4131	r_2	v_8	1	3
4400	r_3	v_5	4	5	4104	r_2	v_{10}	2	9

A poco a poco, come già avevano osservato Eder e Valenta, l'intensità dello spettro rosso diminuisce, mentre sembra crescere l'intensità del violetto. Infatti quelle linee che sono caratteristiche del primo spettro, diminuiscono progressivamente di splendore, mentre le altre si mantengono costanti, oppure diminuiscono in minor grado.

Si può adunque credere che al passaggio della corrente una parte del gas viene assorbito dagli elettrodi; e che per l'elevatissima temperatura raggiunta colla scarica oscillatoria, oppure per il prolungato passaggio dell'elettricità nella medesima direzione, avvengono quelle dissociazioni ioniche che danno origine al secondo spettro; mentre a temperatura più bassa si producono solamente quelle, a cui corrisponde lo spettro rosso. Ma ciò che è maggiormente degno di nota si è che *lo spettro*

dell'argon attraversato per 24 ore da una corrente elettrica in una direzione costante non presenta delle sensibili differenze fra il ramo positivo e il ramo negativo del tubo che lo contiene, sebbene nel tubo stesso sia avvenuta facilmente la dissociazione del vapor acqueo e la separazione dell'idrogeno.

Secondo queste esperienze l'argon va considerato come un corpo semplice al pari degli altri che sono chiamati così, sebbene in condizioni diverse di pressione, di temperatura e di elettrizzazione, possono dar luogo a spettri luminosi differenti.

Mi è sommamente grato di esprimere qui la mia riconoscenza per il prof. Naccari, il quale non solamente mi ha aiutato col suo consiglio, ma ebbe la bontà di darmi i mezzi per fare questo studio.

Relazione dei Socii G. Bizzozero ed A. Mosso intorno alla Memoria dei Dott. Z. Treves e L. Daddi, Assistenti nell'Istituto Fisiologico di Torino, col titolo:

" *Osservazioni sull'asfissia lenta* ".

Gli autori studiarono il rapporto che esiste tra il chimismo respiratorio e la costituzione dell'aria ambiente. Facendo scemare gradatamente la quantità di ossigeno contenuta nell'aria, mentre rimaneva costante la pressione e si levava l'acido carbonico, gli autori determinarono come procede il consumo dell'ossigeno e la produzione dell'acido carbonico.

Studiando negli animali contemporaneamente la frequenza del polso, la pressione sanguigna, e la frequenza dei movimenti respiratori nell'asfissia lenta, gli autori determinarono il differente grado di resistenza che i vari organi presentano alla mancanza di ossigeno.

Un'altra serie di indagini fu fatta per stabilire come la presenza dell'acido carbonico prodotto dall'animale che respira in uno spazio chiuso, modifichi il consumo dell'ossigeno, e l'an-

danneggiamento dell'asfissia. Gli autori diedero un quadro esteso dei fenomeni che presentano gli animali in vari periodi e in varie condizioni dell'asfissia fino alla morte. Le analisi dell'aria, e tutte le indagini furono eseguite con esattezza. Questo lavoro è un contributo a un capitolo della fisiologia poco studiato ed i relatori propongono che la presente Memoria colle sue tavole grafiche venga stampata nelle Memorie dell'Accademia.

A. Mosso, *Relatore*
G. Bizzozero.

L'Accademico Segretario
Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 30 Maggio 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: CLARETTA, Direttore della Classe, PEYRON, ROSSI, PEZZI, NANI, COGNETTI DE MARTIIS, BOSELLI, BRUSA, PERRERO e FERRERO Segretario.

Sono presentati i volumi IX e X della serie I delle *Campagne del principe Eugenio di Savoia*, tradotte e pubblicate per ordine di S. M. IL RE, che ne fa dono all'Accademia.

Sono pure presentati gli *Atti del Sesto Congresso storico italiano* tenuto in Roma nel 1895, inviati dalla Presidenza della Società Romana di Storia Patria.

Sono comunicate le lettere, con cui le famiglie BERTI e SERAFINI ringraziano per le condoglianze mandate a loro nell'occasione della morte del Socio nazionale non residente Domenico BERTI e del Socio corrispondente Filippo SERAFINI.

Il Direttore della Classe CLARETTA prosegue la lettura del suo lavoro sul cancelliere Mercurino Gattinara.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 9 al 23 Maggio 1897.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Acta** et **Commentationes** [illegible] (dim. Dorpatensis), vol. 4°, n. 2-3; vol. 5°, n. 1. Juriew (Dorpat), 1896; 8°.

* **Annales** de l'Observatoire Météorologique du Mont-Blanc. T. II. Paris, 1896; 4° (*dal Direttore Mr J. Vallot*).

* **Annales** de la Faculté des Sciences de Marseille. T. 6°, fasc. 4-6 et tables; T. 8°, fasc. 1-4. Marseille, 1897; 4°.

* **Annales** de la Faculté des Sciences de Toulouse. Tome I^r-X^e, et 1^r fasc. t. XI, année 1896. Paris, 1896; 4°.

* **Annali** del Museo Civico di Genova. Serie 2^a, vol. XVII, 1897; 8°.

* **Atti** della R. Accademia medico-chirurgica di Napoli. Anno LI, N. S., n. 1. Napoli, 1897; 8°.

* **Atti** della Società Veneto-Trentina di scienze naturali. Ser. II, vol. III, fasc. 1°. Padova, 1897; 8°.

* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno L, sessione IV. Roma, 1897; 4°.

Bollettino della Società d'Igiene di Palermo. Vol. III, fasc. 3, 4; vol. IV, fasc. 1. Palermo, 1896-97; 8°.

Bollettino dell'Associazione "Mathesis", per gli insegnanti di matematica delle scuole medie. Anno I, n. 1-3. Roma, 1896; 8°.

Bullettino del Vulcanismo italiano e di [illegible] del Comm. Prof. Mich. St. De Rossi. Anno XVII, fasc. 4-12. Roma, 1897; 8° (*dal signor M. S. De Rossi*).

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXX, n. 6. Cambridge, 1897; 8°.

Bulletin of the Chicago Academy of Sciences. Vol. II, n. 2. 1895; 8°.

* **Bulletin** mensuel de l'Observatoire météorologique de l'Université d'Upsal. Vol. XXVIII, anno 1896. Upsal, 1896-97; 4°.

Chicago Academy of Sciences. Thirty-Eighth Annual Report for the year 1895. Chicago, 1896; 8°.

* **Field Columbian** Museum. Publications. Vol. I, n. 1, 2.
Antropological series, vol. I, n. 1; Botanical series, vol. I, n. 1, 2; Geological series, vol. I, n. 1; Ornithological series, vol. I, n. 1; Report series, vol. I, n. 1; Zoological series, vol. I, n. 1-5. Chicago U. S. A., 1894-96; 8°.

* **Giornale** della R. Accademia di Medicina. A. LX. n. 3.4. Torino, 1897; 8°.

* **Jahrbuch** der k. k. geologischen Reichsanstalt zu Wien. Jahrg. 1896. XLVI, 3 u. 4 Heft. Wien, 1897; 8°.

Journal of Geology. A Semi Quarterly Magazine of Geology and Related Sciences, May-Juin 1896. Chicago; 8° (*dall'Università*).

* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1897, part 2. London, 1897; 8°.

* **Mémoires** de la Société Royale des Sciences de Liège. 2ᵉ série, t. 17° et 18ᵉ. Bruxelles, 1892, 95; 8°.

* **Memorie** della Pontificia Accad. dei Nuovi Lincei. Vol. XII. Roma, 1896; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LVII, n. 6. London, 1897; 8°.

** **Morphologische** Arbeiten. Herausg. von Dʳ G. Schwalbe. 7 Bd., 2 Heft. Jena, 1897; 8°.

Proceedings of the Royal Institution of Great Britain. Vol. XV, Part I, n° 90. London, 1897; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXI, n. 371. London, 1897; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXX, fasc. 8°, 9°. Milano, 1897; 8°.

* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tom. XI, fasc. III. Palermo, 1897; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3ª, vol. III, fasc. 4°. Napoli, 1897; 8°.

* **Rivista** scientifica e industriale. Anno XXIX, 1897; n. 1.

* *Dall'Università di Strassburg:*

Amos (E.). Ueber einseitige Hirnnervenlähmung. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Arnstein (F.). Beitrag zur Casuistik der Hemianopsia homonyma und der Hemianopsia bitemporalis. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Bauer (K.). Ein Fall von Verdoppelung der oberen Hohlvene und ein Fall von Einmündung des Sinus coronarius in den linken Vorhof. Jena, 1896; 8°.

Behrendt (P.). Ueber die chirurgische Behandlung der spinalen Kinderlähmung. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Blum (S.). Ueber absteigende secundäre Degeneration in den Hintersträngen des Rückenmarks. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Braunberger (E.). Ueber die Exostosen des äusseren Gehörganges. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Brion (G.). Ueber den Uebergang der Kohle aus dem nichtleitenden in den leitenden Zustand. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Brion (W.). Die operative Behandlung der intraduralen Blutungen traumatischen Ursprungs. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Bruns (H.). Ein Beitrag zur Pleuraspitze der Tuberkulosen. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Brunzel (K.). Die Rotlaufgeschwülste [illegible]. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Bucher (P.). Die nach Inhalt interessanten des Angeblichen des Hippokrates über geburtshülfliche und gynäkologische Gegenstände. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Bucherer (A. H.). Die Wirkung der Magnetnadel auf [illegible] Kraft. Leipzig, 1896; 8°.

Dahlem (A.). Ein Fall von Harnröhrenstriktur [illegible]. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Déguisne (C.). Temperatur-Coëfficienten der [illegible] wässriger Lösungen. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Denison (W.). Ueber die operative Behandlung der männlichen Epispadie und Hypospadie nach Rosenberger's Methode. Tübingen, 1896; 8°.

Elwert (W.). Ueber äußliche Blutung nach der Geburt mit besonderer Berücksichtigung der Uterusruptur. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Epstein (P.). Zur Lehre von den hyperelliptischen Integralen. Stuttgart, 1895; 4°.

Fassbender (A.). Ueber Herpes zoster ophthalmicus nebst einem Beitrage zur Casuistik desselben. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Feder (J.). Die Combinationen (12, 16) und die zugehörige Gruppe von 2304 Collineationen und Correlationen. Leipzig, 1896; 8°.

Forch (C.). Experimentaluntersuchungen über Wärmeleitung wässriger Lösungen. Leipzig, 1895; 8°.

Forrer (R.). Ueber angeborenen Verschluss des Duodenums. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Freysz (M.). Ein Fall von chronischem Sympathieuskrampf bei Tumor dorsalis. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Fuld (E.). Ueber das Verhalten des Sphincter ani bei Hemiplegie nach exstirpiertem Lendenmark. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Gempp (O.). Ueber die Indikationen zur Drainage der Bauchhöhle nach Laparotomieen. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Grossmann (E.). Ueber die Indikationen zur [illegible] Therapie der Puerperalkrankheiten. Strassburg, 1895; 8°.

Grüneberg (P.). Beziehungen der Verunreinigung des Grundwassers zum Typhus Abdominalis. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Guthmann (H.). Ueber die bacteriologische Diagnose der Diphtherie. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Halder (F.). Ueber spontane Netzhautablösungen. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Hamburger (R.). Die Therapie des Lichen ruber und besonderer Berücksichtigung seiner Arsenbehandlung. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Hansing (W.). Beitrag zur Lehre und Casuistik der Extrauterinschwangerschaft mit besonderer Berücksichtigung der Therapie. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Hartmann (A.). Ueber die diagnostische Verwertung der Indikanprobe bei versteckten Eiterungen. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Heimann (D.). Ueber Kropfbehandlung mittels Schilddrüsenfütterung. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Hellendall (H.). Ueber die operative Behandlung der traumatischen intraperitonealen Ruptur der Harnblase. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Héraucourt (F.). Ueber Partus praecipitatus. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Herrgott (G.). Ueber die Natur des Lupus erythematodes. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Jutzler (F.). Ueber die Bedeutung des Traumas in der Aetiologie der multiplen Sklerose. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Kellner (C.). Ueber eine Absorptionserscheinung in einigen sehr verdünnten, wässerigen Säure- und Alkalilösungen bei Gegenwart von Platinmohr. Strassburg i. E., 1895, 8°.

Kleinknecht (A.). Beitrag zur Frage der Mischinfection bei Puerperalerkrankungen. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Kock (Ph.). Ueber die Kuhhornverletzungen des Auges. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Köhl (W.). Ueber die Oxydation der Itacon-, Citracon- und Mesaconsäure sowie der Phenylitacon- und Aticonsäure mit Kaliumpermanganat. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Kollbrunner (E.). Ueber totale Verwachsungen des weichen Gaumens mit der hintern Pharynxwand. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Kreilsheimer (H.). Ueber Idiotie und Imbecillität. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Krekels (O.). Die primären Fibromyome der breiten Mutterbänder. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Langguth (H.). Ueber das Carcinom des äusseren Ohres. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Lewinberg (A.). Ueber die Dermatitis herpetiformis (Duhring). Strassburg i. E., 1895; 8°.

Merk (A.). Frequenz der Lage- und Habitusanomalien je nach der Jahreszeit. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Meyer (G. S.). Ueber den Einfluss von Zug- und Druck-Kräften auf die thermoelectrischen und magnetischen Eigenschaften der Metalle. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Meyer (J.). Experimenteller Beitrag zur Lehre von der Acetonurie. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Mutterer (M.). Ueber Strychnintherapie bei peripheren Lähmungen im Anschluss an einen Fall von traumatischer Radialislähmung. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Ostermann (R.). Die Walcher'sche Hängelage und ihre praktische Bedeutung. Strassburg, 1895; 8°.

Payeur (J.). Ueber die plastische Verwendung des Uterus bei schweren Totalprolapsen alter Frauen. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Peiffer (F.). Ein Fall von Lepra mixta. Metz, 1895; 8°.

Perls (W.). Die Behandlung der eitrigen Pericarditis durch Incision (Pericardiotomie). Strassburg i. E., 1896; 8°.

Petri (A.). Ueber die vaginale Myomotomie und ihre Indicationen. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Pfiffer (A.). Ueber den Nachweis des Typhusbacillen in den Fäces Typhuskranker nach der Elsner'schen Methode. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Philippi (E.). Beitrag zur Kenntniss der Altbauten und der Stadtanlage im Grignagebirge. Berlin, 1896; 8°.

Porro (C.). Geognostische Skizze der Umgebung von Fiuzzo (Dossolina-Thal). Berlin, 1896; 8°.

Recklinghausen (H. von). Ueber die Abhängigkeit der Neuroglazellen. Bonn, 1896; 8°.

Reisner (A.). Ein Fall von Porokeratosis. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Renner (L.). Ueber die Gruppe der 24 Kollineationen, durch welche ein ebenes Viereck oder ein Vierkant in sich selbst übergeht. Bayreuth, 1896; 8°.

Rieche (A.). Ueber Diphenil-Bracnsäure, Cinnamonsäure und Benzoesäure. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Riem (L.). Ueber die Bahn des grossen Kometen 1881 III (Tebbutt). Halle, 1895; 4°.

Rubel (O.). Die Niederschlagsverhältnisse im Ober-Elsass. Stuttgart, 1896; 8°.

Sartorius (F.). Ueber die operative Behandlung der perforierten Pyosalpinx. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Schaeffer (K.). Ein bakteriologischer Beitrag zu den Komplikationen des Typhus. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Schinke (J.). Ueber Fremdkörper in der Krystallinse. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Schneider (L.). Loretin als Wundverbandmittel. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Schultz (W.). Zur Statistik der totalen Entfernung des Schulterblattes. Leipzig, 1896; 8°.

Schumann (T.). Frage nach der Kontagiosität der Lepra. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Seiffer (Fr. W.). Störungen des Sehorgans bedingt durch Erkrankungen der Stirnhöhlen. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Staudacher (C.). Ueber Netzhautblutungen. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Stephan (K.). Ueber den Nachweis der Lepra-bacillen im Blute bei Lepra anaesthetica. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Steuer (A.). Der Kupfergraben von Baloruma. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Stolz (A.). Circumscripte Neurosen bei einem Fall von ikterischer Lebercirrhose. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Strauss (J.). Untersuchungen über den Gehalt des menschlichen Harns an Serumalbumin, Serumglobulin, Nucleoalbumin und Mucin mit besonderer Berücksichtigung der Frage der Nucleoalbuminurie. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Thomas (W.). Beitrag zur Lehre von der Cataracta diabetica. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Vigener (J.). Ein Beitrag zur Morphologie des Nagels. Jena, 1896; 8°.

Wagner (E.). Die Morphologie des Limnanthemum Nymphaeoides (L.) Link. 1895; 4°.

Wallart (J.). Entwicklung der Lehre von der Prolegomena alba dentis. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Walti (L.). Ueber die Einwirkung des Atropins auf die Harnsekretion. Leipzig, 1895; 8°.

Weill (B.). Ueber die Wirkung des Gallanols bei Psoriasis und Ekzem. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Will (Th.). Ueber Favusbehandlung. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Winter (E.). Ueber Hydrometra. Mülhausen i. E., 1895; 8°.

Witte (A.). Die Tamponade bei Placenta praevia. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Zimmermann (E.). Ein aussergewöhnlicher Fall von Syphilis hereditaria tarda. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Zimmermann (O.). Ein Beitrag zur Lehre von den associirten seitlichen Augenmuskellähmungen bei erhaltener Convergenz. Strassburg i. E., 1896; 8°.

Crepas (E.). Teoria dei momenti d'inerzia. Milano, 1897; 16° (*dall'A.*).

Gautier (E. et R.). Nouvelles moyennes pour les principaux éléments meteorologiques de Genève de 1826 à 1895. Genève, 1897; 8° (*dagli AA.*).

Kammermann (A.). Resumé météorologique de l'année 1896 pour Genève et le Grand Saint-Bernard. Genève, 1897; 8° (*dall'A.*).

Klein (C.). Ueber Leucit und Analcim und ihre gegenseitigen Beziehungen. Berlin, 1897; 8° (*Id.*).

Sars (G. O.). An Account of the Crustacea of Norway. Part III, IV. Bergen, 1897; 8° (*Id.*).

Volterra (V.). Sopra alcune questioni di inversione di integrali definiti. Milano, 1897; 4° (*Id.*).

— Sul principio di Dirichlet. Palermo, 1897; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 16 al 30 Maggio 1897.

* **Annali** dell'Università di Perugia. Pubblicazioni periodiche della Facoltà di Giurisprudenza. N. S. Vol. VII, fasc. 1°. Perugia, 1897; 8°.

Atti del sesto Congresso storico italiano. Roma, 1896; 8° (*dalla Società di Archeologia e Belle Arti per la Prov. di Torino*).

Atti del Consiglio Provinciale di Torino 1896. Torino, 1897; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la Historia; t. XXX, cuad. V. Madrid, 1897; 8°.

* **Bulletin** of the New-York Public Library. New-York, 1897. Vol. I, n. 1-4.

** **Mittheilungen** der k. k. geographischen Gesellschaft in Wien. 1896. XXXIX Bd.; 8°.

Statistica delle Società cooperative. Società cooperative di consumo al 31 dicembre 1895. Roma, 1897; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

Pasini (P.). Adriades. Venetiis, 1897; 8° (*dai sigg. fratelli de Toni*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 13 Giugno 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA

VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Direttore della Classe, Bizzozero, Mosso, Spezia, Gibelli, Giacomini, Camerano, Segre, Peano, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale della precedente seduta.

Il Presidente partecipa la morte del Socio corrispondente Giulio von Sachs e incarica il Socio Gibelli di scriverne alcuni cenni commemorativi.

Il Socio Naccari legge la commemorazione del compianto Socio Ferraris. Sarà inserita nel volume delle *Memorie*.

Il Socio Gibelli legge, anche a nome del Socio Camerano, la relazione sulla memoria del Dott. Saverio Belli, intitolata *Hieracium di Sardegna*. Essendo favorevole la relazione, la Classe approva la lettura della memoria e, compiuta questa, delibera che la memoria sia inserita nei volumi accademici.

Il Socio Foà legge una sua nota *Sull'infiammazione interstiziale*. Sarà inserita negli *Atti*.

Il Socio Camerano presenta una sua memoria intitolata: *Monografia dei Gordii*. La Classe approva l'inserzione della memoria nei volumi accademici.

Il Socio Volterra presenta una nota intitolata: *Un teorema sugli integrali multipli*. Sarà inserita negli *Atti*.

Vengono inoltre accolte per l'inserzione negli *Atti* le note seguenti:

1° " *Sulla origine infettiva della Corea* ", nota del dottor Antonio Cesaris-Demel, presentata dal Socio Foà;

2° " *Sulla partecipazione degli endoteli nelle infiammazioni delle meningi* ", nota del dott. Costanzo Zenoni, presentata dal Socio Foà;

3° " *A proposito di una medusa del golfo di Cagliari* ", nota del dott. Francesco Saverio Monticelli, presentata dal Socio Camerano;

4° " *Ricerche sperimentali sugli effetti della trasfusione nell'anemia da emolisi* ", nota dei dottori Ferdinando Battistini e Lorenzo Scofone, presentata dal Socio Bizzozero;

5° " *Ricerche sulla tonicità muscolare* ", nota del dott. Alberico Benedicenti, presentata dal Socio Mosso;

6° " *Il principio dei lavori virtuali da Aristotele ad Erone d'Alessandria* ", nota del dott. Giovanni Vailati, presentata dal Socio Volterra;

7° " *Sulle deformazioni di una sfera elastica soggetta al calore* ", nota dell'ing. Emilio Almansi, presentata dal Socio Volterra;

8° " *Sulla trasformazione delle equazioni lineari omogenee del secondo ordine a derivate parziali con due variabili indipendenti* ", nota del Prof. Onorato Niccoletti, presentata dal Socio Volterra;

9° " *Sull'influenza della temperatura sulla velocità degli ioni* ", nota del dott. Adolfo Campetti, presentata dal Socio Naccari;

10° " *Sopra un sistema diciclico imperfetto, che rappresenta una coppia di circuiti forniti di induzione e di capacità* ", nota del Prof. Antonio Garbasso, presentata dal Socio Naccari;

11° " *Valori assoluti e variazioni secolari degli elementi del magnetismo terrestre a Torino* ", nota del dott. Giovanni Battista Rizzo, presentata dal Socio Naccari;

12° " *Effemeridi del sole e della luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1898* ", calcolati dal dott. Vittorio Balbi, assistente presso il R. Osservatorio astronomico di Torino, presentate dal Socio Naccari.

LETTURE

Sulla infiammazione interstiziale;

Nota del Socio PIO FOÀ.

Lo studio sperimentale dell'infiammazione interstiziale può avere per fine di ricercare l'origine di quegli elementi che compongono il neoplasma infiammatorio, oppure il modo in cui si contengono sotto l'azione della causa flogistica gli elementi parenchimatosi, oppure ancora, secondo quali leggi il processo si svolga, e se esso sia esattamente, oppure no, commisurato alla causa che lo produce.

La letteratura dell'argomento è assai vasta, e si può dire che essa è nata colla medicina sperimentale contemporanea. Non cade dubbio oramai che alla primitiva lesione dell'organo tiene dietro un processo cui partecipano in varia misura gli elementi parenchimatosi, i vasi, gli elementi connettivali, e quelli che provengono dal sangue. La massima parte degli autori è d'accordo che al processo riparatore degli elementi andati distrutti, non prendano nessuna parte i leucociti a nucleo polimorfo emigrati dai vasi, ma non è altrettanto chiaro d'onde provengano e quale ufficio abbiano gli elementi mononucleati o i linfociti che si trovano a un dato periodo dell'infiammazione, mescolati agli elementi connettivali di nuova formazione.

Per vari autori, il processo infiammatorio ha per fine immediato la riparazione della parte offesa, dopo che ne sieno rimossi i detriti, e a dimostrare questo assunto essi si accontentano di rilevare la presenza di figure cariocinetiche in vari elementi dell'organo infiammato. Infine, per lo più, è meno curata la valutazione del tempo in cui tutto il processo si compie, quasichè questo elemento fosse sottratto in qualche guisa a qualsiasi legge determinata.

Lo studio del processo infiammatorio interstiziale negli organi parenchimatosi, avrebbe presentato alcuni anni sono, una non lieve difficoltà nel modo di provocarlo artificialmente, perchè o si avrebbe ricorso puramente alla ferita dell'organo, e questa ove sia asettica non provoca in realtà che un processo di riparazione non del tutto esattamente paragonabile al processo flogistico, oppure si avrebbe ricorso all'introduzione di corpi stranieri, e questo si allontana dalla condizione naturale di molti processi interstiziali, o si avrebbe ricorso a qualche agente chimico, e di questo non si avrebbe potuto agevolmente limitare l'azione deleteria sugli stessi elementi parenchimatosi, o, infine, si avrebbe ricorso a dei prodotti organici, come certi fermenti flogogeni, e non si sarebbe evitata la produzione di un processo suppurativo.

Lo studio della bacteriologia ha aperto una nuova via alla ricerca dell'infiammazione. Infatti, è noto che adoperando un determinato bacterio flogogeno, è possibile di ottenere dallo stesso sopra un medesimo organo, pressochè tutte le varietà delle essudazioni flogistiche, dalla sierosa alla fibrinosa; dalla desquammativa all'interstiziale.

Già nel mio studio sul diplococco lanceolato fatto nel 1887 col Bordoni-Uffreduzzi, ho dimostrato che le suddette varietà di essudazioni si sarebbero potuto ottenere, benchè non senza difficoltà di caso in caso, sovra un dato organo, solo adoperando dei diplococchi di diverso grado di virulenza. Ma il problema si presenta sotto un duplice aspetto. Da un lato, infatti, si può ottenere un'azione diversa da uno stesso bacterio, secondo il grado di sua virulenza; dall'altro, si può ottenere un eguale risultato dal medesimo bacterio dotato di una costante virulenza, a norma della resistenza che vi oppone l'animale sottoposto all'esperimento. Così, ad esempio, con un diplococco lanceolato assai virulento, non si può ottenere un'infiammazione fibrinosa nel polmone di un coniglio, ma è possibile di ottenerla nel polmone di una pecora, perchè questa oppone una grande resistenza all'azione dell'agente flogogeno.

È noto che il bacillo di Friedländer è squisitamente patogeno per la cavia, ma non lo è altretanto per il coniglio. Questo animale può sopportare indifferentemente l'introduzione sottocutanea e anche intraperitoneale di una certa quantità di coltura

di B. Friedlander, che basta, invece, sicuramente ad uccidere una cavia.

Ebbene, la resistenza naturale del coniglio verso il bacillo di Friedlander, è tale da consentirgli una reazione relativamente leggiera, quando esso venga direttamente introdotta nel parenchima di un dato organo.

Il terreno più propizio per tali ricerche è il rene, ed io ho sperimentato nel modo che segue.

Rafforzai una coltura di B. Friedlander con successivi passaggi nella cavia, e quella adoperai come agente flogogeno.

Legato sul ventre un coniglio, estraevo da una piccola ferita laterale il rene, e con un ago di platino sporcato dalla suddetta coltura lo pungeva in due o tre punti. A volte mi accontentavo di una puntura; altre volte ripresa coll'ago di platino un altro po' di coltura la reintroducevo ne' medesimi punti di prima, allo scopo di agire con un numero maggiore di bacilli.

Riposto il rene e cucita la ferita, liberavo l'animale per riestrargli definitivamente l'organo leso, dopo un tempo vario da 6 ore fino ad un mese, desiderando io di seguire il processo nelle varie fasi del suo sviluppo.

Il più delle volte, ma non costantemente, ho osservato che ad una sola puntura segue un piccolo focolajo d'infiammazione, intorno al quale si producono l'uno a canto all'altro molti altri focolaj secondari, cosichè il rene presenta una coroncina di noduli più o meno regolarmente allineati in una zona frontale. A volte non si scorge alla superficie la sporgenza di alcun nodetto infiammatorio, ma spaccando l'organo in direzione della ferita, si scorge che tutto intorno al percorso dell'ago evvi una zona più o meno grande d'infiltrazione. Il processo che si ricava dalla suddescritta operazione è costantemente un'infiammazione interstiziale iperplastica, e a norma del tempo che è decorso dall'infezione, si osservano sul rene, ora i predetti nodetti infiammatori di aspetto grigiastro, ora una zona che si fa sempre più rientrante e trasparente quanto più è antiquato il processo, cosichè alla fine non si osserva che una stretta zona cicatriziale.

Il decorso è tale, che per una manualità presso a poco uguale in ogni caso, si ha il medesimo tipo di rene ad ogni determinato periodo di tempo in cui lo si estrae, cosichè po-

trebbe parlarsi di un tipo di rene da 6 a 60 ore; di un altro tipo da 3, 4, 5 giorni; di un altro fra il 6° e il 10°; infine, di un'altra serie di gradi insensibili di passaggio fra il decimo giorno e il ventesimo, e fra questo e il trentesimo.

Possono talune circostanze agire in modo che al 6° giorno si abbia un tipo di rene, quale in altri casi si ha ordinariamente al 3°, 4°; possono altre circostanze produrre un tipo di rene al 15° giorno, quale ordinariamente non si trova che dopo il 20°, queste irregolarità si comprendono quando si tratta di un esperimento biologico, in cui fra i fattori conosciuti entrano da un lato la virulenza, e la quantità di un bacterio introdotto, e dall'altro il grado di resistenza o qualche eventuale complicazione nell'animale operato. Ciò non toglie però che riassumendo molte osservazioni di casi tipici, si possano determinare alcune fasi costanti del processo.

Io intendo in questa nota di riassumerle brevemente, facendole seguire da talune considerazioni, e riservandomi d'illustrare con figure in altra occasione, i reperti che sono andato man mano rilevando.

Esaminando il rene dopo un lasso di tempo che varia da 6 a 60 ore dall'introduzione dell'agente flogogeno, si osservano gli effetti immediati della distruzione portata dal passaggio dell'ago infetto, nonchè quelli dovuti all'azione propria dei bacilli introdotti. Infatti, lungo il percorso della ferita si osserva un grande accumulo di globuli rossi stravasati, mescolati a qualche globulo bianco polimorfo, canalicoli lacerati con epiteli in cui non si scorge più nè il nucleo nè la struttura del protoplasma. Un poco più lontano dalla zona percorsa dall'ago, gli epiteli presentano il loro nucleo, ma il loro protoplasma è imbevuto di siero, onde appare diradato. Nel lume di molti canalicoli limitrofi al solco della ferita si trovano cilindri omogenei dovuti a plasma coagulato; di raro alla distruzione partecipa qualche glomerulo.

Questi fatti si osservano dopo poche ore dalla puntura; più tardi colpisce il grande accumulo di leucociti a nucleo polimorfo che nei preparati di 24-48 ore dominano il campo. Essi inglobano parte dei globuli rossi stravasati; attaccano gli epiteli morti, si caricano di bacilli che frantumano e digeriscono, coprono e invadono in ogni senso i cilindri entro i canalicoli; insomma in

tale periodo, tutto il lavoro consiste nell'azione dei leucociti attratti per chemiotassi dalle sostanze morte o meno vitali non ch dai bacilli introdotti, per ripulire il campo, rimovendo i detriti formati dal passaggio dell'agente distruttore. Gli stessi leucociti polimorfi subiscono alla fine una degenerazione: i loro nuclei si frammentano, i pezzetti che ne risultano presentano vari aspetti, ora ad anelli, ora a vescicole, e si colorano intensamente: eppure l'antico nucleo polimorfo da origine a delle granulazioni di varia grossezza e irregolari di forma, assai vivamente colorabili; granulazioni e detriti che riempiono il lume dei canalicoli, e talvolta isolatamente si trovano inglobati nel protoplasma di elementi connettivi, e trattenuti accanto al nucleo loro rispettivo.

Al terzo giorno l'aspetto comincia a cambiare.

Sia nel tessuto interstiziale, sia entro il lume stesso dei vasi sanguigni, cominciano a comparire e ad acquistare una certa prevalenza i leucociti mononucleati piccoli (linfociti), i quali in certi preparati o in certe parti di un preparato sembrano avere sostituito gl'innumerevoli leucociti polimorfi dei giorni precedenti. Molte cellule epiteliali nei canalicoli presentano il nucleo più carico di granulazioni cromatiche, e fra cellule di volume normale, se ne trovano di più grosse, accennanti ad una maggiore attività nutritiva. Frammezzo all'accumulo interstiziale dei linfociti si scorgono le cellule connettive ingrossate, a nucleo vescicolare munite di un bel nucleolo. Anche gli endoteli dei vasi sono ingrossati e più facilmente visibili.

Al quarto giorno, costantemente ci troviamo nel periodo della grande attività formativa. Nel tessuto interstiziale, i leucociti a nucleo polimorfo sono oramai scomparsi. Non si trovano che cellule mononucleate: alcune rotonde e grosse con nucleo vescicolare e munito di nucleolo; altre più piccole con nucleo sferico munito di molte granulazioni cromatiche; altre, infine, o fusate, o munite di vari prolungamenti, con grosso nucleo e protoplasma abbondante. Fra questa varietà di elementi accumulati in gran copia negl'interstizi fra i canalicoli, si trovano in grandissima copia le figure cariocinetiche ad ogni fase di sviluppo.

Molte sono eziandio le cellule giovanissime che risultano da tali proliferazioni e che si riconoscono dal più piccolo volume, dalla forma tondeggiante e dal nucleo carico di granula-

zioni vivamente colorate. Meno copiose, ma immancabili, sono pure le figure cariocinetiche nelle cellule epiteliali dei canalicoli limitrofi alla ferita. Spesso nella sezione trasversa di tali canalicoli si osservano varie cellule epiteliali a nucleo scarsissimo di cromosomi, o a protoplasma non molto abbondante, ma fra esse una ne sporge grossissima e col nucleo in attiva fase cariocinetica.

Questo movimento neoformativo è già meno sensibile al 5° giorno, e ancora meno al 6° e all'8° giorno, ma in genere continua per vari giorni ancora sempre diminuendo d'intensità, come un'onda che lentamente si spegne.

Man mano decorre il tempo dell'epoca della massima proliferazione si osserva anche un crescere progressivo, benchè lento e poco considerevole per vari giorni, della sostanza fibrillare, la quale invece è sensibilmente cresciuta al 20° giorno, e diventa predominante in capo a un mese, il che oggi è tanto agevole dimostrare adoperando il metodo di V. Gieson, o quello di Mallory.

Come dissi, dopo il 4° giorno continua l'attività neoformatrice, ma sempre più indebolisce, sicchè verso il 15° o 20° giorno essa può dirsi spenta.

I preparati di quest'epoca dimostrano la prevalenza assoluta di cellule giovani mononucleate per lo più di mediocre volume, nel tessuto interstiziale; e sempre si scorgono talune di queste cellule oltrepassare la membrana dei canalicoli, spostarne gli epiteli, frapporsi ai medesimi, o entrare nel lume, insieme con taluni detriti di altri elementi disfatti, o di qualche raro leucocito polimorfo.

Gli endoteli non dànno a quest'epoca nessun segno di ulteriore partecipazione al processo, e nel tessuto interstiziale, massime dopo il 15° giorno, vanno rifacendosi più distinti due sorta di elementi; quelli a nucleo vescicolare scarso di granulazioni, e quelli a nucleo più piccolo e più ricco di granuli colorabili. Queste sono forse le forme più giovani di quelle, le quali in preparati più vecchi si vedono presentare qualche deformità nel nucleo, e sporgere qualche gemma o bittorzolo che poi si distacca e forma un piccolissimo elemento dotato di un minimo nucleo. Invece, dagli altri elementi più giovani talvolta sembra aver luogo una cariolisi, onde si trovano liberi

qui e là dei cromosomi, o dei corpi fucsinofili, che possono subire varie trasformazioni di grossezza e di forma, talvolta circondati da un alone di protoplasma omogeneo, e alla fine paiono essi pure destinati a venire eliminati nel lume dei canalicoli.

Questi sono fatti i quali dinotano che il processo è oramai entrato in una fase regressiva, perchè la neoformazione è cessata. Subentrano, invece, dei fatti degenerativi, i quali si accompagnano alla diminuzione progressiva del numero degli elementi, ed all'aumento crescente della sostanza intercellulare. Man mano si restringe il processo interstiziale, si dilatano i canalicoli limitrofi al focolaio flogistico, per una retrazione centripeta del connettivo neoformato.

Tale è sommariamente l'andamento del processo, il quale va segnalato per varie considerazioni.

1° Esso è un processo d'infiammazione iperplastica provocato ad arte e in modo costante col mezzo di un determinato bacterio nel reno di un determinato animale.

2° Esso ha un decorso così costante che si direbbe governato da una legge, per quanto questa sia difficile a definire.

3° Trascorso il periodo di eliminazione dei detriti organici prodotti dal trauma e dall'infezione, subentra tra esso e il periodo neoformativo, un'epoca di prevalenza dei linfociti sui leucociti polimorfi, e ciò ancora nella fase acutissima del processo, e non nell'infiammazione cronica soltanto, come è detto generalmente dagli autori.

4° Il periodo della neoformazione trovasi costantemente nel suo acme in quarta giornata, e decresce presto nei giorni successivi, per ispegnersi quasi completamente dal 15° al 20° giorno.

5° Dopo la terza settimana si rende manifesto un periodo di regressione, nel quale si scorgono vari processi degenerativi negli elementi neoformati, e insieme s'accresce sempre più la sostanza fibrillare, finchè la neoformazione connettiva si retrae e provoca una dilatazione dei canalicoli circostanti.

Per quanto la maggiore attività formativa sia data indubbiamente dagli elementi connettivi preesistenti, è difficile escludere che vi partecipino anche i leucociti mononucleati piccoli; e

che questi sieno apportati essi pure col sangue, lo dimostrerebbe la loro presenza nel lume stesso dei vasi sanguigni, nei quali, invece, ai primi due giorni prevalgono quasi esclusivamente i leucociti a nucleo polimorfo.

Tutto l'andamento del processo dimostra che esso oltrepassa di gran lunga i limiti di un fatto rigenerativo inteso a compensare le perdite subite dall'organo leso, ma invece si tratta di un vero processo di neoformazione ad andamento tipico e costante, di cui cessa ben presto il primo impulso, perchè i bacilli dopo i primi due o tre giorni sono scomparsi, ma continua tuttavia il movimento per un periodo in certo modo proporzionale all'intensità dell'impulso.

Un teorema sugli integrali multipli;

Nota del Socio VITO VOLTERRA.

1. Mi permetto di intrattenere brevemente l'Accademia sopra la estensione di un ben noto teorema di addizione relativo agli integrali semplici, in un senso che si scosta da quello secondo cui da lungo tempo il teorema stesso è stato generalizzato (*).

Il cenno che qui dò può ritenersi come un passo in una via che spero poter seguire in seguito e che ha un intimo rapporto con alcuni studii da me fatti in passato sulle *Funzioni di linee.*

2. Il teorema a cui mi riferisco è quello dell'addizione delle Funzioni trigonometriche considerate come una proposizione di calcolo integrale. Esso allora può esprimersi nei termini seguenti:

(*) Vedi NOETHER, *Zur Theorie des eindeutigen Entsprechens algebraische Gebilde von beliebig vielen Dimensionen,* " Math. Ann. ", II Bd., s. 304, 305.

Abbiasi

$$J = \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} + \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}}$$

e si prenda nel piano xy la curva algebrica avente per equazione

$$x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = \text{cost.} \tag{1}$$

Se i limiti superiori dei precedenti integrali sono le coordinate di un punto della curva, J non cambierà spostando il punto stesso sulla curva.

Possiamo anche dire in maniera equivalente che *l'equazione differenziale*

$$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = 0$$

ammette un integrale algebrico e precisamente l'integrale (1).

È superfluo, perchè ormai troppo noto, l'accennare che la estensione di questo teorema ha dato luogo alle prime scoperte nel campo delle funzioni ellittiche. Il teorema di Eulero che da il principio di addizione delle funzioni ellittiche consiste nella equivalenza fra la relazione

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} + \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-k^2y^2)}} = \text{cost}$$

ed una relazione *algebrica* fra i limiti superiori x, y dei due integrali.

Analogamente il principio della trasformazione delle funzioni ellittiche consiste nel collegare un integrale

$$\int^x \frac{dx}{\sqrt{Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E}}$$

con un altro della stessa natura

$$\int^y \frac{dy}{\sqrt{A'y^4 + B'y^3 + C'y^2 + D'y + E'}}$$

in modo che la relazione fra gli integrali

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E}} + \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{Ay^4 + By^3 + Cy^2 + Dy + E}} = \text{cost}$$

conduca ad una *relazione algebrica* fra i limiti superiori x, y.

3. La generalizzazione di cui abbiamo parlato è stata ottenuta dal teorema primitivo, rendendo meno semplici le funzioni algebriche che compariscono sotto ai segni di integrazione.

Ma ci si può proporre di estendere il teorema in un'altra direzione.

Consideriamo l'integrale doppio

$$\iint_{\alpha_1} \varphi_1(x_1, y_1)\, dx_1\, dy_1$$

in cui φ_1 è una funzione algebrica di x_1, y_1, e l'area α_1 lungo la quale è estesa la integrazione è una parte del piano $x_1\, y_1$.

Come si può collegare quest'integrale a due altri integrali analoghi di funzioni algebriche

$$\iint_{\alpha_2} \varphi_2(x_2, y_2)\, dx_2\, dy_2\,, \quad \iint_{\alpha_3} \varphi_3(x_3, y_3)\, dx_3\, dy_3$$

in modo che la somma dei tre integrali resulti costante, allorchè fra i contorni dei campi α_1, α_2, α_3 sussiste un legame algebrico della stessa natura di quelli che figurano nei casi precedentemente citati degl'integrali semplici?

Il teorema più semplice che si può dare a questo proposito è il seguente, in cui le funzioni che figurano sotto ai segni di integrazione contengono dei radicali quadratici di funzioni di secondo grado, come appunto nel primitivo caso esaminato per gl'integrali semplici.

Abbiasi

$$(2) \qquad J = \iint_{\alpha_1} \frac{dy\, dz}{\sqrt{\frac{b_2}{\lambda} z^2 - \frac{b_1}{\lambda} y^2 + \beta_1}} + \iint_{\alpha_2} \frac{dz\, dx}{\sqrt{\frac{b_3}{\mu} x^2 - \frac{b_1}{\mu} z^2 + \beta_2}} +$$

$$+ \iint_{\alpha_3} \frac{dx\, dy}{\sqrt{\frac{b_1}{\nu} y^2 - \frac{b_2}{\nu} x^2 + \beta_3}}$$

in cui b_1, b_2, b_3; $\beta_1, \beta_2, \beta_3$; λ, μ, ν *sono quantità costanti e* $\lambda + \mu + \nu = 0$.

Prendasi la superficie algebrica

$$(3) \qquad \lambda x \sqrt{\frac{b_1}{\lambda} z - \frac{b_2}{\lambda} y^2 + \beta_1} + \mu y \sqrt{\frac{b_2}{\mu} x^2 - \frac{b_3}{\mu} z^2 + \beta_2}$$

$$+ \nu z \sqrt{\frac{b_3}{\nu} y - \frac{b_1}{\nu} x^2 + \beta_3} = C.$$

Se i tre precedenti integrali sono estesi a parti dei piani coordinati limitate dalle proiezioni di una curva qualunque tracciata sopra questa superficie; il suo cambierà spostando e deformando la linea stessa sulla superficie.

4. Per dimostrare il teorema consideriamo in generale la somma dei tre integrali

$$J' = \iint_{\alpha_1} \varphi_1(y, z)\, dy\, dz + \iint_{\alpha_2} \varphi_2(z, x)\, dz\, dx + \iint_{\alpha_3} \varphi_3(x, y)\, dx\, dy$$

insieme coll'equazione differenziale a derivate parziali

$$(4) \qquad \varphi_1 \frac{\partial f}{\partial x} + \varphi_2 \frac{\partial f}{\partial y} + \varphi_3 \frac{\partial f}{\partial z} = 0.$$

Se f ne è un integrale: σ una porzione delle superficie

$$f = \text{cost}$$

e $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ sono le proiezioni di σ sui piani coordinati, avremo

$$J' = \iint_{\sigma} \left[\varphi_1 \frac{d(y, z)}{d(u, v)} + \varphi_2 \frac{d(z, x)}{d(u, v)} + \varphi_3 \frac{d(x, y)}{d(u, v)} \right] du\, dv,$$

in cui l'integrale è esteso alla porzione σ della superficie, e u, v ne rappresentano un sistema di coordinate curvilinee.

Ma se n è la normale alla superficie, si avrà

$$\frac{d(y, z)}{d(u, v)} : \frac{d(z, x)}{d(u, v)} : \frac{d(x, y)}{d(u, v)} = \cos nx : \cos ny : \cos nz = \frac{\partial f}{\partial x} : \frac{\partial f}{\partial y} : \frac{\partial f}{\partial z},$$

perciò in virtù della (4), avremo

$$\varphi_1 \frac{d(y,z)}{d(u,v)} + \varphi_2 \frac{d(z,x)}{d(u,v)} + \varphi_3 \frac{d(x,y)}{d(u,v)} = 0$$

d'onde

$$J' = 0.$$

Il teorema precedentemente enunciato sarà dunque dimostrato provando che l'equazione differenziale (4) ammette per integrale il primo membro della (3) allorchè si ha

$$\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{\frac{b_2}{\lambda} z^2 - \frac{b_3}{\lambda} y^2 + \beta_1}} = \frac{1}{\Delta_1}$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{b_3}{\mu} x^2 - \frac{b_1}{\mu} z^2 + \beta_2}} = \frac{1}{\Delta_2}$$

$$\varphi_3 = \frac{1}{\sqrt{\frac{b_1}{\nu} y^2 - \frac{b_2}{\nu} x^2 + \beta_3}} = \frac{1}{\Delta_3}.$$

Infatti in questa ipotesi il primo membro della (3) diviene

$$f = \lambda x \Delta_1 + \mu y \Delta_2 + \nu z \Delta_3 ,$$

onde

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lambda \Delta_1 + \frac{b_3 xy}{\Delta_2} - \frac{b_2 xz}{\Delta_3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \mu \Delta_2 + \frac{b_1 yz}{\Delta_3} - \frac{b_3 yx}{\Delta_1}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \nu \Delta_3 + \frac{b_2 zx}{\Delta_1} - \frac{b_1 zy}{\Delta_2}$$

e quindi

$$\varphi_1 \frac{\partial f}{\partial x} + \varphi_2 \frac{\partial f}{\partial y} + \varphi_3 \frac{\partial f}{\partial z} = \lambda + \mu + \nu = 0.$$

5. Il teorema enunciato nel § 3 è facilmente estensibile al caso di integrali multipli di un ordine qualsiasi.

Onde ottenere questa generalizzazione basta sostituire alla somma di integrali (2) l'altra

$$\sum \int\int \cdots \int \frac{dx_1\, dx_2 \cdots dx_n}{\sqrt{\Sigma \cdots}} = \text{cost},$$

e alla superficie algebrica (3), la varietà algebrica

$$\sum_1^n \lambda_i x_i \sqrt{\sum_1^n {}_s \frac{a_s^{(i)}}{\lambda_i} x_s^2 + b^{(i)}} = \text{cost}$$

in cui $a_s^{(i)} = - a_i^{(s)}$, $a_i^{(i)} = 0$, $\sum_1^n \lambda_i = 0$.

Questa proprietà è legata al fatto che *l'equazione differenziale a derivate parziali*

$$\sum_i \varphi_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = 0$$

in cui

$$\varphi_i = \frac{1}{\sqrt{\sum_1^n {}_s \frac{a_s^{(i)}}{\lambda_i} x_s^2 + b^{(i)}}} = \frac{1}{\Delta_i}$$

ammette l'integrale algebrico

$$f = \sum_1^n \lambda_i x_i \Delta_i$$

come si verifica direttamente con grande facilità.

6. L'intima ragione del sussistere dei teoremi precedentemente enunciati resulta manifesta da ciò che è posto in rilievo dalla dimostrazione del § 4, vale a dire che *l'equazione differenziale a derivate parziali*

$$\varphi_1 \frac{\partial f}{\partial x} + \varphi_2 \frac{\partial f}{\partial y} + \varphi_3 \frac{\partial f}{\partial z} = 0$$

ci fornisce con i suoi integrali le superficie che collegano fra loro i contorni dei campi d'integrazione degl'integrali multipli la cui somma è costante.

Ricorrendo a questo mezzo si possono trovare infiniti altri casi, oltre quello che è stato dato, in cui il legame resulta *algebrico*.

Ciò pone in evidenza il fatto che le questioni relative agli integrali multipli del genere di quelle esaminate si possono ricondurre immediatamente ad una ricerca sugli integrali delle equazioni a derivate parziali.

7. A questo riguardo sono ben lieto di poter presentare all'Accademia l'estratto di due lettere che il nostro illustre Socio corrispondente signor Picard mi ha dirette in seguito alla comunicazione fattagli delle precedenti proposizioni e che egli mi autorizza di pubblicare:

" .....je crois reconnaître dans la question que vous m'in-
" diquez quelque chose qui doit avoir du rapport avec une étude
" que j'avais commencée mais que je n'ai pas approfondie et
" que je n'ai pas non plus publiée. Voilà au surplus le point
" essentiel de ce que j'avais en tête:

" Soient P, Q, R trois fonctions de x, y, z et soit μ une
" fonction de x, y, z telle que

$$\frac{\partial(\mu P)}{\partial x}+\frac{\partial(\mu Q)}{\partial y}+\frac{\partial(\mu R)}{\partial z}=0.$$

" Alors l'intégrale double

$$\text{(I)} \qquad \iint \mu P \,.\, dy\, dz + \mu Q \,.\, dz\, dx + \mu R \,.\, dx\, dy$$

" prise sur une surface ne dépendra que du contour (sauf cer-
" taines conditions de continuité bien entendu).

" On sait (formule de Stokes) que cette intégrale double
" peut s'écrire

$$\int_L \alpha dx + \beta dy + \gamma dz$$

" L étant le contour, où on a

$$\mu P = \frac{\partial \beta}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial y}$$

(1) $$\mu Q = \frac{\partial \gamma}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial z}$$

$$\mu R = \frac{\partial \alpha}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial x}$$

" Or considérons une certaine surface

(F) $$z = F(x, y).$$

" Prenons comme contour L une ligne C_1 fermée et une ligne C " fermée quelconque de la surface F. Pour la portion C_1 on a " l'intégrale

$$\int (\alpha + p\gamma)\, dx + (\beta + q\gamma)\, dy \qquad \left(p = \frac{\partial z}{\partial x},\ q = \frac{\partial z}{\partial y}\right).$$

" Si donc on a

(2) $$\frac{\partial(\alpha + p\gamma)}{\partial y} = \frac{\partial(\beta + q\gamma)}{\partial x}$$

" l'intégrale sera nulle ou du moins invariable quand C se de- " formera : en dérivant, on doit bien entendu regarder dans α, β, γ, " la lettre z comme la fonction de x et y définie par (F). En " développant (2) et tenant compte de (1), on a de suite

$$Pp + Qq = R$$

" et on a par suite ce théorème : *L'intégrale* (1) *prise suivant* " *une surface limitée par une courbe fermée* C_1 *fixe de l'espace et* " *par une courbe fermée variable* C *tracée sur une surface intégrale de l'équation*

$$Pp + Qq = R$$

" *ne dépend pas de la courbe* C, *c'est-à-dire reste invariable quand* " *on déforme d'une manière continue la courbe* C *sur la surface* " *intégrale considérée.*

" Vouz voyez que ceci peut s'étendre à un nombre quel-
" conque de dimensions, et on a ainsi une propriété assez
" curieuse des surfaces intégrales des équations linéaires (par
" rapport aux dérivées) aux dérivées partielles..... „

" Si l'on voulait avoir un problème plus déterminé on
" pourrait prendre *deux* expressions

$$P dy\, dz + Q dz\, dx + R dx\, dy$$

$$P_1 dy\, dz + Q_1 dz\, dx + R_1 dx\, dy.$$

" Si les deux équations

$$Pp + Qq = R \quad , \quad P_1 p + Q_1 q = R_1$$

" ont une famille de solutions communes

$$f(x, y, z) = \text{constante} \tag{3}$$

" les deux intégrales

$$\iint \mu (P dy\, dz + Q dz\, dx + R dx\, dy) \quad \text{et} \quad \iint \mu_1 (P_1 dy\, dz + \ldots\ldots)$$

" où μ et μ_1 satisfont à $\frac{\partial(\mu P)}{\partial x} + \frac{\partial(\mu Q)}{\partial y} + \frac{\partial(\mu R)}{\partial z} = 0$ et *id* pour
" μ_1 resteront constantes quand le contour terminant la surface
" d'intégration se déplacera sur la surface (3)..... „

8. Mi permetto di far seguire alla precedente comunicazione una osservazione atta a collegare il resultato ivi contenuto colle funzioni di linee da me in passato formate soggetto di studio (*).

La equazione

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0 \tag{4}$$

(*) " Rend. Reale Accademia dei Lincei „, Vol. III, 2° Sem.

esprime la condizione affinchè esista una funzione di linea $F[(L)]$ di primo grado, tale che

$$\frac{dF}{d(y,z)} = X\,, \quad \frac{dF}{d(z,x)} = Y\,, \quad \frac{dF}{d(x,y)} = Z.$$

Sia f una funzione che soddisfa l'equazione differenziale a derivate parziali

$$X\frac{\partial f}{\partial x} + Y\frac{\partial f}{\partial y} + Z\frac{\partial f}{\partial z} = 0 \tag{5}$$

e prendiamo la superficie Σ avente per equazione $f = \text{cost.}$ Se spostiamo la curva L comunque sopra la superficie Σ, la funzione $F[(L)]$ non cambierà, giacchè $\frac{dF}{d\Sigma} = 0$ (*). Reciprocamente dall'equazione $\frac{dF}{d\Sigma} = 0$ segue l'equazione (5). *Possiamo dunque interpretare l'equazione*

$$F[(L)] = \text{costante}$$

come quella che definisce tutte le superficie

$$f = \text{costante}$$

in cui f denota un integrale qualsiasi della equazione a derivate parziali

$$X\frac{\partial f}{\partial x} + Y\frac{\partial f}{\partial y} + Z\frac{\partial f}{\partial z} = 0.$$

(*) *Ibid.*, pag. 277.

Sulla origine infettiva della Corea;

Contribuzione del Dott. ANTONIO CESARIS-DEMEL.

Dopochè il concetto d'infezione — sottratto alle ingegnose supposizioni metafisiche di un tempo — fu riaffermato e dimostrato dal metodo moderno di ricerca sperimentale, si fecero rapidi progressi nella conoscenza eziologica delle molteplici alterazioni che possono colpire il nostro organismo. E dove un tempo le cause reumatiche, trofiche ed umorali s'invocavano come efficienti una determinata lesione, oggi si dimostrano le cause settiche e le tossiche che con queste hanno diretta relazione. In tal modo ogni giorno più si accresce il gruppo delle malattie d'infezione e vanno sempre diminuendo quelle di origine ignota o di mal conosciuta natura.

Le malattie stesse del sistema nervoso che per un certo tempo si sono sottratte a questa dimostrazione sperimentale, trincerandosi dietro supposizioni puramente teoriche, vanno ora subendo la legge comune.

Questo è avvenuto e avviene per la corea. La sua patogenia però è ancora oggigiorno molto controversa. Come nella teoria nervosa, che pur ebbe numerosi e valenti sostenitori (Charcot, Joffroy, Courby, Lereux, Marie, ecc.) anche nella teoria infettiva i pareri sono tutt'altro che concordi. Quest'ultima teoria che trova la sua prima origine nei lavori di Hughes (1), Senhouse Kirkes (2), Garrod, ecc., che ascrivevano la corea a cause reumatiche quando ancora non solo non si avevano idee precise sulle malattie da infezione, ma tanto meno si dubitava potessero appartenervi le malattie reumatiche, è intesa oggi sotto due aspetti diversi.

(1) Hughes, *Guy's Hospital Reports*, 1846.
(2) Senhouse-Kirkes, *Med. Times and Gazette*, 1869.

Secondo gli uni (Möbius, Oster, Berkley, Pianese), la corea sarebbe dovuta costantemente ad un solo microorganismo, secondo gli altri, e sono i più (Strumpell, Triboulet, Möbius, Leroux, ecc. ecc.), potrebbe essere in rapporto a svariatissime infezioni che agirebbero coi loro principi tossici.

Anche nel reperto anatomo-patologico, nei vari casi descritti, la disparità è grande. Ciò nonostante alcune note anatomiche sono ammesse dalla quasi totalità degli autori, tali la pachimeningite vascolare ed emorragica, l'iperemia cerebrale e spinale, e meno frequentemente i focolai degenerativi che non hanno però mai disposizione sistematica. Alcune alterazioni, la presenza di alcuni elementi morfologici, ritenuti specifici di quest'affezione, furono successivamente da altri autori assolutamente negati ed attribuiti con giusta critica ad altre cause. Tali, ad esempio, i corpi ialini descritti da Klein, Flechsig, Wollenberg, Zakovvenko; negati successivamente da Manasse e Lanfenauer, ed il rigonfiamento delle cellule piramidali sostenuto dal Tourner.

In mezzo a queste controversie è però certo che la teoria infettiva è la sola che si venga affermando con delle irrefutabili prove di fatto, e come solo per questa via noi potremo venire ad un accordo.

Ora avendo avuto a nostra disposizione un caso proveniente dalla sezione del prof. Pescarolo colla diagnosi di " caso classico di corea grave, ad evoluzione rapida senza fatti progressi degni di nota " e sezionato al nostro Istituto, per consiglio del professore Foà, lo abbiamo fatto oggetto del nostro studio.

Era nostro scopo di vedere quanto il risultato delle nostre indagini condotte con i sussidi che la ricerca batteriologica ed istologica oggi ci forniscono, concordassero con quanto fino ad ora ci era noto.

Esporremo così succintamente le nostre osservazioni deducendone a compimento alcune conclusioni che crediamo degne di nota.

Il cadavere da noi sezionato apparteneva ad una donna di anni 46 e per le poche ore trascorse dalla morte era in buonissimo stato di conservazione. Costituzione scheletrica regolare, discreto lo stato di nutrizione.

Calotta cranica di forma e d'aspetto normale. Normale la

quantità nella diploe. Appena segnati sul tavolato interno i solchi delle meningee. Dura madre tesa, intensamente iperemica. Seno longitudinale dilatato pieno di sangue fluido. Emorragie molteplici sulla faccia interna della dura madre, specialmente sulla parte ricoprente l'emisfero cerebrale di sinistra. Levata la dura madre si nota una grande congestione delle pie meningi. Cervello di forma normale. Circonvoluzioni cerebrali leggermente appianate, ma regolari nella forma e disposizione. Soffusione di sangue negli spazi sottoaracnoidei. Ventricoli laterali leggermente dilatati contenenti poco siero sanguinolento. Levigato l'ependima. Scoperto il centro ovale vi si nota una ricca punteggiatura rossastra. La sostanza grigia corticale anche è iperemica, del colore di muscolo sbiadito. Meno iperemica è la sostanza grigia dei nuclei. Anche nel quarto ventricolo esiste un po' di siero sanguinolento, l'ependima è levigato. Il cervelletto presenta vivamente congeste le due sostanze. Levando il midollo spinale si nota una certa tensione della dura. Abbondante il liquido cefalo-rachideo. Iperemia intensa delle pie meningi. In tagli trasversali e successivi fatti a pochi centimetri di distanza l'uno dall'altro si nota una manifesta iperemia della sostanza grigia, diffusa a tutto il midollo e rilevata da tanti punticini rossi sulla superficie del taglio. All'esame macroscopico, impossibile distinguere nella sostanza bianca alcun fatto degenerativo. Assolutamente negativo invece fu il reperto per i visceri contenuti nella cavità toracica e addominale. Il cuore stesso ci si presentò assolutamente illeso ed immune da alterazioni sia recenti che antiche.

Esaminato subito il liquido cerebro-spinale ed il sangue dei vasi cerebrali, vi trovammo la presenza di abbondantissimi diplococchi lanceolati contornati da una capsula ben evidente ed allo stato di assoluta purezza.

Le colture (fatte nei comuni mezzi nutrizi) ci diedero lo sviluppo dello stesso microorganismo allo stato di assoluta purezza, e questo per la sua persistente colorabilità col metodo di Gram e per i suoi caratteri morfologici si poteva facilmente identificare col diplococco pneumonico di Fränkel.

Questo diplococco preso direttamente dal cadavere si dimostrò, in piccole dosi, patogeno solo per il topolino bianco. Nel coniglio e nella cavia non determinò che una elevazione

termica della durata di qualche giorno. Fu solo dopo successivi passaggi che divento patogeno anche per questi animali, dando in questi un reperto costante caratteristico ed assumendo una virulenza fissa. Da questi esperimenti però noi ci siamo subito accorti come il diplococco da noi isolato si scostasse sensibilmente dalle due varietà ben distinte (e ben note per le molteplici osservazioni di Foà (1)), cioè dalla varietà edematogena e dalla varietà fibrinogena. Il reperto dei nostri conigli infatti era essenzialmente emorragico, con milza grossa presentante molteplici emorragie sottocapsulari e parenchimatose, emorragie sottosierose al peritoneo ed alla pleura, emorragie delle capsule soprarenali e mancanza assoluta di edema.

Nelle cavie (e il fatto solo di esser tanto virulento per questi animali lo differenzia dalle altre varietà) si aveva praticando l'infezione per la via peritoneale, peritonite fibrinosa adesiva, milza grossa emorragica, emorragie sottosierose ed emorragie imponenti, da formare talora dei veri ematomi alle capsule surrenali.

Setticemia sempre molto scarsa, anche a morte rapida (16-18 ore dall'infezione), tanto nei conigli quanto nelle cavie.

Anche l'esame istologico dei pezzi raccolti di questi animali ci dimostro qualche differenza dalle alterazioni già note e proprie delle altre due varietà (Foà). Qui infatti a sostegno delle molteplici emorragie non si poterono mai dimostrare emboli micotici, e le alterazioni vascolari che rendevano possibili le emorragie per diapedesin, si venivano a dimostrare d'origine puramente tossica. Anche nelle sezioni, e questo in rapporto alla scarsa setticemia, e nei vasi e nel sangue stravasato erano scarsi e difficilmente reperibili i diplococchi. Scarsissima poi la fibrina.

Pur non volendo ora dilungarci in disquisizioni teoriche che i fatti osservati ci potrebbero suggerire, riteniamo utile a questo punto d'osservare: Primo, che nel nostro caso il rapporto eziologico tra i fenomeni coreici e l'infezione diplococcica

(1) Foà, *Pneumococco meningococco e streptococco pneumonico,* " Rif. Med. „, 60, 1891. — Foà, *Ancora sulle varietà biologiche del diplococco lanceolato,* " Rif. Med. „, 268-69, 1891, ecc.

è indubitato. Secondo, che pur non essendo la virulenza del microorganismo dimostrata in vita proporzionata a quella immediatamente ripetibile negli animali d'esperimento (avendosi così una nuova prova che leggi speciali regolano la recettività per elementi patogeni nei vari animali) la sua proprietà biologica, ad azione tossica elettiva sui vasi, ebbe la riprova sperimentale.

Se era interessante la ricerca batteriologica per lo studio del caso, non lo era meno l'esame istologico dei vari pezzi presi dal cadavere.

Dall'esame del cervello, del midollo spinale e delle meningi, conservate parte in alcool, parte in liquido del Müller ed inclusi e colorati opportunamente coi metodi comuni per queste ricerche, a seconda degli elementi che si volevano in modo speciale mettere in rilievo (Nissl, Pall, Weigert, Mallory, Van Gieson, ecc.), si ebbe il seguente reperto ch'io ora succintamente espongo.

Midollo spinale. Iperemia intensa delle meningi per tutta la sua lunghezza. La dilatazione massima dei vasi si ha nella introflessione della pia nel solco longitudinale anteriore, dove si hanno anche non infrequenti focolai di emorragia per diapedesin. Iperemia intensa di tutti i vasi proprii della sostanza nervosa. Rarissimi i trombi e questi rilevabili solo in un piccolo tratto corrispondente al rigonfiamento cervicale. Emorragie per diapedesin con sede di predilezione nella commessura grigia dove questa si continua nei corni anteriori. Altre emorragie della stessa natura al cordone di Burdach nella regione cervicale, ai cordoni laterali e al *funiculus gracilis* nella regione dorsale e irregolarmente disseminate nella regione lombare.

Tutte queste emorragie per la perfetta conservazione dei globuli rossi stravasati si dimostrano affatto recenti. Iperemia intensa ed emorragie per diapedesin si trovano anche nelle radici dei nervi spinali e specialmente ai nervi della coda equina, che mostrano lo stesso fatto lungo tutto il loro decorso.

Il canal centrale è pervio alla regione cervicale e vi è rivestito regolarmente dall'ependima a cellule epiteliali cilindriche.

Invece alla parte inferiore della regione dorsale e alla regione lombare si presenta in alcune parti compresso da un

ammasso cellulare pericanalicolare, composto di elementi a nucleo prevalentemente rotondeggiante, di rado allungato, che in taluni punti usura semplicemente l'ependima protrudendo nel canale, in altri lo occlude completamente e lo costituisce, in altri ancora lo sdoppia in due di disuguale ampiezza. Ai punti ristretti od occlusi corrispondono dilatazioni del canal centrale soprastante, che si presenta molto ampio e circolare e rivestito da un ependima leggermente appianato.

Nessun fatto degenerativo, ne parziale ne a disposizione sistematica si può rilevare lungo tutto il midollo spinale, dove la disposizione delle cellule e delle fibre vi è assolutamente normale. Qualche fibrilla nervosa invece, degenerata con strozzamenti e gozzi protundenti di mielina, è ben dimostrabile nei nervi della coda equina, dove l'iperemia è più intensa e le emorragie per diapedesin più numerose.

Nel cervello e nel cervelletto si ha lo stesso reperto iperemico ed emorragico senza fatti degenerativi e senza alterazioni cellulari rilevabili coi nostri mezzi d'osservazione negli elementi nervosi.

Normale infine per la disposizione e per la forma de' suoi elementi è la neuroglia tanto nel midollo spinale come nel cervello.

La dura madre presenta nella sua faccia interna e fra questa e l'aracnoide delle imponenti emorragie, ed il sangue stravasato si trova anche ad infiltrare divaricandoli i fasci connettivi che la compongono, e intensa iperemia mostra anche la pia madre e più specialmente nei sepimenti che manda tra i solchi delle circonvoluzioni cerebellari. Nelle meningi come nella sostanza nervosa mancano assolutamente i segni d'una flogosi, chè non si ha alcuna essudazione di leucociti e la fibrina, tranne qualche spicula isolata nelle meningi del cervelletto, vi è assolutamente mancante.

I fatti iperemici ed emorragici dunque, nel nostro caso, come s'imponevano all'esame macroscopico costituiscono il solo fatto degno di nota che può essere messo in rilievo anche dall'esame istologico. All'alterazione che abbiamo descritta propria del canale centrale, nell'ultima sua porzione del midollo spinale, noi non dobbiamo dare una soverchia importanza. Per le osservazioni degli anatomici e come fu messo in modo speciale in

rilievo da Joffroy (1), Brissaud (2), Dellamagne (3), non è sempre facile stabilire un limite netto tra le alterazioni congenite e le acquisite del canale centrale ed è varia la disposizione del suo ependima anche in midolli del resto assolutamente normali.

Nel nostro caso però, se non possiamo affermarlo in modo sicuro, possiamo ritenere come un'ipotesi fondata che le alterazioni riscontrate nel canale centrale siano in dipendenza di una irritazione cronica che produsse una proliferazione della neuroglia circostante, venendo così ad avvicinarci al concetto di Weigert, che questa iperplasia nevrolgica, affatto simile a quella che si può trovare nella siringomielia, rappresenti un processo di reazione infiammatoria e il risultato secondario di una irritazione cronica dell'ependima. Questa interpretazione ci darebbe anche ragione della minor resistenza presentata dal sistema nervoso già alterato, all'azione dei tossici bacterici.

Abbiamo ritenuto come dimostrato, in addietro, il nesso eziologico nel nostro caso tra l'infezione diplococcica e la sintomatologia coreica. Il non trovarsi infatti nell'organismo alcun'altra localizzazione diplococcica ci dimostra che pervenuto in circolo il diplococco (e le vie d'entrata ci son ben note) vi si sia arrestato ed abbia, sia per le proprietà sue biologiche intrinseche, sia per la speciale disposizione dell'organismo, fatta sentire la sua azione per mezzo delle alterazioni vascolari direttamente sul sistema nervoso stesso. Il trovarsi il diplococco in circolo, dimostra poi per sè stesso la gravità speciale della infezione, giacchè ci è noto che anche in polmoniti fibrinose ad estesa localizzazione, il diplococco passi nel sangue solo eccezionalmente nei casi ad esito mortale, tantochè questo fatto lo vediamo oggi assunto a criterio clinico prognostico di qualche valore.

Che il diplococco poi (ed è già da tempo noto il suo rapporto eziologico colla meningite cerebro-spinale (4)) non abbia

---

(1) A. Joffroy e C. Achard, " Arch. de Méd. Exper. „, 1895, n. 1.

(2) E. Brissaud, " Revue neurologique „, 15 oct. 1894.

(3) Dellamagne, " Arch. Med. Exper. „, 1895, p. 600.

(4) Foà u. Bordoni Uffreddizzi, *U. Bacterienbef. bei Menin. Cer.*, " Deut. Med. W. „, 1886. — Fraenkel, *U. einen Bakter. bef. bei Men. cerebr.* " Deut. Med. W. „, 1886. — Netter, " Soc. anat. „, Paris, 19 mars 1886 e 10 févr. 1888.

in questo caso colla speciale sua localizzazione determinati fenomeni infiammatori, possiamo ritenerlo dovuto, oltrechè alle sue diverse proprietà biologiche dimostrabili negli animali, alle spiccatissime sue proprietà tossiche che rendono l'infezione rapidamente mortale, arrestandola quasi al periodo iperemico.

Abbiamo visto ancora che la corea in molti casi è indubbiamente in rapporto con affezioni reumatiche, sia antiche che recenti.

Ora noi sappiamo che lo stesso diplococco può esser causa efficiente di queste affezioni e che come in molti casi per una speciale disposizione pregressa l'apparato circolatorio od articolare vi è primitivamente colpito, in altri, come nel nostro, lo è solo il sistema nervoso, nulla escludendo però che resistendo l'individuo si possano poi istituire anche altre lesioni. Dobbiamo ora noi concludere che il microorganismo specifico della corea sia il diplococco capsulato di Fränkel a tipo emorragico?

Noi non lo possiamo e perchè una singola osservazione non si può mai estendere a legge generale e perchè ormai ci è noto che la stessa lesione anatomica, le stesse alterazioni cellulari possono essere determinate da svariatissime cause.

Infatti oggi il concetto di assoluta specificità che al principio delle ricerche batteriologiche sembrava affermato nell'azione dei vari microorganismi sugli elementi istologici (sicchè non si potevano avere cellule giganti senza bacilli, ascessi senza cocchi piogeni, polmoniti senza diplococchi) è del tutto abbandonato.

Dobbiamo dunque ritenere (e le osservazioni di altri autori degni di fede ce lo dimostrano) che *la corea è in diretto rapporto con un agente infettivo il quale agisce specialmente per azione de' suoi tossici ad azione elettiva sul sistema nervoso centrale. A render quest'azione più sensibile e mortale giova che il sistema nervoso vi sia preventivamente disposto.*

Il mettere in rapporto ora i fatti osservati colla sintomatologia del caso e l'entrare nel campo teorico per ispiegare la fisiologia patologica di quest'affezione esce dal compito che ci siamo prefissi. Da quanto però abbiamo esposto, oltre alla conclusione d'ordine generale più sopra enunciata, crediamo utile aggiungerne, a compimento dell'opera nostra, altre che si riferiscono esclusivamente al caso osservato, cioè:

1° *La sintomatologia coreica può essere determinata nell'uomo primitivamente, da una varietà di diplococco capsulato lanceolato.*

2° *Le lesioni istologiche dimostrabili nel sistema nervoso dell'individuo coreico e nei visceri degli animali d'esperimento recettivi per questo microorganismo, dimostrerebbero come questo abbia potuto agire più come tossico che come settico e che i suoi tossici abbiano avuta un'azione elettiva sui vasi.*

3° *Il diplococco isolato dal caso di corea da noi studiato, pur essendo nelle sue proprietà morfologiche e colturali affatto simile alle due varietà edematogena e fibrinogena, per le sue proprietà biologiche sensibilmente se ne differenzia. Infatti questo è di una squisita patogenicità per la cavia e dà nei numerosi animali d'esperimento un reperto fisso a carattere iperemico-emorragico con scarsissima fibrina e mancanza assoluta di edema.*

4° *Non essendo le manifestazioni emorragiche di questo diplococco dipendenti solo da alterazioni progresse dell'individuo, ma piuttosto da proprietà sue specifiche ed intrinseche, alle due varietà già ricordate, possiamo aggiungere una varietà emorragica del diplococco capsulato lanceolato.*

Sulla partecipazione degli endotelii nelle infiammazioni delle meningi;

Ricerche sperimentali del Dott. COSTANZO ZENONI.

In una comunicazione fatta l'anno scorso all'Accademia di Medicina (1) ho riferito sommariamente le conclusioni principali di alcune mie ricerche anatomiche sulle meningiti e sui tumori delle meningi, da me eseguite nell'Istituto patologico di Strassburg diretto dal Prof. v. Recklinghausen. In esse ho dimostrato: 1° un'attiva partecipazione delle cellule endoteliali delle meningi ai processi morbosi infiammatori mediante moltiplicazione e

(1) Reale Accademia di Medicina di Torino. Seduta del 18 dic. 1896.

modificazione della loro struttura; 2° uno spiccato polimorfismo e una metamorfosi fibrillare degli endotelii proliferati; 3° l'importanza dell'organizzazione endoteliale nelle meningiti fibrose, iperplastiche, adesive; 4° il significato della proliferazione endoteliale in rapporto all'origine e alla struttura dei neoplasmi delle meningi. Recentemente Cornil (1), provocando artificialmente nel cane peritoniti, pleuriti, polmoniti ha seguito le modificazioni che subiscono le cellule endoteliali nelle infiammazioni e in particolare nelle aderenze delle membrane sierose. Per la grande corrispondenza dei fatti da lui descritti con quelli che io ho osservato nelle meningiti, fui indotto a ricercare sperimentalmente nel coniglio le modificazioni istologiche delle meningi in stati infiammatori. Ho preso a considerare due specie di meningiti, l'una traumatica, asettica; l'altra settica.

Meningite traumatica asettica. — Per la prima procurai di fissare a contatto la faccia interna della Dura rivestita dall'aracnoidea parietale con l'aracnoidea viscerale che riveste la Pia, mediante un laccio di filo di seta, come nelle esperienze di Cornil. Praticato sulla testa del coniglio un lembo di pelle quadrangolare colla base in alto, messo allo scoperto e denudato del periostio il cranio, incidevo con una piccola sega un lembo osseo pure quadrangolare ma più piccolo del primo, e lo lussavo in alto. Nella Dura messa così allo scoperto infiggevo un piccolo ago curvo munito di filo di seta, approfondandolo tanto da comprendere la Pia; e lo facevo scorrere molto superficialmente nella corteccia cerebrale estraendolo a 1 c.m. circa di distanza dal punto di infissione. Allacciavo quindi i due capi del filo sulla superficie esterna della Dura, cercando di stringere molto leggermente il nodo per evitare lacerazioni delle meningi molto delicate. Ripiegato il lembo osseo in basso e suturato il lembo cutaneo, applicavo un'accurata fasciatura di garza e di tela amidata intorno alla testa del coniglio. L'atto operativo è alquanto delicato, ma semplicissimo e ben tollerato dall'animale; osservate le precauzioni rigorose dell'asepsi, il bendaggio stabile

(1) Cornil, " Archives de médecine expérimentale et d'anatomie pathologique ", T. IX, N. 1, 1897. — Cornil et Marie, Idem, T. IX, N. 2, 1897.

assicura una cicatrizzazione pronta della ferita. Il lembo osseo si presenta più o meno fissato secondo il tempo decorso dall'operazione e contrae aderenze col lembo cutaneo che lo ricopre. Allo scopo di evitare un'eventuale infezione attraverso la breccia praticata nel cranio, ho tentato l'allacciamento delle meningi facendo passare l'ago semplicemente attraverso due piccoli fori praticati nella volta ossea, e annodando il filo al di sopra di quest'ultima. In questo modo però si ha l'inconveniente di dover affondare l'ago nella sostanza nervosa più di quanto sia necessario, producendovi una lacerazione, nè si riesce ad ottenere un'aderenza così intima delle meningi tra loro come col primo procedimento.

Sacrificando gli animali operati dopo 1, 2, 3, 5, 6, 9 e più giorni ho potuto seguire le modificazioni successive presentate dalle meningi mantenute artificialmente a contatto.

A tal scopo, ucciso l'animale, estraevo il cervello frantumando il cranio colle forbici, in modo da evitare con ogni cura di rimovere la Dura o di spostare con stiramenti i rapporti contratti dalle superfici meningeali adese. La zona di sutura appariva per lo più opacata, grigiastra o con pigmentazione sanguigna Il nodo e il filo erano mascherati da un deposito fibrinoso emorragico. La Dura in corrispondenza del laccio si presentava ispessita e tanto più fissata alle pie membrane sottostanti quanto più antiche erano le aderenze, mentre si poteva facilmente rimovere su tutto il resto della vôlta cerebrale. Frammenti di cervello rivestiti della Dura e delle pie meningi, tagliati verticalmente alla superficie sia nella zona di sutura che in parti limitrofe ad essa, venivano fissati in diversi liquidi (alcool assoluto, Flemming, Foà, Müller). Per poter studiare i legami stabilitisi fra le superfici poste a contatto praticavo delle sezioni parallele alla superficie del taglio, e le coloravo con differenti metodi (Safranina, Thionina carbolica, miscela Foà, metodo Weigert). Pei pezzi fissati in Müller, lavati quindi abbondantemente in acqua e poi colorati con fucsina acquosa concentrata o con carmino allume, facevo dei semplici preparati per dilacerazione sul portaoggetti, isolandone mediante gli aghi diversi straterelli, e li montavo in acetato potassico o in glicerina.

Come ho già constatato nelle mie prime ricerche sulle meningiti, nessun altro procedimento è più adatto di quest'ultimo

allo stato degli elementi endoteliali, perchè ne conserva inalterata la forma, la grandezza, e rende ben distinti i contorni cellulari e i prolungamenti protoplasmatici. Per quanto superficialmente applicasi il laccio non era possibile circoscrivere la ferita prodotta dall'azo alle meningi soltanto, ma veniva necessariamente lesa anche una porzione di tessuto nervoso. Quindi le lesioni e i fenomeni istologici delle meningiti traumatiche sono stati da me considerati insieme a quelli cerebrali già in parte noti pei lavori di Huyem, Eichhorst e Naunyn, Mogilewitsch, Ziegler, Friedmann, Mondino, Coen.

Lungo il tragitto del filo ha luogo come fatto immediato uno spandimento di sangue, il quale tende ad infiltrare sia lo tessuto della Dura, e gli interstizi dello spazio subdurale lasciati ancora pervii dal laccio che lo elide, sia le trabecole aracnoidali e gli spazi intorno ai vasi lesi della pia; inoltre i punti di lacerazione del cervello sono sede di piccoli ematomi. Talora formasi un vero ematoma subdurale, che si diffonde all'intorno del laccio, tendendo ad allontanare le due superfici affrontate delle meningi, e modificando colla sua presenza il processo adesivo della meningite traumatica. In un primo periodo il coagulo si presenta costituito di molti globuli rossi e di alcuni globuli bianchi ben conservati inglobati in uno scarso reticolo di fibrina. Alle parti periferiche di esso sono in maggior numero i leucociti polinucleati, e fra questi si trovano anche alcune cellule dello strato lamellare dell'aracnoide viscerale e parietale, rotondeggianti rigonfie; altre invece rilevate sulla trabecolatura della membrana fibrosa limitante appaiono allungate, con un estremo assottigliato, sporgente.

Al 2°-3° giorno intorno al coagulo fibrinoso queste cellule con prolungamenti si fanno più distinte, e se ne vedono alcune comprese tra le fibrille di fibrina e i leucociti della parte marginale di esso; successivamente invadono anche le sue parti più interne. Quando lo spandimento emorragico è scarso l'aracnoide viscerale e quella parietale conducano fra loro, lo strato di coagulazione interposto è scarso, e le fasi della meningite aderiva si succedono in minor tempo e più nette. Al 2°-3° giorno si vedono compresi in un intreccio di fibrina oltre ad alcuni globuli rossi e bianchi, parecchi elementi endoteliali rigonfiati, vescicolari, a nucleo pallido, carichi di granulazioni e di pigmento:

parecchi altri invece forniti di un nucleo ovale e di un corpo protoplasmatico allungato, irregolare, presentano dei prolungamenti, coi quali contraggono aderenze fra loro. Al 4°-5° giorno strisciando col tagliente di un coltellino sulla faccia interna della Dura, si può rimovere un'esile membranella formata di fitti filamenti piuttosto piatti di fibrina, entro cui havvi ancora qualche globulo rosso alterato o granuli di pigmento. Prevalgono invece specialmente nelle parti interne dello strato fibrinoso dei gruppi di cellule endoteliali poliedriche o rotondeggianti, molto grosse, cariche di pigmento, qualcuna con granuli di grasso; mentre nelle parti più esterne della pseudomembrana penetrano numerose cellule endoteliali allungate e ramificate, che si sovrappongono, si stratificano, e in mezzo ad esse sono visibili parecchi elementi piccoli a nucleo grosso intensamente tingibile. Risultano così degli ammassi di cellule disposte secondo una stessa direzione, le quali limitano coi loro prolungamenti delle fessure, che stanno a rappresentare l'inizio di capillari di nuova formazione. Intorno ai vasi preesistenti della faccia interna della Dura e dello strato vascolare della Pia si presentano addossati parecchi endotelii simili ai primi che mandano alcune punte verso lo strato fibrino cellulare. Gli endotelii di rivestimento delle trabecole aracnoidali appaiono aumentati, e hanno il corpo protoplasmatico più espanso. I vasi che si approfondano con i prolungamenti della Pia nei solchi cerebrali contengono spesso molti leucociti polinucleati e parecchi di questi vedonsi pure all'infuori dei vasi; inoltre sono ben evidenti le cellule endoteliali delle guaine vasali linfatiche. Al 6° giorno cercando di svolgere la Pia si incontra difficoltà perchè aderisce fortemente al cervello e distaccandola essa trascina con sè dei frammenti di sostanza cerebrale. Questi legami sono stabiliti in parte da propaggini del tessuto di aderenza endoteliale formatosi fra le meningi, il quale si estende a guisa di ponte lungo il passaggio dell'ago, e in parte da continuazione del reticolato endoteliale intorno ai vasi della corteccia. In questo periodo sono ben spiccate le modificazioni più interessanti che accompagnano l'organizzazione del deposito fibrinoso-cellulare. La fibrina è scarsa, d'aspetto granuloso, e ridotta ad alcune isole circoscritte, in cui trovansi del pigmento e residui di globuli rossi, e nuclei alterati di leucociti morti.

Intorno ai vasi piali sono disposti dei cordoni di cellule

endoteliali allungate, su cui si impiantano altre cellule con prolungamenti, espansi, lamelliformi verso gli spazi perivascolari; e fra esse alcune molto grosse con uno, due o più nuclei vescicolari. È dal 5° al 6° giorno che ho potuto constatare la presenza di alcune figure di cariocinesi negli elementi endoteliali, sia sotto forma di placca equatoriale che di placche polari; e si osservano generalmente non negli elementi molto grossi, espansi, ramificati, anastomizzati fra loro, ma in elementi piuttosto piccoli rotondeggianti e poliedrici. Al 6° giorno esiste già un tessuto di cicatrizzazione ricco di elementi connettivo-endoteliali, attraversato in diversi punti da ordini lunghi e sottili di cellule a guisa di cordoncini. Queste formazioni corrispondono verosimilmente a capillari neoformati non ancora percorsi dal liquido sanguigno, cui aderiscono altre cellule con prolungamenti collegati con quelli di elementi vicini. Intorno al filo del laccio vedonsi aggruppate a guisa di anello moltissimi elementi di origine endoteliale, e fra i fili più esterni di esso penetrano da vari punti molte forme allungate con prolungamenti. Gli elementi dello strato fibroso connettivale limitrofo alla zona di aderenza sono pure aumentati, e si addentrano in essa. Fra l'impalcatura del tessuto aracnoidale e lungo i prolungamenti perivasali della pia interna si trovano alcuni endotelii carichi di pigmento sanguigno, altri con granuli di grasso. Nella corteccia cerebrale esistono alcuni focolai con accumuli di globuli rossi e di linfociti, e in essi le cellule gangliari sono rare, mal conservate, i vasi distesi con parete infiltrata di leucociti.

Dal 7° al 9° giorno le aderenze meningo-meningeali si stabiliscono definitivamente mediante l'organizzazione del tessuto cicatriziale. La fibrina residua non appare più che sotto forma di blocchi omogenei, splendenti, costituiti probabilmente da sostanza jalina, entro cui vedonsi talora inglobate alcune cellule pigmentate e globuli rossi alterati; altri globi jalini contengono nel loro corpo delle granulazioni. L'aspetto del tessuto di organizzazione è in parte ancora a sepimenti allungati costituiti da numerosi elementi endoteliali, le cui espansioni si sovrappongono e si applicano fra loro nei punti di maggiore addensamento. Veduti nelle porzioni più adulte del tessuto di aderenza, e nelle sezioni di cervello, questi elementi appaiono quasi fusiformi con corpo protoplasmatico sottile; ma osservandoli

isolati nei preparati per dilacerazione, essi presentano una configurazione molto allargata, lamelliforme, con espansioni tenuissime fibrillari ai bordi. — Talora sono elementi enormi con uno, due, e più nuclei molto grossi. Questi potrebbero essere derivati per divisione diretta dal nucleo primitivo, perchè ho osservato qualche forma di strozzamento del nucleo, ma sembra molto più probabile che derivino dalla fusione di corpi cellulari contigui in uno solo, come succede nel *syncytium*. Ne risultano alcune forme simili a cellule giganti. Le figure di mitosi nelle cellule endoteliali non sono rare, ne ho veduta qualcuna anche nei cordoni cellulari intorno ai vasi piali, appartenenti alla guaina linfatica perivasale (peritelio). — Nell'interno del tessuto connettivo-endoteliale decorrono parecchi capillari di nuova formazione a parete unica endoteliale che contraggono anastomosi fra loro e con quelli preesistenti delle meningi. — L'organizzazione connettivale definitiva delle aderenze progredisce dal 9° giorno in poi, mediante tramezzi verticali ed obliqui tesi attraverso lo spazio subdurale fra la dura e le pie meningi, come pure lungo il tragitto del filo nella sostanza nervosa. Nel tessuto connettivo-endoteliale lungo la zona di sutura si possono osservare per qualche tempo ancora i differenti stadi di organizzazione delle aderenze intermeningeali, trovandosi in alcuni tratti più antichi una struttura di un connettivo fibroso-endoteliale con vasi ben sviluppati; in altri un tessuto cellulare di elementi endoteliali sovrapposti coi loro prolungamenti e attraversato da capillari neoformati; altrove invece un reticolo cellulare ad elementi stellati, ramificati, lassamente anastomizzati fra di loro, che rappresentano uno stadio molto giovane delle aderenze. Nelle meningiti adesive, là dove la cicatrice fibro-cellulare si arresta ai margini delle aderenze, appaiono spesso degli spazi linfatici meningeali dilatati, nei quali trovansi alcune cellule endoteliali delle vie linfatiche stesse, staccate, vescicolose, con vacuoli, col nucleo spinto talora alla periferia. Queste dilatazioni possono spiegare l'origine di quegli edemi subaracnoidali a guisa di saccoccie sierose che si presentano non di rado nelle lepto-meningiti croniche, con ispessimenti fibrosi circoscritti. Succederebbero cioè obliterazioni parziali adesive degli spazi linfatici subaracnoidali, e per la ostacolata circolazione del liquido cerebrospinale si dilaterebbero gli spazi circostanti.

Meningiti settiche. — Allo scopo di constatare nelle meningi dei processi flogistici di varia intensità, ho intrapreso alcune esperienze mediante agenti infettanti diversamente attivi nel coniglio. Ho impiegato il diplococco nelle sue due varietà, l'edematogena e la fibrinogena; il bacillo di Friedlaender e quello della tubercolosi.

Diplococco di Fraenkel. — Attraverso ad un'incisione sulla pelle del capo di un coniglio praticavo una piccola apertura nella volta del cranio, e vi introducevo obliquamente la punta dell'ago di una siringa, e perforata la Dura, strisciando leggermente sulla sua faccia interna, iniettavo quindi alcune goccie di una coltura in brodo di diplococco direttamente nello spazio subdurale. Attraverso il tragitto dell'ago fuoresce un po' del liquido cefalo-rachideo che trasporta con se una parte del materiale iniettato diffondendolo sulla superficie esterna della Dura. Disinfettata e chiusa senz'altro la ferita, attendevo la morte spontanea dell'animale, oppure lo sacrificavo dopo un certo tempo. Conigli cui venivano iniettate nello spazio subdurale poche goccie di una coltura in brodo molto attiva di diplococco, perivano entro un periodo di 24, 30, 48 ore, soggiacendo ad una infezione setticemica. Il reperto anatomico tanto per la varietà di diplococco fibrinogena che per quella edematogena ha presentato costantemente le note caratteristiche differenziali già rilevate da Foà nei suoi studi sul diplococco. Per la varietà edematogena ho osservato talora un edema diffuso a tutta la testa del coniglio; mentre per quella fibrinogena l'essudato era più denso, fibrinoso. Le alterazioni nelle meningi però non si sono presentate costanti in ogni caso; ma piuttosto sono risultate delle differenze nei caratteri dell'essudato per ogni singola varietà in relazione sia colla virulenza del diplococco sia col decorso più o meno rapido del processo flogistico. All'infuori di variazioni individuali di reattività, in generale, sembra consistere questo fatto, che cioè l'essudazione è prevalentemente sierosa e leggiermente fibrinosa per entrambe le varietà quando la meningite è acutissima (morte per setticemia in 24 ore), mentre in quelle a decorso meno rapido l'essudato è più denso, purulento, le meningi appaiono opacate, rivestite di un deposito aderente. In ogni caso spicca la grande iniezione dei vasi, e

spesso macchie ecchimotiche e stravasi di sangue nello spazio subdurale. Nelle meningiti prevalentemente sierose (edema infiammatorio acuto) si accompagna all'iperemia una imbibizione sierosa leucocitaria delle vie linfatiche del sistema meningeale; lo spazio subdurale, le trame del tessuto aracnoidale, le guaine perivascolari e gli spazi pericerebrali appaiono più distesi e occupati da molti leucociti polinucleati, fra cui vedonsi numerosi diplococchi. -- Nel lume dei vasi della Dura e della Pia se ne vedono pure moltissimi in mezzo a leucociti polinucleati e mononucleati, e talora a fibrille di fibrina. Gli endotelii delle vie linfatiche sembrano comportarsi indifferentemente o reagire pochissimo in queste infiammazioni molto recenti. — Si presentano in generale molto spiccati, alcuni si desquamano e appaiono rigonfi, globosi, in mezzo ai leucociti: oppure vengono mascherati da questi e dalla fibrina, in quelle meningiti a carattere spiccatamente fibrinoso. Quanto più abbondanti sono i globuli di pus accumulatisi in seguito all'infezione diplococcica, tanto più rari appaiono gli elementi endoteliali. Nondimeno specialmente nelle parti periferiche dell'essudato si possono ancora distinguere alcuni endoteli a contorno globoso o irregolare con espansioni protoplasmatiche, talvolta carichi di granuli di pigmento o di grasso e contenenti qualche leucocito. Nelle meningiti fibrinose lo spazio subdurale appare disteso da un fitto intreccio di fibrille, fra le quali sono inclusi moltissimi leucociti polinucleati, e soltanto qualche rara cellula endoteliale alterata. Il processo flogistico si svolge più intenso negli involucri superficiali del cervello, ma si diffonde però rapidamente anche nelle parti interne di esso lungo i prolungamenti cerebrali della Pia, perdendo in intensità mano mano che si approfonda. Infatti si osserva che mentre nella porzione alta dei setti il mantello dei vasi è rivestito da accumuli di fibrina e di leucociti polinucleati, non appare fibrina invece nelle porzioni più interne, dove sono meno addensati i leucociti polinucleati, appaiono molto distinte le cellule endoteliali perivasali, e nel lume dei vasi prevalgono leucociti mononucleati. Impiegando delle colture attenuate della varietà di diplococco fibrinogena ho potuto talora evitare la morte dell'animale e ottenere una forma di meningite diplococcica più leggiera, in cui l'essudato era meno abbondante ma più denso. Così pure attenuando colture di diplococco edematogeno in modo da ritardare il processo infiammatorio, ho

osservato talvolta il prolungarsi di un essudato ricco di fibrina. In entrambi i casi ho notato la presenza di parecchie cellule endoteliali delle vie linfatiche rotondeggianti, poliedriche, talune con pigmento e con granuli di grasso. Specialmente lungo le guaine linfatiche dei setti piali profondi apparivano aumentati gli elementi endoteliali. — Spesso il processo flogistico si trapianta anche nel tessuto nervoso provocando delle aree di infiltrazione emorragica e di degenerazione. Intorno ai capillari si formano per diapedesi degli accumuli di globuli rossi, e di leucociti prevalentemente polinucleari, in mezzo ai quali talora appaiono alcuni elementi endoteliali alterati, mentre all'intorno del focolaio stesso ha luogo un'infiltrazione leucocitaria o una distruzione di elementi nervosi.

Bacillo di Friedlaender. — Per meglio seguire le modificazioni che presentano gli endotelii delle meningi nelle infiammazioni settiche ho impiegato con vantaggio colture in agar del bacillo di Friedlaender, di cui introducevo sotto la Dura una o due anse coll'ago di platino nello spazio subdurale. — La grande refrattarietà del coniglio per questo microorganismo, come è già stata utilmente impiegata dal prof. Foà in ricerche sulle nefriti interstiziali, si è dimostrata molto adatta anche nel mio caso per lo studio sulle meningiti settiche del coniglio, perchè l'infiammazione rimane circoscritta al punto di innesto, e provoca un periodo essudativo moderato, tale da permettere una reazione attiva anche da parte degli elementi endoteliali delle meningi. — Dopo 5-6 giorni dall'innesto del bacillo di Friedlaender gli endotelii aracnoidali sono molto cresciuti e sporgono sulla superficie che rivestono mandando prolungamenti pei quali si mettono in rapporto tra di loro. Negli spazi subaracnoidali, fra le maglie della Pia, specialmente intorno ai vasi che seguono i setti piali trovansi numerose cellule endoteliali rotondeggianti poliedriche o allungate. Qualche vaso vedesi accompagnato da uno strato di parecchi elementi disposti nello stesso senso del suo decorso, i quali provengono dal rivestimento endoteliale delle guaine linfatiche perivasali, sia perchè vi si trova qualche forma di cariocinesi, sia perchè l'involucro cellulare si assottiglia procedendo dalla superficie verso le parti più interne, dove non appare più che lo strato unico endoteliale della parete del vaso.

È notevole pure la presenza di numerosi elementi di origine endoteliale nella porzione della corteccia immediatamente sottostante alla pia, verosimilmente riferibili a proliferazione dello strato che riveste la faccia inferiore della membrana. — Ho potuto osservare in un sol caso in questi elementi una figura di cariocinesi. In vicinanza di focolai emorragici cerebrali o nell'interno di questi trovansi spesso elementi con molti granuli di grasso e pigmento sparsi in mezzo a leucociti polinucleari e ad elementi nervosi distrutti. In questi focolai si addentrano parecchie cellule endoteliali ramificate con prolungamenti anastomizzati, da cui deriva per un periodo ulteriore di sviluppo un tessuto di organizzazione connettivo-endoteliale con vasi neoformati.

Mediante vegetazione delle cellule di origine connettivo-endoteliale, che si sostituiscono all'essudato sia meningeale che cerebrale, si stabiliscono delle aderenze delle meningi fra loro e di queste col cervello. E questo esito infiammatorio può spiegare il formarsi di aderenze fibrose circoscritte in seguito ad alcuni attacchi di meningite come succede ad esempio per talune forme di meningite cerebrospinale passate a guarigione.

Tubercolosi. — Ottenni una forma molto cronica di meningite tubercolare innestando del materiale di coltura tubercolare sotto la Dura di una cavia. Localmente si produsse un focolaio necrotico caseoso che invadeva parte della corteccia cerebrale, costituito da un ammasso granuloso, in cui erano sparsi numerosissimi nuclei disfatti di leucociti morti, e alcuni residui di bacilli tubercolari. — Tutto intorno al focolaio caseoso erasi formato un tessuto di granulazione altamente organizzato, percorso da molti vasi, e paragonabile perfettamente al tessuto di cicatrizzazione di un'aderenza meningeale antica di natura connettivo-endoteliale.

Riassumendo ora i fatti osservati in queste ricerche sperimentali sulle meningiti che ho brevemente riferito si può conchiudere:

Nelle *Meningiti traumatiche asettiche:*

1° Ha luogo uno spiccato movimento reattivo da parte degli elementi endoteliali delle meningi, i quali subiscono importanti modificazioni morfologiche e si moltiplicano presentando figure di cariocinesi.

2° Gli essudati infiammatori delle meningiti si organizzano per l'intervento attivo di elementi d'origine endoteliale.

3° Le aderenze sperimentalmente provocate nelle meningi si stabiliscono mediante un tessuto connettivo-endoteliale di neoformazione.

Nelle *Meningiti settiche:*

1° La natura dell'essudato nelle meningiti da diplococco sembra dipendere dall'intensità e dalla rapidità del processo flogistico, più che dalle varietà biologiche del diplococco.

2° Gli elementi endoteliali delle meningi nelle infiammazioni acutissime si comportano pressochè passivamente: mentre mostrano una reazione proliferativa in quelle forme con essudazione meno intensa o a decorso non troppo rapido.

3° Nelle meningiti a lento decorso si stabilisce da parte degli elementi connettivo-endoteliali che si moltiplicano e si trasformano, una produzione di tessuto cicatriziale.

4° I processi infiammatorii delle meningi si diffondono facilmente al tessuto nervoso che rivestono seguendo le vie linfatiche dei setti piali con partecipazione degli endoteli delle vie stesse, e talvolta danno origine a veri focolai di encefalite.

A proposito di una medusa del golfo di Cagliari;

Nota di FRANCESCO SAVERIO MONTICELLI.

Nello scorso febbraio pescando col retino di superficie nel golfo di Cagliari, assai presso alla costa, verso La Plaja, ho trovato in pochi esemplari una piccola medusa con lunghissimo manubrio, lungo il quale, in alcuni solamente, si osservavano come delle gemme in vario stadio di sviluppo. Ciò mi fece avvertito d'essermi imbattuto in una forma del gruppo delle Sarsiade gemmanti e di quelle specialmente nelle quali le gemme si formano lungo il manubrio (1), e cercai di determinarla. Esa-

(1) Chun C., *Coelenterata*, in: "Bronn's Klassen u. Ord. ecc.", 1894, p. 232-234.

Chun C., "*Atlantis*" *Biologische Studien ueber pelagische Organismen*, in "Bibl. Zool.", heraus. von C. Chun und R. Leuckart. Heft 19, 1896. I Kapitel: *Die Knospungsweise der proliferirenden Medusen*. 1. *Die Knos-*

minandola dappresso non mi è stato difficile identificarla con la *Dipurena dolichogaster* Haeckel con la descrizione e figura della quale specie i miei esemplari bene concordano; come ancora per le dimensioni (essi misuravano da un minimo: altezza camp. mill. 1.6 × diam. camp. 1. ad un massimo di 3 × 2) e pel colorito. Questa medusa è stata trovata nel Mediterraneo per la prima volta da Haeckel (1) a Nizza, nel 1864, che la descrisse senza figurarla. Più tardi la ritrovò lo Spagnolini, nel 1869, nel golfo di Napoli e ne ha dato, per il primo, una figura, che, quantunque non molto corretta, rende assai bene l'immagine della specie in questione (2). Della quale, poi, nel 1879, l'Haeckel ha dato delle migliori figure ed una più particolareggiata descrizione, nella sua opera sulle Meduse (3). In base alle quali figure il Metschnikoff potette riconoscere e stabilire la identicità della *Dipurena fertilis* E. L. Metsch., 1871, (4) con la specie descritta prima dall'Haeckel come *Dipur. dolichogaster* (5). Senonchè, essendosi l'Haeckel più tardi accorto e persuaso, alla sua volta, della identicità della sua specie (6) con quella già prima, fin dal 1853, descritta dal Forbes (7) col nome di *Slabberia catenata* delle coste (occidentali) scozzesi, la forma da me rinvenuta nel golfo di Cagliari deve, perciò, riferirsi alla *Dipurena catenata* Forbes 1853 [non

panzspeiz der Sarsiden (*Dipurena dolichogaster*, Haeck. *Sarsia gemmifera* Forbes). Taf. 1. — Chun raggruppa in un quadro tutte le forme gemmanti di Sarsiade dividendole in due sezioni secondo che le gemme si originano lungo il manubrio, od alla base dei tentacoli.

(1) Haeckel E., *Beschreib. neue Craspedoten Medus. aus den Golf von Nizza*, in: " Jen. Zeitsf. f. Naturwiss. „. Vol. I, 1864, p. 337.

(2) Spagnolini A., *Catalogo sistematico degli Acalefi del Mediterraneo*, in: " Atti Soc. Ital. Sc. Nat. „, Vol. XIX, 1876, p. 18.

Spagnolini A., *Catalogo descrittivo delle meduse craspedote del golfo di Napoli*, " Atti Soc. Ital. Sc. Nat. „. Vol. XIV, p. 206, 1871, Tav. II, fig. 3, 3*a*.

(3) Haeckel E., *Das System der Medusen*. Jena, 1879-80.

(4) Metschnikoff E. L., *Beitrag zur Kenntn. der Siphonophor u. Medusen*, in: " Mitt. der Ges. von Lieb. der Naturwiss. Moskau „, 1871, Bd. VIII, p. 343, Taf. III, fig. 1-5.

(5) Metschnikoff E., *Medusolog. Mittheil.*, in: " Arb. Zool. Inst. Wien „. Bd. 6, 1886, p. 259.

(6) Haeckel E., *Syst. d. Med.* 7 Nachtrag: *Index verschiedener obsoleter Medusen-namen*, p. 665.

(7) Forbes E., in: " Trans. Edinburg. Soc. „. Vol. XX, p. 315. Plt. X, fig. 3, 1853.

Haeckel, come scrive questo autore (1) e come riporta Carus (2)]. La qual specie dovrebbe, invero chiamarsi *Slabberia catenata* Forbes, perchè il nome generico *Slabberia* [Forbes 1846] (3) è più antico di *Dipurena* [Mac Crady 1857] (4) e dovrebbe conseguentemente sostituir questo, in omaggio alla legge di priorità. Per applicar la quale non è necessario aspettare una revisione generale delle Sarsiade, come vorrebbe Metschnikoff, che lascia perciò questa questione insoluta. E poichè mi si porge l'occasione di farlo, osserverò che, essendo il genere *Slabberia* più antico di *Dipurena* non vedo ragioni (e dal testo, invero, non ho saputo ricavarle), che giustifichino l'operato dell'Haeckel che usa come nome generico quello di *Dipurena* (1857) e fa del genere *Slabberia* (1846) un sottogenere di questo, dello stesso valore dell'altro, *Tetrapurena*, da lui creato: dividendo egli il genere nei due suddetti sottogeneri ben distinti l'uno dall'altro. E così stando le cose, dovendo attenerci alla legge di priorità nella sua rigorosa applicazione, nel caso nostro, il nome generico *Slabberia*, essendo stato creato prima, deve sostituire quello di *Dipurena*. Il quale potrebbe, invece, bene usarsi pel genere *Slabberia*; tantoppiù che, per la sua etimologia, vale anche meglio a ricordare una delle caratteristiche principali che lo distinguono dall'altro sottogenere *Tetrapurena*. In tal guisa si avrebbe un genere *Slabberia* Forbes (1853) suddiviso nei due sottogeneri: *Dipurena* Mac Crady 1857 (= *Slabberia* Haeckel) e *Tetrapurena* Haeckel 1877 (5). La medusa di Cagliari dovrà

(1) Haeckel E., *Syst. Med.*, pag. 665.

(2) Carus J. V., *Prodromus Faunae Mediterraneae*. Vol. I, p. 20-21.

Haeckel (loc. s. cit.) stabilendo l'identicità della sua *Dipurena dolichogaster* con la *Slabberia catenata* Forbes accenna ad una *Dip. dolichogaster* var. *catenata*. Haeckel (della quale alla pagina indicata non è fatto cenno) e concludendo scrive: " Eventuell würde sie (*D. dolichogaster*) als *Dipurena catenata* Haeck. zu bezeichnen sein ". Ma, evidentemente, dato che egli stesso riconosce che le due forme sono una cosa sola e questa deve portare il nome specifico del Forbes come più antico, questo spetta al Forbes, non all'Haeckel.

(3) Forbes E., *On the pulmograde Medusae of Brit. Seas.*, in: " Ann. of Nat. Hist. ". Vol. XVIII, 1846 (p. 286: diagnosi del n. Genere *Slabberia*).

(4) Mac Crady, *Gymnophthalm. Charlst. Harb.*, p. 135, 1857 (diagnosi del genere *Dipurena*).

(5) Haeckel E., *Prod. Syst. Med.*, loc. cit., N. 18.

chiamarsi, dunque, *Slabberia* (*Tetrapurena*, perchè appartiene a questo sottogenere) *catenata* Forbes.

Il ritrovamento di questa specie nel golfo di Cagliari allarga il suo *habitat* Mediterraneo finora noto (Nizza, Napoli). Questa specie sarebbe, pertanto, già stata trovata in Sardegna dal Chun e Vogt nella primavera del 1886. Infatti il Chun, nella sua citata opera " *Atlantis* ", a pag. 6, riferisce alla *Dip. dolichogaster* Haeckel una piccola medusa, portante gemme al manubrio, da lui e dal Vogt pescata, alla superficie ed in numerosi esemplari, a Porto Conte presso Alghero (Sardegna) (1). Ma esaminando la figura che dà il Chun della medusa da lui trovata (Taf. 1, fig. 1-4), sono stato colpito dalla grande rassomiglianza che essa mostra, invece, con quell'altro Sarsiade, sessualmente maturo, descritto sommariamente e figurato dall'Allmann col nome di *Sarsia strangulata* e da lui trovato sulle coste occidentali d'Irlanda (2). Alla qual forma poi l'Haeckel riferisce una medusa da lui rinvenuta sulle coste di Normandia, e che nel System. d. Med. riporta col nome di *Dipurena ophiogaster* (3), nome impostole nel 1877 (4), riunendola con la *D. dolichogaster* nel sottogenere *Tetrapurena*. E la rassomiglianza è tale, confrontando la figura del Chun con quella dell'Allmann, che sembra piuttosto doversi la medusa di Chun riferire alla *Slabb. ophiogaster* che alla *Slabb. catenata;* dato ancora che le principali caratteristiche diagnostiche di quella si riconoscono nella figura del Chun. Disgraziatamente il Chun non dà le misure dei suoi esemplari, nè dallo ingrandimento indicato nella figura da lui data di uno di essi (Fig. 1), si possono ricavarne con esattezza le di-

(1) Il Chun accennando sommariamente alla sinonimia di questa forma scrive: " Wenn. Metschnikoff weitherin annimmt dass *Slabberia catenata* gleichfalls auf *Dipurena dolichogaster* zu beziehen ist, so bedaure ich lebhaft, dass ich zur Klarung die Synonimie wenig beitragen kann. Abgesehen davon dass eine *Slabberia catenata* von Forbes überhaupt nicht beschrieben ist, sondern dass er nur von einer *Slabberia halterata* spricht (Forbes, *British. Nak. Med.*, 1848, p. 53-54) ... ". Come si rileva da quanto è detto innanzi la *Slabberia catenata* è stata descritta dal Forbes (1853) ed è ricordata dall'Haeckel medesimo.

(2) Allmann G. J., *A monograph of gymnoblast. Hydroida*, 1871, p. 45-46, fig. 17.

(3) Loc. cit., pag. 25.

(4) *Prodr. Syst. Med.*, N. 19.

nessuni, per paragonarle a quelle assegnate dall'Haeckel alla *Slabb. ophiogaster*, che sono circa il doppio di quelle della *Slabb. catenata*. Ciò che, pertanto, avvalora il mio sospetto che la medusa rinvenuta dal Vogt e Chun ad Alghero, sia non la *Slabb. catenata*, ma la *Slabb. ophiogaster* sono le considerazioni seguenti. Difatti: *a*) il rapporto di dimensioni della campana, nella figura di Chun, si rivela simile a quello della *Slabb. ophiogaster* (altezza uguale alla larghezza (diametro)), mentre nella *Slabberia catenata* l'altezza è circa il doppio del diametro; *b*) i tentacoli raggiungono, nella figura di Chun, in lunghezza, il lungo manubrio gemmante, caratteristica questa propria della *Slabberia ophiogaster*, nella quale i tentacoli sono assai più lunghi dell'altezza dell'ombrello ed uguagliano in lunghezza il manubrio [secondo Allmann ed Haeckel], mentre nella *Slabb. catenata* i tentacoli sono molto più corti del manubrio e di poco più lunghi dell'ombrello; e per aspetto sono essi ancor diversi da quelli della *S. ophiogaster*. Così stando i fatti, la medusa di Chun rappresenterebbe una forma nuova per il Mediterraneo, che la *Diparena* (*Sarsia*) *ophiogaster* [*strangulata* Allmann] finora non trovò indicata come appartenente anche alla fauna mediterranea (1). Essa per le ragioni addotte innanzi, a proposito della *Diparena catenata* Forbes, deve chiamarsi genericamente *Slabberia* e specificamente *ophiogaster* Haeckel: il nome specifico dell'Allmann non potendo conservarsi, per quanto più antico, perchè già prima usato dal Mac Crady nel 1857 per un'altra forma di *Slabberia* appartenente al sottogenere *Diparena* [= *Slabberia* Haeckel], la *Slabb. strangulata* Mac Crady [1857]. Cosicchè nel Mediterraneo sarebbero ora rappresentate entrambe le due forme (secondo Haeckel) del sottogen. *Tetraparena* della *Slabberia*:

1° la *Slabb. catenata* Forbes, della quale quest'A. ed il Metschnikoff (*Dip. fertilis*) hanno osservata la forma gemmante ed Haeckel e Spagnolini (*Diparena dolichogaster*) la forma sessuata, che ora io ho ritrovata [Nizza, Napoli, Cagliari].

2° la *Slabb. ophiogaster* Haeck., della quale Allmann (*Sarsia strangulata*) ed Haeckel hanno descritta la forma sessuata ed il Chun recentemente la forma gemmante (sotto il nome di *Dip. dolichogaster*) giusta le considerazioni innanzi fatte [Porto Conte].

(1) Carus J. V., *Prodrom*, ecc. ecc., loc. cit.

Gli esemplari di *Sarsia octonaria* da me raccolti si mostravano forniti di gonidii disposti nella maniera tipica della specie, lungo il manubrio. Ciò si osservava anche in quelli che a prima giunta sembravano, come ho detto innanzi, portare delle gemme lungo il manubrio: perchè queste formazioni, esaminate più da vicino, mi si rivelarono non come le gemme medusigene, osservate e descritte dagli AA. citati nelle Sarsiade (in genere e nella specie in questione), ma, invece, quali altrettanti piccoli e brevi manubrii accessorii gemmati dal manubrio principale. Nella qui annessa figura si ricava quanto ora ho descritto, e da essa si rileverà ancora facilmente come dal tratto esile, intergonidiale, del manubrio si sono per gemmazione originati due piccoli manubrii accessorii, due stomachi appendicolari continuantisi per la loro parte ristretta col manubrio principale generatore e terminati dall'estremo slargato, campaniforme, come questo, da una bocca secondaria simile alla principale: la parte slargata dei due manubrii accessorii è circondata anch'essa da un gonidio simile a quelli del manubrio generatore. Ho voluto far nota questa osservazione da me fatta, perchè un tale caso di poligastria trova riscontro, confermandolo, in quello or non è molto descritto dall'Hartlaub (1) in due specie (indeterminate) di Sarsiade. Egli ha, difatti, osservato una sol volta (pag. 11, nota) la formazione, dal manubrio principale originario, di un secondo manubrio accessorio con relativa bocca; e più volte, nei casi di rifacimento del manubrio perduto, la comparsa sul manubrio principale, riformatosi, di altri manubrii secondarii, ciascuno fornito di una corrispondente bocca e rivestito da un gonidio come il manubrio principale (op. cit. f. 2, pag. 7). Io non posso dire se il manubrio degli individui poligastrici da me raccolti di *Sarsia octonaria* sia primitivo ed originario, o fosse,

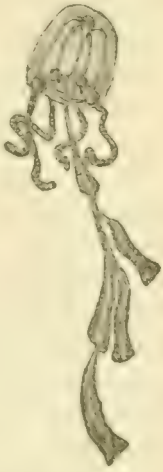


Figura un po' schematica di [illegible]

(1) Hartlaub C., *Ueber reproduction des Manubriums bei Sarsien und dabei auftretende Siphonophorenähnliche polygastrie. Vortrag.* in: Verhand. Deut. Zool. Ges., 1896. pp. 12.

per avventura, un manubrio di rifacimento; ma questo non muta l'essenza della cosa e, data l'osservazione dell'Hartlaub, innanzi ricordata, resta, per il mio caso, confermato il fatto che in alcune Sarsiade [*Sarsia* (sp.) *Slabberia* (*catenata*)] dal manubrio principale (sia esso originario, o rifatto), possono originarsi dei manubri accessorii forniti ciascuno di bocca e che si rivestono anch'essi di un gonidio. Fra i miei esemplari di *Slabberia* ne ho trovato uno senza manubrio; ciò potrebbe far pensare che anche in questa specie, come nel caso delle *Sarsie* di Hartlaub, si possa normalmente staccare il manubrio dalla medusa (ombrello), e collimerebbe con l'osservazione fatta dall'Haeckel su questa stessa specie (*Slab. catenata*) di un individuo che aveva perduto lo stomaco (il manubrio) e continuava a muotare con piena vitalità, essendosi però fatto a palla [v. Taf. II, fig. 4 e la spiegazione di essa, dove tale osservazione è riportata], ciò che pertanto io non ho osservato nel caso mio ora ricordato. Questo fatto della perdita del manubrio nelle Sarsiade, come si rileva, constatato per il primo dall'Haeckel, senza ammettervi importanza, ne acquista non poca, mettendolo in rapporto con le recenti osservazioni dell'Hartlaub sulla caducità del manubrio nelle *Sarsie* sp. perchè esso può facilmente venire interpretato e considerato come un caso di autotomia. La quale pertanto non è paragonabile a quella che si osserva in altre meduse craspedote che si dividono in due, così, da formare, poi, due nuovi individui [spesso con un processo abbreviato di ricompletamento che accompagna ed, a volte, precede anche la divisione] come p. e. quella osservata e descritta pel primo dal Kölliker nello *Stomobrachium mirabile* (*Mesonema coeruleum*) e poi in altri Aequoridi (*Aequorea Forskalii*) ed Eucopidi [*Phialidium variabile* (Davidoff) *Mitrocoma annae* (Lo Bianco) *Epenthesis folleata* e *gemmifera* (Brooks, Kefenstein) *Gastrohydra Raffaelei* (*E. polygastrica?*) e *G. timida*, Lang e Koller], nel qual caso si ha una autotomia totale divisiva (dissociazione del corpo come quella che si manifesta in moltissimi altri metazoi e che ho proposto di distinguere col nome di autotomia diacottica (1). Quella che ora interpetro come autotomia nelle Sarsiade è, invece, parago-

(1) Monticelli Fr. Sav., *Sull' autotomia della Cucumaria Planci* (*Br.*) e *Marenzeller*, in: Rend. R. Acc. Linc. (5). Vol. 2, 1896, p. 234 e nota.

nabile in certa guisa a quella che avviene in alcuni polipi idroidi e chiamata dal Dalyell, che per il primo l'ha osservata nelle *Tubularia larynx*, decapitazione; fatto poi confermato dal Van Beneden, Allmann, Chun, Lang, Duplessis anche per altri idroidi. Essa è da considerarsi come un'autotomia parziale, separativa, in quanto è solo una parte del corpo che si distacca dal resto e trova perciò riscontro nella autotomia delle braccia delle Asterie, Ofiuridi, Comatule, delle appendici di alcuni Policheti, di molti artropodi (e non moltiplico esempii) che ho distinta da quella innanzi detta, totale, col nome di autotomia diacritica. Nella quale interviene un processo di rifacimento reintegrativo, in quanto questo vale a completare il corpo dell'animale della parte perduta; mentre nell'altra maniera di autotomia, il più delle volte, interviene un processo rigeneratore che ha carattere integrativo in quanto vale ad integrare un nuovo animale (1).

Quest'autotomia, diacritica, delle Sarsiade, potendo trovare la sua ragione biologica nella perdita di una parte dell'organismo nell'interesse economico della specie, può considerarsi come un'autotomia economica che si può ritenere avrebbe per scopo la disseminazione dei prodotti genitali, che trovandosi intorno al manubrio (gonidio), con lo staccarsi di questo, possono più facilmente assicurarsi il loro pervenire a fondo per dar poi origine alla forma idroide. Autotomia, questa, che ricorderebbe, quanto a ragione biologica, quella del *Palolo viridis*, del *Notomastus*, degli *Haplosyllis* ed altre forme cosidette schizogame di policheti (2), nei quali l'autotomia (diacottica) della parte posteriore, genitale, del corpo ha per scopo la disseminazione degli elementi sessuali. La interpetrazione da me data dello staccarsi del manubrio delle Sarsiade e farsi libero dal-

(1) Quanto ora qui accenno, svolgerò in uno studio (che spero di poter pubblicare tra non molto) d'indole generale sull'autotomia negli animali: studio al quale mi hanno indotto le mie ricerche sull'autotomia degli Echinodermi (Oloturie) e di alcuni Vermi. Di questo mio studio ho fatta una larga esposizione in due conferenze tenute alla Società di Naturalisti in Napoli il 29 luglio ed il 5 agosto del 1894 nelle quali ho riassunto, nelle loro linee principali, le speculazioni d'indole generale alle quali sono stato condotto dall'esame dei fatti.

(2) Malaquin A., *Epigamie et Schizogamie chez les Annelides*, in: " Zool. Anz. ", 1897, XIX Bd., p. 420-423.

l'ombrello, come autotomia, tenuto conto dello scopo di questa, sentendo facilmente ragione della grande vitalità del manubrio osservata dall'Hartlaub, il quale ha più volte constatato come il manubrio staccatosi dalla campana e caduto al fondo dell'acquario si è mantenuto in vita lungo tempo, nutrendosi di copepodi, ed eliminerebbe la possibilità della questione che da questo fatto l'Hartlaub crede possa venir fuori " se non fossero, cioè, da considerarsi le meduse forme primitive e gl' idroidi forme regredite ".

Tanto la *Slabberia catenata*, quanto la *Slabb. ophiogaster*, come si è visto, si possono incontrare sotto due forme, una, come di regola, sessuata coi gonidii al manubrio, l'altra agama che gemma nuove meduse lungo il manubrio come la tipica *Sarsia siphonophora*.

Il rapporto tra queste due forme che presenta la medesima specie di *Slabberia* non mi consta sia noto: cioè, se esse sieno originate dalla stessa colonia idroide, indifferentemente, o da diverse colonie, le quali alla lor volta sieno prodotte dall'una, o dall' altra forma di meduse; se, ancora, le meduse sessuate sieno direttamente quelle generate dai polipi idroidi, o diventino sessuate solo quelle gemmate dalla medusa prima; se le due forme che assume la *Slabberia* rappresentino, infine, due individui distinti, o lo stesso individuo può assumere successivamente le due forme in periodi diversi, ed in tal caso, ammessa l'autotomia del manubrio, e data la possibilità del suo rifacimento, se questi due fattori influiscano in nulla nella determinazione delle due forme di *Slabberia*. Ad ogni modo, poichè è da pensarsi che la forma gemmante trovi sue ragioni in speciali condizioni biologiche (temperatura, stagione, ecc.) che l'hanno determinata nell'interesse dell'economia della specie, sarebbe importante il determinare il rapporto tra queste forme gemmanti e le dette condizioni ambienti, ciò che conduce, insieme, a ricercare il rapporto fra la forma gemmante e la forma sessuata.

Ricerche sperimentali sugli effetti della trasfusione nella anemia da emolisi;

Nota dei Dottori FERDINANDO BATTISTINI e LORENZO SCOFONE.

Gli effetti della trasfusione di sangue o di siero fisiologico nell'anemia acuta da emorragia, furono oggetto di numerose e diligenti ricerche, da parte di molti osservatori.

L'utilità di questa pratica, per far fronte ai disturbi idraulici consecutivi alla anemia, come pure per favorire la rigenerazione del sangue, dimostrata prima coll'esperimento, ha trovato conferma nella prova clinica e si può dire oramai da tutti ammessa senza discussione.

Nella letteratura, almeno per quanto è a nostra conoscenza, non si trovano studii sperimentali diretti allo scopo di ricercare metodicamente, quale risultato può dare la trasfusione nell'anemia da distruzione globulare.

Ora questo studio, a nostro modo di vedere, potrebbe presentare qualche interesse anche per la clinica, poichè l'anemia da emolisi, come abbiamo cercato di dimostrare in altri lavori (1), presenta stretti rapporti colle forme di grave anemia a tipo pernicioso quali si osservano nell'uomo, probabilmente dovute ad autointossicazione di origine multipla e nelle quali, l'utilità della trasfusione è tuttora molto controversa.

Abbiamo perciò creduto opportuno di istituire qualche ricerca in proposito, delle quali riferiamo i risultati.

---

(1) Battistini e Scofone, *Ricerche sperimentali sulla tossicità del sangue di animali profondamente anemici (Contributo alla patologia delle gravi anemie)*, " Atti della Reale Accademia delle scienze di Torino ", Vol. XXXII, 1897.

Battistini e Scofone, *Ulteriori osservazioni sulla tossicità del sangue di animali profondamente anemici*. Torino, giugno 1897.

Battistini e Rovere, *Osservazioni ematologiche sull'anemia da pirodina*, " Giornale della R. Accademia di medicina ", 1897.

I.

In questa serie di ricerche abbiamo voluto stabilire se la trasfusione di sangue defibrinato o di siero fisiologico, praticata *sub finem vitae*, sia capace di salvare ancora l'animale, o almeno di ritardarne la morte.

Riassumiamo i protocolli di qualche esperienza.

Esperienza I.

31 dicembre. — Cane nero a pelo lungo lanoso.

Peso Kg. 16.100.

Emometria 120.

Globuli rossi 7.236.350.

Temperatura rettale 41.

Respiro 12.

Polso 80.

L'animale viene sottoposto ad iniezioni di pirodina iniettandone a giorni alterni gr. 0,20 sotto cute.

Al giorno 7 gennaio dopo che il cane ha ricevuto complessivamente cgr. 80 di pirodina, troviamo sul diario:

Peso Kgr. 15,500.

Condizioni generali poco buone. — Dissenteria.

Ulceri corneali profonde.

Temp. rett. 41.8.

Emometria 30-35.

All'esame del sangue si nota una rilevante alterabilità dei corpuscoli rossi che si sformano alla menoma pressione. Qualche microcito, scarse forme poichilocitiche.

Il cane non mangia più la solita razione, beve appena un po' di latte.

Il giorno successivo (9 gennaio) il cane peggiora leggermente.

10 gennaio. — Animale in cattive condizioni, e incapace di camminare dal canile alla camera di vivisezione. Viene portato a braccia.

Polso molto debole, vuoto, ampio, depressibile con spiccato carattere di celerità.

Peso 122.

Eccitato si alza ancora in piedi e si regge barcollando sulle zampe. Questi movimenti provocano immediatamente una imponente dispnea.

Emometria 20-25.

Globuli rossi 1.345.800.

Legato l'animale sul tavolo di operazione, si fa comunicare la carotide destra con un manometro a mercurio e si scrive la pressione del sangue sul chimografo di Ludwig, mentre contemporaneamente si scrive il respiro mediante il pneumografo di Marey applicato attorno al torace.

L'animale reagisce pochissimo, mentre lo si lega sul tavolo. Emette solo qualche grido con voce rauca poi rimane perfettamente tranquillo.

Ore	Pressione massima	Pressione minima	Pressione media	Frequenza	
11,00[33]	7,20	4,80	6	186	Il polso, tenendo conto anche della grande frequenza, è ampio. Respiro frequente e superficiale.
12,34[30]	6,70	5	5,8	190	
11,36	7,90	3,30	5,60	190	Eccitazione dolorosa alla cute dell'addome mediante pennello faradico. L'eccitazione non è molto intensa. Durante l'eccitazione, che dura 30 secondi, il respiro diventa molto più ampio e meno frequente. Aumenta l'ampiezza delle oscillazioni secondarie dovute al respiro nel tracciato della pressione. L'ampiezza però delle singole pulsazioni non cresce. La pressione media ha anzi una leggera tendenza a diminuire.
11,36[50]					Cessata alle 11,36[30] l'eccitazione dolorosa, la pressione ed il respiro ritornano al tipo normale, ma per poco.
11,37	5,30	0	2,65	90	Le singole pulsazioni diventano molto ampie, ad ogni due o tre pulsazioni cardiache durante la diastole la pressione scende a 0. Il respiro superficialissimo non esercita influenza sul tracciato della pressione.
11,37[30]	5,30	0	2,65	32	La pressione discende ora a 0 ad ogni diastole.
11,38	5,20	0	2,60	30	Arresto del respiro. Respirazione artificiale mediante pressioni ritmiche sul torace.
11,40[33]	2	0	1,40	30	Si sospende la respirazione artificiale essendosi ristabilita la respirazione.

11,46. – Si inizia per la giugulare la trasfusione di sangue normale defibrinato. Il manometro segna appena leggere ondulazioni sulla

[illegible] della vita. Pochi minuti dopo cessata la trasfusione arresta del respiro e del cuore. Si pratica un'energica respirazione artificiale. Si [illegible] ancora a tre diversi periodi periodi gruppi di contrazioni cardiache debolissime, poi il cuore si arresta definitivamente.

Esperienza II.

Vecchia cagna di razza boul-dog.

Peso Kgr. 10,700.

Non riporteremo per intero il lungo diario di questo animale.

Ai 24 di gennaio si incominciò a somministrare pirodina a piccole dosi (0.10 per iniezione sottocutanea) e si seguitò con varie interruzioni di parecchi giorni fino ai 10 di marzo.

All'8 marzo il suo sangue segna ancora all'emometro 30-35 ed i globuli rossi sono in numero di 3.350.000. Il sangue coagula piuttosto lentamente. E all'esame a fresco si riscontra una discreta leucocitosi; corpuscoli rossi pallidi, non molto alterati di forma. Non si riscontrano veri macrociti, né microciti, né poikilociti. Zone di degenerazione nell'interno dei singoli corpuscoli. Presenza nel plasma di numerosi corpuscoli rifrangenti del diametro di $^1/_{10}$ di globulo rosso, liberi nel plasma. I globuli hanno piuttosto tendenza a disporsi in ammassi che in pile.

Col giorno 10 si cessa di somministrare pirodina. Malgrado la soppressione del veleno, l'animale va continuamente e rapidamente deperendo. Rifiuta completamente o solo in parte il cibo, perde di peso.

Il 23 marzo l'animale non pesa più che Kgr. 7.900. Il suo sangue all'emometro segna 25-30.

Il giorno 26 marzo l'animale è in cattive condizioni. Si regge male in piedi, tentando di camminare barcolla minacciando di cadere. Polso debole, cuore ampio, facilmente depressibile. Riflesso corneale [illegible]

Portato in camera di vivisezione si pratica per la giugulare la trasfusione di sangue di cane normale defibrinato. La trasfusione è fatta molto lentamente a pressione bassa per quanto è possibile. Si interrompe ogni tanto il deflusso del sangue defibrinato. Si praticano iniezioni di olio canforato.

Nessun miglioramento nell'animale che anzi muore prima ancora che la trasfusione sia finita.

Ricorrendo alla trasfusione di siero artificiale non si hanno migliori risultati.

Riassumiamo a questo proposito una delle nostre esperienze.

Esperienza III.

Cane bastardo a mantello bianco con macchie nere.

Peso Kgr. 19,330.

Polso 90.

Respiro 10.

Emometria 110.

Globuli 7.204.500.

Temperatura rett. media 40,5.

Il 31 dicembre venne sottoposto ad iniezioni di pirodina. A giorni alterni si iniettano cgr. 20 di pirodina sotto cute. In tutto il cane ricevette cgr. 80 di pirodina.

L'ultima iniezione ha luogo il 6 gennaio.

Il 7 gennaio il peso dell'animale è disceso a Kgr. 18,670. Si presenta piuttosto abbattuto.

Emometria (Fleisch) 35.

Temperatura rettale 39.9.

All'esame del sangue a fresco si nota una grande alterabilità dei corpuscoli, macrociti e microciti, scarse forme a pera, qualche forma a bastoncello. Dal giorno 6 non ha più mangiato.

L'8 gennaio l'animale è sempre in cattive condizioni, ha rifiutato costantemente il cibo. Non beve neppure il latte. Si regge sulle zampe, riesce anche a camminare ma non può salire le scale.

Temperatura 39.2.

Polso 136. Vuoto ampio con qualche aritmia.

Mucose molto pallide.

Emometria 30-35.

Globuli rossi 2.396.450.

Un campione di sangue raccolto in una piccola provetta si presenta coagulato dopo 2,30 minuti.

Si decide di procedere alla trasfusione di siero fisiologico per la giugulare, registrando contemporaneamente il comportarsi del polso e della pressione.

Si fissa l'animale sul tavolo di operazione, e si mette la carotide destra in comunicazione con un manometro a mercurio scrivente sul chimografo di Ludwig.

Si pratica per la giugulare sinistra la trasfusione di soluzione fisiologica a + 37. La trasfusione si fa lentamente a pressione bassa per quanto è possibile. Mentre avviene la trasfusione si scrive il tracciato della pressione.

Ore	Pressione massima	Pressione minima	Pressione media	Frequenza	
18,40	6,30	5,40	3,15	114	Le singole pulsazioni sono discretamente ampie, qualche leggera irregolarità nella pressione. Respiro superficiale. Il tracciato chimografico non presenta quasi curve respiratorie, per modo che la differenza fra pressione massima e minima è data unicamente dalla contrazione cardiaca.
18,41	6,72	2,50	3,36	128	
18,42	5,10	0,70	2,90	90	La trasfusione procede regolare. La pressione si abbassa lentamente. Aumentata, quasi raddoppiata l'ampiezza delle singole pulsazioni.
18,45	5,50	0,20	2,85	100	Le singole pulsazioni si mantengono sempre ampie. La pressione seguita regolarmente ad abbassarsi. Periodi di apnea seguiti da profonde inspirazioni con piccoli sbalzi repentini nella pressione.
18,46	4,70	0,60	2,05	102	Terminata la trasfusione. Si trasfusero
18,47					gr. 600 di soluzione.
18,49	6,10	1,20	3,05	106	Diminuisce leggermente l'ampiezza delle singole pulsazioni. La pressione si fa un po' irregolare.
18,51					Iniezione sottocutanea di etere solforico.
18,52	4	0,80	2,40	100	La pressione da questo momento va gradatamente e regolarmente abbassandosi. Diminuisce di pari passo l'ampiezza delle singole contrazioni cardiache.

18,53. — Il manometro non segna più che una linea leggermente ondulata. La penna scorre sulla linea dello zero. Arresto del respiro. Si procede subito alla respirazione artificiale con pressioni ritmiche ai lati del torace, ma senza risultato. Il manometro non segna più che piccole elevazioni sincrone colle pressioni esercitate sul torace.

Le esperienze sopra riferite dimostrano chiaramente che quando l'anemia da pirodina ha raggiunto un tale grado da minacciare la morte, la trasfusione di siero fisiologico od anche di sangue defibrinato non riesce neppure a provocare un aumento di pressione e non torna di alcun giovamento. Pare anzi (come

dimostra specialmente anche l'esperienza II riferita nella prima nota sulla tossicità del sangue anemico) che la trasfusione per l'aumento della massa circolante, possa accelerare l'arresto del cuore. Questo fatto non reca meraviglia in quanto che nell'anemia da pirodina ben altrimenti di quanto non succede in quella da salasso, si hanno profonde alterazioni di nutrizione e come risulta dalle ricerche di uno di noi anche gravi disturbi di circolo.

II.

Le esperienze sopra riferite interessano unicamente dal punto di vista biologico, ma per le condizioni nelle quali vennero praticate non possono fornire alcun criterio per la pratica.

Per metterci in condizioni alquanto rispondenti a quelle che si osservano nella clinica, abbiamo voluto ricercare gli effetti della trasfusione in animali profondamente anemici, ma ancora in discrete condizioni generali.

A questo scopo abbiamo scelte due forme diverse di anemia che entrambe possono presentarsi nella pratica. L'una relativa all'anemia cronica quando è già cessata l'emolisi, l'altra ad anemia grave, acuta, con emolisi in atto.

Esperienza IV.

Cane bastardo a mantello bianco.

Peso Kgr. 12,740.

Il giorno 20 marzo si comincia a somministrare pirodina alla dose di centigr. 20 al giorno e si seguita colla interruzione di un solo giorno fino ai 26 di marzo.

Il 30 marzo l'animale (che in tutti questi giorni non era più stato iniettato) pesava Kgr. 11,500.

Il sangue segnava all'emometro 25.

Globuli rossi 1.730.000.

31 marzo. — Il cane è in condizioni discrete. Mangia. Si regge abbastanza bene in piedi, non ha l'aspetto eccessivamente abbattuto.

Si decide di procedere alla trasfusione di sangue defibrinato di cane normale, studiando prima, dopo e durante la trasfusione, il comportarsi del polso e della pressione.

Si lega l'animale sul tavolo di operazione e si fa comunicare la carotide destra col solito manometro a mercurio scrivente sul cilindro grafo di Ludwig.

Ore	Pressione massima	Pressione minima	Pressione media	Frequenza	
17,36	14,40	10,60	12,50	152	L'animale è perfettamente tranquillo. Polso discretamente ampio, regolare.
17,39	15,40	11,00	13,20	162	Respiro normale regolare.
17,40	19,20	8,40	13,80	110	Eccitazione elettrica col pennello faradico. L'animale grida, si agita. La pressione massima ha avuto un discreto aumento. Polso e pressioni si fanno molto irregolari. L' eccitazione piuttosto energica dura 30″.
17,41	14,60	9,80	12,20	198	Polso e respiro si regolarizzano.
17,43	16	10,30	13,10	158	Si fa la compressione delle due crurali. L'animale rimane perfettamente tranquillo. Non si hanno modificazioni notevoli nel tracciato.
17,44³⁰ 17,52	16,20	11,20	13,70	152	Si inizia la trasfusione che ha luogo per la giugulare destra a bassa pressione, ma piuttosto rapidamente.
17,52³⁰	14,40	11	12,70	160	La pressione che in principio tendeva ad abbassarsi, tende ad alzarsi. Sono però modificazioni leggerissime.
17,53	16	12,10	14,05	142	Nessuna modificazione degna di nota nel respiro e nel polso.
17,54	15,80	11,90	13,85	146	Tremiti muscolari leggeri.
17,56	15,10	12	13,55	148	Termina la trasfusione. Si sono iniettati gr. 200 di sangue (Emometria 110. Globuli 7.358.333) perfettamente normale defibrinato e filtrato per garza.
18,8	15	11	13	138	Polso regolare, abbastanza ampio.
18,9³⁰	15,50	11,20	13,35	132	Respiro regolare.
18,10	14,70	11	12,85	142	Si sospende di scrivere il tracciato.

Si sutura la ferita, si medica e si mette a terra l'animale. Cammina bene. Nessun sintomo speciale.

Nella sera mangia.

1 aprile. — Niente di speciale nello stato dell'animale che appare in buone condizioni.

Temperatura rettale 40,5.
Emometria 50.
Globuli rossi 2.250.060.

5 aprile — Condizioni generali più che discrete. Mangia la sua razione regolarmente.
Emometria 50-55.
Globuli rossi 4.162.500.

7 Id. Nulla di nuovo nello stato generale dell'animale.
Emometria 70-75.
Globuli rossi 4.788.461.

13 Id. — Buono lo stato generale.
Peso Kgr. 9,900.
Emometria 60-65.
Globuli rossi 5.716.666.

15 Id. — Emometria 60.
Globuli 3.483.333.

20 Id. — Emometria 60-70.
Globuli 5.605.555.

28 Id. — Emometria 55.
Globuli rossi 5.800.000.

29 Id. — L'animale ha diarrea profusa. Non mangia che piccola parte della sua razione.

1 maggio. — Emometria 60.
Non si può prendere un buon saggio di sangue per il conteggio dei globuli. Coagula nella pipetta con estrema rapidità.

4 Id. — Emometria 60-65.
Globuli 3.350.000.
Peso Kgr. 8.

8 Id. — Le condizioni generali migliorano. Quasi totalmente scomparsa la diarrea. Consuma tutta la sua razione.

14 Id. — Le condizioni generali appaiono migliorate. Mangia molto. È cresciuto di peso. Diminuito però il tasso emoglobinico del sangue ed il numero dei globuli.
Peso Kgr. 9.
Emometria 35.
Globuli 2.010.000.

18 Id. — L'animale va peggiorando. Si mostra depresso.

19 Id. — Si trova l'animale disteso sul fianco, incapace di reggersi

anche [illegible]. È agitato ad intervalli da convulsioni tetaniche visibili [illegible] agli arti, ai muscoli del collo e della nuca. Un grido espiratorio accompagna i movimenti degli arti.

Perdita di bave. Trisma, riflesso corneale debole.

Temperatura rettale 34,9.

Emometria 25-30.

Globuli 2.980.000.

Il cane muore alle 17.

Nessun fenomeno immediato. Il cuore che si trova in condizioni discrete sopporta benissimo l'aumento della massa circolante.

Per un periodo abbastanza lungo le emazie trasfuse si conservano. Miglioramento generale. Ciò malgrado a distanza di circa un mese prendono nuovamente il sopravvento i fenomeni emolitici, si accentua di nuovo l'anemia che assume un tipo progressivo e l'animale muore con fenomeni di intossicazione che ricordano molto da vicino quelli che si osservano nelle forme di avvelenamento cronico da iniezione di sangue anemico.

Esperienza V.

Cane da caccia a mantello fulvo, giovane.

Peso Kgr. 11.

Temperatura 40,5.

È stato pirodinizzato molto lentamente, studiandone accuratamente il sangue, come del resto si può vedere dall'unita tavola.

13 aprile. — L'animale è in condizioni discretamente buone, si affatica però con facilità estrema e diventa dispnoico. Mangia. Urina giallo-pallida senza albumina. I fenomeni emolitici sono cessati. Attivo il processo di rigenerazione globulare.

Ore 10,40.

Emometria 35.

Globuli 2.515.

Si procede alla trasfusione per la giugulare di gr. 200 di sangue defibrinato di cane normale,

Globuli rossi 8.450.000.

Prima durante e dopo la trasfusione si scrive la pressione ed il polso.

Non si ha nessuna modificazione importante ne per la pressione ne per il polso.

Durante la trasfusione respiro superficiale ed anche un po' irregolare e qualche tremito generale.

Dopo la trasfusione, pressione media 15,80, respiro 17, polso 140. Il respiro ha un tipo prevalentemente addominale. Persistono tremiti generalizzati.

Temperatura 38. — Polso piccolo.

Slegato e medicato viene posto a terra. Cammina abbastanza bene, però con una qualche incertezza nell'andatura.

Si accoccola in posizione normale e continua a presentare evidente tremito generale, analogo in tutto a quello osservato nei cani trasfusi di sangue anemico.

Risponde poco agli eccitamenti.

11,20. — Anche eccitato fortemente non si muove, o se si alza cerca nuovamente di accoccolarsi eseguendo il movimento con molta lentezza. Non ha bave alla bocca nè sforzi di defecazione. Piccola emorragia capillare dai vasi della ferita.

12. — Temperatura rettale 39,6.

12,15. — Conato di vomito.

14,43. — Temperatura 42,4, polso 144.

Il cane seguita ad essere agitato da leggieri tremiti.

17,30. — Emometria 50.

Globuli 4.440.000.

Temperatura 419.

19,30. — Temperatura 415.

23. — L'animale ha mangiato.

Temperatura 40,9. Durante la giornata si potè raccogliere un po' di urina. Colore brunastro di caffè, abbondante albumina, evidente reazione dei pigmenti biliari.

14 Id. — L'animale migliora nello stato generale.

Seguita a mangiare.

Per le osservazioni successive rimandiamo alla tavola riassuntiva.

Trasfusione praticata in un periodo in cui l'emolisi è completamente finita ed è attivo il processo di rigenerazione. Cuore in buone condizioni, nessun disordine idraulico per aumento della massa. Leggeri fenomeni di intossicazione acuta analoga a quella che consegue alla iniezione di sangue anemico, e che venne osservata in seguito a trasfusione in individui anemici da Quinke e da altri.

Breve periodo di emolisi seguito da attiva rigenerazione globulare con esito di progressivo miglioramento tanto nelle condizioni generali che nel sangue.

ESPERIENZA VI.

Volpino rosso.

Peso Kgr. 6,340.

Viene sottoposto ad iniezioni di pincina a dosi piuttosto rilevanti. In 6 giorni riceve complessivamente 64 centigrammi di pincina.

L'ultima iniezione ha luogo il 14 marzo.

Il 15 l'animale appare molto depresso. Migliora però rapidamente ed al 17 le condizioni generali sono discrete. Mentre lo si conduce dal canile alla camera di vivissezione è preso da un accesso di sincope.

Emometria 30.

Globuli rossi 1.957.500 con molte forme di disfacimento.

Peso Kgr. 6,250.

L'orina ha colore bruno-scuro. Contiene albumina e pigmenti biliari. Non si osserva allo spettroscopio presenza di sangue. Colla resina di guaiaco si ha anello azzurro.

Si lega l'animale sul tavolo di operazione e si fa comunicare la carotide destra col manometro a mercurio del chimografo di Ludwig.

Ore	Pressione massima	Pressione minima	Pressione media	Frequenza	
18,4					Si incomincia a scrivere il tracciato. Animale tranquillo, polso discretamente ampio, regolare. Respiro molto superf.
18,5	8,60	7,10	7,85	154	
18,6	9,44	8	8,72	150	Si è cominciata la trasfusione.
18,8	9,50	8,20	8,85	144	Cresce la pressione e contemporaneamente l'ampiezza del polso che si mantiene regolare. Contrazioni musculari toniche generali.
18,11	12,20	9,70	10,95	136	
18,13	15,40	12,90	14,15	146	La pressione seguita a crescere, l'ampiezza di ogni pulsazione è aumentata. Contrazioni specialmente manifeste al collo ed ai muscoli del torace.
18,14	17,40	14,30	15,85	148	
18,16					Animale tranquillo. Il respiro si fa profondo finita la trasfusione. Si sono iniettati 200 gr. di sangue (il sangue trasfuso segnava all'emometro 105 ed aveva globuli rossi 7.355.000).
18,17	16,70	14,90	15,80	156	
18,18	17,30	14,50	15,90	154	Si scrive ancora il tracciato per alcuni minuti, poi si sospende rimanendo la pressione invariata.

Persiste il tremito. Subito dopo la trasfusione, l'esame del sangue dà: Emometria 70. Globuli rossi 5.833.333.

Un campione di sangue raccolto in una piccola provetta coagula in minuti 3,45. Messo a terra il cane accenna a cadere col capo in avanti, cammina impacciato, cogli arti divaricati ed un po' rigidi. Pare stenti a flettere gli arti per coricarsi. Assume la posizione seduta colla colonna vertebrale piegata, la testa molto bassa.

Per tutta la sera permane un leggero tremito muscolare ed uno stato di depressione. Mangia.

18 marzo. — Stamane il cane appare migliorato nello stato generale. Però rifiuta il cibo.

Presenta ogni tanto qualche conato di vomito. Ha l'aspetto stanco. Temperatura rettale 40,9.

Ore 17,30. — Temperatura rettale 41,2.
Emometria 40.
Globuli rossi 1.479.166. (?)
Peso 6020.
Non ha più preso cibo. Rimane fermo a testa bassa in qualunque luogo lo si metta. Sensorio evidentemente molto depresso.

19 Id. — Mattino. — Stato generale invariato o quasi. Ha bevuto una parte del brodo della razione di ieri.
Non vi è traccia di suppurazione alla ferita del collo.
Temperatura rettale 40,3.
Emometria 55.
Globuli rossi 3.962.500.
Sera (ore 18,30). Stato generale invariato. Ha mangiato, ma poco.
Temperatura 40,5.
Emometria 45.
Globuli rossi 4.000.000.
(Media dei globuli trovati nei conteggi eseguiti nella giornata 3.981.250).
Nelle urine albumina, pigmenti biliari e sanguigni.
Allo spettroscopio nessuna delle strie del sangue.

20 marzo. — Stato generale invariato. Sonnolento, depresso. Mangia pochissimo.
Emometria 40.
Globuli rossi 2.516.666.
Temperatura 40.7.
La ferita va bene. Non vi è traccia di suppurazione.

22 Id. — Non mangia. Respiro frequente, un po' stertoroso.
Edema delle labbra.

Colle zampe ha rotto il bendaggio e si è lacerato la ferita. Leggera suppurazione, senza però che vi sia ristagno di pus.

Temperatura rettale 40.4.

Emometria 30.

Globuli 1.879.166.

Urina acida contenente albumina, pigmenti biliari e sanguigni. Non zucchero. Muore dopo la mezzanotte.

All'autopsia eseguita il mattino successivo si trova:

Rigidità cadaverica conservata. La ferita è suppurante. La suppurazione è però assolutamente superficiale.

Edema scarso del tessuto sottocutaneo alla regione sopraciliare, pavimento boccale e labbra. Non vi è liquido nel cavo pleurico, ne nel peritoneale. Muscoli striati mediocremente pallidi. Sacco intestinale molto pallido.

Cuore. — Non esiste liquido nel pericardio. Sulla faccia anteriore del ventricolo sinistro piccola ecchimosi in vicinanza della diramazione della coronaria. Abbondanti coaguli antichi e recenti nella cavità del ventricolo sinistro.

Zona di apparente degenerazione grassa presso l'apice. Miocardio del ventricolo sinistro con aspetto marmorizzato.

Nulla apparentemente nei muscoli papillari.

Edema acuto dei lobi inferiori dei due polmoni.

Rene sinistro — Anemico, infarti multipli di data non molto antica.

Rene destro, ridotto ad una sacca occupata da uno strongilus gigas.

Milza non tumefatta, flacida, follicoli e trabecole evidenti, polpa di color marrone.

Fegato congesto.

Occhi normali.

Cervello profondamente anemico.

Trasfusione eseguita durante il periodo dell'anemia acuta, il cuore reagisce con un aumento di pressione, fenomeni di intossicazione acuta e cronica paragonabili a quelli che conseguono all'iniezione di sangue anemico. Abbondante distruzione globulare, con esito di anemia progressiva e morte.

*
* *

Il gruppo delle esperienze sopra esposte dimostra chiaramente i fatti seguenti:

Quando l'anemia è acuta e l'emolisi ancora in atto, in seguito alla trasfusione, succedono disordini gravi riferibili ad

una forma di avvelenamento che ricorda molto da vicino l'avvelenamento consecutivo alla iniezione di sangue anemico.

Se pure si verifica un miglioramento nelle condizioni generali, questo è temporaneo. L'emolisi continua e porta alla morte.

Se invece la distruzione globulare è cessata e comincia ad iniziarsi un miglioramento, allora alla trasfusione conseguono scarsi fenomeni tossici, leggera emolisi, ma poi dopo un breve periodo, miglioramento progressivo che può portare alla guarigione.

III.

Partendo dal concetto che nelle gravi anemie da emolisi il sangue acquista proprietà tossiche, concetto che emerge dalle ricerche pubblicate su questo argomento (1), e che trova conferma nelle esperienze precedenti, abbiamo voluto vedere se meglio che non la semplice trasfusione, riuscisse utile la sostituzione parziale di sangue o la lavatura dell'organismo con siero fisiologico.

Esperienza VII.

Cagna danese.

Peso kg. 20.

Viene a partire dal 3 dicembre '96 sottoposta ad iniezione di pirodina.

Riceve in 9 giorni gr. 1,10 di pirodina.

L'11 dicembre l'animale si mostra depresso, sonnolento. Cammina mal volontieri, ha l'aspetto stanco.

Emometria 25-30.

14 Id. mattino. — Il cane è in condizioni cattive. Si regge mal volentieri sulle zampe.

Polso scoccante, 110 al minuto.

Temperatura rettale 36,4.

Diarrea liquida.

Le urine non contengono sangue.

Peso kg. 15,700.

Alle ore 18 la temperatura è discesa a 35,6. Polso 119.

Respiro 13, addominale, profondo. Pupille dilatate.

---

(1) Loc. cit.

Si lega l'animale sul tavolo di operazione, s'introduce nella carotide destra una cannula comunicante con un manometro a mercurio e si scrive il tracciato della pressione sul chimografo di Ludwig.

Ore	Pressione massima	Pressione minima	Pressione media	Frequenza	
18,36	9,70	7	8,35	122	Polso ampio. Respiro piuttosto profondo, regolare.
18,38	10,30	7,50	9,9	118	
18,42	9,60	6,60	8,10	114	
18,43	9,30	6,90	8,10	112	
18,43[30]	9,50	6	7,65	118	
18,44[0]	9,30	6,6	7,90	112	Eccitazione dolorosa col pennello faradico. Si altera il ritmo del respiro ed il polso si fa più frequente. L'eccitazione dura 30 secondi.
18,45	8,90	4,7	6,8	124	Il polso è tornato al tipo primitivo.
18,50	9,20	6,40	7,80	116	

18,58. — Si sospende di scrivere il tracciato.

18,59. — Dalla giugulare destra si tolgono gr. 250 di sangue.

19,8. — L'animale è in cattivissime condizioni.

Riflesso corneale scomparso, polso impercettibile.

Si inizia la trasfusione. Il cuore è debolissimo. Man mano che si procede nella trasfusione, pare che il polso migliori. Manca sempre il riflesso corneale.

Il miglioramento del polso, che pareva acquistare una maggiore ampiezza, è stato brevissimo. Subito dopo diventa irregolare, piccolo. Non si riesce a contarlo. Il respiro è raro e molto profondo.

19,15. — Iniezione di etere solforico.

19,16. — Altra iniezione di etere solforico.

19,18. — L'animale muore. Al momento della morte si era iniettata quasi tutta la quantità di sangue prestabilita (gr. 250 di sangue con un emon. di 105 e globuli 5.115.150, defibrinato, filtrato e tenuto a + 36).

Il sangue estratto alla cagna danese col salasso segnava all'emometro 25 ed aveva globuli 1.275.000. Si era tentato di defibrinare questo sangue. Dopo averlo sbattuto energicamente per un tempo più che sufficiente a defibrinare sangue normale, viene lasciato a sè.

Lo si ritrova completamente coagulato.

Al domani si trova che dal coagulo molto denso e retratto, si è separato uno siero limpido rosso-citrino.

Alla necroscopia dell'animale si trova:

Cuore in diastole. Ventricoli ed orecchiette dilatate, ripiene di coaguli molli.

Scarse chiazze emorragiche sotto-pleuriche.

Lobo inferiore di entrambi i polmoni congesto ed edematoso.

Polpa splenica congesta, follicoli meno evidenti.

Nulla ai reni ed al fegato.

Nulla al cervello.

Esperienza VIII.

Boul-dog maschio.

Peso kg. 10.500.

Comincia a ricevere pirodina in ragione di gr. 1 per kgr. il giorno 22 febbraio '97 e si seguita con parecchie interruzioni di uno o più giorni fino al 30 marzo, in cui si pratica l'ultima iniezione.

Il giorno 8 di aprile troviamo segnato sul diario:

Emometria 35-40.

Globuli 2.854.166.

Sangue non molto rapidamente coagulabile.

L'esame a fresco del sangue permette di constatare numerose differenze di diametro fra i corpuscoli; abbondanti specialmente i microciti.

Alterazione dei corpuscoli per forme di disfacimento, di necrobiosi. — Forme poichilocitiche; globuli rossi nucleati. Poco abbondanti i corpuscoli rifrangenti.

Tendenza dei corpuscoli a disporsi in ammassi.

Non aumentati i globuli bianchi.

10 aprile. — Condizioni generali abbastanza buone.

Peso kg. 8.400.

Emometria 30-35.

Globuli 3.045.000.

Si decide di procedere a trasfusione di sangue normale defibrinato, previo salasso:

Si lega l'animale sul tavolo di operazione e si mette la carotide in comunicazione col manometro del chimografo di Ludwig.

Ore	Pressione massima	Pressione minima	Pressione media	Frequenza	
17,18	14,10	8,30	11,20	130	Polso abbastanza ampio. Respiro regolare,
17,19	13,80	9,40	11,60	122	animale tranquillo.
17,20	13,40	9,10	11,25	134	
17,23	12	9,40	11,20	158	
17,28					Salasso di gr. 200.
17,35	4,80	3,40	4,10	100	Polso piccolo.
17,40					S'inizia la trasfusione praticata a pressione
17,41	5,70	3,60	4,60	84	molto bassa. Respiro superficiale. Il
17,42	6,40	3,80	5,10	80	polso si fa molto ampio, la pressione
17,43	6,30	4	5,15	76	cresce gradualmente.
17,44	5,10	3,80	4,45	76	
17,48	5,80	4,30	5,50	74	Finita la trasfusione. Temp. 340.
					Si sono trasfusi in tutto gr. 120 di sangue
					(emometria 110. Globuli 8.375.000).

17,58. — Dopo la trasfusione facendosi il polso piccolo e la pressione tendendo a diminuire, s'inietta $^1/_4$ di milligrammo di strofantina. La pressione cresce ed il polso si fa molto ampio.

18,18. — Prima di slegare l'animale si pratica ancora una iniezione di caffeina. L'ampiezza delle singole pulsazioni diminuisce. La pressione cresce.

Suturata la ferita si slega l'animale.

Non si regge in piedi; tentando rialzarsi sulle zampe cade di fianco; è agitato da tremiti generali. Le scosse muscolari sono lente.

19,10. — Stesso stato.

Nella notte diarrea non sanguigna.

11 aprile. — L'animale ha tremito generale, è molto depresso, non si muove se non eccitato fortemente.

Emometria 60-65.

Globuli rossi 4.695.833.

Temp. rett. 39,3.

Mangia volentieri la zuppa.

12 id. — Emometria 50.

Globuli 3.312.500.

Albumina nelle orine.

13 id. — Emometria 50.

Globuli 3.438.888

Albumina nelle urine.

16 aprile. — Emometria 50.

Globuli 4.094.444.

Scomparsa l'albumina migliora lo stato generale.

20 id. — Emometria 60-70.

Globuli 5.062.500.

24 id. — Emometria 70.

Globuli 5.694.444.

27 id. — Emometria 80.

Globuli 5.690.000.

5 maggio. — Le condizioni generali peggiorano. L'animale ha perduto di peso.

Congiuntivite purulenta a destra.

Emometria 35.

Globuli 3.161.111.

Peso 7.650.

Il cane muore l'11 maggio ed alla necroscopia si riscontra:

Rigidità persistente. Denutrizione notevole, molto pallida la musculatura.

Cheratite purulenta specialmente manifesta all'occhio destro. Piaghe da decubito alle articolazioni degli arti.

Non esiste liquido nelle pleure e nel peritoneo.

Edema polmonare acuto.

Epicardio inspessito ed opacato. Musculatura del cuore piuttosto pallida.

Fegato normale.

Milza idem.

Reni anemici.

Nulla al cervello.

Le due esperienze sopra riferite differenziano molto fra loro, in quanto la prima praticata *sub finem vitae* dimostra soltanto l'inutilità della trasfusione in queste circostanze, come era già prevedibile per i risultati della prima serie di ricerche esposte.

La seconda invece eseguita sopra un animale anemizzato per un lungo periodo di tempo con dosi piccole, e nel periodo in cui l'emolisi andava diminuendo, dimostra che la trasfusione di sangue può riparare ai disturbi idraulici consecutivi ad un salasso sempre mal tollerato dagli animali in queste condizioni, ma è seguita da fenomeni tossici analoghi a quelli descritti in altre esperienze.

Ad un'emolisi rapida succede un periodo breve di miglioramento, e poi l'anemia si accentua con un decorso progressivo ed esito di morte.

Esperienza IX.

Cane bastardo nero a pelo tosato.

Peso kgr. 12.950.

Senza riportare il diario diremo solo che questo animale sottoposto il giorno 22 aprile alle iniezioni di pirodina in ragione di un centigramma per chilogramma di peso del corpo, seguito con pochi giorni di riposo ad essere iniettato fino al giorno 3 di maggio. Il giorno 5 l'animale pesa ancora chilogrammi 12.300. Il sangue segna all'emometro 35.

L'animale appare depresso. L'occhio sinistro è in cattive condizioni, per panoftalmite suppurativa. Ulceri corneali all'occhio destro.

L'otto di maggio si trova l'animale maggiormente depresso. L'occhio destro ha gravi ulceri corneali, il sinistro è ridotto ad una massa purulenta. Piaghe cutanee in varii punti del corpo.

Peso kgr. 10.350.

Emometria 35.

Globuli 3.111.111.

Legato l'animale sul tavolo di operazione si salassa alla carotide destra, togliendo 100 grammi di sangue.

Per la giugulare dello stesso lato, lentamente ed a pressione molto bassa si trasfondono grammi 1380 di soluzione fisiologica a ° 36.

Durante la trasfusione alterazioni nel ritmo del respiro e qualche tremito; durante il primo e l'ultimo periodo grida espiratorie brevi.

Legati i vasi si ha una emorragia a mappa da tutta la ferita, e poi nuova emorragia dai punti della sutura cutanea.

Slegato e messo a terra cammina male e barcollando. Tiene gli arti semiflessi. La deambulazione è resa anche più incerta e stentata dalla quasi completa cecità dell'animale. Non ha tremiti.

Temperatura rettale 38,5.

Emometria 25.

Globuli 1.016.665.

Nella sera l'animale è in condizioni discrete. Mangia.

Viene tenuto fuori all'aria libera in gabbia isolata.

Nei due giorni successivi, quantunque seguiti ad essere un po' depresso, è però in discrete condizioni generali. Mangia.

11 maggio. — Edema imponente alle labbra, un po' meno alle orecchie.

Si ispeziona con cura la ferita, il cui stato non giustifica la comparsa dell'edema. Per precauzione, tolto qualche punto di sutura, vien posto un buon drenaggio e si praticano lavature abbondanti.

La temperatura oscilla in limiti normali. Le condizioni generali sono immutate. Seguita a mangiare.

Emometria 25.

Globuli 1.468.750.

Lo stato delle piaghe cutanee è peggiorato. Hanno guadagnato in numero ed estensione. Si lava l'animale prima con acqua calda e sapone, poi con una debole soluzione di creolina.

12 maggio. — L'edema tende a diminuire. Lo stato generale è meno buono.

13 id. — L'animale muore in giornata con ipotermia notevole, dopo essere rimasto per parecchie ore in stato comatoso.

Esperienza X.

Robusto cane da caccia a mantello nero.

Peso kgr. 20.650.

Viene sottoposto ad iniezioni di pirodina in ragione di centigr. 1 per chilogramma. Riassumiamo brevemente il lungo diario di questo animale che presentò una grande resistenza alla pirodina ed una grande facilità di rigenerazione sanguigna.

Le iniezioni di pirodina iniziate il 5 aprile proseguirono senza interruzione fino al 12.

Il 16 aprile il sangue segnava 20 all'emometro.

Il 21 aprile era risalito a 55-60.

Si riprendono le iniezioni con rari intervalli di un giorno e l'emometria discende progressivamente con leggere oscillazioni.

L'11 maggio l'animale non pesa più che chilogrammi 16.780 e il sangue segna all'emometro 35-40.

Si sospendono le iniezioni di pirodina.

Il 14 maggio l'animale ha ancora perduto di peso ed il tarso emoglobinico si è abbassato.

Peso kgr. 16.630.

Emometria 30.

Globuli 2.212.500.

Temperatura rettale 39,6.

Mangia poco.

Le condizioni generali, pur restando discrete, sono andate in questi giorni peggiorando.

L'animale ha diarrea.

Nulla di anormale alla cute ed agli occhi.

Si decide di procedere alla trasfusione di siero artificiale, previo salasso.

Legato l'animale sul tavolo di operazione, si salassa dalla carotide sinistra gr. 150 di sangue.

L'animale sopporta bene il salasso. Non presenta sintomi degni di nota. Dalla giugulare dello stesso lato si procede alla trasfusione di siero fisiologico sterilizzato e riscaldato a [illegible]37 (Quantità iniettata grammi 600).

La trasfusione procede lenta, regolare, a bassa pressione. Non si ha altro fenomeno che qualche leggera alterazione nel ritmo respiratorio e qualche leggero tremito muscolare.

Appena finita la trasfusione si legano i vasi, si sutura e si medica la ferita e si mette a terra l'animale.

Si regge bene sulle zampe, cammina senza difficoltà e la deambulazione non provoca dispnea. Eseguisce bene qualunque movimento. Solo in posizione seduta presenta qualche leggerissimo tremito.

15 id. — Identiche condizioni generali del giorno precedente. — Mangia poco.

Emometria 25-30.

Globuli 2.955.000.

17 id. — Sempre un po' depresso, mangia poco. Temperatura normale.

Emometria 35-40.

Globuli 2.835.000.

Peso kgr. 15.850.

19 id. — Condizioni invariate.

Il sangue si presenta estremamente coagulabile, si riesce a stento a fare l'emometria.

Non si riesce a praticare il conteggio.

Emometria 30.

21 id. — Emometria 45.

Globuli 2.725.000.

23 id. — Al mattino si trova l'animale morto. Il giorno precedente non si trovava in condizioni gravi e nulla fece pronosticare prossima la morte. Pareva anzi che lentamente l'animale potesse andare rimettendosi.

Le trasfusioni endovenose di siero artificiale, previo salasso, non influenzano sensibilmente il decorso dell'anemia.

*
* *

L'insieme dei fatti esposti nelle precedenti esperienze conferma quanto abbiamo constatato con altre ricerche sulla tossicità del sangue nelle gravi anemie.

Quando l'anemia è molto avanzata tanto che la morte appare imminente, le trasfusioni endovenose di sangue o siero artificiale provocano un acceleramento della catastrofe, perchè mal tollerate dal cuore e dai vasi, o per lo meno riescono affatto inefficaci.

Nel periodo in cui è forte l'emolisi e l'anemia anche indipendentemente dalla pirodina ha decorso progressivo, la trasfusione di sangue è seguita da gravi fenomeni tossici, da un aumento dell'emolisi analogo a quello osservato in circostanze consimili nella clinica e può produrre al più un miglioramento temporaneo ma non riesce a salvare l'animale.

Quando invece l'emolisi è completamente cessata e la rigenerazione è attiva, la trasfusione di sangue, pure essendo seguita da leggeri fenomeni tossici ed emolitici, dà luogo ad un miglioramento che può terminare colla guarigione.

I tentativi di lavatura dell'organismo con abbondanti infusioni di siero fisiologico previo salasso, non modificano in modo sensibile l'andamento dell'anemia.

L'argomento offre ancora parecchi lati meritevoli di uno studio più completo, ed abbiamo in corso esperienze in proposito (1).

---

(1) Ringraziamo gli allievi Negri e Brinda per la diligenza colla quale vollero coadiuvarci in queste ricerche.

Data	Condizioni di esperimento	Peso dell'animale	Emometria	Globuli rossi p. mm. c.	Globuli bianchi p. mm. c.	Varietà di globuli bianchi p. 0/0				Rapporto tra i globuli rossi e bianchi
						Sinfociti	Forme di passaggio	Eosinofili	Neutrofili	
1897 2 febbraio	Normale	10,000	85	8,041,600	15,211	4	31	2	61	1 : 528
10 „	Id.	10,480	100	6,850,000	10,800					1 : 633
18 „	1ª iniezione 0,05 pro die (0,005 p. K°)	—	—	—	—	—	—	—	—	—
23 „	Id.	12,120	98	6,955,000	11,500	—		—	—	1 : 604
5 marzo	Id.	—	93	4,658,000	7,440	—	—	—	—	1 : 626
11 „	Iniezione 0,08 pro die	13,200	—	—	—	—	—	—	—	—
19 „	Id.	—	78	4,320,000	21,500	13	12	1	73	1 : 201
29 „	Id.	14,000	70	4,065,000	32,500	14	14	6	64	1 : 125
1° aprile	Id.	14,100	—	—	—	—	—	—	—	—
4 „	Id.	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6 „	Id.	—	55	3,014,000	9,600	13	17	0	70	1 : 314
7 „	Sospese le iniezioni	11,100	—	—	—	—	—	—	—	—
10 „	Id.	11,100	35	1,865,000	—	—	—	—	—	—

lo fulvo — giovane.

Reperto ematoscopico nei preparati		Osservazioni
a fresco	colorati	
Nulla di notevole.	Nulla di notevole, non globuli rossi nucleati.	Il valore globulare è riferito a 1,000,000 di globuli rossi per mm. c. ed a 100 emometrie.
—	—	—
—	—	—
lobuli ben conservati. Non poichilocitosi. n globuli rossi nucleati. Nulla di notevole.	Scarsissimi globuli rossi nucleati.	—
—	Non si trovano globuli rossi nucleati.	Sangue non facilmente coagulabile.
—	—	—
—	—	—
bbuli leggermente pallidi non presentano alterazioni di forma. Qualche icrocito. Molte gocciolne rifrangenti libere nel lasma.	Globuli rossi nucleati abbondanti, le cellule midollari e le cellule eosinofile appaiono leggermente aumentate.	Sangue facilmente coagulabile.
—	—	—
—	—	—
lobuli rossi hanno tenenza ad agglutinarsi in mmassi e non a disporsi pile. Sono pallidi ma on molto. Presentano alrazioni nella loro forma ome se fossero in via di sgregarsi. Manifestazioni di necrobiosi. Non si servano veri macro o icro o poichilociti. Globuli rossi nucleati. Molte occioline rifrangenti libere nel plasma.	I globuli rossi non si colorano bene colla eosina, non assumono il colorito solito rosso brillante. Hanno aspetto opaco, torbido. Molti sono alterati nella loro forma. Molti globuli rossi nucleati (alcuni con due nuclei). Non megaloblasti nucleati. Globuli bianchi: predominano i neutrofili di cui tre varietà, una piccola con nucleo polimorfo ben colorito, una media (la solita), una più grande con nucleo polimorfo meno intensamente colorato. Molte cellule midollari.	Il cane si dimostra sofferente, ha perduto la primitiva vivacità, sta tutto il giorno accoccolato in un angolo e chiamato si muove a stento. Perde i peli, è dimagrato notevolmente; l'andatura è alquanto difficile, pare vi sia una paresi delle estremità. Mucose molto pallide. Sangue di colore rosso pallido, non facilmente coagulabile.
—	—	Come sopra sofferente, rifiuta il cibo. Non diarrea, orine rosse di aspetto sanguigno (non si è potuto raccoglierle).
—	—	—

Esperienza V. — Cane da caccia

Data	Condizioni di esperimento	Peso dell'animale	Emoglobina	Globuli rossi p. mm. c.	Globuli bianchi p. mm. c.	Varietà di globuli bianchi				Rapporto tra i globuli rossi e bianchi
12 aprile	Sosp. le iniez.	11,100	35	2,515,000	36,500	20	14	15	62	1 : 68
13 „	Trafusione di 200 gr. sangue di cane sano	11,100	—	—	—	—	—	—	—	—
13 „	Dopo la trasfusione	—	50	4,400,000	—	—	—	—	—	—
15 „	—	10,300	55	3,716,600	—	—	—	—	—	—
16 „	—	—	65	5,250,000	—	—	—	—	—	—
17 „	—	10,100	82	4,930,000	19,160	34	34	65	1	1 : 257
23 „	—	9,000	95	5,250,000	32,500	20	20	67	12	1 : 161
29 „	—	11,800	85	4,833,000	33,910	—	—	—	—	1 : 142

30 aprile si sospende l'osservazione.

) fulvo — giovane.

Reperto ematoscopico nei preparati		Osservazioni
a fresco	colorati	
obuli rossi sono molto erati, ma meno che al cedente esame. Presen- o forme di disfacimento i necrobiosi. In minor nero le goccioline ri- ngenti libere nel plasma.	L'aspetto dei globuli rossi si va avvicinando molto al normale. Si nota soltanto ancora una sproporzione nei loro diametri e l'aspetto di necrobiosi e di disfacimento che presentano alcuni globuli. Qualche ammasso granulare colorato in rosa. Scarsissime goccioline libere nel plasma, colorate in rosa. I globuli rossi prendono bene l'eosina. Molti globuli rossi nucleati a nuclei liberi. Leucoitosi rilevante. Cellule midollari.	Coagulabilità dopo 6'.
—	—	—
—	—	
—	—	—
gue di bello aspetto, buli pochissimo alte- i nella loro forma. Ma- e microciti. Forme di robiosi scarse. Si vede lche ammasso di gra- azioni ialine. I globuli ò tendono più ad ag- tinarsi che a disporsi pile.	I globuli rossi presentano disugualianze marcate nei loro diametri. Si colorano abbastanza bene presentando più spazii chiari nel loro interno. Non globuli rossi nucleati.	Coagulato dopo 13'. Nella miscela con acido acetico tutti i globuli rossi sono distrutti.
gue di bello aspetto. buli rossi quasi normali forma, grandezza ecc. tasi solo una leggiera oporzione fra i diame- dei varii globuli senza vi sia vera macro o crocitosi. Poche forme iasco. Poche forme di robiosi. Non ammassi nulari nel plasma. Leu- iti.	Globuli scarsi perfettamente normali. Scarsissimi globuli rossi nucleati. Molte cellule eosinofile. Qualche cellula midollare.	Coagulato dopo 5'30". Nella miscela con acido acetico tutti i globuli rossi sono distrutti.
gue di bello aspetto coi atteri suddetti. Null'al- di particolare.	Stessi fatti.	Coagulato dopo 5'. Nella miscela con acido acetico tutti i globuli rossi sono distrutti. Il cane ha aspetto di buona salute, è vispo, mangia. Mucose di colore rosso.

Ricerche sulla tonicità muscolare;

del Dott. ALBERICO BENEDICENTI.

In una precedente Memoria (1) io ho studiata, per mezzo del miotonometro, la tonicità muscolare nell'uomo. Ho creduto opportuno di ripetere, in analoghe condizioni, altre esperienze sugli animali ricercando l'azione che il taglio dei nervi, la rigidità cadaverica ed alcuni medicamenti esercitano sui muscoli.

L'apparecchio che io ho usato è simile a quello già adoperato nelle ricerche sull'uomo. Si fissa il coniglio, sul quale si vuole praticare l'esperienza, in posizione ventrale su uno dei comuni sostegni, in modo che le zampe posteriori del coniglio sporgano liberamente oltre il margine del sostegno. L'arto sul quale si vuole sperimentare viene solidamente fissato per mezzo di due apposite morsette, in maniera però che il tendine di Achille rimanga libero durante la distensione del muscolo gastrocnemio. Una sottile assicella fissata alla faccia plantare della zampa funziona come la suola della scarpa nel miotonometro. Come questa essa è quindi munita di una penna scrivente, per mezzo della quale si possono segnare sulla carta infumata di un cilindro rotante i gradi diversi della distensione e della retrazione del muscolo. Per impedire che la penna si allontani dal cilindro, a cagione della rotazione all'esterno della punta della zampa nell'atto della flessione, ho costruito il sostegno, sul quale è fissato il coniglio, in modo che esso possa essere inclinato sia nel senso verticale come nel senso trasversale.

Per sollevare la punta della zampa e stirare il muscolo ho adoperato una carrucola, l'asse della quale non gira sui perni, ma poggia sovra due piccole ruote come nella macchina di Atwood. Una cordicella che passa sulla carrucola porta all'altra

(1) Benedicenti, *La tonicità muscolare studiata nell'uomo.* " Mem. Acc. Scienze ", 1896.

estremità un piattello sul quale si mettono i pesi. La carrucola, sulla quale passa la cordicella del miotonometro, è fissata su di un apposito sostegno ed una serie di viti serve a dare tutte le inclinazioni che occorrono dall'avanti allo indietro e lateralmente. Ho disteso il muscolo collocando sul piattello del miotonometro pesi uguali con intervalli di tempo uguali. Ho usato in generale pesi di 20 gr. o di 50 gr. Talora mi sono servito di pesi più forti.

Forma della curva miotonometrica.

Nelle esperienze eseguite sull' uomo col miotonometro ho dimostrato che la curva miotonometrica dell'uomo vivente è diversa dalla curva classica che trovasi nei trattati di fisiologia, vale a dire diversa da quella conosciuta da tutti per le ricerche di Wertheim, di Weber, di Marey e di tanti altri che studiarono i muscoli delle rane. Nell'uomo infatti l'allungamento immediato del muscolo o cresce nella stessa proporzione del peso o cresce più rapidamente di questo. In questo caso, che è il più frequente, la linea di ascesa o di distensione del muscolo è una linea convessa inferiormente. La linea di retrazione è invece concava inferiormente e dall'unione di queste due linee risulta quella che io ho denominato *curva ad elmo* e che è caratteristica della tonicità muscolare nell'uomo.

Questi risultati sono conformi, almeno in parte, a quelli ottenuti da Donders e Mansvelt e da Chauveau i quali esperimentarono pure sull' uomo ed in analoghe condizioni. Anche questi autori infatti ottennero, invece dell'arco di iperbole che rappresenta il modulo della elasticità dei muscoli della rana, la corda di questo arco; il che non esprime una grande differenza nello allungamento del muscolo. Se le cariche e gli allungamenti del muscolo sono fatti entro limiti poco estesi, si osserva sempre nell' uomo che l' allungamento del muscolo cresce più rapidamente del peso che lo distende. Questo fenomeno è stato riscontrato da Imbert (1) e dal prof. A. Mosso (2) per la ela-

(1) Imbert, " Physique biologique „. Pag. 130 e segg.

(2) Mosso, *Descrizione di un miotonometro etc.* " Mem. Accad. Sc. „, 1896.

sticita del caoutchouc. Imbert pero ha dimostrato che al di la di un certo limite gli allungamenti di un tubo di gomma crescono poi meno rapidamente delle cariche.

Questo fenomeno può dimostrarsi vero pei muscoli dell'uomo e meglio ancora pei muscoli del coniglio e del cane.

Se, per mezzo del miotonometro descritto, si distende il muscolo gastrocnemio di un coniglio con piccoli pesi, allora la linea di distensione e convessa inferiormente come nell'uomo; se si usano pesi un poco piu forti, si ha come regola generale una linea retta, vale a dire che l'allungamento immediato del muscolo cresce nella stessa proporzione del peso. Se pero si continua a distendere con pesi forti un muscolo può vedersi che giunge un limite al di la del quale l'allungamento del muscolo cresce meno rapidamente del peso che lo distende. Ma non bisogna dimenticare che anche in questo caso l'elasticita sussegnente puo complicare moltissimo il fenomeno, rendendone lo studio difficilissimo come Chauveau, Marey, Anrep, Richet e molti altri hanno dimostrato.

Nel tracciato 1° riporto una curva normale miotonometrica del coniglio fatta distendendo il muscolo con pesi di 20 gr. e coll'intervallo di 10″ fra un peso e l'altro. Si vede bene che la linea di distensione è una linea retta, mentre quella della retrazione del muscolo e convessa superiormente. Questo carattere della linea di retrazione e costante non solo nell'uomo e negli animali ma anche per tutti i corpi organici come io stesso ho potuto persuadermi ripetendo le esperienze di Wertheim e Weber.

Nel tracciato 2° è riportata un'altra curva miotonometrica normale del coniglio ed in questo può vedersi la somiglianza colla curva miotonometrica ad elmo dell'uomo vivente.

Ciò che ho detto per la forma della curva puo valere inoltre per gli altri fenomeni gia osservati sull'uomo e che si ripetono identicamente nel coniglio e nel cane. Anche qui si notano grandi differenze individuali nella distendibilita muscolare, nella elasticità sussegnente e nell'allungamento residuale. Nei muscoli del coniglio e del cane come in quelli dell'uomo l'elasticita sussegnente e l'allungamento residuale sono in stretto rapporto col tempo e col peso impiegato nella distensione del muscolo.

Infine il taglio del tendine d'Achille al suo punto d'inserzione, rimanendo immutate le condizioni di innervazione e di

circolazione del muscolo, non modifica profondamente la forma e i caratteri della curva miotonometrica. Questo fatto è importante perchè dimostra che col miotonometro si può veramente studiare in condizioni favorevoli la elasticità muscolare.

Influenza della rigidità cadaverica.

Ho eseguita una prima serie di ricerche per studiare l'influenza della rigidità sulla curva miotonometrica. Weber (1) aveva già dimostrato da lungo tempo che il muscolo rigido è meno distendibile e meno retrattile. Wundt (2) ha detto che la differenza nella distendibilità fra il muscolo rigido e il muscolo vivo sta nel rapporto di 1 : 2 negli animali a sangue caldo e di 9 : 10 nelle rane. Egli ammette inoltre che l'allungamento residuale non sia nel muscolo rigido maggiore che nel vivo. Harless (3) dimostrò pure la diminuzione della elasticità sul muscolo rigido e alle stesse conclusioni giunsero Wertheim (4), Anrep (5), Samkowy (6), Blasius (7), Marey (8), Boudet (9), ecc.

Le esperienze che io ho eseguite col miotonometro dimostrano e confermano quanto questi autori hanno veduto. Il muscolo per effetto della rigidità cadaverica va lentamente accorciandosi. Se nel muscolo rigido si pratica una distensione con un determinato peso si vede subito che il muscolo si lascia molto meno distendere a parità di condizioni che non quando era in vita. Col progredire della rigidità cadaverica l'estensibilità del muscolo diviene minore finchè raggiunge un grado in cui essa è minima.

Nel tracciato 3° sono riportate due curve miotonometriche nel coniglio. La prima è descritta con pesi di 50 grammi nel

(1) Weber, " Wagner Handworterb. „, III, 2.
(2) Wundt, *Die Lehre v. Muskelbw.* I Theil.
(3) Harless, " Sitzungsber. bayr. Akad. „, 1860.
(4) Wertheim, " Ann. de chim. et phys. „, XXI.
(5) Anrep, " Pflüger's Arch. „, Vol. 21.
(6) Samkowy, " Pflüger's Arch. „, Vol. IX.
(7) Blasius, " Virchow's Arch. „, vol. XLI.
(8) Marey, *Des mouvements*, etc. Paris 1868.
(9) Boudet, Thèse inaugurale, 1880.

coniglio curarizzato, la seconda è descritta cogli stessi pesi e sullo stesso muscolo ma allo stato di rigidità.

Nel muscolo rigido la linea di distensione è costantemente retta, la linea di retrazione è convessa superiormente. Non ho mai veduto che l'allungamento del muscolo crescesse più rapidamente del peso che lo distende. Così pure non ho potuto dimostrare che il muscolo rigido sia meno retrattile del muscolo vivente. Distensioni fatte subito dopo morte, ovvero un'ora, due, tre fino a ventiquattro ore dopo, mi hanno dimostrato che se il muscolo diviene meno estensibile non diviene meno retrattile. Anzi a parità di condizioni il muscolo rigido e disteso torna più completamente alla lunghezza primitiva allorquando venga liberato del peso che lo distendeva.

Questi fatti confermerebbero le osservazioni di Wundt più sopra riferite.

Influenza del Taglio del Nervo.

Ho fatto molte esperienze per dimostrare l'influenza che la sezione del nervo esercita sulla forma e sui caratteri della curva miotonometrica. Su questo argomento esiste una letteratura vastissima. Io mi limito a ricordare che Bordet, Anrep, Richet e quanti altri si occuparono della questione hanno ammesso che la sezione del nervo rende il muscolo più estensibile di prima e meno elastico, vale a dire meno retrattile.

Le mie esperienze furono eseguite preparando lo sciatico alla sua uscita dalla grande apertura ischiatica al punto in cui esso penetra fra i muscoli glutei e sezionandolo dopo aver descritte alcune curve miotonometriche normali. Il paragone fra queste curve e quelle descritte nelle stesse condizioni, subito dopo la sezione del nervo, ha dimostrato che il muscolo liberato dall'influenza del sistema nervoso diviene in realtà più distendibile e meno retrattile. Appena si taglia il nervo si nota però anche un sensibile e duraturo allungamento del muscolo. Questo fatto che Brondgest (1), Müller (2), Cyon (3) e molti altri fisiologi

(1) Brondgest, *Onderzoekingen over den Tonus*. Utrecht 1860.
(2) Müller, " Handb. d. phys. d. Menschen ", 1844.
(3) Cyon, " Ber. d. sächs. Ges. d. Wiss. ", 1865.

hanno veduto, starebbe ad indicare la soppressione della tonicità, o per meglio dire della elasticità dipendente direttamente dall'influenza del sistema nervoso. Questo allungamento del muscolo è sempre duraturo (Anrep-Tschirew). È noto che Heidenhein ha contraddetta l'opinione che il muscolo si allunghi per il taglio del nervo. Wundt anche non ha riscontrato costantemente allungamento duraturo del muscolo per il taglio del nervo, ma talora un accorciamento che ha attribuito ad eccitazione prodotta nel muscolo dalla sezione del nervo.

Nelle diverse esperienze che io ho eseguito ho veduto seguire al taglio del nervo quasi sempre allungamento duraturo del muscolo il quale però può variare moltissimo essendo talora assai sensibile, altre volte appena accennato.

Il tracciato 1° si riferisce ad una esperienza fatta il giorno 10 marzo su un coniglio del peso di kg. 1,700. Colloco sul piattello un peso iniziale di 100 gr. quindi estendo il muscolo aggiungendo successivamente pesi di 50 gr. fino a 250. Subito dopo rilascio il muscolo togliendo i 250 gr. Ottengo così la curva I normale. Nel punto segnato da una croce taglio il nervo. Si ha un allungamento del muscolo. Riporto la penna spostatasi al punto primitivo e quindi descrivo subito dopo cogli stessi pesi la curva II. Come si vede il muscolo è divenuto più estensibile e meno retrattile.

Von Anrep ha studiato questi stessi problemi sul muscolo gastrocnemio della rana. Se si confrontano le figure che egli dà nel suo lavoro (fig. 85-89, tav. 2ª) con i tracciati che io riporto si troverà una differenza. Dopo la sezione del nervo il muscolo si mantiene più estensibile anche per una serie di estensioni successive mentre io non ho potuto notare questo fenomeno. Questo fatto si spiega facilmente se si riflette che il muscolo, per effetto del taglio del nervo, subisce un allungamento durevole, ma poi diviene sempre meno retrattile. Per questo fatto deve naturalmente giungere un momento in cui il muscolo, nonostante la sua maggiore distendibilità, non cederà che pochissimo al peso che lo tende. Se la retrattilità del muscolo diminuisce nelle successive estensioni anche la sua maggiore distendibilità resta mascherata.

Questo fatto è noto per le ricerche dei diversi autori i quali hanno dimostrato come la distendibilità di un muscolo

non abbia valore assoluto ma sia sempre dipendente dalla posizione che aveva il muscolo prima della distensione. Von Anrep richiama anche l'attenzione sull'aumento degli allungamenti residuali in una serie di estensioni musculari fatte dopo il taglio del nervo. Le figure però che egli riporta, e sono schematiche, mi pare non lo dimostrino.

Le osservazioni che io ho eseguite per vedere se il taglio del nervo modificasse la forma della curva miotonometrica sono state in parte negative. Alcune volte, dopo il taglio del nervo, ho veduto che l'allungamento del muscolo cresceva più lentamente che il peso usato a distendere. La curva in tal caso assumeva una somiglianza colla curva classica della elasticità muscolare nella rana. In un caso specialmente questo fenomeno è stato assai evidente.

Influenza del Curare.

Von Anrep ha studiato anche l'azione del curare sulla tonicità muscolare partendo dal concetto che se vi è una tonicità muscolare dipendente dal sistema nervoso questa deve scomparire non solo per il taglio del nervo ma anche per effetto della curarizzazione la quale produce la paralisi della terminazione dei nervi motori. Infatti von Anrep trovò che il curare produce un allungamento del muscolo simile a quello prodotto dalla sezione del nervo. Egli dimostrò che il curare non aveva azione speciale sulla sostanza muscolare ma agiva solo per mezzo del sistema nervoso, modificando in tal modo l'elasticità del muscolo. Infatti dosi più o meno grandi di curare agivano sempre nello stesso modo.

In un lavoro posteriore dimostrò che dopo il taglio dei nervi il curare rimaneva senza azione sulla elasticità muscolare. Invece se l'animale sul quale si esperimenta (ed egli usava delle rane) è integro, si osserva che il muscolo curarizzato per ugual peso si lascia distendere di più che non il muscolo normale e si accorcia meno che prima dell'avvelenamento. Anche Boudier ha studiato l'influenza del curare e provato che modifica molto l'elasticità del muscolo. I. Overend (1) è giunto pure alle mede-

(1) Overend, " Arch. f. exper. Path. u. Pharm. ", XXVI.

sime conclusioni. Egli dice che il curare ha spiccata azione sulla elasticità muscolare. Se si usano pesi grossi il muscolo curarizzato si lascia distendere molto più del muscolo normale. Questa differenza è anche più evidente se si esperimenta su muscoli tetanizzati. In tali casi l'allungamento può divenire anche doppio del normale.

Le esperienze che io ho eseguito su muscoli curarizzati mi hanno dimostrato che il curare ha sul muscolo un effetto simile al taglio del nervo. Se ad esempio si prepara in un coniglio lo sciatico nell'arto destro e dopo aver descritte alcune curve si taglia il nervo, si ottiene l'effetto indicato più sopra. Se quindi si curarizza l'animale e si paragona sull'arto sinistro la tonicità muscolare normale e quella dopo la curarizzazione, si può vedere come si ripetano gli stessi fenomeni osservati nell'altro arto per effetto della sezione nervosa.

Il primo effetto della curarizzazione è un allungamento del muscolo. La zampa, se il peso che tende il muscolo, continua ad agire prima e durante la curarizzazione, prende un'altra posizione dovuta al rilasciamento del gastrocnemio. Questo allungamento può talora essere molto evidente.

Le estensioni con pesi successivi, crescenti in proporzione aritmetica, fatte sul muscolo curarizzato dimostrano che è più estensibile, ma meno retrattile. Accade pertanto per il curare ciò che già dissi per la sezione del nervo e cioè che il muscolo teso non si raccorcia che poco, per cui nelle successive estensioni l'allungamento diretto diviene sempre minore, a cagione del progressivo aumento dell'allungamento residuale.

Il tracciato della fig. 5 mostra l'azione del curare sulla elasticità muscolare. L'esperienza fu eseguita su un coniglio del peso di gr. 1750. Il curare fu iniettato nella giugulare. Dopo 2 minuti il coniglio cessa di respirare e si pratica la respirazione artificiale. Si nota un allungamento del muscolo. Si deve abbassare il cilindro di 32 millimetri per riportare la penna al punto primitivo. Il punto al quale si attacca il peso che tende il muscolo gastrocnemio trovasi lontano 18 centimetri dal punto di rotazione della zampa. La distanza dell'articolazione tibio-astragalea dalla estremità del calcagno è nel coniglio di 1 centimetro e mezzo circa. Si può dunque dire che il braccio di leva della potenza è 18, quello della resistenza 1,5. Con questi dati si

può calcolare l'allungamento effettivo del muscolo per effetto del curare che è da circa 4 a 5 millimetri.

Sul muscolo così modificato per opera del curare, pratico una estensione con una serie di pesi di 50 grammi l'uno. Ottengo allora la curva II del tracciato. Questa dimostra l'aumento nella estensibilità muscolare e la diminuzione della retrattilità.

Per ciò che riguarda la forma della curva si notano talora piccole differenze fra il muscolo curarizzato ed il normale nel senso che quello sente più l'azione dei primi pesi, ma sono differenze minime ed incostanti, ne posso attribuirvi importanza. Anche nel muscolo curarizzato la linea di distensione è una linea retta o quasi.

Influenza della Digitalina.

Richet e tutti coloro che si sono occupati della fisiologia dei nervi e dei muscoli sono concordi nell'ammettere che l'elasticità non è una proprietà meccanica dei muscoli. Ogni modificazione della circolazione e della innervazione agisce sulla elasticità muscolare e se si adoperano miografi sensibili si può vedere che tutte le sostanze tossiche cambiano la forma della scossa muscolare modificando lo stato di tensione e di elasticità del muscolo. Richet scrive che di tutte le proprietà del muscolo l'elasticità è la meno costante e la meno stabile: moltissimi veleni la modificano profondamente. Rossbach e von Anrep (1) hanno fatto un lavoro sulla influenza che i veleni esercitano sulla distendibilità e retrattilità muscolare. Le loro esperienze furono fatte sulle rane. Questi autori dicono che si potrebbe impiegare la determinazione della elasticità muscolare come un buon metodo di analisi tossicologica. Essi fecero esperienze con diverse sostanze fra le quali la digitalina. Cerci (2) trovò che anche la stricnina modifica il tono muscolare aumentandolo; Paderi (3) vide lo stesso fenomeno per la stricnina e per l'acido crisofanico. Ho ripetuto delle esperienze per studiare l'azione di alcuni veleni sui muscoli e ho cominciato colla digitalina, già adoperata

(1) Rossbach e von Anrep, " Pflüger's Arch. ", XXI, p. 240.
(2) Cerci, " Arch. di farmacol. ", Vol. I, fasc. 7.
(3) Paderi, " Arch. italiennes biol. ", Vol. XIX, 1.

a questo scopo, come ho detto, da Rossbach e von Aurep. Questi autori dicono che la digitalina produce un allungamento del muscolo assai notevole non dovuto a diminuzione del tono poichè si manifesta anche nell'arto col nervo tagliato. In secondo luogo la digitalina produrrebbe una diminuzione della estensibilità: uguali pesi distendono il muscolo digitalinizzato meno del muscolo normale.

Molti altri farmacologi hanno riconosciuto l'azione paralizzante della digitalina e l'hanno considerata come veleno muscolare. Così Dybkowsky e Pelican, Schmiedeberg, Koppe, Perrier. Nessuno però accenna a questa speciale azione esercitata dalla digitalina sulla elasticità.

Le esperienze che io ho eseguite, avvelenando dei conigli con digitalina purissima di Merck, non mi hanno dimostrato che la digitalina aumenti la tonicità muscolare, rendendo il muscolo meno estensibile per pesi uguali. Nell'avvelenamento per digitalina possono distinguersi due periodi. Nel primo si ha manifesto eccitamento, e nel secondo grave depressione, debolezza generale, paralisi dei muscoli volontari, diuresi abbondante e, se la dose è molto forte, dispnea e morte. Ora se, quando la paralisi muscolare è sopravvenuta, si praticano delle estensioni del muscolo, si nota un aumento nella distendibilità, cioè il muscolo per egual peso si lascia distendere più del normale.

Questa maggior distendibilità del muscolo vale tanto per l'allungamento immediato come per l'allungamento susseguente del muscolo, ma per questo specialmente. Nell'ultimo periodo di avvelenamento per digitalina l'allungamento susseguente può in alcuni casi divenire grandissimo, e tanto più grande quanto maggiore è il peso che distende il muscolo.

Mentre nel muscolo sottratto all'agente nervoso per il taglio del nervo ed in quello curarizzato la distendibilità maggiore vale solo per la prima estensione e quindi viene impedita dalla diminuzione della retrattilità, nel muscolo digitalinizzato l'estensibilità è notevole anche in tutte le successive estensioni perchè il muscolo stirato torna più completamente di prima alla primitiva lunghezza. In altre parole il muscolo paralizzato da digitalina è più estensibile e più retrattile del muscolo normale. Talora nel muscolo digitalinizzato si può anche notare una modificazione nella forma della curva miotonometrica.

La linea della distensione è modificata per ciò che l'allungamento del muscolo cresce quasi sempre meno rapidamente del peso che lo distende, contrariamente a quanto succede normalmente. La linea di ritrazione è modificata per il fatto che la maggior retrattilità si ha quasi esclusivamente allorquando si tolgono gli ultimi pesi. Se si osserva la linea di retrazione nei tracciati normali questo fenomeno si trovera sempre, ma non nella misura in cui si verifica nel muscolo digitalizzato. Accade perciò che dall'unione della linea di distensione con quella di retrazione non si ha nel muscolo digitalizzato la curva ad elmo, ma una curva simile a quella della elasticità dei muscoli delle rane, come quella del tracciato della fig. 6.

Questa modificazione della curva miotonometrica si ha solo in certi casi e quando l'azione della digitalina dura a lungo. Il più delle volte si nota solamente l'aumento della distensibilità e della retrattilità.

Il tracciato 7 dà i risultati di una di queste esperienze eseguite su un coniglio del peso di gr. 1830.

La curva I è una curva miotonometrica normale; quella sovrapposta II è una curva miotonometrica scritta sotto l'influenza della digitalina. Il coniglio era stato avvelenato dapprima con 0,005 di digitalina. Dopo un'ora e mezzo si era fatta una nuova iniezione di 0,005 di digitalina e l'animale aveva diuresi abbondante, respiro frequente, paralisi di tutti i muscoli volontari. Il giorno dopo l'esperienza si notava ancora debolezza muscolare assai spiccata. Le curve miotonometriche descritte indicavano un aumento nella estensibilità muscolare. Questa modificazione che la digitalina esercita sulla elasticità dei muscoli degli animali a sangue caldo pare sia profonda e di lunga durata.

Influenza dei sali di Potassio.

Anche i sali di potassio sono da considerarsi come veleni muscolari. A piccola dose aumentano la contrattilità, ad alta dose e per un contatto prolungato indeboliscono e paralizzano completamente la fibra muscolare. Rossbard e von Anrep trattando dei muscoli di rana con soluzioni di carbonato potassico

all'1 %, videro ora un allungamento ora un accorciamento del muscolo. Essi notarono anche costantemente un aumento delle proprietà elastiche del muscolo, per ciò che per pesi uguali il muscolo avvelenato si lasciava distendere meno del muscolo normale. Quest'aumento dell'elasticità può nei diversi muscoli avere diversa grandezza.

Le proprietà paralizzanti esercitate dal potassio e dal sale ammoniaco sui muscoli furono studiate anche da Buchheim (1).

Io ho eseguito delle esperienze sui conigli iniettando una soluzione di carbonato potassico sotto la cute in corrispondenza del muscolo gastrocnemio ovvero nella regione del dorso. Ho adoperato soluzioni di diversa concentrazione dal 0,5 all'1 %, ed ho variato anche la quantità di liquido iniettato.

Se si iniettano quantità alquanto rilevanti di soluzione di carbonato potassico in modo da introdurre 0,15-0,25 gr. di sostanza si osserva subito un aumento nella distendibilità muscolare.

Descrivendo delle curve con intervalli di 25-30 minuti si nota che questa maggiore estensibilità va lentamente diminuendo. Nel tempo stesso si può osservare che il muscolo acquista una grande retrattilità, per cui, allorquando è liberato dal peso che lo estendeva, ritorna quasi alla lunghezza primitiva. La maggiore retrattilità si manifesta specialmente allorquando si toglie l'ultimo peso. La linea di distensione è pure alquanto modificata come per la digitalina pel fatto che i primi pesi hanno azione più spiccata sul muscolo che non gli ultimi.

Non riporto alcun tracciato per ragioni di spazio. Debbo però far notare che mentre in alcuni tracciati questi fenomeni sono evidentissimi, in altri lo sono in grado molto minore.

Influenza dell'acido lattico.

È noto che si attribuisce una influenza all'acido lattico sulla elasticità muscolare. La maggiore distendibilità dei muscoli posti in contatto con soluzioni diluite di acido è cosa già stabilita pei muscoli delle rane. Brunton e Cash (2) hanno dimo-

(1) Buchheim, " Archiv. f. exper. Path. u. Pharm. ", Vol. III, 1874.
(2) Brunton e Cash, V. Brunton, *Traité de pharmacologie*, p. 144.

trato che l'aumento nella estensibilità prodotto dall'acido lattico diluito (1 : 5000) può essere molto grande pei muscoli della rana ed influenzare anche i caratteri della curva della contrazione muscolare.

Ho fatto una esperienza sul coniglio iniettando dell'acido lattico diluito sotto la cute in corrispondenza del muscolo gastrocnemio. L'acidità della soluzione era appena sensibile sulla punta della lingua. Ho usato pesi di 50 gr. l'uno.

I tracciati, che per le ragioni dette di sopra non riporto, dimostrano con molta evidenza che il muscolo, per effetto dell'acido lattico diluito, diviene molto più estensibile e retrattile che non sia normalmente.

L'animale dopo l'esperienza presentava torpore nei movimenti dell'arto iniettato. Più tardi si manifestò sempre una completa paralisi muscolare.

L'acido lattico provoca già in soluzioni diluite debolezza muscolare, alterazione profonda della elasticità ed infine paralisi completa.

È noto che alcuni fisiologi hanno voluto attribuire all'acido lattico che si formerebbe per azione del lavoro muscolare il senso di stanchezza e depressione che si prova dopo una lunga fatica. Ma qui ha una grande influenza il sistema nervoso perchè possa darsi esclusiva importanza all'azione esercitata dall'acido lattico sui muscoli.

Influenza del Tannino.

Lewis (1) ha già studiato l'influenza che il tannino esercita sulla elasticità muscolare. Egli ha osservato che il tannino ha sovratutto un'azione locale: però può agire sui muscoli anche quando sia iniettato in punti del corpo lontani dal muscolo sul quale si esperimenta. Nel muscolo sottoposto all'azione del tannino l'allungamento immediato e susseguente sono minori che nel muscolo normale.

Allorquando il muscolo sul quale ha agito il tannino viene

(1) Lewis, " Virchow's Arch. ", LXXXI, pag. 74.

liberato dal peso che lo distendeva, esso ritorna più completamente che non il muscolo normale alla primitiva lunghezza.

Lewin usò delle soluzioni di tannino al 10 %. Egli spiegò l'azione locale del tannino ammettendo che esso produca una sottrazione di acqua ed un aumento nella coesione del muscolo. In quanto all'azione esercitata dal tannino a distanza, egli la spiegò dicendo che il tannino sottrae ossigeno ai tessuti e produce pertanto anche nel muscolo un impoverimento di ossigeno, il qual fenomeno si manifesta con un principio di rigidità cadaverica.

Del resto è noto che il tannino è una di quelle sostanze che si combinano coll'albumina dei tessuti a modo del solfato di rame, ed è appunto a questa combinazione che deve attribuirsi l'alterazione delle proprietà del muscolo.

Le esperienze che io ho fatto sui conigli iniettando sotto la cute in corrispondenza del gastrocnemio o in punti più lontani della soluzione di tannino al 5-10 % hanno dimostrato che la distendibilità del muscolo diminuisce enormemente ed esso entra in uno stato di vera e propria rigidità. Un esame anche superficiale mostra che l'azione del tannino è sovratutto locale. L'arto in cui si praticò l'iniezione è rigido e difficilmente si piega passivamente. Si nota sovente tremore e talora forti scosse muscolari.

Se si studia col tonomiometro la tonicità del muscolo sottoposto all'azione del tannino, si vede come essa sia enormemente aumentata. Se per confronto si scrivono le curve miotonometriche del gastrocnemio dell'arto normale si vede come questo sia molto più distendibile, il che depone in favore della azione locale del tannino.

Il tracciato 8 porta i risultati di una di queste esperienze. La curva superiore è una curva normale descritta, con pesi di 50 grammi l'uno, sul muscolo il quale era ancora sotto l'azione di una iniezione di digitalina fatta il giorno precedente; II è una curva miotonometrica descritta nello stesso muscolo sottoposto all'azione del tannino. Si può facilmente vedere che l'estensibilità del muscolo è molto diminuita. Il tannino non modifica la forma della curva e nemmeno aumenta di molto la retrattilità.

Mentre nelle curve superiori del tracciato, allorquando si tolgono gli ultimi pesi, il muscolo si accorcia rapidamente, per-

durando l'azione della digitalina, nelle curve inferiori questo fenomeno non è più così evidente, poichè il tannino ne maschera l'azione.

Influenza della Veratrina.

La veratrina è un veleno muscolare per eccellenza. Sotto questo punto di vista è stata studiata da Kölliker, Bizzozero e Hirt, Guttmann, Pelikan, Prevost e Marey, Buchheim e Weyland, Fick e Bohm, Marfori, ecc.

Rossbach e von Anrep hanno studiato più specialmente la influenza che la veratrina esercita sulla lunghezza e distendibilità muscolare.

Essi hanno veduto che il muscolo veratrinizzato dapprima si allunga e poscia si accorcia. Hanno inoltre constatato che la distendibilità del muscolo aumenta in modo evidente e la elasticità diminuisce. Richet nel riferire queste esperienze di Rossbach dice invece che l'estensibilità del muscolo diminuisce e non so se questo debbasi ad osservazioni sue proprie.

Io ho fatto parecchie esperienze iniettando della veratrina a dei conigli piccoli del peso di 1500-1700 grammi. La dose iniettata variava da 0,004 fino a 0,008 in una sol volta o ad intervalli.

È molto difficile poter scrivere la curva della tonicità muscolare nel coniglio veratrinizzato. L'animale infatti non rimane immobile, ha frequentissime contrazioni muscolari, si agita, ha forte nausea e la curva riesce talmente irregolare in molti casi da non poter trarre esatte conclusioni.

Però raccogliendo i dati delle diverse esperienze che io ho eseguito, posso asserire che anche la veratrina esercita un'azione assai spiccata sulla distendibilità muscolare. Il muscolo veratrinizzato si lascia distendere meno del muscolo normale e diviene pure meno retrattile. Accade in molti casi che la retrattilità si manifesta solamente al togliere degli ultimi pesi, cosicchè quando si comincia a scaricare il muscolo, questo non si accorcia affatto, anzi continua ancora ad allungarsi.

In altre parole, il muscolo veratrinizzato è molto più eccitabile pel peso che lo distende, che non il muscolo normale.

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

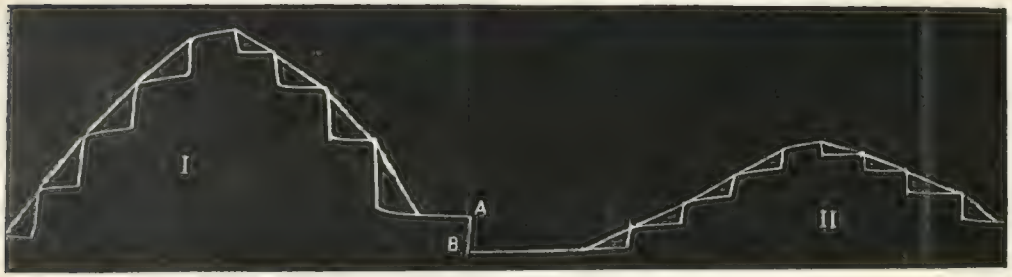


Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

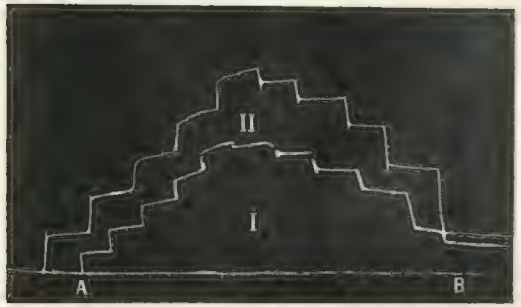


Fig. 8.

Fick, Heidenhein, Wedensky e molti altri hanno richiamato l'attenzione sul fatto che un peso attaccato ad un muscolo può agire come irritante del muscolo stesso.

Io ho accennato a questa questione nelle ricerche sulla tonicità nell'uomo ed ho dimostrato che in certe condizioni il muscolo disteso si presenta come irritato dal peso e continua ad allungarsi anche quando si cominci a togliere il peso che lo tendeva.

Per effetto della veratrina questi fenomeni divengono più manifesti.

Infine se la dose del veleno è forte subentra la paralisi completa ed il muscolo allora diviene più estensibile del muscolo normale e meno irritabile.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1. — Curva miotonometrica normale del coniglio scritta da destra verso sinistra. A-B ascissa. Precedentemente il muscolo aveva già subìto due distensioni. La linea di distensione è retta.

Fig. 2. — Curva miotonometrica normale del coniglio scritta in senso inverso al precedente. Questa curva è uguale alla curva ad elmo dell'uomo.

Fig. 3. — Due curve miotonometriche del coniglio. I Curva normale. II Curva descritta durante la rigidità cadaverica. La linea verticale AB segna l'accorciamento del muscolo dopo la morte.

Fig. 4. — Influenza della recisione del nervo sulla tonicità muscolare. I Curva normale. II Curva descritta dopo il taglio del nervo eseguito in +.

Fig. 5. — Influenza del curare sulla tonicità muscolare. La curva II descritta nel muscolo curarizzato mostra aumento della distendibilità e diminuzione della retrattilità.

Fig. 6. — Curva miotonometrica nel muscolo digitalinizzato. Si nota la somiglianza colla curva delle rane.

Fig. 7. — Influenza della digitalina sulla tonicità. I Curva normale. II Curva nel muscolo digitalinizzato.

Fig. 8. — Influenza del tannino sulla tonicità. La curva superiore è scritta nel muscolo digitalinizzato, l'inferiore nel muscolo soggetto all'azione del tannino.

Il principio dei lavori virtuali da Aristotele a Erone d'Alessandria;

Nota del Dott. GIOVANNI VAILATI.

Capitolo I.

Introduzione.

Gli scritti nei quali ci è stata conservata memoria delle idee dei Greci sulla meccanica e del grado di elaborazione che raggiunsero per opera loro le teorie relative all'equilibrio, si possono, colla sola eccezione dell'Elevatore (Βαρούλκος) di Erone, che come vedremo è un'opera d'indole più pratica che teorica, dividere nettamente in due categorie, corrispondenti a due indirizzi radicalmente diversi nel modo di considerare e di risolvere le questioni di statica. Queste sembrano esser state le sole delle quali gli scrittori greci di meccanica abbiano intrapresa una trattazione generale e scientifica nel senso moderno della parola (1); poichè, per ciò che riguarda lo studio delle leggi del moto, essi sembrano essersi accontentati di grossolane descrizioni e classificazioni (2) dei fenomeni, dalle

(1) Le osservazioni sulla composizione dei movimenti che si trovano nelle opere d'Aristotele e le teorie più elaborate degli astronomi su questo stesso soggetto (cfr. in proposito la classica monografia dello Schiaparelli: *Sulle sfere omocentriche d'Eudosso, Calippo, ed Aristotele*) appartengono piuttosto alla geometria che non alla meccanica propriamente detta. Alla stessa classe appartengono pure le ricerche di Archimede *Sulle spirali* basate anch'esse su considerazioni cinematiche.

(2) È forse solo per colpa dei compilatori e commentatori imperiti che queste assunsero più tardi l'aspetto e la pretensione di teorie scientifiche. È interessante a questo riguardo riavvicinare le considerazioni svolte da Aristotele, nel III libro Περὶ οὐρανοῦ, sulla distinzione tra i corpi pesanti e i leggeri, colla seguente frase con cui egli chiude la sua risposta alla 33ª delle *Questioni meccaniche*, nella quale si domanda: Perchè i corpi scagliati non continuano a muoversi indefinitamente? (Διὰ τί παύεται φερόμενα τὰ ῥιφέντα;): Ἢ ἄτοπον ταῦτ' ἀπορεῖν ἀφέντα τὴν ἀρχήν;

quali non seppero assorgere neppure all'enunciazione del più elementare dei principi della dinamica: la legge d'inerzia.

Il primo dei suddetti due indirizzi è caratterizzato dalla tendenza a procedere alla determinazione delle condizioni di equilibrio esaminando direttamente, per ciascun meccanismo, le relazioni che sussistono tra i moti compatibili delle sue parti e rintracciando le analogie che presentano, da questo punto di vista, i vari ordigni a cui l'industria umana ricorre per vincere con piccoli sforzi grandi resistenze. Esso è rappresentato anzitutto dall'operetta sulle Questioni meccaniche (Μηχανικὰ Προβλήματα) attribuita ad Aristotele (1), e in secondo luogo da un altro scritto, non meno importante per la storia della meccanica, che ci è giunto solo attraverso a una compilazione latina, portante il titolo *De ponderibus*, dovuta a Giordano Nemorario, matematico del XIII secolo. L'origine greca del *De ponderibus*, sebbene non possa considerarsi come completamente accertata, è nondimeno ammessa da critici autorevoli come assai probabile (2).

Caratteri del secondo indirizzo sono invece da una parte il proposito di porre ad esclusivo fondamento della statica la considerazione dei centri di gravità, e dall'altra la preoccupazione di costruire questa scienza sul modello della geometria di Euclide esponendola sotto la forma d'una serie di teoremi concatenati ed ottenibili per deduzione da un certo numero di proposizioni fondamentali aventi lo stesso carattere di evidenza immediata che presentano gli assiomi della geometria.

Questo secondo indirizzo che fa capo ad Archimede, il quale secondo ogni probabilità ne fu il primo iniziatore, è rappresen-

(1) Alle questioni relative all'autenticità di questo scritto, ho già avuto occasione di accennare nella mia Nota: *Sul concetto di centro di gravità nella Statica d'Archimede* (" Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino ", vol. XXXII).

(2) Già il Commandino nel suo commento al VIII libro delle Collezioni di Pappo ne parla come di: *Jordani opusculum de ponderibus, quamquam non Jordani sed auctoris cujusdam antiqui esse videtur.* In un codice del secolo XIV esso porta il titolo: *liber ponderum Jordani, secundum quosdam vero Euclidis* (cfr. Heiberg's, *Literargesch. Studien über Euclid. Praefat.*, p. 11, 1882, Teubneri. Secondo il Thurot invece il *de ponderibus* sarebbe stato composto con frammenti del libro di Tolomeo: Περὶ ροπῶν (cfr. ibid.).

tato oltrechè dalle sue opere sull'equilibrio delle figure piane (Περὶ ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν) e sui galleggianti (Περὶ τῶν ἐν ὕδατι ἐφεστώτων), anche dai frammenti riguardanti la Statica che si trovano raccolti nel libro ottavo della Συναγωγή di Pappo.

Il ritrovamento, dovuto all'orientalista Carra de Vaux, dell'opera di Erone dianzi citata, la cui traduzione araba giaceva dimenticata tra i manoscritti della biblioteca di Leida (alla quale era pervenuta per mezzo dell'erudito viaggiatore e matematico olandese Golius (1596-1667) (1)), pure fornendoci un documento, tanto più prezioso in quanto è unico, d'una trattazione della statica nella quale i due metodi di cui ho parlato cooperano l'uno accanto all'altro e sono promiscuamente applicati talvolta anche alla soluzione d'una stessa questione, non ha tuttavia recato alcun nuovo dato per ciò che riguarda le relazioni storiche dei due suddetti indirizzi, i quali sembrano essersi svolti con perfetta indipendenza l'uno dall'altro, sebbene sia difficile credere che essi non abbiano mai avuta alcuna influenza reciproca.

La grande importanza del contributo che la scoperta di quest'opera di Erone ha portato alle nostre cognizioni sulle teorie meccaniche dei Greci, consiste principalmente in ciò, che essa ci ha fornito la prova decisiva di un fatto di cui prima si poteva ragionevolmente dubitare, specialmente da quelli che non fossero per altra parte disposti ad accettare come di genuina provenienza greca l'opuscolo *De ponderibus*, al quale ho accennato sopra. A questi infatti era prima lecito credere che, mentre i Greci avevano spinto notevolmente innanzi la trattazione di quelle questioni di statica la cui soluzione dipendeva direttamente da considerazioni relative ai centri di gravità, si fossero invece, per ciò che riguarda tutte le altre (eccettuando

(1) Di una traduzione latina dell'opera di Erone che si sa esser stata fatta dal Golius, e che però non fu pubblicata, il Carra de Vaux non ha più potuto trovar traccia. Delle vicende del manoscritto arabo ho già parlato nella Nota citata avanti. Il Carra de Vaux stesso m'informa che esistono altri manoscritti arabi della *Meccanica* di Erone, oltre quello posseduto dalla Biblioteca di Leida. Il loro studio, che egli si propone di intraprendere prossimamente, potrà spander luce su alcuni punti oscuri del manoscritto di Leida, tra gli altri su quello di cui mi sono occupato nella mia Nota su Archimede, precedentemente citata.

sempre s'intende le questioni di cinematica) limitati a delle osservazioni isolate o a delle intuizioni vaghe non atte ancora a servir di base a una teoria scientifica paragonabile a quella che le opere d'Archimede ci presentano.

Ora invece si può considerare come provato che, non in una soltanto delle due direzioni che abbiamo sopra caratterizzate, ma in ambedue, essi erano proceduti tanto avanti da oltrepassare il punto dal quale i moderni, seguendo in parte le loro traccie, hanno effettivamente preso le mosse per spingersi innanzi verso la costituzione di una teoria dell'equilibrio più generale e comprensiva.

Come le investigazioni di Archimede sui centri di gravità, per quanto è possibile desumere dalle indicazioni che ci sono rimaste nelle opere che possediamo, oltrepassavano notevolmente la portata delle prime ricerche originali su tale soggetto che troviamo negli scritti del Maurolico (1494-1575) e del Commandino (1503-1575), così anche le considerazioni che Erone espone nel Βαρούλκος sulle relazioni che sussistono tra le forze che si fanno equilibrio per l'interposizione dei vari meccanismi, e gli spostamenti che possono subire i punti ai quali esse si applicano, corrispondono a uno stadio di sviluppo della statica più avanzato di quello rappresentato dalle opere di Guidobaldo del Monte (1545-1607) che è citato ordinariamente come lo scopritore del principio dei lavori virtuali (1).

È del graduale acquisto e svolgimento dei concetti e delle cognizioni che implica l'enunciazione di questo principio e delle trasformazioni e generalizzazioni che esso ha subito successivamente dal comparire del suo primo germe nello scritto aristotelico sopra citato fino alla esplicazione quasi completa che esso trova nell'opera di Erone che io intendo occuparmi nella presente nota.

(1) Cfr. per es. Lagrange nel proemio storico alla sua *Meccanica analitica*. Più conscio dei meriti dei Greci, e specialmente di Aristotile, a questo riguardo, è invece Fourier (Cfr. *Mémoire sur la statique contenant la demonstration du principe des vitesses virtuelles et la théorie des moments.* " Journal de l'École polytechnique „ 1798). Egli dice ivi: *Les plus anciens traités qui nous soient parvenus sur la Mécanique rationnelle sont ceux d'Aristote. Ils ont été loués sans mesure par ses commentateurs et depuis negligés sans examen. Le philosophe paraît avoir connu les principes les plus importants de la mécanique.*

Capitolo II.

Le Questioni meccaniche (Μηχανικὰ Προβλήματα) di Aristotele

Prima di passare all'esame di quei passi del libro Μηχανικὰ Προβλήματα, che hanno rapporto all'argomento che prendo a trattare, gioverà premettere qualche osservazione sul contenuto dell'opera e qualche schiarimento sul significato delle locuzioni di cui in essa è fatto uso. Il libro è dedicato all'enunciazione e alla discussione di una quarantina di problemi i quali, ad eccezione di pochissimi, si riferiscono a questioni di statica e sono per lo più del seguente tipo:

Qual è la ragione (αἰτία, ἀρχή) per cui, col mezzo del tale o tale altro strumento, l'uomo riesce a superare con piccolo sforzo grandi resistenze?

La risposta che vien data a questa domanda consiste ordinariamente nell'identificare le varie parti dell'ordigno in questione cogli elementi di una o più leve al cui funzionamento viene ridotto il modo d'agire dell'ordigno stesso. Questa riduzione alla leva è considerata quasi uno stadio indispensabile pel quale bisogna passare per poter rendersi conto del vantaggio che presenta l'impiego degli strumenti più complicati (πάντὰ σχεδὸν τὰ περὶ τὰς κινήσεις τὰς μηχανικὰς εἰς τὸν μοχλὸν [ἀνάγεται]). Μηχ. Πρ.

Il principio della leva, oltre ad esser formulato in modo chiaro e preciso, viene naturalmente, per effetto, e direi quasi sotto la pressione, delle molteplici esigenze a cui per l'indole stessa della trattazione è assoggettato, ad assumere nel corso dell'esposizione una forma sotto la quale esso differisce assai poco da quello che si chiama ora il principio dei momenti statici.

Per veder bene come ciò avvenga, occorre dir qualche cosa sui termini che figurano nella sua enunciazione. Anzitutto è da notare che il concetto che Aristotele annette alla parola forza (δύναμις, ἰσχύς) non corrisponde perfettamente al significato che ha assunto questa parola nella statica moderna.

La differenza si può brevemente indicare dicendo che da Aristotele le forze non sono ancora distintamente concepite come

grandezze vettoriali, e sono invece considerate puramente sotto l'aspetto di grandezze scalari (1). In altre parole egli le paragona tra loro sopratutto in riguardo alla loro intensità, e manca perfino d'un termine che serva a distinguere l'una dall'altra due forze, che non differiscano che per la sola direzione.

Il suo concetto di forza è informato, coscientemente o no, a quello dello sforzo muscolare umano, ed egli non riesce a far completamente astrazione dalle proprietà che si riferiscono a questo caso speciale. Così, per esempio, allo stesso modo che, quando si parla della " forza „ d'un uomo o d'un animale, ognuno intende che si parli del massimo sforzo che esso può esercitare, così, quando Aristotele accenna alla direzione secondo cui agisce una forza applicata a un determinato punto d'un meccanismo, egli intende sempre riferirsi alla direzione che la forza di cui si tratta deve avere onde essa riesca quanto più è possibile efficace, il che pel caso che il sistema abbia un sol grado di libertà, equivale a supporre tacitamente che la forza abbia la direzione degli spostamenti possibili del punto a cui essa è applicata.

In tal modo quando egli, dopo esser passato dal caso della leva (μοχλός, colla qual parola egli intende designare semplicemente un'asta rigida mobile intorno a un suo punto) al caso più generale d'un disco girevole intorno al suo asse, considera delle forze applicate a diversi punti dei cerchi concentrici che imagina tracciati sul disco stesso, egli le suppone sempre dirette tangenzialmente a quelli dei suddetti circoli che passano pei loro rispettivi punti d'applicazione, e adopera la frase: " circolo secondo cui agisce o a cui è applicata una forza „ per designare quello dei detti circoli che è tangente alla linea d'azione della forza stessa (2).

(1) È naturale quindi che a lui, che pure aveva un concetto così chiaro della composizione dei movimenti (Μηχ. Προβλ., 23) e delle velocità (ib., 1°), non si presentasse neppure il problema della composizione di due forze, di diversa direzione, applicate a uno stesso punto. La stessa osservazione si applica anche ad Archimede. Nelle opere meccaniche di quest'ultimo, che si riferiscono tutte all'equilibrio dei *pesi*, della parola *forza* (ἰσχύς, δύναμις) non si fa mai uso.

(2) Di locuzioni analoghe fa talvolta uso anche Galileo. Per esempio la seguente frase (che si trova nel libro *Della scienza meccanica e delle utilità*

Passerò ora a citare alcuni tra i brani che si riferiscono alla spiegazione che Aristotele dà del principio della leva nei quali cioè, per adoperare la sua frase, vengono assegnate le cause da cui dipende il fatto che le forze, applicate ai vari punti del disco considerato avanti, possiedono a parità d'intensità tanta maggior efficacia (ροπή) quanto più grandi sono i raggi dei circoli secondo i quali esse agiscono.

Verso la fine del primo capitolo, dopo aver appunto notato come le proprietà dei meccanismi che egli prende a considerare dipendano dalla presenza in essi di parti girevoli intorno ad assi o (pel caso di movimento in un piano) a punti fissi, Aristotele attribuisce questa dipendenza alla circostanza che, nei movimenti di rotazione, i punti d'una retta qualunque passante pel punto o per l'asse fisso sono costretti a muoversi tutti con diversa velocità (διὰ τὸ μᾶς οὔσης τῆς ἐκ τοῦ κέντρου γραμμῆς μηδὲν ἕτερον ἑτέρῳ φέρεσθαι τῶν σημείων τῶν ἐν αὐτῇ ἰσοταχῶς ἀλλ ἀεὶ τὸ τοῦ μένοντος πέρατος πορρωτέρω ὄν, θάττον, πολλὰ τῶν θαυμαζομένων συμβαίνει περὶ τὰς κινήσεις τῶν κύκλων).

Lo stesso concetto è poi da lui nuovamente espresso sotto forma alquanto più definita nel capitolo seguente, nel quale, parlando appunto delle forze applicate ai vari punti del disco del quale ho detto avanti, indica espressamente come causa della loro maggiore o minor capacità a vincere le resistenze che si oppongono al movimento del disco stesso, le diverse velocità colle quali si muovono i punti dei circoli concentrici ai quali esse sono applicate (ἐν τῷ κύκλῳ ἡ πλεῖον ἀφεστηκυῖα γραμμὴ τοῦ κέντρου τῆς ἐγγὺς τῆς αὐτῆς ἰσχὺν κινουμένης θάττον φέρεται τῆς ἐλάσσονος). Cap. I.

Più innanzi poi, nel capitolo III, dopo aver enunciata la condizione d'equilibrio per una bilancia a braccia disuguali, offre, come sufficiente spiegazione del modo d'agire di questa, la considerazione che, quando l'enunciata condizione d'equilibrio è verificata, i due gravi appesi subiscono, per ogni data inclina-

---

che si traggono dagli strumenti di quella): " *... ma se nella medesima circonferenza fosse applicata forza animata, la quale avesse movimento di far impeto per tutti i versi, potria far l'effetto costituita in qualsivoglia luogo di detta circonferenza* ", è prettamente aristotelica tanto nel concetto quanto nella forma.

zione del giogo, variazioni di livello direttamente proporzionali alle distanze dei loro punti di sospensione del fulcro (Αἰεὶ δὲ ὅσῳ ἂν μεῖζον ἀφεστηκοι τοῦ υπομοχλίου ῥᾷον κινήσει. Αἰτία δέ ἐστιν ἡ προλεχθεῖσα ὅτι ἡ πλεῖον ἀπέχουσα ἐκ τοῦ κέντρου μείζονα κύκλον γράφει· ὥστε ἀπὸ τῆς αὐτῆς ἰσχύος πλέον μεταστήσεται τὸ κινοῦν (βάρος) τὸ πλεῖον τοῦ υπομοχλίου ἀπέχον).

E la medesima osservazione è poi ripetuta a proposito del verricello (θᾶττον δὲ κινοῦνται καὶ πλέον ἀπὸ τῆς αὐτῆς ἰσχύος αἱ τῶν μειζόνων κύκλων ἢ αἱ τῶν ελαττόνων. Ὑπὸ τῆς αὐτῆς γὰρ ἰσχύος μεῖζον μεθίσταται τὸ ἄκρον τὸ πορρώτερον τοῦ κέντρου). Cap. XIII.

Sarebbe affatto superfluo far seguire a questi passi tutti gli altri nei quali la stessa idea è espressa, nei quali cioè, sotto forme diverse, si afferma che condizione necessaria e sufficiente, perchè delle grandi resistenze possano essere vinte da piccole forze, è che il meccanismo sia costrutto in modo che, a un dato spostamento di quello dei suoi punti a cui la forza è applicata (intesa sempre diretta secondo lo spostamento), corrisponda un minor cammino di quell'altro punto al cui moto si oppone l'ostacolo che si vuol superare. È importante però notare come alcuni di essi si prestino a esser mal interpretati a causa d'una ambiguità che presenta la lingua greca, ambiguità che del resto si potrebbe riguardare come un documento glottologico della primordialità della credenza a una connessione, tra le diverse velocità compatibili dei vari punti le cui posizioni dipendano le une dalle altre, e la diversa facilita colla quale i punti stessi possono esser mossi, a parità di altre condizioni. La parola θᾶττον, il cui significato proprio sarebbe " più velocemente ", è pure la parola di cui ordinariamente si fa uso per indicare le altre idee affatto diverse: con maggior facilità, con minor fatica (1). È facile ora capire come, ogniqualvolta la suddetta parola è adoperata, senza che risulti chiaramente dal contesto in quale dei due sensi essa va intesa,

(1) Di uno scambio di significato analogo abbiamo anche noi un esempio nella parola *piuttosto* (più tosto, plutôt), che perdendo il significato originario di " *più presto* " è passato a significare, non solo " *più volentieri* ", ma talvolta anche " *più facilmente* " specialmente nel senso di " *più probabilmente* " (per es. nelle frasi: *credo piuttosto che la tal cosa non sia avvenuta*, o *pioverà piuttosto domani che non questa sera*, ecc.).

nelle frasi che si riferiscono alla questione di cui parliamo, queste, a seconda dell'interpretazione che si dà ad essa, passano, dal significare qualche cosa d'importante, a essere dei semplici truisms.

La conclusione che si può trarre dai brani che ho citati mi sembra si possa riassumere dicendo che nello scritto di cui parliamo, il principio dei lavori virtuali è enunciato, ed applicato, pel caso speciale di due forze agenti su punti d'un sistema avente un sol grado di libertà e nell'ipotesi che le forze siano dirette tangenzialmente alle traiettorie dei loro punti d'applicazione.

A caratterizzare ancor meglio l'importanza storica e l'effettivo valore scientifico delle idee che si trovano espresse nei brani che abbiamo citato, più che qualsiasi commento o discussione credo potranno giovare alcune osservazioni riferentisi all'attitudine assunta verso di esso da alcuni dei più eminenti tra i fondatori della meccanica moderna, osservazioni che per quanto interessanti per la storia della meccanica, non furono, a quanto io so, ancora fatte da alcuno.

In una delle opere che diedero maggior impulso ai progressi della meccanica, prima di Galileo, la *Statica* di Simone Stevinus (1), si trova un capitolo che porta il titolo: Appendice où sont inserées les erreurs en matière de pesanteur, nel quale Stevinus, alludendo ai passi sopracitati di Aristotile, si esprime nel seguente modo:

La raison pourquoy les pesanteurs égales suspendues ès rayons égaux sont équilibres est congneue par commune sentence, mais non pas la cause de l'equilibration des pesanteurs inegales es rayons inegaux proportionaux à icelles laquelle cause ayant été recherchée par les anciens ils ont estimé qu'elle estoit cachée sous la description

(1) Di quest'opera che fu per la prima volta pubblicata in olandese col titolo *Beghinselen der Weegkonst* (Leida 1585) e in seguito in latino dallo Snellius nell'edizione da lui curata delle opere di Stevin (*Sterini Hypomnemata mathematica*, Leida 1608), non mi è stato possibile di consultare che la traduzione francese del Girard (nelle *Œuvres mathématiques de S. Stevin augmentées par* A. Girard, Leyda, Elsevier, 1634), alla quale quindi mi riferisco nelle citazioni.

des circonférences descrites par les extrémités des rayons, comme il se voit en Aristote en ses Méchaniques et ses sectateurs. Ce que nous nions par cette raison:

(E) (1) Ce qui demeure coy estant suspendu ne descrit aucune circonférence.

(A) Deux pesanteurs suspendues en équilibre sont coyes.

(E) Deux pesanteurs pendues en équilibre ne décrivent aucune circonférence; et partant il n'ya aucune circonférence. Mais où il n'ya pas circonférence elle ne sera pas cause de ce qui advient: ainsi donc la circonférence n'est pas la cause de l'équilibration.

Non occorre riflettere molto su questa argomentazione di Stevin per accorgersi che l'obbiezione che con essa si solleva contro i ragionamenti di Aristotile, obbiezione basata essenzialmente sull'apparente assurdità che implica il considerare l'equilibrio come dipendente dal sussistere di condizioni che non possono effettivamente realizzarsi se non quando l'equilibrio cessa di sussistere, qualunque possa essere il suo valore, non è ne più nè meno che un'obbiezione contro il principio dei lavori virtuali e contro qualsiasi trattazione della statica in cui esso figuri come l'enunciazione d'una proprietà generale dell'equilibrio, non riducibile ad altre per mezzo di dimostrazione.

Ci è stata del resto conservata notizia di obbiezioni di questo genere sollevate contro il principio dei lavori virtuali da quelli, come per esempio Varignon, che vedevano in esso più un criterio per riconoscere in quali casi l'equilibrio ha luogo e in quali no, che non un principio atto a spiegare come e perchè esso abbia luogo e non mancano accenni alla medesima difficoltà anche negli scritti di alcuni tra gli scienziati che più contribuirono a fargli assumere il posto dominante che

(1) Non si può non riconoscere un certo grado di ironia nell'esposizione che fa Stevinus della sua argomentazione sotto la forma di un sillogismo schematizzato secondo le regole degli scolastici, senza omettere le lettere A, E, delle quali essi, come è noto, si servivano per designare rispettivamente le proposizioni universali-affermative e universali-negative.

esse occupa nella meccanica moderna: basti citare Guidobaldo e Cartesio (1).

È però notevole il fatto che di scrupoli di questo genere, forse perchè essi sono tali che non si possono presentare se non a chi conosca la teoria dello equilibrio come qualche cosa di più, o per lo meno di diverso, dalla ricerca delle sue **leggi**, non si trova traccia in Galileo il quale può esser considerato come il primo tra i moderni che a questo riguardo si sia collocato al punto di vista di Aristotile e abbia spinto avanti la scienza nella direzione da esso indicata.

La spiegazione che Galileo dà del modo d'agire della leva, nell'operetta *Della scienza meccanica* che ho già citato avanti, differisce assai poco da quella che si trova nel Meccan. II, 2, 1, e quando egli critica il paragone che Aristotile istituisce tra la leva e le bilancie a braccia disuguali, nelle quali i venditori fraudolenti esercono più danaro al compratore di quello che compete alla merce che essi gli forniscono, egli sa benissimo che le sue critiche sono rivolte non tanto contro l'opinione espressa da Aristotile quanto piuttosto contro la forma sotto la quale egli la esprime.

Egli è perfettamente conscio che, quando Aristotile parla di **frode fatta dall'uomo alla natura per mezzo della leva**, egli non ha di mira che il confronto tra le **forze** adoperate e le **forze** vinte, e che è solo col sostituire alla considerazione della **merce** contemplata da Aristotile quella di un'altra **merce** (il **lavoro**) che si riesce a concepire l'effetto ottenuto impiegando la macchina come **equivalente** al corrispondente dispendio di energia da parte del motore. Galileo del resto non manca di far notare che il dire che questa equivalenza si verifica, e solo esprimere sotto altra forma, quanto è ripetutamente asserito da Aristotile (2), il cui torto a questo

(1) *Si causam majoris effectus ponderis ex spatio esse dixeris, nihil aliud quam rem ita fieri, non, quam ob causam, seu cur, ita fiet, dices* (Cartesii, *Epist.*, Amstelodami 1683, 2, III, pp. 45).

(2) Ecco le parole di Galileo (cfr. *Lettera al Granduca Cosimo intorno alle cose che stanno in sull'acqua*): " Il secondo principio è che il momento e la forza della gravità venga accresciuto dalla velocità del moto sicchè pesi assolutamente uguali, ma congiunti con velocità disuguali, siano di

riguardo è tutt'al più quello di non avere introdotto un nome speciale per designare il prodotto della forza per lo spostamento che subisce, nella sua direzione, il punto a cui essa è applicata (1).

Capitolo III.

Il frammento *de ponderibus*.

Passerò ora a parlare del secondo degli scritti che mi sono proposto di esaminare, cioè del libro *de ponderibus*, nel quale l'intento di costituire una teoria dell'equilibrio, basata unicamente sulla considerazione dei movimenti compatibili dei punti a cui le forze sono applicate, si afferma sotto forma ancor più definita e nel quale il corrispondente metodo di risolvere i problemi di statica acquista una portata e una generalità notevolmente maggiori di quelle che esso ha nello scritto di cui ho parlato sin qui.

Le notevoli analogie che il libro *de ponderibus* presenta con quest'ultimo, tanto pel contenuto come per la forma, aggiunte al fatto che neppure in esso si fa parola di centri di gravità, mi consigliano di premetterne l'esame a quello dell'opera di Erone, della quale mi riservo di parlare in ultimo luogo. Con ciò non intendo affatto pregiudicare la questione cronologica, sulla quale disparatissimi pareri sono espressi da filologi ugualmente competenti.

---

forza, momento e virtù disuguale, e più potente il più veloce secondo la proporzione della velocità sua a quella dell'altro. *Tale rapporto tra la gravità e la velocità si ritrova in tutti gli strumenti meccanici e fu considerato da Aristotele come principio nelle sue Questioni meccaniche* „.

(1) La parola energia (ἐνεργεία) è adoperata da Aristotele come termine tecnico, in opposizione a δύναμις (forza, facoltà), per designare, in generale, il contrasto tra l'*esercizio* d'una data facoltà e il *possesso* della facoltà stessa. Gli scolastici traducono la prima con *actus* o *actio*, la seconda con *virtus* o *potentia* e indicano lo stesso contrasto colle parole *actualis* e *virtualis* (o *potentialis*). In un notevole passo del Περὶ οὐρανοῦ (IV, 1) la distinzione tra la δύναμις, corrispondente al fatto che un grave sospeso *potrebbe cadere*, e l'ἐνέργεια, corrispondente alla sua effettiva caduta, è illustrata per mezzo del paragone di un focolare in cui le brace covino sotto la cenere (Ζώπυρ' ἄττα κινήσεως).

La differenza caratteristica tra la trattazione di Aristotile e quella rappresentata dal *De ponderibus* consiste essenzialmente in ciò che mentre nella prima gli effetti della direzione delle forze, rispetto agli spostamenti che possono subire i loro punti d'applicazione, non sono mai, come abbiamo visto, contemplati esplicitamente, qui essi invece sono tutti oggetto principale di considerazione. Una conseguenza di ciò è soprattutto che la leva perde il privilegio, di cui godeva in Aristotile, di figurare come la macchina elementare per eccellenza, ed è soppiantata sotto questo riguardo dal piano inclinato.

Qualche esempio servirà a chiarire come questo avvenga.

In una delle prime proposizioni del *De ponderibus* si asserisce che quando un grave è appeso da un punto d'una leva, la forza che occorre applicare a un altro punto determinato della leva stessa [in direzione perpendicolare al braccio] per sollevare il grave, è tanto minore quanto più la leva è inclinata all'orizzonte.

La spiegazione che si dà di tal fatto è la seguente: che il corpo sostenuto dal braccio della leva può considerarsi come adagiato su una linea (cioè sulla circonferenza che esso è obbligato a percorrere), la cui direzione fa angolo tanto maggiore colla direzione del peso quanto più il braccio della leva si discosta dalla posizione orizzontale, di modo che il grave si trova nelle stesse condizioni in cui si troverebbe se fosse adagiato su una serie di piani sempre meno inclinati (levius est pondus quia obliquior est descensus).

E allo stesso modo, del fatto, asserito in una proposizione successiva, che due gravi egualmente pesanti, pendenti dagli estremi d'una leva ad angolo a braccia disuguali, stanno in equilibrio se i detti estremi vengono a trovarsi su due verticali simmetricamente disposte rispetto al fulcro, viene data ragione dicendo che, in tal caso, al vantaggio che l'un peso avrebbe sull'altro pel fatto di essere appeso al braccio più lungo, si contrappone lo svantaggio proveniente dalla maggiore inclinazione, che tale braccio deve avere, onde il suo estremo non si discosti, dalla verticale passante pel fulcro, più di quanto si discosta l'estremo del braccio minore.

Non è però solo di asserzioni vaghe sulla dipendenza tra

l'angolo che fa colla verticale il piano, a cui un grave si appoggia, e la forza richiesta per impedire la sua caduta, che si accontenta l'autore del *de ponderibus*.

La condizione d'equilibrio dei gravi appoggiati a piani inclinati è da lui enunciata sotto forma non meno precisa di quella sotto la quale essa si presenta nella statica di Stevin.

Prima di citare il più importante dei passi nei quali figura tale enunciazione, gioverà dedicare qualche considerazione alle sette proposizioni fondamentali (suppositiones) che sono poste in testa alla trattazione.

Di queste solo quattro hanno veramente il carattere di assiomi, le altre essendo delle semplici definizioni o schiarimenti sul significato dei termini di cui si fa uso nelle rimanenti. Così in una di esse si dichiara che di due linee una si dovrà dire più obliqua dell'altra se proiettando sulla verticale un tratto della prima si ottiene un segmento minore di quello che si avrebbe proiettando pure sulla verticale un tratto, di egual lunghezza, posto sull'altra (obliquiorem descensum in eadem quantitate minus capere de directo) (1).

In un'altra invece è indicato il significato della frase gravitas secundum situm (in opposizione a gravitas simpliciter) come segue:

Minus grave aliud alio esse secundum situm quando descensus alterius consequitur contrario motu.

La qual proposizione, di cui del resto il senso è abbastanza chiaro, è così parafrasata da Tartaglia: Quel corpo esser men grave d'un altro secondo el sito over loco quando che per il descenso di quello altro, nell'altro brazzo della libra, in lui seguita il moto contrario, cioè che da lui viene elevato in suso verso il cielo (2), chiaramente in un altro passo: Un corpo

(1) Nelle citazioni, salvo indicazioni in contrario mi riferisco alla più antica edizione del *de ponderibus* cioè a quella pubblicata da Pietro Apiano (1535-1552) a Norimberga 1533. Cfr. Cantor, Geschichte d. Mathem., Vol. II, pag. 55.

(2) Tartaglia, *Quesiti et inventioni diverse* (Venezia, 1554), pag. 78-98 (Dialogo col Señor Don Diego Hurtado de Mendoza, ambasciatore cesareo in Venezia). Tartaglia riproduce ivi la serie di proposizioni del *de ponde-*

si dice esser più grave over men grave di un altro secondo il loco over sito, quando che la qualità del loco dove lui si riposa et giace lo fa essere più grave dell'altro ancorchè siano ambidue semplicemente uguali in gravità.

Delle quattro proposizioni poi che rappresentano effettivamente i postulati sui quali si basa tutto l'apparato dimostrativo del *de ponderibus,* la prima è la seguente:

Omnis ponderosi motum esse ad medium. Tartaglia traduce: Addimandamo che ne sia concesso che il movimento naturale de ogni corpo ponderoso e grave sia rettamente verso il centro del mondo.

Nelle altre tre invece, che sono le più meritevoli d'attenzione dal nostro punto di vista, si asserisce, sotto tre forme solo verbalmente diverse, la dipendenza tra ciò che si dinota come la " gravitas secundum situm " d'un corpo di peso dato, e l'obliquità (definita come sopra) della linea sulla quale deve muoversi un punto al quale esso sia sospeso.

Esse sono le seguenti:

1) Secundum situm gravius esse cujus in eodem situ minus obliquus est descensus (Tartaglia traduce: Quel corpo esser più grave, che, nel suo sito, over loco ove si riposa e giace, ha il descenso manco obliquo).

2) [Secundum situm] gravius esse in descendendo quanto ejusdem motus ad medium rectior (Tartaglia traduce: Un corpo grave essere nel descendere tanto più grave quanto chè il moto di quello è più retto verso il centro del mondo) (1).

ribus senza mai citare Nemorario; il che, qualora si tenga conto che l'opuscolo del Nemorario era abbastanza divulgato, servendo perfino come testo nelle scuole (in seguito alle opere d'Aristotele) sembra confermare l'idea che esso fosse ritenuto più un manuale compilato su scritti anteriori che non un'opera in cui si esponessero dei risultati nuovi ottenuti dal Nemorario stesso e che prima non fossero di dominio comune.

(1) Nella prima carta, conservata nella R. Accademia di Venezia, di un trattato perduto di Leonardo da Vinci, relativo alla meccanica, si trova espresso lo stesso concetto sotto identica forma: *Quanto il grave si moverà per linia più vicina alla centrale, tanto si dimostrerà di maggior gravezza* (Cfr. Uzielli, *Ricerche su Leonardo da Vinci*, Serie II, Roma, Salviucci, 1884).

3) Quod gravius est, velocius descendere (Tartaglia traduce: Quel corpo che è di maggior potentia di scendere più velocemente).

Che anche quest'ultima frase vada interpretata nel modo che ho indicato e non deva essere intesa nel senso che due gravi liberi cadano con velocità proporzionali ai loro pesi (come essa sembra voler dire se si consideri isolata dal contesto e senza aver presente il concetto sopra definito di gravitas secundum situm) è posto affatto fuori di dubbio dall'uso che di essa si fa nelle successive dimostrazioni.

Ne vedremo ora subito una prova negli schiarimenti che, tanto nell'edizione dell'Apianus come in quella del Tartaglia, si trovano soggiunti all'enunciazione della seguente proposizione, nella quale la dipendenza tra i pesi di due gravi che si fanno equilibrio e le loro rispettive rapidità di discesa (velocitates descendendi proprie), è formulata in modo più definito e preciso:

Inter quaelibet duo gravia est velocitatis descendendi proprie et ponderum eodem ordine sumpta proportio.

Nel commento edito dall'Apiano si osserva esplicitamente che qui non si parla del moto di gravi liberamente cadenti (non de motu gravis relicti propriae naturae) ma del moto d'un grave appeso all'estremo d'un'asta girevole dal cui altro estremo penda un altro grave (sed de motu gravis in aequilibri cum resistentia gravis positi in alio brachio aequilibris).

Parimenti Tartaglia trova necessario di render più chiaro l'enunciato della proposizione sopracitata, traducendola così: Se saranno due corpi semplicemente uguali in gravità ma ineguali per vigor del sito over positione, la proportione della lor potentia et quella della lor velocità sarà una medesima, e per evitare ogni ambiguità cita subito l'esempio d'una libra a braccia disuguali.

Passero ora a citare il passo al quale ho già sopra alluso e nel quale si trova enunciata la condizione d'equilibrio dei gravi sostenuti da piani inclinati. Esso figura nell'edizione di Tartaglia come la decima delle 43 proposizioni che nel libro sono commentate o dimostrate:

(Questione X). Se due gravi discendono per linee (rette) diversamente inclinate all'orizzonte e il rapporto dei loro pesi è uguale al rapporto delle " declinazioni " delle linee corrispondenti, eguale sarà pure l'impeto dei due gravi a discendere. Per rapporto delle loro declinazioni intendo non il rapporto degli angoli che esse fanno colla verticale, ma il rapporto tra due segmenti posti sulle dette linee presi in modo che le loro proiezioni sulla verticale siano uguali (1).

E come spiegazione di tal fatto è introdotta la considerazione di due gravi collegati fra loro da un filo e appoggiati rispettivamente a due rette concorrenti e diversamente inclinate sulla verticale, pel qual caso si osserva che il verificarsi della condizione enunciata ha per effetto che a tratti simultaneamente percorsi dai gravi, sulle rette a cui s'appoggiano, corrispondono variazioni di livello da parte dei punti ai quali i gravi stessi sono applicati, inversamente proporzionali ai loro pesi rispettivi. Il qual ragionamento suppone implicitamente che si riconosca, come circostanza determinatrice dell'equilibrio,

(1) *Si per diversarum obliquitatum vias duo pondera descendant, fiantque declinationum et ponderum una proportio, eodem ordine sumpta, una erit utriusque virtus in descendendo; proportio igitur declinationum dico non angulorum sed linearum ad aequedistantem resecationem in qua aequaliter sumunt de directo.* Cfr. *Jordani opusculum de ponderositate, Nicolai Tartaleae Studio correctum* (Venezia, 1565), pag. 7. Questa edizione del *de ponderibus*, pubblicata solo dopo la morte del Tartaglia, da Curzio Troiano, è assai più completa di quella dell'Apiano, contenendo 43 proposizioni, invece delle 13 contenute in quest'ultima. Le due redazioni differiscono notevolmente, anche nella parte comune, per ciò che riguarda le *dimostrazioni* (meglio commenti) che seguono agli enunciati delle proposizioni.

Il citare, come si fa ordinariamente, Stevin (1548-1620) come scopritore della condizione dell'equilibrio sul piano inclinato, è un errore dovuto alla stessa causa per cui si cita Archimede come scopritore della condizione di equilibrio della leva (V. mia nota *Sulla nozione di centro di gravità in Archimede* a pag. 17).

L'uso della denominazione " *più grave* " per designare quello di due gravi *d'egual peso* che per ragione dei vincoli è atto a sollevare l'altro colla propria caduta, è frequente anche in *Leonardo da Vinci*. Ho riscontrato nel *Codice Atlantico* un passo nel quale Leonardo, a proposito del piano inclinato dice: *quel peso è più grave che discende per linea manco obbliqua.*

l'eguaglianza tra i prodotti del peso di ciascuno dei due gravi per le variazioni di livello che subirebbero rispettivamente i punti ai quali essi sono direttamente applicati, in corrispondenza a uno scorrimento del filo che li collega.

Anche la dimostrazione che è data (nella Questione VIII: Si fuerint brachia librae proportionalia ponderibus appensorum, ita ut in breviori gravius appendatur aeque gravia erunt secumdum situm) del principio della leva, si basa esclusivamente su questo stesso principio. Essa si riduce in sostanza a determinare, per mezzo di elementari considerazioni geometriche, che relazione deva sussistere tra i pesi dei gravi che pendono agli estremi della leva e la lunghezza delle due braccia di questa, perchè i detti due pesi e i movimenti compatibili dei punti, da cui essi pendono, soddisfino alla stessa condizione che è stata enunciata pel caso del piano inclinato (1).

A proposito della leva val la pena di citare come un esempio caratteristico e singolare della tendenza dell'autore del *de ponderibus* a imperniare e far gravare tutte le sue argomentazioni sulle suddette considerazioni relative agli spostamenti virtuali, ad esclusione di qualunque altro principio per quanto intuitivamente evidente, il fatto che egli, nella Questione IV si propone come un teorema da dimostrare questo: che se due gravi appesi a una bilancia si fanno equilibrio, esso non viene turbato da variazioni sulla lunghezza dai fili da cui i gravi sono sospesi (2), il che egli dimostra col far rilevare che le variazioni di livello che subiscono gli estremi inferiori dei fili a cui i gravi sono appesi non dipendono dalla lunghezza dei fili stessi.

Per trovare un'altra opera nella quale si verifichi un accentramento così assoluto e, direi quasi, un assoggettamento così

---

(1) " In aequilibra *bacd*, centrum sit *a*, *g* pondus, in situ *c*, se habet " ad pondus *g*, in situ *d*, secundum proportionem totius descensus " quem potest habere in situ *c*, ad totum descensum quem " potest habere in situ *d* ...idest secundum proportionem *ca* ad *da* " (Cfr. il commento alla prop. I).

(2) *Quum fuerint appensorum pondera aequalia non faciet nutum in aequilibrio appendiculorum inaequalitas... quia aeque obliquus descensus.* JORDANI, *de ponder.*, pag. 7.

dispotico di tutta la statica al principio dei momenti virtuali (per quanto parzialmente e imperfettamente concepito) e in cui all'intuizione diretta (della quale si fa tanto largamente uso nella trattazione di Archimede) sia così rigorosamente negato qualsiasi intervento e qualunque iniziativa, bisogna venire fino a Cartesio, la cui operetta che porta il titolo: *Explicatio machinarum atque instrumentorum quorum ope gravissima quaeque pondera sublevantur*, costituisce il primo tentativo che sia stato posteriormente fatto di costruire l'intero edificio della statica sul piano che fu poi condotto a termine nella *Meccanica analitica* di Lagrange (1).

Capitolo IV.

L'Elevatore (Βαρούλκος) di Erone.

Mentre i due scritti che abbiamo precedentemente esaminati possono considerarsi come contenenti una trattazione, o più precisamente dei frammenti d'una trattazione, della Statica, da un punto di vista puramente teorico e speculativo, il libro di Erone, di cui ora passiamo a parlare, ci si presenta come un'opera d'indole essenzialmente pratica (2).

(1) *Machinarum harum omnium inventio unico tantum principio innititur, quod, nimirum, iisdem viribus quibus pondus v. g. 100 librarum in duorum pedum altitudinem attolli potest, iisdem, inquam, aliud quoque 200 librarum in unius pedis altitudinem possit elevari* (Cartesii, *Explicatio*, ecc., p. 13).

(2) Della portata che questa circostanza ha sulla questione dell'autenticità sia del Βαρούλκος che delle altre opere o frammenti pure tutti di indole pratica (Πνευματικά, περὶ αὐτοματοποιίας, περὶ διοπτρας, βελοποιικά attribuite ad Erone, così giudica Heiberg (" Literarisches Centralblatt „, 14 april 1894): *Die bis auf unsere Zeit gekommene Heronischen Texte sind echt in so fern sie den Autornamen und in der Hauptsache auch die ursprüngliche Anlage und Gestaltung der Heronischen Werken bewahrt haben, unecht aber in so fern als sie im stetigem Dienste der Praxis zu widerholten Malen neu aufgelegt und dabei je nach den Zeitbedürfnissen überarbeitet worden sind.* Occorre inoltre non dimenticare che di interpolazioni di questo genere sono state trovate tracce anche negli scritti geometrici di Erone (Cfr. Cantor, " Zeitsch. für Math. und Phys. „, B. 40).

Essa era essenzialmente destinata a raccogliere e ad esporre sotto forma ordinata e compatta l'insieme di quelle cognizioni sull'equilibrio che l'autore riteneva suscettibili di utili applicazioni (specialmente all'arte del costruire) e necessarie a conoscersi da quelli che di tali applicazioni intendessero occuparsi professionalmente.

Questo carattere si manifesta non solo nella scelta degli argomenti trattati (alcuni dei quali non hanno veramente altra relazione col soggetto principale dell'opera tranne quella di offrir materia d'interesse a quelle stesse persone pel cui vantaggio è scritto il resto di essa), ma anche nell'indifferenza, colla quale l'autore si colloca successivamente all'uno o all'altro dei due punti di vista, che, come vedemmo, corrispondono a due indirizzi radicalmente diversi nelle speculazioni dei Greci sulla Statica, servendosi ora dell'uno ora dell'altro dei corrispondenti metodi di trattazione secondo che l'uno o l'altro conduce più prontamente alla soluzione delle questioni speciali che viene trattando.

Omettendo di prendere in considerazione quelle parti del libro il cui contenuto non ha rapporto all'argomento di cui ora mi occupo, esaminerò anzitutto il capitolo 1° del Libro II (1) in cui si trova la descrizione e la spiegazione del modo d'agire delle 5 macchine semplici ε' δυνάμεις) cioè il verricello (ἄξων ἐν περιτροχίῳ), la leva (μοχλός), le taglie (πολύσπαστον), il cuneo (σφήν) e la vite ([ὅ καλούμενος ἄπειρος] κοχλίας) (2).

Sebbene Erone dichiari ripetutamente nel corso dell'opera (cfr. L. II, 1°, 1 ; 2°, 7 ; 3°, 20) che del modo d'agire di tali macchine, apparentemente tanto diverse, si può dare una spie-

(1) Mi riferisco sempre alla divisione in capitoli adottata dal Carra de Vaux („ Journal Asiatique „, 1893, Vol. 1° e 2°).

(2) È alquanto strano il fatto che mentre una parte considerevole di questo capitolo ci è stata conservata da Pappo (Συναγωγή, VIII), questi ha ommesso di trasmetterci la parte più interessante, dal punto di vista teorico, dell'esposizione di Erone, quella cioè che è dedicata alla ricerca delle *cause* dell'efficacia delle suddette macchine semplici. All'esistenza di questa trattazione, che nel testo di Erone viene subito in seguito ai brani riportati da Pappo, questi accenna esplicitamente oltre a riportare dei passi di Erone in cui si allude ad essa.

gazione basata su un unico principio (1), pure le considerazioni che egli applica effettivamente per rendersi conto delle relazioni tra le forze adoperate e gli effetti che si ottengono, servendosi di ciascuna di esse, si possono riferire a tre tipi completamente distinti.

Per ciò che riguarda infatti la leva e il verricello egli fonda tutti i suoi ragionamenti sulla dimostrazione, data da Archimede, del principio della leva nei libri sugli equiponderanti che egli cita più volte. Delle proposizioni in quelli dimostrate da Archimede, egli si serve pure nelle considerazioni relative alla condizione d'equilibrio di un grave che possa rotolare lungo un piano inclinato.

La sua trattazione delle taglie, che costituisce uno dei capitoli più interessanti e meglio conservati dell'opera, è invece basata sulla considerazione diretta delle tensioni delle funi e della ripartizione del peso d'un grave che penda contemporaneamente da più tratti paralleli di una stessa fune che attraversa alternativamente degli anelli (2) infissi nel corpo da sostenere e in un supporto fisso.

Il principio, finalmente, di cui Erone si serve per spiegare il modo d'agire del cuneo e della vite (la quale egli concepisce come un cuneo attorcigliato e mosso senza intervento di percossa: σφὴν εἰλημενος ἀπολειπόμενος τῆς πληγῆς Pappo Collect.) non ha affatto rapporto con quelli applicati nei due casi precedenti e coincide in sostanza con quello che abbiamo visto stare a base della trattazione nel *de Ponderibus*. Egli fa dipendere la diversa attitudine, che hanno cunei di forma diversa, ad allargare una data fenditura entro la quale siano spinti, dal solo fatto che varia per essi l'allargamento che la detta fenditura subisce in corrispondenza a un determinato avanzamento del cuneo (nel senso della forza che agisce sulla sua base), e

(1) La stessa opinione gli è espressamente attribuita da Pappo: ἀποδέδοται δὲ ὑπὸ του Ἥρωνος καὶ Φίλωνος καὶ διότι αἱ προειρημέναι δυνάμεις εἰ [illegible] (Pappo, *Hultsch.*, 1113).

(2) Le dimostrazioni di Erone su questo soggetto sono quindi immuni dal difetto rilevato da Cartesio in quelle di Guidubaldo del Monte e di Galileo (*Ridiculum est rationem vectis adhibere velle in trochlea quod Guidius Ubaldus si recte memini sibi persuasit.* Cartesii, *Epistol.*, Vol. IV, Amstelodami 1683).

trae da ciò la conclusione che il rapporto tra le forze necessarie per fendere un corpo per mezzo, rispettivamente, di due cunei di diverso angolo, è uguale al rapporto inverso dei tratti pei quali essi devono penetrare, nel corpo da fendere, onde gli orli della spaccatura da essi prodotta si discostino d'un tratto determinato.

Il chiaro concetto che Erone si faceva dell'influenza che, sulla determinazione dell'intensità della forza occorrente a vincere una data resistenza, hanno i maggiori o minori spostamenti che subiscono i punti al cui moto la resistenza si oppone, in corrispondenza a un dato spostamento (nella direzione della forza stessa) del punto a cui la forza è applicata, trova occasione di manifestarsi, in modo ancor più caratteristico, sulla soluzione che egli dà della seguente questione, che figura tra i 17 problemi (1) alla cui trattazione è dedicato uno degli ultimi capitoli del Βαρούλκος:

Perchè quando vogliamo rimuovere dalla sua posizione verticale un filo di cui l'estremo superiore è fisso e dal cui altro estremo pende un grave, e cerchiamo a tale scopo di spostare mediante uno sforzo diretto in senso orizzontale, un punto del filo stesso, dobbiamo impiegare tanto maggior sforzo quanto più tale punto è scelto in vicinanza all'estremo fisso del filo?

Erone risponde che quanto più il punto del filo che si vuol spostare, è lontano dal corpo sospeso tanto più questo è costretto a sollevarsi in corrispondenza a un determinato spostamento del punto stesso, il che egli dimostra con semplici considerazioni geometriche, paragonando le due posizioni che viene a prendere l'estremo inferiore del filo quando due dei suoi punti vengano rispettivamente a subire uno stesso allontanamento dalla verticale passante pel punto di sospensione. Egli conchiude da ciò, per usare le sue parole: che dovendo il corpo esser maggiormente sollevato quando il

(1) Molti di questi problemi (non però quello che citiamo) sono letteralmente riprodotti da quelli che si trovano nel Μηχαν. Προβλ. di Aristotile. Ciò fu già osservato dal Carra de Vaux. Si noti che Aristotile non è mai citato nell'opera di Erone.

punto è più vicino all'estremo fisso, è naturale che per portarlo più in alto occorra una forza maggiore che per portarlo meno alto [a parità, s'intende, di spostamento del punto a cui si applica la forza da cui il peso è sollevato] poichè per portarlo in luogo più alto occorre maggior tempo [cioè occorre far muovere il suddetto punto per un tratto più lungo].

Ma se il principio che stabilisce la dipendenza tra l'intensità della forza adoperata per ottenere un risultato meccanico determinato e il tratto che, sotto la sua azione, deve percorrere il punto al quale essa si applica, non è adoperato da Erone, come mezzo di spiegazione, che pel caso di due sole tra le macchine semplici, egli non manca di far rilevare come non solo per ciascuna di queste, ma anche per qualsiasi meccanismo che si possa immaginare come composto dalla combinazione di un numero qualunque di esse, quello stesso principio si verifica. Tra i numerosi passi del Βαρούλκος nei quali questa idea è chiaramente espressa, mi basterà citare i seguenti:

Nel capitolo 3° del Libro II, dopo aver descritto un ordigno per sollevare i pesi, costituito da una serie di ruote dentate mosse da un verricello, aggiunge: Questo strumento, e tutte le altre macchine di gran forza che gli somigliano, sono lente [a produrre gli effetti voluti] perchè quanto più è debole la potenza in paragone del peso da sollevare tanto più è lungo il tempo che il lavoro richiede).

Nel capitolo seguente, a proposito d'un meccanismo composto d'una serie di taglie, ripete ancora la stessa osservazione e inoltre, ciò che è assai importante a notare, riconnette la maggior lentezza nel funzionamento delle taglie di maggior potenza al fatto che in esse essendo più numerosi i tratti di fune per effetto della cui tensione il grave è sollevato, deve diminuire in proporzione l'accorciamento che ognuno di essi subisce in corrispondenza a un dato cammino del punto sul quale agisce il motore (1).

(1) Cfr. " Journal Asiatique ", 1893, vol. 2°, p. 269.

Sulla deformazione di una sfera elastica soggetta al calore;

Nota del Dott. EMILIO ALMANSI.

1. In una mia Memoria, pubblicata da questa Accademia (*), ho trattato il problema della deformazione di una sfera elastica, isotropa, sollecitata da tensioni agenti sulla sua superficie. Il metodo che in essa espongo, per integrare, in questo caso particolare, le equazioni dell'Elasticità, è più semplice di quello seguito dal Borchardt, a cui si deve la prima soluzione del detto problema, ottenuta per mezzo d'integrali definiti (**).

Lo stesso Autore, in altra sua Memoria (***), risolve un problema, che ha molta affinità col precedente; quello cioè della deformazione di una sfera, per effetto del calore. Anche in questo caso si può applicare, con vantaggio, il metodo d'integrazione che ho seguìto nella Memoria citata. E ciò appunto mi propongo di mostrare nella presente Nota.

La sfera si suppone omogenea, e, inizialmente, soggetta in ogni suo punto alla stessa temperatura.

Userò le stesse notazioni adoperate dal Borchardt, chiamando, per un punto qualunque di coordinate x, y, z,

$$u\,,\ v\,,\ w\,,$$

le componenti dello spostamento; ed s il *riscaldamento* a cui, in quel punto, si assoggetta il solido.

(*) *Sulla deformazione della sfera elastica*, " Accademia Reale delle Scienze di Torino ", Serie II, tomo XLVII.

(**) Borchardt, *Ueber Deformationen elastischer isotroper Körper durch mechanische an ihrer Oberfläche wirkende Kräfte*, " Monatsbericht der Berliner Akademie ", Juli, 1873, p. 560.

(***) Id., *Untersuchungen über die Elasticität fester isotroper Körper unter Berücksichtigung der Wärme*, " Monatsbericht der Berliner Akademie ", Januar 1873, p. 9.

Si hanno allora le tre equazioni differenziali alle derivate parziali:

$$
(1)\qquad
\begin{aligned}
&\Delta^2 u + (1+2\kappa)\frac{\partial p}{\partial x} = g\frac{\partial s}{\partial x},\\
&\Delta^2 v + (1+2\kappa)\frac{\partial p}{\partial y} = g\frac{\partial s}{\partial y},\\
&\Delta^2 w + (1+2\kappa)\frac{\partial p}{\partial z} = g\frac{\partial s}{\partial z},
\end{aligned}
\qquad
\left\{
\begin{aligned}
&\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},\\
&p = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}.
\end{aligned}
\right.
$$

ove κ è una costante che dipende dalla natura del solido, come pure la g, che è legata alla precedente, e al coefficiente ϵ di dilatazione termica, dalla formula:

$$g = 2(1+3\kappa)\epsilon.$$

Alla superficie della sfera devono essere soddisfatte le tre equazioni:

$$
(2)\qquad
\begin{aligned}
&x\left(p' + 2\frac{\partial u}{\partial x}\right) + y\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) + z\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) = 0,\\
&x\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) + y\left(p' + 2\frac{\partial v}{\partial y}\right) + z\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) = 0,\\
&x\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) + y\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) + z\left(p' + 2\frac{\partial w}{\partial z}\right) = 0,
\end{aligned}
$$

ove

$$p' = 2\kappa p - gs.$$

2. Poniamo:

$$u = \xi + \frac{\partial \Psi}{\partial x},$$

$$v = \eta + \frac{\partial \Psi}{\partial y},$$

$$w = \zeta + \frac{\partial \Psi}{\partial z},$$

$$\theta = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z}.$$

Le equazioni (1) diventano:

$$\Delta^2\xi + (1+2\kappa)\frac{\partial\theta}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\{gs - 2(1+\kappa)\Delta^2\Psi\},$$

$$(3) \qquad \Delta^2\eta + (1+2\kappa)\frac{\partial\theta}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\{gs - 2(1+\kappa)\Delta^2\Psi\},$$

$$\Delta^2\zeta + (1+2\kappa)\frac{\partial\theta}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\{gs - 2(1+\kappa)\Delta^2\Psi\};$$

e le (2), posto $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, e quindi $x\frac{\partial}{\partial x} + y\frac{\partial}{\partial y} + z\frac{\partial}{\partial z} = r\frac{\partial}{\partial r}$:

$$x\left(2\kappa\theta + 2\frac{\partial\xi}{\partial x}\right) + y\left(\frac{\partial\xi}{\partial y} + \frac{\partial\eta}{\partial x}\right) + z\left(\frac{\partial\xi}{\partial z} + \frac{\partial\zeta}{\partial x}\right) =$$
$$= x(gs - 2\kappa\Delta^2\Psi) - 2r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right),$$

$$(4) \qquad x\left(\frac{\partial\eta}{\partial x} + \frac{\partial\xi}{\partial y}\right) + y\left(2\kappa\theta + 2\frac{\partial\eta}{\partial y}\right) + z\left(\frac{\partial\eta}{\partial z} + \frac{\partial\zeta}{\partial y}\right) =$$
$$= y(gs - 2\kappa\Delta^2\Psi) - 2r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial y}\right),$$

$$x\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x} + \frac{\partial\xi}{\partial z}\right) + y\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y} + \frac{\partial\eta}{\partial z}\right) + z\left(2\kappa\theta + 2\frac{\partial\zeta}{\partial z}\right) =$$
$$= z(gs - 2\kappa\Delta^2\Psi) - 2r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial z}\right).$$

Determiniamo la funzione Ψ, fin qui arbitraria, in modo che soddisfi all'equazione:

$$gs - 2(1+\kappa)\Delta^2\Psi = 0,$$

e sia, inoltre, regolare in tutta la sfera. Perciò, dette x', y', z', le coordinate di un suo punto qualunque, e posto:

$$D = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y)^2 + (z-z')^2},$$

basterà prendere la funzione Ψ data dalla formula:

$$\Psi(x, y, z) = \frac{g}{8\pi(1+\kappa)}\int_S \frac{s(x', y', z')}{D}\, dS,$$

ove dS rappresenta l'elemento di spazio attiguo al punto $(x' y' z')$, S l'intero spazio occupato dalla sfera.

Allora le equazioni (3) si ridurranno alle seguenti:

$$
(5) \qquad
\begin{aligned}
&\Delta^2\xi + (1+2\kappa)\frac{\partial\theta}{\partial x} = 0\,,\\
&\Delta^2\eta + (1+2\kappa)\frac{\partial\theta}{\partial y} = 0\,,\\
&\Delta^2\zeta + (1+2\kappa)\frac{\partial\theta}{\partial z} = 0\,;
\end{aligned}
$$

e le (4), che devono essere verificate sulla superficie della sfera, potremo scriverle:

$$
(6) \qquad
\begin{aligned}
&x\left(2\kappa\theta + 2\frac{\partial\xi}{\partial x}\right) + y\left(\frac{\partial\xi}{\partial y} + \frac{\partial\eta}{\partial x}\right) + z\left(\frac{\partial\xi}{\partial z} + \frac{\partial\zeta}{\partial x}\right) = F_1\,,\\
&x\left(\frac{\partial\eta}{\partial x} + \frac{\partial\xi}{\partial y}\right) + y\left(2\kappa\theta + 2\frac{\partial\eta}{\partial y}\right) + z\left(\frac{\partial\eta}{\partial z} + \frac{\partial\zeta}{\partial y}\right) = F_2\,,\\
&x\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x} + \frac{\partial\xi}{\partial z}\right) + y\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y} + \frac{\partial\eta}{\partial z}\right) + z\left(2\kappa\theta + 2\frac{\partial\zeta}{\partial z}\right) = F_3\,,
\end{aligned}
$$

ove, per brevità, si è posto:

$$
\begin{aligned}
F_1 &= \frac{g}{1+\kappa}xs - 2r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right),\\
F_2 &= \frac{g}{1+\kappa}ys - 2r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial y}\right),\\
F_3 &= \frac{g}{1+\kappa}zs - 2r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial z}\right) \quad (*).
\end{aligned}
$$

(*) Si deve osservare che le derivate seconde della funzione Ψ, subiscono una discontinuità quando si attraversa la superficie della sfera. Perciò i valori che bisognerà assumere per le espressioni

$$
\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right),\ \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial y}\right),\ \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial z}\right),
$$

in un punto P′ della detta superficie, saranno i limiti dei valori che le stesse espressioni hanno in un punto P, interno alla sfera, quando P si avvicina indefinitamente a P′.

Ora le equazioni (5) e (6) sono identiche a quelle che si otterrebbero, quando si volesse determinare la deformazione di una sfera elastica, sollecitata da tensioni agenti sulla sua superficie. Basterebbe supporre che il suo coefficiente di contrazione fosse dato da $\frac{\kappa}{1+2\kappa}$, e che la tensione esterna, in un punto qualunque della superficie, avesse per componenti:

$$\frac{1+2\kappa}{1+3\kappa}\frac{E}{2R}F_1, \quad \frac{1+2\kappa}{1+3\kappa}\frac{E}{2R}F_2, \quad \frac{1+2\kappa}{1+3\kappa}\frac{E}{2R}F_3,$$

ove E rappresenti il modulo di elasticità, R il raggio della sfera.

Si potrà dunque applicare il metodo d'integrazione che espongo nella Memoria citata.

3. Perciò introdurremo le tre funzioni:

$$(7)\qquad \begin{aligned} U &= x\left(2\kappa\theta + 2\frac{\partial\xi}{\partial x}\right) + y\left(\frac{\partial\xi}{\partial y} + \frac{\partial\eta}{\partial x}\right) + z\left(\frac{\partial\xi}{\partial z} + \frac{\partial\zeta}{\partial x}\right), \\ V &= x\left(\frac{\partial\eta}{\partial x} + \frac{\partial\xi}{\partial y}\right) + y\left(2\kappa\theta + 2\frac{\partial\eta}{\partial y}\right) + z\left(\frac{\partial\eta}{\partial z} + \frac{\partial\zeta}{\partial y}\right), \\ W &= x\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x} + \frac{\partial\xi}{\partial z}\right) + y\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y} + \frac{\partial\eta}{\partial z}\right) + z\left(2\kappa\theta + 2\frac{\partial\zeta}{\partial z}\right), \end{aligned}$$

analoghe (a meno di una costante) a quelle indicate colle stesse lettere, che uso nell'altro problema.

Tenendo conto delle equazioni (5) si dimostrerà (Mem. cit. I, 4) che le tre funzioni U, V, W, che soddisfano all'equazione $\Delta^2\Delta^2 = 0$, potremo rappresentarle mediante quattro funzioni φ, λ, μ, ν, regolari entro la sfera, e che soddisfano all'equazione $\Delta^2 = 0$, ponendo:

$$U = (x^2 + y^2 + z^2 - R^2)\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \lambda,$$

$$V = (x^2 + y^2 + z^2 - R^2)\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \mu,$$

$$W = (x^2 + y^2 + z^2 - R^2)\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \nu.$$

E si troverà che le funzioni θ, φ, λ, u, v, sono legate dalle equazioni (confr. Mem. cit., eq. (40) e (41)):

$$\theta(1+3\kappa) = r\frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{1}{2}\Phi, \tag{8}$$

$$\frac{1+3\kappa}{1+2\kappa}\varphi + 2\frac{1+3\kappa}{1+2\kappa}r\frac{\partial\varphi}{\partial r} + r^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} = \frac{1}{2}\left(\Phi - r\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right), \tag{9}$$

ove

$$\Phi = \frac{\partial\lambda}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}.$$

Determineremo da prima le funzioni λ, u, v, delle quali, sulla superficie della sfera, si conoscono i valori, in virtù delle equazioni (6).

Poi, dall'equazione (9), e dall'altra

$$\Delta^2\varphi = 0,$$

ricaveremo la funzione φ (Mem. cit. I, 3).

Dopo ciò la formula (8) ci darà la funzione θ. Allora, posto:

$$U - 2\kappa x\theta = P, \quad V - 2\kappa y\theta = Q, \quad W - 2\kappa z\theta = R,$$

le equazioni (7) potremo scriverle:

$$\begin{aligned}
&x\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y} - \frac{\partial\xi}{\partial z}\right) + y\left(\frac{\partial\xi}{\partial y} - \frac{\partial\eta}{\partial x}\right) + z\left(\frac{\partial\xi}{\partial z} + \frac{\partial\zeta}{\partial x}\right) = P,\\
&x\left(\frac{\partial\eta}{\partial x} - \frac{\partial\xi}{\partial y}\right) + y\left(\frac{\partial\eta}{\partial y} - \frac{\partial\eta}{\partial y}\right) + z\left(\frac{\partial\eta}{\partial z} + \frac{\partial\zeta}{\partial y}\right) = Q,\\
&x\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x} + \frac{\partial\xi}{\partial z}\right) + y\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y} - \frac{\partial\eta}{\partial z}\right) + z\left(\frac{\partial\zeta}{\partial z} + \frac{\partial\zeta}{\partial z}\right) = R,
\end{aligned} \tag{10}$$

e le funzioni P, Q, R, saranno note in tutta la sfera.

Da queste equazioni, posto per brevità,

$$\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} = H_1, \quad \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} = H_2, \quad \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = H_3,$$

se si suppone che nel centro della sfera le componenti della rotazione siano nulle, ricaviamo:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial z} = \int_0^r \frac{1}{r} H_1 dr, \quad \frac{\partial \xi}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \int \frac{1}{r} H_2 dr, \quad \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial y} = \int_0^r \frac{1}{r} H_3 dr.$$

Finalmente dalle stesse equazioni (10), che possiamo anche scrivere:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{2r}\left\{P - y\left(\frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial y}\right) + z\left(\frac{\partial \xi}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)\right\}, \quad \text{ecc.},$$

supponendo che per $r = 0$ anche le componenti della traslazione si annullino, otterremo le formule finali:

$$\xi = \int_0^r \left\{\frac{P}{2r} + \frac{1}{2}\int_0^r \frac{1}{r^2}(zH_2 - yH_3)\, dr\right\} dr,$$

$$\eta = \int_0^r \left\{\frac{Q}{2r} + \frac{1}{2}\int_0^r \frac{1}{r^2}(xH_3 - zH_1)\, dr\right\} dr,$$

$$\zeta = \int_0^r \left\{\frac{R}{2r} + \frac{1}{2}\int_0^r \frac{1}{r^2}(yH_1 - xH_2)\, dr\right\} dr,$$

colle quali il problema è risoluto.

Sulla trasformazione delle equazioni lineari omogenee del secondo ordine a derivate parziali con due variabili indipendenti [1].

Nota 2ª del Prof. ONORATO NICCOLETTI a Roma.

§ V.

Riduzione delle trasformazioni $[m, p]$ alle trasformazioni differenziali ed integrali.

10. Le trasformazioni integro-differenziali di un'equazione del 2° ordine:

$$(1^*) \qquad \Lambda(z) = ar + 2\,bs + ct + 2\,dp + 2\,eq + fz = 0$$

hanno un legame semplice ed elegante colla teoria delle trasformazioni differenziali ed integrali. Dividiamo intatti le trasformazioni $[m, p]$ dell'equazione (1):

$$(2^*) \qquad \omega = \Sigma\, \alpha_{ik} z_{ik} + \sum_1^p{}_l\, \omega_l \Lambda_l, \qquad 0 \leq i + k \leq m$$

in due classi, a seconda della parità o disparità del numero p:

[1] Questa nota fa seguito ad una precedente, dallo stesso titolo, che ebbe l'onore di essere inserita negli Atti di questa R. Accademia, e nella quale ho determinato tutte le trasformazioni integro-differenziali, o brevemente trasformazioni $[m, p]$, di un'equazione lineare omogenea del 2° ordine con due variabili indipendenti: ne studiai ora, in questa nota, le principali proprietà.

La numerazione dei paragrafi e delle formole di questa nota fa seguito a quella della nota precedente, che quando dovrò occorrermi di richiamarla, indicherò colla lettera N.

diremo *pari* quelle trasformazioni, per cui $p \equiv 0 \pmod{2}$, *dispari* quelle per cui $p \equiv 1$. È facile allora dimostrare il teorema:

Ogni trasformazione pari si ottiene componendo (nel senso generale della teoria delle operazioni) *una trasformazione differenziale coll'inversa di una tale trasformazione: ogni trasformazione dispari componendo una trasformazione integrale ancora coll'inversa di una differenziale.*

Cominciando infatti dal caso di $p = 2q$, consideriamo le relazioni che si ottengono derivando la ω fino all'ordine q:

$$(59)\quad \omega_{\mu\nu} = (\Sigma\, \alpha_{ik} z_{ik})_{\mu\nu} + \sum_{i}^{m} (\omega_i \Lambda_i)_{\mu\nu}; \quad (0 \leq \mu, \nu \leq q;\ 0 \leq i, k \leq m).$$

Da queste relazioni che, in forza dell'equazione a cui soddisfa la ω, si riducono a $2q+1$ indipendenti, potremo eliminare gli integrali Λ_i: ed il risultato della eliminazione si potrà scrivere sotto la forma (o sotto un'altra equivalente):

$$(60)\quad \begin{vmatrix} \omega & \omega_1 & \dots & \omega_p \\ \omega_{10} & (\omega_1)_{10} & \dots & (\omega_p)_{10} \\ \omega_{01} & (\omega_1)_{01} & \dots & (\omega_p)_{01} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \omega_{q0} & (\omega_1)_{q0} & \dots & (\omega_p)_{q0} \\ \omega_{0q} & (\omega_1)_{0q} & \dots & (\omega_p)_{0q} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Sigma\, \alpha_{ik} z_{ik} & \omega_1 & \omega_2 & \dots & \omega \\ (\Sigma\, \alpha_{ik} z_{ik})_{10} + \sum_{1}^{m} \omega_i (\Lambda_i)_{10} & (\omega_1)_{10} & (\omega_2)_{10} & \dots & (\omega_p)_{10} \\ (\Sigma\, \alpha_{ik} z_{ik})_{01} + \sum_{1}^{m} \omega_i (\Lambda_i)_{01} & (\omega_1)_{01} & (\omega_2)_{01} & \dots & (\omega_p)_{01} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ (\Sigma\, \alpha_{ik} z_{ik})_{q0} + \dots\dots\dots & (\omega_1)_{q0} & (\omega_2)_{q0} & \dots & (\omega_p)_{q0} \\ (\Sigma\, \alpha_{ik} z_{ik})_{0q} + \dots\dots\dots & (\omega_1)_{0q} & (\omega_2)_{0q} & \dots & (\omega_p)_{0q} \end{vmatrix};$$

ed avendo scritto ω sotto la forma normale, sarà la (60) la relazione esplicita (priva cioè di segni integrali) tra la ω e la z, che contiene di queste due funzioni le derivate di ordine minimo.

Ricordando allora che le ω_i sono delle soluzioni particolari dell'equazione in ω, ed indicando con θ il valore comune dei due membri dell'uguaglianza precedente, è chiaro che θ è una funzione lineare omogenea di ω e delle sue derivate fino all'ordine q e si annulla per le $2q$ soluzioni indipendenti $\omega = \omega_i$ dell'e-

quazione in ω: essa quindi soddisfa per ogni valore di ω (e perciò anche di z) ad un'equazione lineare omogenea del secondo ordine, che si ottiene da quella in z mediante la trasformazione differenziale generale di ordine $q = \frac{r}{2}$, corrispondente alle soluzioni particolari $\omega_1, \omega_2 \ldots \omega_{2q}$. D'altra parte, siccome θ è anche una funzione lineare omogenea di z e delle sue derivate fino all'ordine $m+q$ [2] e per ogni valore di z soddisfa, per quel che precede, ad un'equazione del secondo ordine, è anche chiaro che θ si ottiene dalla z con una trasformazione differenziale (generale o no) di ordine uguale od inferiore ad $m+q$. Ne segue allora che la ω può ottenersi dalla z, componendo (nel senso generale della teoria delle operazioni) la trasformazione differenziale che porta dalla z alla θ con quella che fa passare dalla θ alla ω, cioè coll'inversa di una trasformazione differenziale generale di ordine q.

Reciprocamente, componendo una trasformazione differenziale qualunque di ordine $m+q$ coll'inversa di una trasformazione differenziale generale di ordine q, noi otteniamo in generale una trasformazione $[m, 2q]$. Noi daremo la dimostrazione nel caso generale: ma un calcolo del tutto analogo vale per le trasformazioni singolari (aggiungendovi per le equazioni del tipo iperbolico delle trasformazioni di Laplace).

Osserviamo perciò innanzi tutto che dal teorema di permutabilità di due trasformazioni differenziali [1] segue, per la teoria generale delle operazioni, che una trasformazione differenziale ed una inversa di una tale trasformazione sono anche esse permutabili: potremo dunque, per aver delle formule le più semplici possibili, eseguire *prima* la trasformazione inversa della differenziale, quindi la differenziale.

Indicando allora con $u_1, u_2 \ldots u_{2q}$ soluzioni particolari (li-

(1) Cfr. T. Cap. II, n. 21.

(2) Può l'ordine delle derivate di z nel determinante che forma il secondo membro della (60) essere inferiore ad $m+q$, quando sia $m=0$ e siano soddisfatte alcune delle relazioni che conducono alle trasformazioni singolari della seconda classe (§ IV): e ciò è evidentemente d'accordo coi risultati già ottenuti.

(3) Cfr. T. Cap. II, n. 23.

nearmente indipendenti della $\Phi(u) = 0$, e determinate le funzioni ζ_i (o meglio i loro rapporti) dalle relazioni:

$$(61) \qquad \sum_1^{2q} \zeta_i (u_i)_{rs} = 0, \qquad 0 \leq r + s \leq q - 1,$$

la funzione:

$$(62) \quad \zeta = \sum_1^{2q} \zeta_i A_i = \sum \zeta_i \int \{ u_i \Lambda_2(z) - z \Phi_2(u_i) \} dx - \{ u_i \Lambda_1(z) - z \Phi_1(u_i) \} dy$$

si ottiene dalla z colla trasformazione inversa di una differenziale dell'ordine q, corrispondente alle soluzioni particolari $u_1, u_2 \ldots u_{2q}$ [1]. E ponendo nella ζ per la funzione z rispettivamente le soluzioni $z_1, z_2 \ldots z_{2m+2q}$ dell'equazione (1*), linearmente indipendenti, saranno:

$$(63) \quad \zeta^k = \sum_1^{2q} \zeta_i A_i^k = \sum \zeta_i \int \{ u_i \Lambda_2(z_k) - z_k \Phi_2(u_i) \} dx - \{ u_i \Lambda_1(z_k) - z_k \Phi_1(u_i) \} dy$$

$$k = 1, 2 \ldots 2m + 2q$$

altrettante soluzioni particolari, anche esse linearmente indipendenti, dell'equazione in ζ.

Formando quindi della ζ la trasformata differenziale dell'ordine $m + q$ corrispondente alle soluzioni $\zeta^{(k)}$ superiori, cioè con notazioni già usate [2], la funzione:

$$(64) \qquad \omega \equiv [\zeta, \zeta^{(1)}, \zeta^{(2)} \ldots \zeta^{(2m+2q)}], \text{ [3]}$$

si trova, tenendo conto delle (61), che questa funzione ω è data da un determinante di ordine $2m + 2q + 1$, che, dopo facili riduzioni, coincide con quello della formula (11).

Questo dimostra la prima parte del nostro teorema e fa

---

(1) Cfr. T. Cap. IV, n. 46.

(2) Cfr. T. Cap. II, n. 18.

(3) L'equazione in ω ha inoltre le soluzioni particolari:

$$(64^*) \qquad \omega_i \equiv [\zeta_i, \zeta^{(1)}, \zeta^{(2)} \ldots \zeta^{(2m+2q)}] \quad , \qquad (i = 1, 2 \ldots 2q)$$

corrispondenti alle ζ_i della equazione in ζ.

anche vedere come la composizione di una trasformazione differenziale coll'inversa di una tale trasformazione porti, nel caso generale, ad una trasformazione integro-differenziale *pari*, la quale corrisponde al complesso delle soluzioni particolari dell'equazione data e dell'aggiunta, che individuano le due trasformazioni componenti. Su questo argomento torneremo più oltre (§ VII).

11. Un ragionamento perfettamente simile vale nel caso delle trasformazioni dispari. Sia infatti $p = 2q + 1$. Scritta allora la (2*) sotto la forma:

$$\omega = \sum_{1}^{2p} \omega_i A_i = \sum \alpha_{i,1} z_{i,1} + \omega_{2q+1} A_{2q+1},$$

e derivando ancora i due membri fino all'ordine q, potremo eliminare i primi $2q$ integrali A_i $(i = 1, 2 \ldots 2q)$; ed il risultato dell'eliminazione sarà ancora dato da una relazione analoga alla (60), che contiene nel primo membro le funzioni $\omega, \omega_1, \omega_2 \ldots \omega_{2q-1}$ e le loro derivate fino all'ordine q; nel secondo membro poi, oltre contenere la z e le sue derivate fino all'ordine $m + q$ (od inferiore) contiene anche l'integrale A_{2q+1}. Ne segue, per il solito ragionamento, che indicando con φ il valore comune dei due membri dell'uguaglianza, questa funzione φ si deduce dalla ω con una trasformazione differenziale generale di ordine $q = \frac{p-1}{2}$, corrispondente alle soluzioni $\omega \ldots \omega_{2q}$, e dalla z mediante una trasformazione integrale, il cui ordine è *in generale* $m + q + 1$: quindi la ω si dedurrà dalla z componendo la trasformazione integrale che porta dalla z alla φ con quella che fa passare dalla φ alla ω, cioè ancora coll'inversa di una trasformazione differenziale generale di ordine q.

Reciprocamente è facile vedere anche qui che, componendo una trasformazione integrale di ordine $m + q + 1$ coll'inversa di una differenziale generale di ordine q, si ottiene (in generale) una trasformazione $[m, 2q + 1]$, che corrisponde al complesso delle soluzioni particolari dell'equazione data e dell'aggiunta che individuano le due componenti.

Limitandosi, come prima, al caso generale, è chiaro che

potremo anche qui (per il teorema di permutabilità di una trasformazione integrale con una differenziale) [1] eseguire prima la trasformazione inversa della differenziale, corrispondente alle soluzioni $u_1, u_2 \dots u_{2q}$ (potremo cioè considerare la funzione ζ data dalla (62)) e quindi da questa ottenere la ω.

Ricordiamo per questo che l'integrale generale η dell'equazione aggiunta alla ζ è dato da

$$\eta \equiv [u, u_1, u_2 \dots u_{2q}]^{(2)}; \tag{65}$$

costruiamo quindi la funzione:

$$\omega \equiv [\zeta, \zeta^{(1)}, \zeta^{(2)} \dots \zeta^{(2m+2q)} \mathbf{A}_{2q+1}^{2m+2q+1}]^{(3)}, \tag{66}$$

(e le ω_i date da:

$$\omega_i \equiv [\zeta_i, \zeta^{(1)} \dots \zeta^{(2m+2q)} \mathbf{A}_{2q+1}^{2m+2q+1}]), \tag{66*}$$

dove, indicando con $P(\zeta) = 0$, $Q(\eta) = 0$ le equazioni in ζ ed η, si ha:

$$\mathbf{A}_i = \int \{\eta P_2(\zeta) - \zeta Q_2(\eta)\} dx - \{\eta P_1(\zeta) - \zeta Q_1(\eta)\} dy. \tag{67}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{2q+1}^k = \int \{\eta_{2q+1} P_2(\zeta^{(k)}) - \zeta^{(k)} Q_2(\eta_{2q+1})\} dx - \\ - \{\eta_{2q+1} P_1(\zeta^{(k)}) - \zeta^{(k)} Q_1(\eta_{2q+1})\} dy; \end{aligned} \tag{67*}$$

e:

$$\eta_{2q+1} \equiv [u_1, u_2 \dots u_{2q}, u_{2q+1}]. \tag{65*}$$

Sarà allora ω una trasformata $[m, 2q+1]$ della z, corrispondente alle soluzioni particolari $z_1, z_2 \dots z_{2m+2q+1}$; $u_1, u_2 \dots u_{2q}$, u_{2q+1} dell'equazione in z e dell'aggiunta (e le ω_i saranno altrettante soluzioni particolari dell'equazione in ω) [4].

---

(1) Cfr. T. Cap. III, n. 38.
(2) Cfr. T. Cap. IV, n. 48.
(3) Cfr. T. Cap. III, n. 41.
(4) Un'altra soluzione particolare dell'equazione in ω è la funzione:

$$\omega_{2q+1} \equiv [\zeta^{(1)}, \zeta^{(2)} \dots \zeta^{(2m+2q+1)}]. \tag{66**}$$

Si noti infatti che ponendo:

$$(66^*) \qquad M_i = \int \{\eta P_i(\zeta_i) - \zeta_i Q_i(\eta)\} d\mu - \{\eta P_i(\zeta_i) - \zeta_i Q_i(\eta)\} d\mu,$$

si potrà con integrazioni per parti (tenendo presenti le (61)) dare all'integrale **A** la forma:

$$(67^{**}) \qquad \mathbf{A} = \sum_1^{2q} \{M_i A_i - \int M_i d A_i\}.$$

Ora le funzioni M_i sono appunto quelle che abbiamo chiamato r_i $(i = 1, 2 \ldots 2q)$ nella teoria delle trasformazioni differenziali ed integrali e che si otterrebbero col metodo di Liouville [1] nel passare dalla u alla η, aumentate (queste funzioni r_i) di una parte proporzionale ad η: sono quindi funzioni lineari omogenee della u e delle sue derivate fino all'ordine q. È chiaro allora che l'espressione di ω contiene linearmente ed omogeneamente i $2q + 1$ integrali A_i, corrispondenti alle soluzioni $u_1, u_2 \ldots u_{2q}, u_{2q+1}$ dell'equazione aggiunta a quella in z: contiene poi una parte esplicita nella z e nelle sue derivate, *il cui ordine non può però superare* m. Si noti infatti che dalle (61) seguono anche le relazioni:

$$(69) \qquad \Sigma \zeta_i (A_i)_{rs} = 0; \quad 1 \leq r + s \leq q - 1 \qquad \Sigma \zeta_i (A_i)_{\lambda u} = \rho_{\lambda u} z; \quad (\lambda + u = q)$$

ed analoghe: e questo appunto dimostra che nel determinante (66) che da ω, figurano le derivate della z fino all'ordine m e non più. È poi evidente che la ω si annulla per le soluzioni $z_1, z_2 \ldots z_{2m+2q+1}$.

Il nostro teorema è così completamente dimostrato.

12. Se ne deducono delle conseguenze che interessa notare.

Innanzi tutto, poichè le trasformazioni differenziali ed integrali (e le loro inverse) portano sempre ad equazioni della medesima classe dell'equazione data, e più precisamente coi medesimi coefficienti delle derivate seconde, altrettanto accade, per quello che precede, per ogni trasformazione integro-diffe-

(1) Cfr. T. Cap. II, n. 18 e IV, n. 46.

renziale: abbiamo cioè il risultato (che del resto accennammo potersi ottenere anche per altra via):

L'equazione a cui una qualunque trasformata $[m, p]$ *soddisfa, è della stessa classe di quella in* z *e si riduce alla forma normale collo stesso cambiamento di variabili.*

È chiaro inoltre che, ottenendo una qualunque trasformata $[m, p]$ non per via diretta, come già abbiamo fatto, ma per mezzo del teorema superiore, noi avremo le stesse soluzioni dell'equazione in ω e dell'aggiunta, che la costruzione diretta delle trasformazioni $[m, p]$ fa conoscere. Basta perciò ricordare che una trasformazione differenziale dell'ordine m fa conoscere (col metodo di Liouville) tante soluzioni particolari dell'equazione aggiunta della trasformata, quante sono le soluzioni particolari dell'equazione primitiva che individuano la trasformazione; una trasformazione integrale, oltre queste soluzioni della aggiunta, ne dà anche una della equazione trasformata; l'inversa di una trasformazione differenziale dà tante soluzioni particolari dell'equazione trasformata, quante dell'equazione aggiunta della primitiva l'individuavano [1]. Combinando questo risultato col teorema superiore, ne segue la verità di quanto avevamo affermato.

Ma la concordanza dei risultati ottenuti coi due metodi si può spingere ancora più oltre; i due metodi si equivalgono perfettamente anche per quello che riguarda il numero delle costanti arbitrarie, da cui la trasformazione dipende. Considerando ad es. il caso delle trasformazioni pari, basta osservare che il passaggio dalla funzione z alla sua trasformata differenziale θ non introduce, è vero, alcuna costante arbitraria; ma le soluzioni particolari $\xi^{(1)}, \xi^{(2)} \dots \xi^{(p)}$ dell'equazione aggiunta a quella in θ, corrispondenti alle $u_1, u_2 \dots u_p$ della $\Phi(u) = 0$, sono determinate solo a meno di parti additive della forma:

$$\epsilon_{i1}\xi_1 + \epsilon_{i2}\xi_2 + \dots + \epsilon_{i,2+m+2q}\,\xi_{2m+2q}, \qquad (i = 1, 2 \dots p)$$

dove le ϵ_{ik} sono costanti arbitrarie, le ξ_k sono le soluzioni particolari dell'equazione aggiunta a quella in θ, che il metodo di

[1] Cfr. T. Cap. II, III, IV (passim).

dimostrazione del Liouville fa conoscere. Un risultato affatto identico si ottiene, quando sulla Φ si eseguisca prima l'inversa della trasformazione differenziale di ordine q corrispondente alle soluzioni $u_1, u_2 \ldots u_q$ e su questa poi la trasformazione differenziale di ordine $m+q$ corrispondente alle soluzioni $\zeta^{(1)}, \zeta^{(2)} \ldots \zeta^{(m+q)}$, date dalle (6.3). Queste soluzioni contengono infatti implicitamente (ciascuna di esse) p costanti arbitrarie, le costanti additive degli integrali A_i^k.

Un ragionamento perfettamente simile vale per le trasformazioni dispari: se ne deducono quindi delle conclusioni analoghe.

§ VI.

Le trasformazioni aggiunte. Le trasformazioni inverse.

13. Il teorema generale, dimostrato nel § precedente, dà facilmente la relazione che lega due equazioni aggiunte di due altre $\Lambda(z) = 0$, $P(\omega) = 0$, l'ultima delle quali si ottenga dalla prima con una determinata trasformazione $[m, p]$.

Ricordiamo perciò un risultato della teoria delle trasformazioni differenziali od integrali e delle loro inverse. Abbiamo ivi dimostrato [1] che, se da un'equazione $\Lambda(z) = 0$ con una trasformazione differenziale (od integrale) corrispondente alle soluzioni $z_1, z_2 \ldots$ dell'equazione data (ed u dell'aggiunta) si otteneva una nuova equazione $P(\theta) = 0$ (o $F(\varphi) = 0$); l'aggiunta di questa si deduceva dalla $\Phi(u) = 0$ con una trasformazione inversa di una differenziale (od integrale), corrispondente ancora alle medesime soluzioni $z_1, z_2 \ldots (u)$, che individuavano la trasformazione diretta: le due trasformazioni erano poi insieme generali o singolari. Per la relazione reciproca che v'è tra un'equazione e la sua aggiunta, ne segue una conclusione affatto identica riguardo alle trasformazioni inverse delle trasformazioni differenziali od integrali: le equazioni aggiunte di due tali trasformate sono legate da una trasformazione differenziale od integrale corrispondente alle stesse soluzioni dell'equazione data e dell'aggiunta, che individuano la trasformazione primitiva.

(1) Cfr. T. Cap. IV, n^i 48 e 52.

Sia ora ω una funzione, ottenuta dalla z mediante una trasformazione $[m, p]$ (generale o no), corrispondente alle soluzioni $z_1, z_2 \ldots$ dell'equazione data, $u_1, u_2 \ldots$ dell'aggiunta. Secondo il teorema del n° 11, potremo ottenere dalla z la ω, costruendo prima (secondochè p è pari o dispari) una trasformata differenziale θ (od integrale φ) della z, corrispondente alle soluzioni z (ed ad una delle u_i): passando quindi da θ (o dalla φ) alla ω con una trasformazione inversa di una differenziale corrispondente alle (rimanenti) soluzioni u_i dell'equazione aggiunta. Indicando allora con u, Φ, (ψ), Θ le funzioni aggiunte della z, θ, (φ), ω, è chiaro che dalla u otterremo la Θ, componendo le due trasformazioni che portano dalla u alla Φ (ψ) e da questa alla Θ. La funzione Θ si ottiene dunque dalla u ancora mediante una trasformazione integro-differenziale, la quale di più corrisponde al medesimo complesso di soluzioni z_i ed u_i che individuano la trasformazione che porta dalla z alla ω: solo per essa le soluzioni z_i ed u_i si scambiano il loro significato. È chiaro di più che in queste due trasformazioni le costanti arbitrarie hanno i medesimi valori [1]. Noi diremo *aggiunte* due tali trasformazioni: e potremo allora enunciare il teorema:

Le equazioni aggiunte di due altre, legate da una trasformazione $[m, p]$, sono legate dalla trasformazione aggiunta. In ambedue le trasformazioni le costanti, da cui esse dipendono, hanno i medesimi valori.

14. Con altrettanta facilità possiamo determinare quali siano le trasformazioni inverse delle trasformazioni $[m, p]$ e da quali soluzioni particolari dell'equazione data e della aggiunta esse siano individuate.

Cominciando infatti dalle trasformazioni pari ($p = 2q$) e trattando senz'altro il caso generale (poichè dei risultati perfettamente simili valgono per le trasformazioni singolari e si ottengono con metodo analogo), sia ω una trasformata $[m, 2q]$ della z, corrispondente alle soluzioni $z_1, z_2 \ldots z_{2m-2}$ dell'equazione data, $u_1, u_2 \ldots u_{2q}$ dell'aggiunta.

La funzione ω si ottiene allora col procedimento indicato

[1] Cfr. n. 12 e T. Cap. III, n. 34.

al n. 10 e colle formule dal (61) al (64). Indicando quindi con $P(\zeta)=0$, $M(\omega)=0$ le equazioni in ζ ed in ω, con $Q(\eta)=0$, $N(O)=0$ le equazioni aggiunte, con η ed O i loro integrali generali, avremo altresì le formule:

$$(65^*) \qquad \eta \equiv [u, u_1, u_2 \dots u_{2q}];$$

e determinate le funzioni O_k dalle relazioni:

$$(70) \qquad \sum_1^{2m+2q}{}_k \{\zeta^{(k)}\}_{rs} O_k = 0 \qquad 0 \leq r+s \leq m+q-1,$$

(che equivalgono alle altre:

$$(71) \quad \sum_1^{2m+2q}{}_k O_k(\zeta^{(i)})_{rs} = 0; \quad \sum_1^{2m+2q}{}_k O_k \Lambda^{(i)}_{rs} = 0; \quad (0 \leq r+s \leq m-1; \quad i=1,2\dots 2q),$$

sarà anche:

$$(72) \qquad 0 = \sum_1^{2m+2q}{}_k O_k A_k = \sum_1^{2m+2q}{}_k O_k \{\eta P_2(\zeta^{(k)}) - \zeta^{(k)} Q_2(\eta)\} dx -$$
$$- \{\eta P_1(\zeta^{(k)}) - \zeta^{(k)} Q_1(\eta)\} dy.$$

Osservando ora che dalle (70) segue anche:

$$(73) \qquad \sum_1^{2m+2q}{}_k \zeta^{(k)} (O_k)_{rs} = 0, \qquad 0 \leq r+s \leq m+q-1$$

si avrà senz'altro [1]:

$$(74) \qquad \zeta = \sum_1^{2m+2q}{}_k \zeta^{(k)} \int \{O_k M_2(\omega) - \omega N_2(O_k)\} dx -$$
$$- \{O_k M_1(\omega) - \omega N_1(O_k)\} dy = \sum_1^{2m+2q}{}_k \zeta^{(k)} B_k;$$

e con *opportuna* determinazione delle costanti additive negli integrali B_i^k:

[1] Cfr. T. Cap. IV, n. 48.

$$(75)\qquad \zeta_i = \sum_1^{2q} \zeta^{(k)} B_k = \sum_1^{2q} \zeta^{(k)} \int \{ O_k M_1(\omega_i) - \omega_i N_2(O_k) \} dx -$$

$$- \{ O_k M_1(\omega_i) - \omega_i N_1(O_k) \} dy; \qquad (i = 1, 2 \dots 2q)^{(1)}$$

e di poi:

$$(76)\qquad z \equiv [\zeta, \zeta_1, \zeta_2 \dots \zeta_{2q}].$$

Per le equazioni aggiunte si hanno ancora le formule:

$$(77)\qquad \eta \equiv [O, O_1, O_2 \dots O_{2m+2q}]$$

e, poichè dalle (61) segue anche:

$$(78)\qquad \sum_1^{2q}{}_i (\zeta_i)_{rs} u_i = 0, \qquad 0 \leq r + s \leq q - 1,$$

$$(79)\qquad u = \sum_1^{2q}{}_i u_i A_i = \sum_1^{2q}{}_i u_i \int \{ \eta P_2(\zeta_i) - \zeta_i Q_2(\eta) \} dx - \{ \eta P_1(\zeta_i) - \zeta_i Q_2(\eta) \} dy.$$

Segue di qui immediatamente che l'equazione in z si ottiene da quella in ω ancora mediante una trasformazione integro-differenziale pari, la quale corrisponde precisamente al complesso di soluzioni particolari dell'equazione in ω e dell'aggiunta, che si ottengono col metodo di Liouville nel dedurre dalla z la ω (cf. n° 3); ed in conformità col risultato del numero antecedente, le due equazioni aggiunte sono legate dalla trasformazione aggiunta.

15. Delle considerazioni affatto analoghe valgono per le trasformazioni dispari.

Limitandosi anche qui al caso generale, sia ω una trasformata $[m, 2q+1]$ della z, corrispondente alle soluzioni $z_1 \dots z_{2m+2q+1}$ dell'equazione data, $u_1, u_2 \dots u_{2q+1}$ dell'aggiunta: essa sarà allora definita dalle formule (61)-(63), (65)-(69). Conservando allora le notazioni superiori, determinate le funzioni O_k dalle relazioni:

$$(80)\qquad \left\{ \begin{aligned} & \sum_1^{2m+2q+1}{}_k O_k \{ \zeta^{(k)} \}_{rs} = 0, \qquad 0 \leq r + s \leq m + q - 1 \\ & \sum_1^{2m+2q+1}{}_k O_k A_{2q+1}^{(k)} = 0, \end{aligned} \right.$$

(1) Le soluzioni ω_i sono quelle date dalle (64*).

sarà

$$(81)\qquad O=\sum_1^{2m+2q+1} O_k A^k=\sum_1^{2m+2q+1} O_k \int \{\eta P_2(\zeta^{(k)})-\zeta^{(k)} Q_2(\eta)\} dx -$$
$$-\{\eta P_1(\zeta^{(k)})-\zeta^{(k)} Q_1(\eta)\} dy,$$

l'integral generale dell'equazione aggiunta a quella a cui soddisfa la funzione ω, data dalla (69)[1]. La ζ si ottiene allora dalla ω coll'inversa di una trasformazione integrale corrispondente alle soluzioni O_k date dalle (80) ed alla ω_{2q+1}, data dalle (66**): avremo dunque le formule [2]:

$$(82)\qquad \sum_1^{2m+2q+1} \zeta_k \zeta^{(k)} B_k^{2q+1}=\sum_1^{2m+2q+1} \zeta^{(k)} \int \{O_k M_2(\omega_{2q+1})-\omega_{2q+1} N_2(O_k)\} dx -$$
$$-\{O_k M_1(\omega_{2q+1})-\omega_{2q+1} N_2(O_k)\} dy=0\,,$$

$$(83)\qquad \zeta=\sum_1^{2m+2q+1} \zeta^{(k)} B_k=\sum_1^{2m+2q+1} \zeta^{(k)} \int \{O_k M_2(\omega)-\omega N_1(O_k)\} dx -$$
$$-\{O_k M_1(\omega)-\omega N_1(O_k)\} dy\,;$$

e con *opportuna* determinazione delle costanti additive delle B_k^i:

$$(84)\qquad \zeta_i=\sum_1^{2m+2q+1} \zeta^{(k)} B_k^i\,;\qquad i=1,2\ldots 2q$$

donde poi segue:

$$(85)\qquad z=[\zeta,\zeta_1,\zeta_2\ldots\zeta_{2q}].$$

Nello stesso tempo si avranno per le funzioni aggiunte le formule:

$$(86)\qquad \eta=[O,O_1,O_2\ldots O_{2m+2q},B_{2m+2q+1}^{2q+1}]\,;$$

$$(\text{con } (87)\qquad \eta_{2q+1}=[O_1,O_2\ldots O_{2m+2q},O_{2m+2q+1}])$$

ed in forza delle (78):

---

(1) Cfr. T. Cap. IV, n. 50.
(2) Cfr. T. Cap. IV, n. 50.

$$(88)\quad u = \sum_{1}^{2q}{}_i u_i \mathbf{A} = \sum_{1}^{q}{}_i u_i \int \{\eta P_i(\zeta_i) - \zeta Q_i(\eta)\}\, dx - \{\eta P_i(\zeta_i) - \zeta_i Q_i(\eta)\}\, dy\,;$$

ed

$$(89)\qquad u_{2q+1} = \sum_{1}^{2q}{}_i u_i \mathbf{A}^i_{2q+1}.$$

Ne segue che anche in questo caso l'equazione in z si ottiene da quella in ω mediante una trasformazione integro-differenziale dispari, la quale corrisponde ancora al complesso di soluzioni particolari dell'equazione data e dell'aggiunta, ottenute col metodo di Liouville: ed ancora le due equazioni aggiunte sono legate dalla trasformazione aggiunta.

Dei risultati affatto simili valgono per le trasformazioni singolari. Abbiamo dunque il teorema:

La trasformazione inversa di una trasformazione integro-differenziale è ancora una trasformazione della stessa natura, la quale corrisponde precisamente a quelle soluzioni particolari dell'equazione trasformata (e dell'aggiunta), ottenute col metodo di Liouville.

16. Trova qui luogo un'osservazione interessante. Dicemmo già che una trasformazione $|m, p|$ conteneva in sè implicitamente delle costanti arbitrarie, quelle additive negli integrali A_i: e facendo variare queste costanti, variava la trasformazione in una serie di infinità uguale al numero delle costanti arbitrarie. Consideriamo allora, ad es., una trasformazione generale pari e diamo agli integrali A_i^k degli incrementi costanti arbitrari ϵ_{ik}: in luogo delle relazioni del n. 14, avremo allora le altre:

$$(63')\qquad \zeta'^{(k)} = \sum_{1}^{2q}{}_i \zeta_i \{A_i^k + \epsilon_{ik}\} = \zeta^{(k)} + \sum_{1}^{2q}{}_i \epsilon_{ik} \zeta_i\,;$$

$$(64')\qquad \omega' = [\zeta, \zeta'^{(1)}, \zeta'^{(2)} \ldots \zeta'^{(m+2)}]\,;$$

$$(64'^{\epsilon})\qquad \omega'_i = [\zeta_i, \zeta'^{(1)}, \zeta'^{(2)} \ldots \zeta'^{(m+2)}]\,; \qquad i = 1, 2 \ldots 2q$$

$$(70')\qquad \sum_{1}^{2m+2q}{}_i \{\zeta'^{(r)}\}_i O'_{is} = 0\,; \qquad 0 < r + s < m + q - 1$$

ossia anche:

$$(71') \qquad \begin{cases} \sum_{1}^{2m+2l}{}_k O'_k (z_k)_{rs} = 0 \,; \\ \sum_{1}^{2m+2l}{}_k O'_k \{ A^k_i + \epsilon_{ik} \} = 0 \end{cases}$$

$$(72') \quad O' = \sum_{1}^{2m+2l}{}_k O'_k A'^k = \sum_{1}^{2m+2l}{}_k O'_k \int \{ \eta P_1(\zeta'^{(k)}) - \zeta'^{(k)} Q_2(\eta) \} dx -$$

$$- \{ \eta P_1(\zeta'^{(k)}) - \zeta'^{(k)} Q_1(\eta) \} dy \,;$$

ed ω' un'altra trasformata della z, corrispondente ancora alle soluzioni z_i ed u dell'equazione in z e dell'aggiunta, che portano dalla z alla ω; O' la sua funzione aggiunta.

Quale è ora la relazione tra la ω' e la ω? Essa si otterrà evidentemente componendo le due trasformazioni che portano dalla ω' alla ζ, dalla ζ alla ω.

Deduciamo perciò innanzi tutto dalle O'_k le $\zeta'^{(k)}$ colle formule inverse della (70'); sarà allora:

$$(74') \quad \zeta = \sum_{1}^{2m+2l}{}_k \zeta'^{(k)} B'_k = \sum_{1}^{2m+2l}{}_k \zeta'^{(k)} \int \{ O'_k M'_2(\omega') - \omega' N'_2(O'_k) \} dx -$$

$$- \{ O'_k M'_1(\omega') - \omega' N'_1(O'_k) \} dy \,:$$

e con opportuna determinazione delle costanti additive nelle B'_k:

$$(75') \quad \zeta = \sum_{1}^{2m+2l}{}_k \zeta'^{(k)} B_k = \sum_{1}^{2m+2l}{}_k \zeta'^{(k)} \int \{ O'_k M'_2(\omega'_k) - \omega'_k N'_2(O'_k) \} dx -$$

$$- \{ O'_k M'_1(\omega'_k) - \omega'_k N'_1(\sigma'_k) \} dy.$$

Per passare ora dalla ζ alla ω, bisogna costruire le funzioni:

$$(90) \qquad \zeta^{(k)} = \zeta'^{(k)} - \sum_{1}^{2l}{}_i \epsilon_{ik} \zeta_i \,,$$

dalle quali poi avremo la ω mediante la (64). Ora le soluzioni $\zeta^{(k)}$ dell'equazione in ζ provengono dalle

$$(91) \qquad \omega'_k = \sum_{1}^{2l}{}_i \epsilon_{ik} \omega'$$

della equazione in ω': sostituendo infatti nella (71) al posto di ω le funzioni superiori ed indicando esplicitamente con η_r le costanti additive negli integrali B'_k, avremo:

$$(92)\quad \sum_k \epsilon_{ik}\zeta^{(k)} B'_k = \sum_i \epsilon_{ik}\zeta_i + \sum_r \epsilon_{ik}\eta_r \zeta^{(r)}, \quad i=1,2\ldots 2q;\ r=1,2\ldots 2m+2q.$$

Se quindi si determinano le costanti η_r in guisa che si abbia:

$$(93)\qquad \sum_i \epsilon_{ik}\eta_{ik} = -1\,;\ \sum_i \epsilon_{ik}\eta_{ir} = 0 \quad k \neq r$$

(il che per ogni valore *fisso* di k è possibile, in infiniti modi), si avrà appunto che alle funzioni ω'_k corrisponde la soluzione $\zeta^{(k)}$ dell'equazione in ζ.

Ora le soluzioni $\overline{\omega}'_k (k = 1, 2 \ldots 2m + 2q)$ sono soltanto in numero di $2q$ linearmente indipendenti, come le ω'_i, di cui sono funzioni lineari omogenee con coefficienti costanti: quindi la funzione ω, data dalla (61) si annulla in fondo soltanto per le soluzioni ω'_i $(i = 1, 2 \ldots 2q)$ dell'equazione in ω'. Ne segue il risultato che, disponendo opportunamente delle costanti arbitrarie che nella trasformazione intervengono, possiamo passare dalla ω' alla ω con una trasformazione integro-differenziale appartenente ancora alle soluzioni ω'_i, O'_k dell'equazione in ω' ed in O', a noi note col metodo di Liouville.

Un ragionamento perfettamente simile vale per le trasformazioni dispari e le singolari: possiamo dunque enunciare il teorema:

Le infinite trasformate integro-differenziali della $\Lambda(z) = 0$, corrispondenti al medesimo complesso di soluzioni particolari della equazione data e dell'aggiunta, sono tra loro (e coll'equazione data) in relazione involutoria; da una qualunque di esse si possono ottenere tutte le altre con una trasformazione integro-differenziale, che corrisponde al complesso delle soluzioni particolari dell'equazione stessa e dell'aggiunta, date dal metodo di Liouville, disponendo in modo opportuno delle costanti arbitrarie, da cui la trasformazione dipende.

§ VII.

La composizione delle trasformazioni $\{\varpi, p\}$. Il teorema di permutabilità.

17. Le trasformazioni $\{\varpi, p\}$ sono evidentemente suscettibili di composizione, nel senso generale della teoria delle operazioni: delle leggi di questa composizione e della natura delle trasformazioni composte vogliamo ora occuparci.

Dobbiamo perciò ricordare alcune convenzioni e risultati della teoria delle trasformazioni differenziali ed integrali.

Dicemmo ivi innanzi tutto [1] che, quando dall'equazione $\Lambda(z) = 0$ mediante una trasformazione S (di qualunque natura) noi otteniamo un'equazione $P(\omega) = 0$ in una funzione trasformata ω, e da questa mediante una trasformazione T un'altra $Q(\lambda) = 0$; dalla $\Lambda(z) = 0$ si otteneva la $Q(\lambda) = 0$ colla trasformazione *composta* delle due S e T, e che indicammo col simbolo ST. E se la trasformazione S dipendeva dalle soluzioni $z, z_1, \ldots; u, u_1, \ldots$ dell'equazione in z e della aggiunta, la T dalle $\omega, \omega_1, \ldots; O, O_1, \ldots$ della equazione in ω e dell'aggiunta (corrispondenti rispettivamente alle $z, z_1, \ldots; u, u_1, \ldots$) indicammo anche le due trasformazioni S e T coi simboli:

$$S_{z, z_1, \ldots; u, u_1, \ldots}, \quad T_{\omega, \omega_1, \ldots; O, O_1, \ldots}$$

che mettono in evidenza le soluzioni particolari dell'equazione data e dell'aggiunta, che individuano le trasformazioni S e T. Dimostrammo poi i teoremi:

a) *Componendo due trasformazioni differenziali di ordine qualunque, si ottiene ancora una trasformazione differenziale, il cui ordine è minore o uguale alla somma degli ordini delle componenti, la quale* (ed è questa la proprietà più importante) *è individuata dal complesso delle soluzioni particolari dell'equazione data che individuano ambedue le trasformazioni componenti.*

[1] Cfr. T. Cap. II, n. 22.

Due trasformazioni differenziali sono permutabili: l'ordine di composizione è cioè affatto arbitrario[1].

b) *Componendo una trasformazione differenziale con una integrale, si ottiene ancora una trasformazione integrale, il cui ordine è minore o uguale alla somma degli ordini delle trasformazioni componenti e che è ancora individuata dal complesso delle soluzioni particolari dell'equazione data e dell'aggiunta, che individuano le trasformazioni componenti.*

Una trasformazione differenziale ed una integrale sono permutabili[2].

Di qui segue, per i teoremi generali della teoria delle operazioni [3], che anche le trasformazioni inverse di due differenziali, di una differenziale ed una integrale, una trasformazione differenziale e l'inversa di una differenziale od integrale, una integrale e l'inversa di una differenziale sono ancora operazioni permutabili; e per i risultati dei due § precedenti è chiaro che la trasformazione composta è una trasformazione integro-differenziale, individuata dal complesso delle soluzioni particolari dell'equazione data e dell'aggiunta, che individuano le trasformazioni componenti.

Dal teorema fondamentale del § V segue allora, tenendo conto dei risultati superiori, che anche due trasformazioni integro-differenziali *pari*, una *pari* ed una *dispari* sono permutabili, e che la trasformazione da esse composta è ancora una trasformazione integro-differenziale (*pari* o *dispari*) che corrisponde al complesso delle soluzioni particolari dell'equazione data e dell'aggiunta, che individuano le due componenti: ed è chiaro anche come per trovare la legge di composizione di due trasformazioni qualunque basti ricercare quali sono le leggi della composizione di due trasformazioni integrali.

18. Ricordiamo per ciò che una trasformazione integrale di ordine superiore al primo si ottiene componendo una integrale del 1° ordine con una differenziale; è chiaro allora, per

(1) Cfr. T. Cap. II, n. 23.

(2) Cfr. T. Cap. III, n. 38 e IV, n. 53.

(3) Si noti infatti che dall'essere $AB = BA$ segue $A^{-1}B^{-1} = B^{-1}A^{-1}$; $AB^{-1} = B^{-1}A$.

i teoremi superiori, che basterà limitarsi a studiare la composizione di due trasformazioni integrali del 1° ordine.

Di più, per le equazioni dei tipi iperbolico e parabolico, per le quali esistono le trasformazioni singolari, ricordando e che queste sono le inverse delle trasformazioni differenziali singolari del 1° ordine, e che una trasformazione integrale del 1° ordine (affatto generale) si ottiene componendo una trasformazione differenziale con una integrale, ambedue singolari e del 1° ordine [1]: segue immediatamente che per queste equazioni due trasformazioni integrali del 1° ordine sono sempre permutabili e la loro trasformazione composta è una trasformazione integro-differenziale, corrispondente alle soluzioni particolari dell'equazione data e dell'aggiunta, a cui appartengono le trasformazioni componenti.

Poichè inoltre, introducendo variabili complesse, il caso delle equazioni del tipo ellittico è identico a quello iperbolico (ed evidentemente le leggi di composizione delle trasformazioni sono indipendenti dalla particolare scelta delle variabili indipendenti), potrebbe la dimostrazione superiore valere anche per equazioni del secondo ordine di forma affatto arbitraria. Ma possiamo arrivare (sebbene per via meno diretta) al medesimo risultato senza uscire dal campo di variabili reali e di loro funzioni reali; servono perciò le considerazioni seguenti:

Sia φ una determinata trasformata integrale generale del 1° ordine della $\Lambda(z) = 0$ e ψ una trasformata integrale, pure generale e del 1° ordine, della funzione φ; e la φ corrisponda alle soluzioni z, u dell'equazione in z e dell'aggiunta, la ψ alle z_2, u_2. Allora dalle relazioni [2]:

$$(94)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial\varphi}{\partial x} = \alpha z + \beta p + \gamma q, \\[2ex] \dfrac{\partial\varphi}{\partial y} = \alpha' z + \beta' p + \gamma' q, \end{cases} \qquad (94^{\text{bis}})\quad \begin{cases} \dfrac{\partial\psi}{\partial x} = \Lambda\varphi + B\dfrac{\partial\varphi}{\partial x} + \Gamma\dfrac{\partial\varphi}{\partial y}, \\[2ex] \dfrac{\partial\psi}{\partial y} = \Lambda'\varphi + B'\dfrac{\partial\psi}{\partial y} + \Gamma'\dfrac{\partial\varphi}{\partial y}, \end{cases}$$

eliminando la φ, deduciamo una relazione della forma:

$$(95)\qquad \lambda\frac{\partial\psi}{\partial x} + \mu\frac{\partial\psi}{\partial y} = \rho z + \sigma p + \tau q;$$

(1) Cfr. T. Cap. III, n.i 35 e 36.
(2) Cfr. T. Cap. III, n. 26.

e poichè le derivate della φ si annullano per $z = z_1$, quelle della ψ per $z = z_2$, il secondo membro della relazione superiore si annulla per le due soluzioni particolari z_1 e z_2 della $\Lambda(z) = 0$, che individuano le due trasformazioni componenti. Ne segue dunque che la composizione delle due trasformazioni integrali date porta ad una trasformazione integro-differenziale *pari*, e precisamente ad una $[0, 2]$, che si ottiene componendo la trasformazione differenziale del 1° ordine della $\Lambda(z) = 0$, corrispondente alle soluzioni z_1 e z_2, coll'inversa di una certa trasformazione differenziale.

È d'altra parte evidente che, componendo le due trasformazioni *aggiunte* delle date, la trasformazione composta è l'aggiunta di quella che si ha componendo le trasformazioni primitive. Ma si rammenti che la trasformazione aggiunta di una trasformazione integrale generale del 1° ordine è ancora una trasformazione integrale generale dello stesso ordine, corrispondente alla medesima coppia di soluzioni dell'equazione data e dell'aggiunta, alle quali appartiene la trasformazione diretta [1] (solo è scambiato l'ufficio di queste due soluzioni): ne segue allora pel risultato che precede, che la trasformazione *aggiunta* di quella che si ha componendo le due trasformazioni integrali date, si può anche essa ottenere dalla composizione di una trasformazione differenziale del 1° ordine della $\Phi(u) = 0$ corrispondente alle soluzioni u_1 ed u_2 coll'inversa di una trasformazione differenziale (ancora della $\Phi(u) = 0$).

Tenendo allora presente il risultato dimostrato al n. 13, ne segue senz'altro che la trasformazione composta delle due trasformazioni integrali date, è una trasformazione $[0, 2]$, che può ottenersi altresì componendo la trasformazione differenziale del 1° ordine della $\Lambda(z) = 0$ corrispondente alle soluzioni z_1 e z_2, coll'inversa di una tale trasformazione, corrispondente alle u_1, u_2: e questo dimostra anche immediatamente che le due trasformazioni integrali date sono permutabili. Abbiamo dunque il teorema:

Due trasformazioni integrali (generali) del 1° ordine, corrispondenti alle soluzioni (z_1, u_1), (z_2, u_2) *dell'equazione in* z *e dell'aggiunta, sono permutabili: e la trasformazione da esse composta*

[1] Cfr. T. Cap. III, n. 34.

è una $[0, 2]$, *individuata dal complesso* $(z_1, z_2; u_1, u_2)$ *delle soluzioni, che individuano le due trasformazioni componenti.*

Un teorema affatto analogo vale poi evidentemente per le trasformazioni integrali di ordine superiore.

19. È facile ora dare la legge di composizione di due trasformazioni integro-differenziali affatto arbitrarie. Decomposte infatti ciascuna delle trasformazioni componenti in una differenziale (od integrale) e nell'inversa di una differenziale, è chiaro che basterà comporre tra loro queste trasformazioni elementari ed in un ordine qualunque, essendo esse permutabili per ottenere la trasformazione composta delle due trasformazioni date. Segue di qui immediatamente che due qualunque trasformazioni integro-differenziali sono tra loro permutabili e la trasformazione composta è della stessa loro natura e, più che dalle sue componenti, è individuata dal complesso delle soluzioni particolari dell'equazione data e dell'aggiunta, a cui le componenti appartengono. Inoltre, se le due trasformazioni componenti sono affatto generali e le soluzioni particolari dell'equazione data e dell'aggiunta, che le individuano, formano anche tutte insieme (rispettivamente) un sistema di soluzioni linearmente indipendenti; la trasformazione composta sarà anche essa generale ed i suoi numeri caratteristici (cfr. n. 21 saranno uguali rispettivamente alla somma degli analoghi delle due componenti; quando invece qualcuna di queste sia singolare, oppure, essendo ambedue generali, corrispondano insieme a qualche soluzione particolare dell'equazione data o dell'aggiunta: allora la composizione delle due trasformazioni porterà ancora ad una trasformazione integro-differenziale, la quale però o sarà anche essa singolare, o avrà un ordine minore della somma degli ordini delle trasformazioni componenti, o finalmente nel caso del tipo ellittico potrà anche la composizione essere impossibile. In ogni caso vale sempre il:

Teorema di permutabilità. — *Due qualunque trasformazioni integro-differenziali sono sempre permutabili; e la loro trasformazione composta è ancora una trasformazione integro-differenziale che è individuata dal complesso delle soluzioni particolari*

dell'equazione data e dell'aggiunta, sia individuano le due trasformazioni componenti.

Un caso particolare di questo teorema è in modo speciale interessante. Se l'equazione data ammette una trasformazione infinitesima di ordine qualunque

$$\mathsf{X}z = \Sigma \alpha_{ik} z_{ik} \,, \quad \left(z_{ik} = \frac{\partial z^{i+k}}{\partial x^i \, \partial y_k} \right)$$

si può questa intendere come una particolare trasformazione dell'equazione data (in sè stessa): dal teorema di permutabilità segue allora immediatamente:

Se un'equazione ammette una trasformazione infinitesima, qualunque equazione che da essa si ottenga mediante una trasformazione integro-differenziale, ammette essa pure una trasformazione infinitesima e inversamente.

Essendo inoltre una trasformazione infinitesima (quando non sia composta di pure trasformazioni di Laplace) individuata da un certo complesso di soluzioni particolari dell'equazione data, è chiaro anche che la trasformazione infinitesima relativa ad una trasformata integro-differenziale dell'equazione data, corrisponde al complesso delle soluzioni particolari, trasformate (mediante la trasformazione integro-differenziale) di quelle che individuavano la trasformazione infinitesima dell'equazione primitiva.

§ VIII.

Le relazioni tra le diverse trasformate.

20. Diamo in quest'ultimo § alcune altre proprietà interessanti delle trasformazioni $[m, p]$.

Ricordiamo perciò che una funzione ω, trasformata $[m, p]$ della z, è individuata da un certo numero $l < 2m + p$ di soluzioni $z_1, z_2, \ldots z_l$ dell'equazione in z e da p $u_1 \ldots u_p$ dell'aggiunta: per essa si conoscono inoltre p soluzioni particolari ω_i dell'equazione in ω, l O_i dell'aggiunta (che sono quelle date dalla dimostrazione del Liouville): e le formule stesse che dànno le ω_i e

le O_k stabiliscono una corrispondenza biunivoca tra le u_i e le ω_i, le z_k e le O_k (Cfr. N. § I, III, IV). Indicando poi con z_{l+1} la soluzione ausiliaria dell'equazione in z che figura nella dimostrazione di Liouville, è chiaro che una qualunque delle funzioni, ivi indicate con v_i, ad es., la v_r, è una trasformata $[m, p]$ della equazione in z (ed insieme colla ω è generale o singolare, ed in questo caso della medesima classe), la quale corrisponde precisamente alle soluzioni $z_1 \ldots z_{r-1} z_{r+1} \ldots z_l, z_{l+1}$ dell'equazione in z, alle $u_1, u_2 \ldots u_p$ dell'aggiunta. Di più, dal modo stesso con cui si ottiene l'equazione in ω (e le soluzioni aggiunte O_k), è chiaro che la v_r si ottiene dalla ω (o meglio dalla z_{l+1}) con una trasformazione di Liouville corrispondente alla soluzione particolare O_r dell'equazione aggiunta: od anche, poichè ω è determinato solo a meno di un fattore di proporzionalità, ed il valore 1 della v_{l+1} corrisponde alla soluzione z_{l+1} della $\Lambda(z) = 0$; la v_r si ottiene dalla ω con una trasformazione integrale del 1° ordine, che corrisponde a quella soluzione ω_{l+1} dell'equazione in ω, che si ha facendovi $z = z_{l+1}$, e alla soluzione O_r dell'equazione aggiunta.

Considerando poi le due equazioni aggiunte di quelle in ω e v_r, e ricordando che la trasformazione aggiunta di una integrale del 1° ordine è ancora una integrale del 1° ordine, corrispondente alle stesse soluzioni dell'equazione data e dell'aggiunta, che individuano la trasformazione primitiva (le quali soluzioni si scambiano però il loro ufficio): ne segue senz'altro che anche queste due equazioni sono legate da una trasformazione integrale del 1° ordine, corrispondente alle soluzioni ω_{l+1}, O_r (e che è l'aggiunta di quella che lega le ω e v_r). Ma si osservi ora che le due equazioni aggiunte della ω e v_r si ottengono dalla $\Phi(\omega) = 0$ con due trasformazioni integro-differenziali, che rispettivamente corrispondono alle soluzioni $(z_1 \ldots z_l; u_1 \ldots u_p)$: $(z_1 \ldots z_{r-1}, z_{r+1} \ldots z_l, z_{l+1}; u_1 \ldots u_p)$; ne seguirà senz'altro il teorema:

Due trasformate $[m, p]$ ω, ω' *della* z, *che (essendo insieme generali o singolari ed in quest'ultimo caso della medesima classe) corrispondano a due complessi di soluzioni dell'equazione data e dell'aggiunta* $(z_1 \ldots z_l; u_1 \ldots u_p)$; $(z_1 \ldots z_{r-1} z_{r+1} \ldots z_l, z_{l+1}; u_1 \ldots u_p)$ [*oppure* $(z_1 \ldots z_l; u_1 \ldots u_p)$; $(z_1 \ldots z_l; u_1 \ldots u_{r-1} u_{r-1} \ldots u_p u_{p+1})$], *differiscono tali per una soluzione particolare dell'equazione stessa (o dell-*

l'aggiunta), sono legate da una trasformazione integrale del 1° ordine ***perfettamente determinata; e, ad es., la*** ω' ***si ottiene dalla*** ω ***colla trasformazione integrale del 1° ordine, che corrisponde a quella*** *soluzione particolare dell'equazione in* ω, *che si ha facendo* $z = z_{-1}$ (*oppure a quella dell'aggiunta che si ha facendo in* O $a = u_{-1}$), *ed alla* O_{-1} *dell'aggiunta* (ω_{-1} *di quella in* ω), *che corrisponde per il metodo di Liouville alla* $z(u_{-1})$, *che non entra nella composizione della* ω [1].

Poichè inoltre ogni soluzione dell'equazione in ω è individuata a meno di una parte additiva:

$$\epsilon_1 \omega_1 + \epsilon_2 \omega_2 + \ldots + \epsilon_p \omega_p ,$$

(che si ha facendo variare le costanti degli integrali A_s che compongono la ω), è chiaro che anche la v_s sarà determinata a meno di una parte additiva

$$\epsilon_1 v_s^1 + \epsilon_2 v_s^2 + \ldots + \epsilon_p v_s^p ;$$

(avendo indicato con v_s^i il risultato della sostituzione della ω_i in v_s) si hanno cioè p soluzioni particolari dell'equazione in v_s. Queste soluzioni sono evidentemente quelle che si otterrebbero deducendo la v_s direttamente dalla z: ed un ragionamento perfettamente simile (sulle equazioni aggiunte a quelle in ω e v_s) dimostra anche come eseguendo sulle $O_1 \ldots O_{-1}, O_{-2} \ldots O_{-p}$ la trasformazione aggiunta di quella che porta dalla ω alla v_s, si ottengono quelle soluzioni particolari $O'_1 \ldots O'_{-1}, O'_{-2} \ldots O'_{-p}$ dell'equazione aggiunta a quella in v_s, che si sarebbero anche ottenute deducendo direttamente la v_s dalla z: l'ulteriore soluzione O_{-1} è quella che appartiene alla trasformazione integrale che porta dalla ω alla v_s): possiamo affermare cioè che nel passaggio dalla ω alla ω', indicato nel teorema superiore, si *conservano* quelle soluzioni particolari dell'equazione data e dell'aggiunta, che il metodo di Liouville fa conoscere, e che corrispondono alle soluzioni comuni all'una e all'altra trasformazione, in quanto che esse sono

[1] Il processo stesso di Liouville dimostra poi che anche l'inverso del teorema è vero.

legate dalla stessa trasformazione (o dall'aggiunta) che dalla ω porta alla ω'.

21. È facile ora dare la relazione che lega due qualunque funzioni ω, ω', trasformate integro-differenziali della funzione z. Abbiamo già studiato altrove (n° 16) il caso che le due funzioni ω ed ω' siano individuate dal medesimo complesso di soluzioni particolari della equazione data e dell'aggiunta e differiscano soltanto per le costanti arbitrarie da cui la trasformazione dipende; supporremo dunque che questo non avvenga. Se poi le due funzioni ω ed ω' corrispondono a due complessi di soluzioni dell'equazione data e dell'aggiunta, completamente diversi, per ottenere dall'una di queste funzioni l'altra, ad es.: dalla ω la ω', sarà necessario e sufficiente passare dalla ω alla z, e quindi dalla z alla ω'; e questo fa vedere senz'altro come la ω' si ottenga dalla ω ancora con una trasformazione integro-differenziale, la quale corrisponde alle soluzioni particolari dell'equazione in ω e dell'aggiunta note col metodo di Liouville, ed a quelle, che corrispondono alle soluzioni particolari dell'equazione in z ed u, che portano dalla z alla ω'. Quando invece i due complessi di soluzioni che individuano le due trasformazioni hanno alcune soluzioni in comune, il risultato è ancora più semplice. Distinguiamo infatti i due casi delle equazioni del tipo ellittico, e di quelle dei tipi iperbolico e parabolico. Nel primo caso, se il complesso delle soluzioni (dell'equazione data e dell'aggiunta) comuni alle due trasformazioni, consta di un numero *pari* di funzioni, si costruisca la funzione ω'', che si ottiene dalla z con una trasformazione integro-differenziale corrispondente a queste soluzioni comuni: da questa funzione ω'' noi otterremo la ω e la ω' con due trasformazioni integro-differenziali, che rispettivamente corrispondono a quella parte delle soluzioni che l'individuano e non sono comuni alle due trasformazioni: ed allora evidentemente per passare dalla ω alla ω', bastera prima dalla ω ottenere la ω'', quindi dalla ω'' la ω' (e sarà anche necessario). Questo dimostra che la ω' si ottiene dalla ω ancora con una trasformazione integro-differenziale, determinata da quelle soluzioni particolari dell'equazione in ω e dell'aggiunta, che per il metodo di Liouville corrispondono alle soluzioni particolari z_1 ed u_1, apparte-

nenti alla ω e non alla ω' ed insieme alle altre, che corrispondono (per sostituzione in ω e nell'aggiunta) alle soluzioni z'_k, u'_k, appartenenti alla ω' e non alla ω. Quando invece, essendo sempre l'equazione data del tipo ellittico, il numero delle funzioni z ed u comuni alla ω, ω' sia dispari, non potremo costruire la trasformata intermedia ω'' ad esse corrispondenti (si noti infatti che una trasformazione di un'equazione del tipo ellittico, generale o singolare, è sempre individuata da un numero *pari* (complessivamente) di soluzioni dell'equazione in z e dell'aggiunta); ma, abbandonando allora una di queste soluzioni comuni, ad es: la z_1, si costruisca ancora la ω'' individuata dalle *altre* soluzioni comuni; dalla ω'' otterremo la ω e la ω' con due trasformazioni corrispondenti alle altre loro soluzioni, quindi dalla ω la ω', passando prima dalla ω alla ω'', quindi dalla ω'' alla ω', cioè ancora mediante una trasformazione integro-differenziale. Si osservi ora di più che in questo processo la soluzione comune z_1, che non entra nella ω'', da luogo ad una soluzione ω''_1 dell'equazione in ω'' ed ad una O_1 dell'aggiunta di ω, che si corrispondono nel senso già notato al n° 20: *nella composizione delle due trasformazioni esse dunque si elidono*: e quindi la trasformazione che porta dalla ω alla ω' è anche in questo caso individuata dal complesso delle soluzioni dell'equazione in ω e dell'aggiunta, che corrispondono, nel senso già detto sopra, a tutte le soluzioni non comuni alle due funzioni date [1].

---

[1] Traducendo in formule il ragionamento superiore, siano, ad es.: ω ed ω' le due funzioni corrispondenti alle soluzioni

$$\begin{cases} \omega \backsim (z_1, z_2 \ldots z_k\,;\; z_{k+1} \ldots z_l\,;\; u_1, u_2 \ldots u_p\,;\; u_{p+1} \ldots u_q) \\ \omega' \backsim (z_1, z_2 \ldots z_k\,;\; z_{k+1} \ldots z_n\,;\; u_1, u_2 \ldots u_p\,;\; u_{q+1} \ldots u_r) \end{cases}$$

e sia

$$p + k \equiv 1 \pmod 2.$$

Costruiamo allora la

$$\omega'' \backsim (z_1, z_2 \ldots z_{k-1}\,;\; u_1, u_2 \ldots u_p).$$

Indicando allora col simbolo $A_{z_l, z_k \ldots ; u_r u_s \ldots}$ una trasformazione integro-differenziale, corrispondente alle soluzioni $z_l, z_k \ldots u_r, u_s \ldots$, dalla ω'' otterremo la ω con una

$$A_{z_k ; z_{k+1} \ldots z_l ; u_{p+1} \ldots u_q} = A_{\omega''_k ; \omega''_{k+1} \ldots \omega''_l ; O''_{p+1} \ldots O''_q},$$

e la ω' con

Molto più semplice è il ragionamento per le equazioni dei tipi iperbolico e parabolico: in questo caso infatti è sempre possibile costruire una funzione ω'' che corrisponda al complesso delle soluzioni comuni ad ω ed ω': vale dunque il ragionamento fatto nella prima parte delle equazioni del tipo ellittico. Una leggera modificazione, facile a vedere, può accadere soltanto per le equazioni del tipo iperbolico, per la presenza di trasformazioni di Laplace.

Possiamo dunque in generale enunciare il teorema:

Due trasformate integro-differenziali dell'equazione in z sono legate alla loro volta da una trasformazione integro-differenziale, la quale corrisponde (nel senso già sopra notato) *al complesso delle soluzioni della equazione data e dell'aggiunta, che non sono comuni alle due trasformazioni.*

E di qui segue anche, tenendo conto dei teoremi dimostrati nei § VI, VII, il risultato importante:

Il complesso di tutte le trasformate integro-differenziali della funzione z coincide con quello di qualunque sua trasformata; è quindi inutile ripetere per ciascuna di queste il medesimo processo; non si otterrebbe infatti nulla di nuovo.

Roma, 30 Maggio 1897.

$$A'z_k; z_{l+1} \dots z_n; u_{q+1} \dots u_r = A'\omega''_k; \omega''_{l+1} \dots \omega''_n; 0''_{q+1} \dots 0''_r.$$

La ω'' si otterrà allora dalla ω con una

$$A^{-1} = A\omega_{p+1}, \omega_{p+2} \dots \omega_q; 0_k, 0_{k+1} \dots 0_l$$

e quindi la ω' dalla ω con una

$$A\omega_{p+1} \dots \omega_q; 0_k; 0_{k+1} \dots 0_l, A\omega'_k; \omega'_{l+1} \dots \omega'_n; 0'_{q+1} \dots 0'_r$$
$$= A\omega_{p+1} \dots \omega_q; 0_k; 0_{k+1} \dots 0_l; \overline{\omega}_k; \overline{\omega}_{l+1} \dots \overline{\omega}_n; \overline{0}_{q+1} \dots \overline{0}_r \text{ (1)}.$$

Alla stessa trasformazione si perverrebbe anche, dal prodotto delle due

$$A\omega_{p+1} \dots \omega_q; 0_k; 0_{k+1} \dots 0_l, \overline{\omega}_{l+1} \dots \overline{\omega}_n; \overline{0}_{q+1} \dots \overline{0}_r, A\omega_k; \omega'_k$$

la quale, pel n. 20, non è che una

$$A\omega_{p+1} \dots \omega_q; \overline{\omega}_k; \overline{\omega}_{l+1} \dots \overline{\omega}_n; \overline{0}_{q+1} \dots \overline{0}_r$$

il che dimostra la nostra asserzione.

Si osservi del resto che basta introdurre variabili complesse, perchè il caso delle equazioni del tipo ellittico si riduca a quello iperbolico.

(1) Con $\omega_k \dots, \omega_{q+1}$ abbiamo indicate quelle soluzioni dell'equazione in ω e dell'ag. che corrispondono alle $\omega''_k \dots 0''_{q+1}$ di ω.

Dell'influenza della temperatura sulla velocità degli ioni;

Nota del Dott. ADOLFO CAMPETTI.

In alcuni lavori pubblicati qualche tempo fa (" Atti dell'Accademia di Torino ", 1894 e " Nuovo Cimento ", maggio 1894) mi occupai della determinazione del numero di trasporto di alcuni sali in acqua, alcool etilico e metilico; ed in tale studio ebbi occasione di eseguire alcune esperienze preliminari per esaminare l'influenza della temperatura sul valore del numero di trasporto. A tale studio non detti però seguito, specialmente perchè a quel proposito, oltre ad un lavoro di Loeb e Nernst (1) si hanno numerose esperienze del Bein (2). Loeb e Nernst eseguirono esperienze con soluzioni acquose di molti sali d'argento tra le temperature di 0° e 25° centigradi e calcolando da esse esperienze il numero di trasporto relativo all'argento, trovarono che questo numero, crescendo la temperatura, si avvicina al valore 0,5. Il Bein trovò che l'influenza della temperatura sul numero di trasporto è assai piccola o insensibile per il cloruro di potassio, nitrato di argento, solfato di rame, cloruro di cadmio; più sensibile per l'ioduro di cadmio e cloruro di bario; ancora più forte per i cloruri di sodio e calcio.

I risultati del Bein sono riassunti sulla tabella che segue, dove t indica la temperatura in centigradi, n il numero di trasporto relativo all'ione posto come indice

(1) Loeb und Nernst, " Zeitschrift für phys. Chemie ", 1888.
(2) Bein, " Wied. Ann. ", 1892 - 46.

Na Cl	KCl	$Ca\,Cl_2$	$Ba\,Cl_2$	$Cd\,Cl_2$	$Cd\,J_2$	$Cu\,SO_4$	$Ag\,NO_3$
$t = 20°$	$t = 20°$	$t = 20°$	$t = 20°$	$t = 20°$	$t = 20°$	$t = 15°$	$t = 10°$
$n_{Cl} =$ 0,608	$n_{Cl} =$ 0,496	$n_{Cl} =$ 0,602	$n_{Cl} =$ 0,580	$n_{Cl} =$ 0,570	$n_J = 0$ 0,640	$n_{Cu} =$ 0,362	$n_{Ag} =$ 0,470
$t = 95°$	$t = 74°$	$t = 95°$	$t = 80°$	$t = 96°$	$t = 75°$	$t = 75°$	$t = 90°$
[illegible] 0,551	[illegible] 0,509	[illegible] 0,549	[illegible] 0,572	[illegible] 0,570	$n_J =$ [illegible]	$n_{Cu} =$ [illegible]	$n_{Ag} =$ [illegible]

e a proposito di questi numeri osserva che i numeri di trasporto dell'ultima linea (cioè quelli per temperature elevate) sono più vicini a 0,5 che quelli della linea superiore. Parrebbe dunque che ci fosse per tutti i sali questa tendenza, di muovere cioè i loro ioni con velocità sempre meno differenti, quanto più alta è la temperatura.

Contemporaneamente il Lussana (1) in una sua memoria: *Influenza della temperatura sulla forza elettromotrice degli elementi a concentrazione e sul trasporto degli ioni*, determinava il numero di trasporto per i tre sali: solfato di rame, solfato di zinco e nitrato di piombo tra le temperature di 0° e 40 gradi circa; dalle sue esperienze risulterebbe che il coefficiente di trasporto (riferito all'anione) per ciascuno di questi sali diminuisce col diminuire della concentrazione ed aumenta circa proporzionalmente alla temperatura assoluta.

Questi risultati, per quanto riguarda il solfato di rame, sono in perfetta contraddizione con quelli del Bein e in certo senso anche con ciò che risulta dall'insieme delle esperienze del Bein o del Nernst: d'altra parte un'influenza di tale ordine di grandezza per parte della temperatura sembra poco probabile, quando si rifletta che (come risulta dalle esperienze del prof. Cattaneo (2) e delle mie) l'influenza del solvente sulla velocità relativa dell'anione e del catione appare o nulla o assai piccola.

(1) Lussana, " Atti dell'Istituto Veneto ", 1892. Tomo III.
(2) Cattaneo, " Atti della R. Accademia dei Lincei ", 1896 e 1897.

Queste considerazioni ed alcune esperienze che aveva già eseguite in passato fecero nascere in me il dubbio che i risultati notevoli del Lussana fossero dovuti a qualche errore sperimentale: d'altra parte, essendomi altra volta occupato di tale argomento, mi interessava assai di rendermi conto del come veramente stessero le cose: e per questo ho creduto opportuno di eseguire una serie di esperienze che qui riferisco, ponendo ogni cura per evitare per quanto è possibile gli errori che molto spesso falsano i risultati delle esperienze di questo genere.

1° L'apparecchio che ho usato per le mie esperienze è analogo ad altro apparecchio che gia ho adoperato altra volta e che mi sembrò adatto per evitare la diffusione; ed è rappresentato nella Fig. I. In A passa la lastrina o verghetta metallica che fa da anodo: in D si trova il catodo: il liquido si introduceva per C: una volta terminata l'esperienza e aperto il tubetto di gomma posto in C, si poteva estrarre il liquido da B in C che veniva diviso in tre porzioni e separatamente analizzato. Chiuso poi il robinetto B ed esercitando una leggera pressione da C, si poteva estrarre da E il rimanente del liquido. Naturalmente si introducevano le correzioni necessarie per il liquido che rimane aderente alle pareti. L'apparecchio dovendo essere tenuto per parecchie ore a temperatura pressochè costante, era collocato in un recipiente come quello rappresentato, in sezione, nella Fig. II: esso in A e B era pieno di acqua, mentre in C si aveva uno spazio occupato dall'aria. Una volta portata l'acqua alla temperatura voluta, una piccola fiamma che si teneva al disotto dell'apparecchio serviva benissimo a mantenere una temperatura così costante, che in 7 od 8 ore la variazione non superava un decimo di grado.

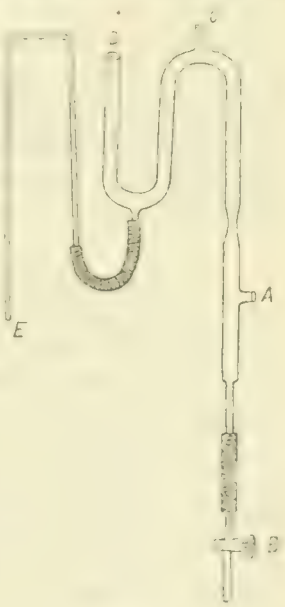


Fig. I.

Affinchè poi la temperatura si mantenesse costante in tutto l'apparecchio, si teneva in movimento l'acqua in A e B senza

prendere la più piccola carica, facendola scendere e salire mediante una pera di gomma in tubi collocati verticalmente in A e B.

Che con questa disposizione si potesse evitare la diffusione nell'apparecchio lo mostra un'esperienza preliminare. Si fece entrare dal basso nell'apparecchio soluzione di solfato di rame sino a metà del tratto BC: il rimanente si riempì di acqua: dopo aver tenuto per 8 ore la temperatura a 50°, il liquido estratto dalla porzione CD del tubo non presentava alcuna traccia del sale.

Fig. II.

2° Le esperienze eseguite si riferiscono al solfato di rame, solfato di zinco e nitrato di piombo. A causa della resistenza assai elevata del liquido si adoperava la corrente data da 25 Daniell: nel circuito era inserita una bussola per riconoscere l'intensità della corrente, un reostato ed un voltametro a nitrato d'argento.

Solfato di rame. — In questa esperienza l'anodo era costituito da una lastrina di superficie abbastanza grande di rame elettrolitico, il catodo era un filo di platino piegato a spira: le soluzioni erano preparate con solfato di rame puro cristallizzato due volte: per titolare le soluzioni prima e dopo l'esperienza si adoperava il metodo elettrolitico, facendo deporre esse tutto il rame allo stato metallico sopra una lastrina di platino. Questo metodo è suscettibile di grande precisione, quando si abbia cura di adoperare per la elettrolisi una corrente assai piccola, specialmente quando la maggior parte del rame è già deposta.

Si adoperarono soluzioni diversamente concentrate per esaminare anche la influenza della concentrazione: specialmente per le soluzioni più diluite si dovevano fare varie prove per trovare la intensità di corrente opportuna: infatti (vedasi " Wiedemann. Electricität ", vol. II, pag. 503) si sa che, se la densità della corrente è troppo grande, la quantità di rame disciolta all'anodo è più piccola di quella deposta al catodo; d'altra parte, se il catodo ha una superficie molto grande, si sa che si trova un deposito minore che sopra un elettrodo piccolo; poichè anche alla temperatura ordinaria il solfato di rame discioglie una piccola quantità di rame.

Quanto al calcolo delle esperienze, poichè il solfato di rame è in condizioni ordinarie unito ad acqua di cristallizzazione, si può anche nella soluzione considerare come solvente solo l'acqua non unita al sale, oppure riferirsi al sale anidro.

Qui abbiamo considerato come solvente tutta l'acqua presente nella soluzione: del resto, trattandosi di soluzioni assai diluite, l'un modo o l'altro di considerare la cosa porta circa allo stesso resultato: ad ogni modo la media dei numeri di trasporto calcolati per l'anodo o per il catodo resta sensibilmente la stessa.

Diamo qui per disteso il resoconto di una esperienza, limitandoci poi a riferire le altre in tabelle.

La soluzione adoperata conteneva gr. 1,234 di sale anidro sopra 100 di soluzione e quindi gr. 0,4910 di rame per 100 di soluzione, ossia gr. 0,4971 per cento di solvente. L'esperienza durò ore 8; la temperatura era di 15°,10: l'argento deposto nel voltametro gr. 0,1627: il rame equivalente 0,0476. I pesi delle quattro porzioni in cui fu diviso il liquido dell'apparecchio erano rispettivamente:

gr.: 24,123; 11,563; 8,589; 42,530

e contenevano rispettivamente rame:

gr.: 0,1475; 0,0574; 0,0420; 0,1791

e di qui calcolando il peso del sale anidro, restava di solvente:

gr.: 23,752; 11,419; 8,483; 42,085.

A questi pesi di solvente corrispondevano prima dell'esperienza nella soluzione le quantità di rame:

gr.: 0,1181; 0,0568; 0,0422; 0,2092

di guisa che si ha:

Rame trasportato all'anodo:	Rame asportato dal catodo:
gr.: 0,0300	0,0303

e per conseguenza il numero di trasporto relativo risulta:

$$n = 0{,}630 \qquad n = 0{,}636$$

e quindi come media $n = 0{,}633$.

Nelle tabelle che seguono t indica la durata dell'esperienza in ore e minuti, T la temperatura, g il numero di grammi di

rame contenuti in 100 grammi di solvente prima dell'esperienza. Ag il peso dell'argento deposto, Cu il peso del rame equivalente, A il peso del rame trasportato all'anodo, C il peso del rame trasportato dal catodo, n_A e n_C i numeri di trasporto calcolati per l'anodo e per il catodo, n la media.

I.

T	t	g	Ag	Cu	A	C	n_A	n_C	n
16,4	6	0,4972	0,1917	0,0561	0,0360	0,0363	0,636	0,647	0,642
15,1	8	0,4971	0,1627	0,0476	0,0300	0,0303	0,630	0,636	0,633
15,3	7,45'	0,4971	0,1738	0,0508	0,0321	0,0321	0,632	0,632	0,632
[illegible]	[illegible]	0,4971	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
49,2	8	0,4971	0,1530	0,0447	0,0269	0,0275	0,602	0,615	0,609
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

II.

T	t	g	Ag	Cu	A	C	n_A	n_C	n
7,4	7	1,2444	0,1991	0,0582	0,0383	0,0382	0,658	0,656	0,657
7,9	7	1,2444	0,1985	0,0580	0,0381	0,0383	0,657	0,660	0,659
17,2	7,30'	1,2444	0,2010	0,0588	0,0384	0,0381	0,653	0,648	0,651
19,2	[illegible]	1,2444	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
49,3	7	1,2444	0,1933	0,0565	0,0352	0,0355	0,623	0,628	0,626
47,9	7	1,2444	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Riassumendo si ha che per la soluzione più diluita, contenente di sale idrato 1,93 circa p. %, il numero di trasporto è circa:

0,636 a 15° e 0,612 a 47°,

mentre per l'altra soluzione contenente circa 4,73 di sale idrato %, il numero di trasporto è circa:

0,658 a 7°; 0,651 a 18° e 0,628 a 48°.

Qui per i numeri di trasporto è data anche la terza cifra decimale: se però si tiene conto delle difficoltà di questo genere di esperienze, non crediamo di potere asserire che vi sia un'influenza sensibile della concentrazione sul valore del numero di trasporto. Appare invece molto probabile una leggera diminuzione del numero di trasporto col crescere della temperatura: in questo i nostri risultati sarebbero in accordo con quelli del Bein, il quale trova:

$n = 0{,}638$ per $T = 15°$ e $n = 0{,}622$ per $T = 75°$;

le differenze sono spiegabili in questo genere di esperienze.

I miei risultati sono invece in perfetta contradizione con quelli del Lussana: egli infatti trova, per esempio, per una soluzione che contiene 1,998 di sale idrato per cento:

$n = 0{,}645$ per $T = 0{,}3$ $n = 0{,}668$ per $T = 11{,}6$ $n = 0{,}718$ per $T = 33{,}5$.

Che questi numeri siano errati è per me cosa fuori di dubbio; quanto poi alla causa di tale divergenza osservero che la quantità di rame trasportato all'anodo e asportato dal catodo è (nelle esperienze che egli riferisce) troppo piccola (non arriva a due millegrammi): di guisa che la piccola quantità di rame che si può disciogliere o qualche altra azione secondaria agli elettrodi, per quanto piccola, possono alterare i risultati.

Solfato di zinco. — Per titolare le soluzioni di solfato di zinco si tiravano a secco in crogiuolini di porcellana posti entro una stufa tenuta a 120°: poi si lasciavano raffreddare questi crogiuoli sotto una campana in aria secca e quindi si pesavano immediatamente. In queste condizioni si ottenevano per l'analisi di una stessa soluzione risultati perfettamente concordanti.

Anche qui si fecero esperienze con una soluzione più diluita e una più concentrata: si trovò inutile di amalgamare i bastoncini di zinco che facevano da elettrodi, perchè l'esperienza dà il medesimo resultato nei due casi. Nel calcolo delle esperienze si considera come solvente l'acqua che è unita al sale solido quale acqua di cristallizzazione.

In una prima serie di esperienze eseguite con una soluzione che contiene 2,500 di sale anidro [illegible] e con una corrente tale da deporre in 7 ore circa gr. 0,172 di argento, si osservò che per quella concentrazione la corrente era troppo forte, di guisa che il peso dello zinco trasportato all'anodo risultava differente da quello asportato dal catodo: in tal modo si aveva alla temperatura di 15° in tre esperienze:

	n_A	n_C	n
I	0,72	0,58	0,65
II	0,73	0,59	0,66
III	0,71	0,59	0,65

Questo mostra dunque che, per avere maggiore concordanza tra i valori di n_A e n_C, conveniva diminuire la intensità della corrente: qui sotto sono riferiti i resultati delle esperienze definitive, avendo le lettere lo stesso significato che nella tabella precedente relativa al solfato di rame.

T	t	g	Ag	Zn	A	C	n_A	n_C	n
15,7	8	0,9162	0,1083	0,0325	0,0218	(*)	0,669	—	0,669
15,1	8	„	0,0884	0,0266	0,0177	0,0176	0,665	0,661	0,663
14,9	8	„	0,0890	0,0268	0,0179	0,0178	0,667	0,664	0,666
46,6	8 40'	„	0,0[illegible]	0,0256	0,0197	0,0192	0,687	0,670	0,678
46,1	8 30	„	0,0[illegible]	0,0287	0,0192	0,0193	0,6[illegible]	0,671	0,670

(*) Perduta la soluzione al catodo.

Da queste esperienze, che sono relative a una soluzione contenente 3,93 % di sale idrato, risulta dunque:

$$\text{a } 15^\circ \quad n = 0{,}666 \qquad \text{a } 46^\circ \quad n = 0{,}674\,;$$

non si può dunque dire che, entro a questi limiti, la temperatura abbia sensibile influenza sulla velocità relativa degli ioni.

Altre esperienze furono eseguite con una soluzione più concentrata, contenente 7,36 % di sale idrato.

T	t	g	Ag	Zn	A	C	n_A	n_C	n
14,8	[illegible]	1,7379	0,1318	0,0397	0,0252	0,0282	0,634	0,710	0,672
15,0	7,50'	"	0,1043	0,0311	0,0205	0,0220	0,659	0,707	0,683
45,8	8,35'	"	0,1165	0,0351	0,0229	0,0246	0,652	0,700	0,676
45,0	8,10'	"	0,1325	0,0399	0,0262	0,0280	0,656	0,702	0,679

In queste esperienze si ha, come si vede, una differenza non trascurabile tra il numero di trasporto relativo al catodo e quello relativo all'anodo; questa differenza però diventa minore, se si ammette che anche nella soluzione l'acqua unita al sale cristallizzato non faccia parte del solvente, ma venga trasportata col sale stesso: la differenza che si ha facendo i calcoli nei due modi appare sensibile in questo caso trattandosi di una soluzione assai concentrata e di un sale che cristallizza con sette molecole d'acqua: facendo i calcoli in questo secondo modo, le quattro esperienze precedenti dànno:

	n_A	n_C	n
I	0,657	0,688	0,672
II	0,682	0,687	0,684
III	0,675	0,678	0,676
IV	0,676	0,681	0,678

noi abbiamo preferito di fare il calcolo nel primo modo, essendo le esperienze eseguite a diverse temperature.

Ad ogni modo, tenuto conto delle difficoltà di queste esperienze, non si può dire che si riconosca anche per il solfato di zinco influenza sensibile della temperatura.

Il Lussana trova invece, per esempio, per una soluzione contenente gr. 7,308 di sale

a 0° $n = 0{,}708$; a 9°,4 $n = 740$; a 34° $n = 804$.

Nitrato di piombo. — Il nitrato di piombo cristallizzato è anidro; le soluzioni vengono titolate tirandole a secco entro crogiuoletti di porcellana a 105°, come per il solfato di zinco.

La soluzione adoperata contiene per cento gr. 8,36 di sale.

Adoperando come elettrodi dei bastoncini di piombo puro le esperienze non si potevano eseguire, perchè la soluzione (specialmente a caldo) si colorava sensibilmente in giallo per la formazione di un sale corrispondente alla formula:

$$2\,Pb0,\,N_2\,O_3 + 2\,Pb0,N_2\,O_5 + 2\,H_2\,O$$

(Vedi Graham-Otto, *Lehrbuch der Chemie*, vol. III, pag. 1128) e per di più la soluzione si intorbida al catodo. Questi due inconvenienti si possono evitare amalgamando il bastoncino di piombo che fa da anodo e prendendo come catodo una superficie abbastanza estesa di mercurio: in tali condizioni sono state eseguite le esperienze che seguono:

T	t	q	Ag	Pb	A	C	n_A	n_C	n
8,1	8	2,1756	0,0912	0,0874	0,0434	0,0425	0,497	0,486	0,491
8,2	7,45'	„	0,0921	0,0883	0,0443	0,0435	0,502	0,493	0,498
16,1	8,45'	„	0,1009	0,0967	0,0481	0,0496	0,497	0,513	0,505
14,3	8	„	0,0901	0,0864	0,0428	0,0454	0,497	0,527	0,512
45,4	8,20'	„	0,0911	0,0874	0,0440	0,0428	0,503	0,490	0,496
45,1	8,20	„	0,0957	0,0917	0,0460	0,0438	0,501	0,478	0,489

Queste esperienze darebbero dunque circa:

a 8°	a 15°	a 45°
$n = 0{,}495$	$n = 509$	$n = 0{,}493$.

Anche qui dunque non si riscontra influenza apprezzabile della temperatura. Il Lussana trova invece anche per questo sale un aumento nel numero di trasporto proporzionale alla temperatura assoluta.

Ma un'osservazione generale conviene fare alle esperienze del Lussana. Egli in un'appendice alla sua nota già citata, avendo trovato che i suoi risultati per il solfato di rame sono in contradizione con quelli del Bein, riporta per disteso due sue esperienze relative al solfato di rame alla temperatura di 22°,3 e 40°,2, e trova così:

a 22°,3, $n = 0{,}655$ e a 40°,2 $n = 0{,}696$.

Se però si esaminano i dati, dai quali egli ricava questi numeri si trova che per la prima esperienza il rame trasportato all'anodo era di grammi: 0,00166 e quello asportato della soluzione al catodo 0,00186: quindi, volendo dare tre cifre del numero di trasporto, risulterebbe per l'anodo:

$n = 0{,}637$ e per il catodo 0,715

numeri troppo differenti fra loro: del resto i numeri di Lussana non permettono di dare la seconda decimale, salvo che a meno di 3 o 4 unità.

Per l'esperienza a 40° risulterebbe per l'anodo:

$n = 0{,}676$ e per il catodo $n = 0{,}716$

si vede dunque che, fondare su questi dati una legge, come fa il Lussana, è perfettamente illusorio.

Dunque anche per questi sali l'influenza della temperatura sul numero di trasporto è trascurabile, nei limiti di precisione di queste esperienze: in ogni caso non è di ordine tale da potere essere posta in evidenza coi mezzi sperimentali di cui finora disponiamo.

Questo lavoro fu eseguito nel Laboratorio di Fisica diretto dal Prof. Naccari, cui rendo qui vive grazie per aver posto a mia disposizione i mezzi atti a eseguire le esperienze necessarie.

Sopra un sistema diciclico imperfetto, che rappresenta una coppia di circuiti forniti di induzione e di capacità(*).

Nota di ANTONIO GARBASSO.

Il *modello* dinamico, che descrivo, permette di riprodurre tutti i fenomeni di induzione, ai quali dà luogo la scarica di un condensatore lungo un filo metallico; sia che questo si tenga isolato, sia che lo si ponga invece in presenza di un altro conduttore.

Come caso particolare si possono avere, naturalmente, quei fatti, che si osservano quando in uno dei circuiti o in entrambi la capacità si riduce allo zero. E gli altri, che sono proprii dei conduttori isolati.

La figura 4 rappresenta l'apparecchio sotto la sua forma più completa. In tale forma esso corrisponde appunto ad una coppia di circuiti forniti di induzione e di capacità.

Da un piede di legno, lungo in tutto un metro e mezzo, si levano cinque ritti di quaranta centimetri, essi pure di legno. A questi sono raccomandate certe lastre di ferro, che reggono i varii pezzi dell'apparecchio.

Nella parte centrale stanno raccolti gli organi corrispondenti ai due circuiti e quelli, che assicurano la trasmissione delle azioni induttive. Lateralmente poi si vedono due corde di acciaio, le quali rappresentano i condensatori.

Per maggiore risparmio di spazio e di parole, espongo senz'altro le principali esperienze, che si possono eseguire con il mio modello. Di mano in mano che si presenterà l'occasione di impiegare una parte nuova dell'apparecchio, la descriverò rapidamente.

(*) L'apparecchio, del quale pubblico la descrizione, fu costruito per me dal sig. O. Di Nasso, aiuto meccanico in questo Istituto.

1. *Un circuito isolato, senza condensatore.* — In questo caso semplicissimo (cfr. fig. 2 (*)) l'apparecchio è montato (**) sopra un asse di acciaio, di sei millimetri di diametro e cinquantasei centimetri di lunghezza. Il quale gira entro due fori, praticati nelle lastre del secondo e del terzo ritto. Due girellini di ferro, fermati a vite sull'asse medesimo, gli impediscono di spostarsi avanti o indietro; ma lo lasciano libero di girare sopra sè stesso.

L'asse sporge, per cinque o sei centimetri, a sinistra del secondo ritto. Appunto a questo estremo è fissato un volanino di ghisa, che serve per imprimere il movimento all'apparecchio; ha nel mio caso un diametro di dodici centimetri e mezzo, e pesa, all'incirca, cinque ettogrammi.

Nella parte poi, che è compresa fra il secondo ed il terzo ritto, sopra due manicotti, connessi invariabilmente con l'asse, sono disposti degli organi, che permettono di variare in modo continuo il momento di inerzia del sistema, intorno all'asse medesimo, e la resistenza, che l'aria oppone ai suoi moti. Si tratta nel primo caso di due pesi cilindrici, scorrenti sopra certe sbarre di acciaio; nel secondo caso sono quattro palette quadrate di latta, le quali girano, a sfregamento dolce, intorno alle asticine, che le reggono. Nel mio apparecchio le masse mobili pesano ottanta grammi ciascuna (***), le palette hanno otto centimetri di lato.

Indicando con L_1 il momento di inerzia (intorno all'asse di rotazione), con q_1 l'angolo, del quale il sistema è rotato al tempo t, a partire da una posizione arbitraria, con i_1 $\left(=\frac{dq_1}{dt}\right)$ la velocità corrispondente, la forza viva, T_1, si potrà mettere sotto la forma:

$$T_1 = \frac{1}{2} L_1 i_1^2;$$

questa è l'espressione caratteristica per l'energia cinetica di un monociclo.

(*) La figura 2, propriamente, rappresenta due circuiti in presenza, senza condensatori.

(**) Come sempre, del resto.

(***) Ho impiegato dei pesi così piccoli per rendere l'apparecchio più sicuro. Con masse maggiori si avrebbero, naturalmente, degli effetti più intensi.

La forza, E_1^*, che agisce sopra la coordinata (ciclica) q_1, tatta astrazione dagli attriti, si scrive, secondo le equazioni del Lagrange:

$$E_1^* = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_1}{\partial i_1}\right),$$

quindi:

$$E_1^* = \frac{d}{dt}(L_1\, i_1). \tag{1}$$

Ma, nel caso nostro, per la resistenza che l'aria oppone ai moti del sistema, non basterà la forza E_1^* a produrre una data modificazione; anzi bisognerà applicare al volano, in luogo della E_1^*, una E_1 del tipo:

$$E_1 = E_1^* + \rho_1.$$

In prima approssimazione e per valori non troppo grandi della i_1, si può ammettere che la ρ_1 abbia la forma:

$$\rho_1 = R_1\, i_1,$$

con R costante. A parità delle altre condizioni la R dipende solo dall'angolo, che fanno le palette con il piano, nel quale giacciono i loro sostegni. Riassumendo sarà dunque:

$$E_1 = \frac{d}{dt}(L_1\, i_1) + R_1\, i_1. \tag{2}$$

Questa equazione fa vedere come, nel caso attuale, l'apparecchio rappresenti appunto un circuito elettrico, fornito di induzione e privo di capacità.

Propriamente la forza meccanica corrisponde alla forza elettromotrice; il momento di inerzia al coefficiente di autoinduzione; la velocità angolare all'intensità di corrente; e la resistenza di attrito alla resistenza ohmica.

Per i_1 ed L_1 costanti la (2) esprime la legge dell'Ohm.

Variando invece la velocità angolare e il momento di inerzia, si ottengono, secondo la formola stessa, i fenomeni di autoinduzione.

Enuncio, senza dimostrarli, alcuni di tali resultati, ponendo di fronte ad essi i fenomeni elettrodinamici corrispondenti.

a) Se non v'è forza esterna, che vi si opponga, si manifesta nel modello un'influenza perturbatrice, negli istanti in cui la velocità passa per lo zero. Questa influenza ostacola il moto del sistema o lo favorisce, secondo che esso comincia o termina.	Se non v'è forza (elettromotrice) esterna, che vi si opponga, si manifesta nel circuito una corrente di induzione negli istanti in cui l'intensità passa per lo zero. Questa corrente ostacola il moto dell'elettricità o lo favorisce, secondo che esso comincia o termina.

Il modello, disgraziatamente, non si presta alla verifica di queste proposizioni. All'uopo sarebbe necessario che il movimento non si imprimesse senz'altro al volano, ma invece si comunicasse all'apparecchio con una cinghia di trasmissione.

b) Se non v'è forza esterna, che vi si opponga, si manifesta nel modello un'influenza perturbatrice, quando, a velocità costante, si altera il momento di inerzia. Questa influenza ostacola il moto del sistema o lo favorisce, secondo che il momento doventa più grande o più piccolo.	Se non v'è forza (elettromotrice) esterna, che vi si opponga, si manifesta nel circuito una corrente di induzione, quando, a intensità costante, si altera il coefficiente di autoinduzione. Questa corrente ostacola il moto dell' elettricità o lo favorisce, secondo che il coefficiente doventa più grande o più piccolo (*).

Nel modello le cose sono disposte in guisa da rendere possibili alcune variazioni istantanee del momento di inerzia.

Supponiamo che si voglia dapprima, far subire alla L_1 un rapido incremento. All'uopo si dispongono intorno alle sbarre (cfr. fig. 2), fra i pesi e il manicotto, due molle di acciaio; e, comprimendo queste ultime, si trasportano le masse mobili in vicinanza dell'asse. E quì si trattengono per mezzo di certi fili, dei quali si dirà in appresso.

Si capisce che, ove i fili si allentassero, i pesi, soggetti all'azione delle molle, sarebbero spinti con violenza all'estremità delle sbarre. E però si raggiungerebbe l'effetto voluto.

Quando si volesse invece impicciolire la L_1, basterebbe trasportare le molle al di là dei pesi (cfr. fig. 2); e trattenere questi, in modo analogo a quello, che si praticava dianzi. Impiegando

(*) La cosa si può fare in pratica schiacciando od allungando una spirale percorsa da una corrente uniforme.

però dei fili, che non vadano direttamente verso il manicotto, ma si avvolgano prima sopra due carrucole, poste alle estremità delle sbarre.

È chiaro che, questa volta, cessando la tensione dei fili, le masse mobili saranno respinte verso l'asse del sistema; quindi si otterrà nuovamente di variare il momento nel senso, che si desidera.

Resta a vedersi come si possano lasciar liberi i fili all'istante voluto. Per ciò si richiede una disposizione alquanto complessa (*).

Anzitutto il manicotto, che reca le sbarre, porta ancora una colonnina di ottone lunga forse dieci centimetri, diretta normalmente a queste e all'asse. La quale colonnina sostiene, alla sua volta, un'appendice laterale ricurva e un cappelletto, che le gira, con un po' di giuoco, sulla punta. Finalmente dal cappelletto si staccano due asticine di un paio di centimetri, poste una sul prolungamento dell'altra, e una terza, parallela ad entrambe, ma alquanto più lunga.

Alle due sbarrette minori si annodano, per mezzo di cappii, i fili, che trattengono i pesi; mentre l'altra sbarretta si appoggia con l'estremo libero, alla punta dell'appendice ricurva, della quale ho parlato un momento fa. Questo si può fare, come si intende subito, per modo che i pesi non riescano a sfuggire. Ma siccome il cappelletto ha un certo giuoco, l'asticina più lunga potrebbe anche superare l'estremo dell'appendice ricurva; anzi ciò accadrà senza fallo quando, per il moto del sistema, essa venga a battere contro un ostacolo convenientemente disposto.

Nel modello l'ostacolo è costituito da un dischetto di ottone, al quale si può imprimere un certo spostamento, per mezzo di un manico, che lo regge. In condizioni normali il dischetto (tenuto a segno da una molla) non incontra mai l'asticina; ma se lo si abbassa alquanto, premendo un pochino sul manico, l'urto avviene, ad un dato istante, e i pesi ridiventano liberi.

(*) La disposizione impiegata da me fu suggerita dall'Ebert. Si confronti, in proposito un lavoro di questo A. in *Wied. Ann.* XLIX, 642, 1893.

L'artifizio, che propongo per diminuire il momento, mi sembra più pratico di quello adottato dal fisico tedesco.

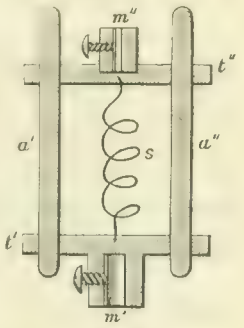
Quando si eseguiscono, con questa disposizione, le due esperienze, alle quali accennavo più su, si ottengono, naturalmente, i resultati, che la teoria prevede.

2. *Un circuito isolato, fornito di condensatore.* — Volendo riprodurre i fenomeni che si osservano in un filo metallico, percorso dalle scariche di una bottiglia di Leida, basta tendere, fra il primo ed il secondo ritto, una corda elastica; in guisa che l'estremo di sinistra rimanga fisso, e quello di destra sia collegato, in modo invariabile, con l'asse dell'apparecchio (cfr. fig. 3).

In pratica però non è conveniente di fermare senz'altro la corda al sistema. Perchè quella, torcendosi, si accorcia, quindi esercita una trazione energica; sicchè facilmente si incurverebbero i ritti, oppure si strapperebbe ogni cosa.

Bisogna trovar modo di sopprimere le conseguenze dell'accorciamento. La figura 1 rappresenta l'organo, che permette di raggiungere questo resultato.

Fig. 1.



Al manicotto m', il quale si ferma a vite sulla testa dell'asse, sono collegate rigidamente la tavoletta t' e le due asticine a' a''. Lungo queste ultime scorre, a sfregamento dolce, un'altra tavoletta t'', la quale porta, alla sua volta, il manicotto m''. Quì si ferma il capo della corda. Le due tavolette poi sono riunite fra loro con la molla s. Questa cede, se la corda si accorcia, e però la trazione non può mai diventare molto grande.

Nell'apparecchio, per maggiore solidità, ho aggiunto ancora una traversa fra il primo e il secondo ritto.

Vediamo ora come si modifichi, nel caso presente, la legge del movimento.

È chiaro che la torsione della corda importa una nuova forza; quindi bisogna aggiungere un terzo termine nel secondo membro della (2).

Codesto termine, E_1''', secondo le leggi dell'elasticità, sarà proporzionale direttamente all'angolo φ_1 e alla quarta potenza del diametro, d_1, della corda, inversamente alla lunghezza, l_1,

di questa. Sicchè, indicando con κ una costante, lo potremo scrivere sotto la forma:

$$E_1^{**} = \frac{\kappa_1 d_1^4}{l_1} q_1,$$

ossia:

$$E_1^{**} = \frac{1}{C_1} q_1, \tag{3}$$

se, per brevità, si pone:

$$C_1 = \frac{l_1}{\kappa_1 d_1^4}. \tag{4}$$

Nel caso attuale, in luogo della (2), verrà, come dicevo:

$$E_1 = \frac{d}{dt}(L_1 i_1) + R_1 i_1 + E_1^{**}.$$

o, che fa lo stesso:

$$E_1 = \frac{d}{dt}(L_1 i_1) + R_1 i_1 + \frac{1}{C_1} q_1. \tag{5}$$

È specialmente interessante vedere che cosa accade quando, dopo di aver rotato di un certo angolo il sistema, lo si abbandona a sè stesso. Allora è:

$$E_1 = 0.$$

quindi, per la (5):

$$\frac{d}{dt}(L_1 i_1) + R_1 i_1 + \frac{1}{C_1} q_1 = 0.$$

o, se si pone esplicitamente in luogo della i_1 il suo valore:

$$\frac{d}{dt}\left(L_1 \frac{dq_1}{dt}\right) + R_1 \frac{dq_1}{dt} + \frac{1}{C_1} q_1 = 0. \tag{6}$$

Per il caso particolare, nel quale la L_1 si mantiene costante, segue dalla (6):

$$L_1 \frac{d^2 q_1}{dt^2} + R_1 \frac{dq_1}{dt} + \frac{1}{C_1} q_1 = 0. \tag{7}$$

E questa è l'equazione, che il Thomson prese a fondamento della sua classica teoria delle scariche oscillanti.

Segue immediatamente di qui che la costante C_1, definita dalla (4), rappresenta la capacità del condensatore inserito nel circuito.

Si possono realizzare con questo modello, nei particolari più minuti, i fenomeni, ai quali dà luogo la scarica di una bottiglia di Leida.

Per fare le esperienze si torce alquanto la corda, dando al volano tre o quattro giri e poi si abbandona l'apparecchio a sè stesso (*).

Tutte le cose, che si riscontrano sul modello, si possono, naturalmente, prevedere con la teoria. Come dianzi enuncerò anche qui alcuni resultati, richiamando il loro significato elettrodinamico.

a) In generale il moto dell'apparecchio abbandonato a sè stesso è alternativo.	In generale scaricando un condensatore si ottengono delle correnti alternative.
b) Il periodo dell'oscillazione dipende dalle proprietà della corda elastica e dal momento di inerzia. Lo smorzamento è funzione della resistenza d'attrito e del momento di inerzia.	Il periodo dell'oscillazione dipende dalla capacità del condensatore e dal coefficiente di autoinduzione. Lo smorzamento è funzione della resistenza ohmica e del coefficiente di autoinduzione.

La forma stessa della relazione (4) indica come si debba procedere per variare la C_1. Basterà infatti prendere delle corde di diversi spessori o di lunghezze differenti. In pratica questo ultimo artifizio è il più opportuno; perchè, servendoci di esso, possiamo alterare la capacità in modo continuo.

Nel mio apparecchio la cosa si fa per mezzo di un braccio a forchetta, il quale si sposta lungo la sbarra, che congiunge il primo con il secondo ritto (cfr. fig. 3).

(*) Accade facilmente, quando si gira il volano, che i capi della corda sfuggano alle viti che li dovrebbero trattenere; sicchè la corda si storce. Per evitare questo basta appiattire un pochino gli estremi, martellandoli sopra un'incudine.

Il modello è tanto perfetto che anche l'inconveniente, di cui parlo, ha un significato elettrodinamico. In realtà, se l'isolamento in un condensatore è difettoso, non si può superare un certo potenziale, senza che le scariche passino nell'interno.

L'asta del braccio è forata in corrispondenza della corda elastica, sicchè questa la può attraversare; ma qui viene trattenuta da una vite. Si capisce che allora ogni cosa deve accadere come se il modello del condensatore fosse limitato a quella parte, che rimane alla destra del braccio.

I fili elastici impiegati da me erano corde da pianoforte, di provenienza inglese (*). Ne adoperai di tre spessori diversi, cioè dei numeri 15, 20 e 25 (**). Le corde del numero 20 sembrano convenire meglio di tutte le altre. Quelle più spesse imprimono all'apparecchio delle scosse violente; e le più sottili stentano a superare gli attriti e conservano con facilità una parte della deformazione (una carica residua). Tirando partito di questo artifizio, che ho descritto, si verifica che:

a) Propriamente il periodo cresce come la radice quadrata della lunghezza della corda e del momento di inerzia.	Propriamente il periodo cresce come la radice quadrata della capacità e del coefficiente di autoinduzione.
b) Se la corda è lunga e sottile, e la resistenza è grande, e il sistema è molto leggero il movimento finisce per doventare aperiodico.	Se la capacità e la resistenza sono grandi, e l'induzione è poco sensibile il movimento (dell'elettricità) finisce per doventare aperiodico.

3. *Due circuiti in presenza, senza condensatori.* — Se si vogliono rappresentare i fenomeni elettrodinamici, che si osservano in queste condizioni, si dispone l'apparecchio nel modo indicato dalla figura 2.

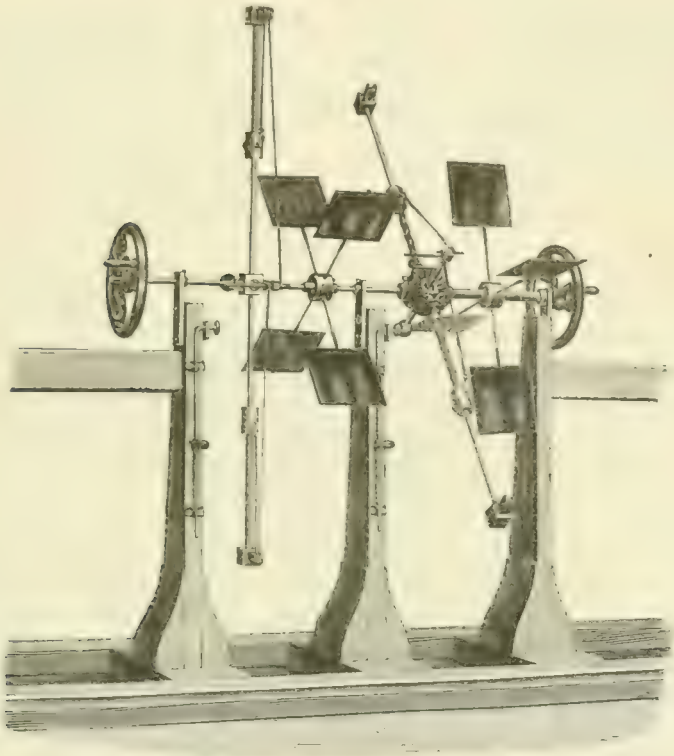
La corda elastica vien tolta via, e sull'asse si infilano ancora una rota dentata conica (che si fissa a vite) e due manicotti. Di questi il primo reca due sbarre di acciaio, normali all'asse e disposte una sul prolungamento dell'altra. Il secondo porta, alla sua volta, una rota dentata conica, quattro asticine, con palette di latta, ed un volano simile a quello, che si impiegava nelle esperienze, che ho descritto più avanti. Finalmente, intorno alle sbarre del primo manicotto, gira un altra coppia di rote dentate. Le cose sono disposte in modo che i quattro pignoni (tutti eguali fra loro) ingranino, ciascuno coi due, che gli sono ai lati.

(*) Della casa *W. D. Houghton, Warrington.*

(**) I numeri crescono nello stesso senso che gli spessori.

Si capisce che un movimento impresso al volano di sinistra si possa comunicare, per questa trasmissione, a quello di destra.

Fig. 2.



Sia ora l_1 il momento di inerzia, intorno all'asse di rotazione, di tutte quelle parti del modello, che all'asse medesimo sono unite rigidamente. E siano m ed l_2 i momenti analoghi del sistema di trasmissione e degli organi, che restano collegati in modo invariabile al secondo volano.

Si indichino poi con q_1 e q_2 gli angoli, dei quali sono girati al tempo t, i sistemi, cui si riferiscono i momenti l_1 e l_2. È facile vedere che sarà $\frac{q_1 + q_2}{2}$ la quantità analoga per la trasmissione. Poniamo ancora:

$$i_1 = \frac{dq_1}{dt}, \qquad i_2 = \frac{dq_2}{dt},$$

e quindi:

$$\frac{i_1 + i_2}{2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right),$$

ed indichiamo con T la forza viva del modello. Sarà per approssimazione:

$$T = \frac{1}{2} l_1 i_1^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{i_1 + i_2}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} l_2 i_2^2 .$$

$$= \frac{1}{2} \left(l_1 + \frac{m}{4}\right) i_1^2 + \frac{m}{4} i_1 i_2 + \frac{1}{2}\left(l_2 + \frac{m}{4}\right) i_2^2 .$$

$$= \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + M i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 .$$

quando si ponga, per brevità di scrittura:

$$l_1 + \frac{m}{4} = L_1 ,$$

$$\frac{m}{4} = M,$$

$$l_2 + \frac{m}{4} = L_2 ;$$

questa è la forma caratteristica per l'energia cinetica dei sistemi diciclici.

Segue di qui che le forze, E_1 ed E_2, agenti sulle coordinate (cicliche) q_1 e q_2, si potranno mettere sotto la forma:

$$E_1 = \frac{d}{dt}(L_1 i_1 + M i_2) + R_1 i_1 ,$$

(8)

$$E_2 = \frac{d}{dt}(L_2 i_2 + M i_1) + R_2 i_2 ,$$

se con R_1 e R_2 si indicano due costanti, le quali forniscono la misura delle resistenze d'attrito.

Le equazioni (8) sono le stesse, da cui si deducono di solito i fenomeni di induzione fra due circuiti elettrici. Ne richiamo

alcune conseguenze, tanto per il modello che per il caso dell'elettrodinamica.

a) Se il primo volano rota uniformemente, il secondo rimane in riposo (*).

Se la corrente primaria è costante, nel secondario non si osserva induzione.

b) Se non v'è forza applicata al secondo volano, si manifesta nel sistema, del quale esso fa parte, una causa di moto negli istanti in cui la velocità del primo volano passa per lo zero. Tale causa tende a produrre una rotazione diretta nel medesimo verso dell'inducente o nel contrario, secondo che questa finisce o comincia.

Se non v'è forza (elettromotrice) applicata al circuito secondario, si manifesta in esso una corrente indotta negli istanti in cui l'intensità nel circuito primario passa per lo zero. Tale corrente indotta è diretta nel medesimo verso dell'inducente o nel contrario, secondo che questa si interrompe o si stabilisce.

c) Se non v'è forza applicata al secondo volano, si manifesta nel sistema, del quale esso fa parte, una causa di moto negli istanti in cui il momento d'inerzia del sistema inducente si altera.

Questa causa tende a produrre una rotazione diretta nel medesimo verso dell'inducente o nel contrario secondo che il momento diminuisce o cresce.

Se non v'è forza (elettromotrice) applicata al circuito secondario, si manifesta in esso una corrente indotta negli istanti in cui il coefficiente di autoinduzione del circuito primario si altera.

Questa corrente indotta è diretta nel medesimo verso dell'inducente o nel contrario, secondo che il coefficiente di autoinduzione diminuisce o cresce (**).

Nel modello i fenomeni raccolti sotto la lettera *c* si otterranno spostando, nel modo già descritto, i pesi mobili sopra le sbarre del primo sistema parziale.

d) Se non v'è forza applicata al secondo volano, si manifesta nel sistema del quale esso fa parte, una causa di moto negli istanti in cui il momento di inerzia della trasmissione si altera.

Questa causa tende a produrre una rotazione diretta nel medesimo verso dell'inducente o nel contrario secondo che il momento diminuisce o cresce.

Se non v'è forza (elettromotrice) applicata al circuito secondario, si manifesta in esso una corrente indotta negli istanti in cui il coefficiente di induzione mutua si altera.

Questa corrente indotta è diretta nel medesimo verso dell'inducente o nel contrario secondo che il coefficiente di induzione diminuisce o cresce.

Volendo ottenere questi altri fatti si infilano sopra le sbarre, che reggono i pignoni della trasmissione, due masse mobili:

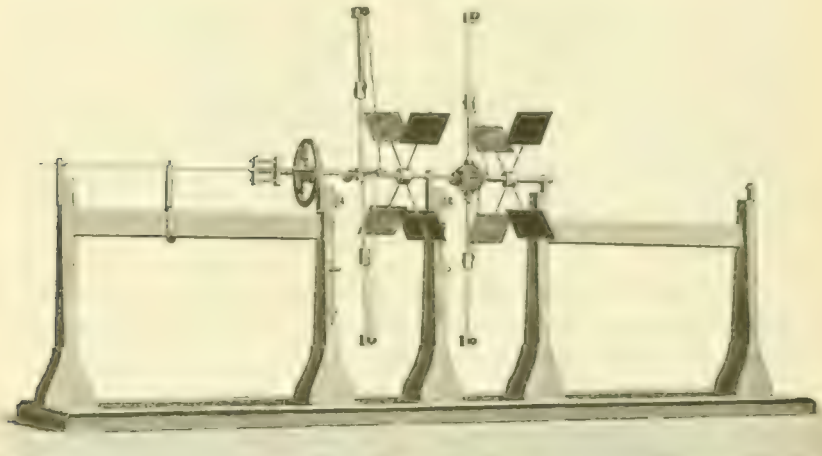
(*) Parlo degli effetti, che si osservano nel *secondo* volano, solamente per fissare le idee. In realtà le parti si possono invertire.

(**) La cosa si può fare in pratica ponendo una dentro l'altra due eliche, delle quali l'interna (per esempio) si fa percorrere da una corrente. Si metterà ancora in circuito col conduttore primario, per comunicazione lontana, una spirale, che si possa allungare o schiacciare.

e si dispongono tutte le altre cose esattamente nel modo, che si seguiva dianzi per alterare il momento di inerzia del primo sistema parziale.

4. *Due circuiti in presenza, forniti di condensatori.* — Il modello or ora descritto si riduce ad un sistema diciclico imperfetto quando ad uno o ad entrambi i circuiti si aggiungano le corde elastiche, che rappresentano i condensatori. Si ottengono così gli apparecchi delle figure 3 e 4.

Fig. 3.



Le equazioni del moto hanno una forma analoga alla (5), e cioè si scrivono:

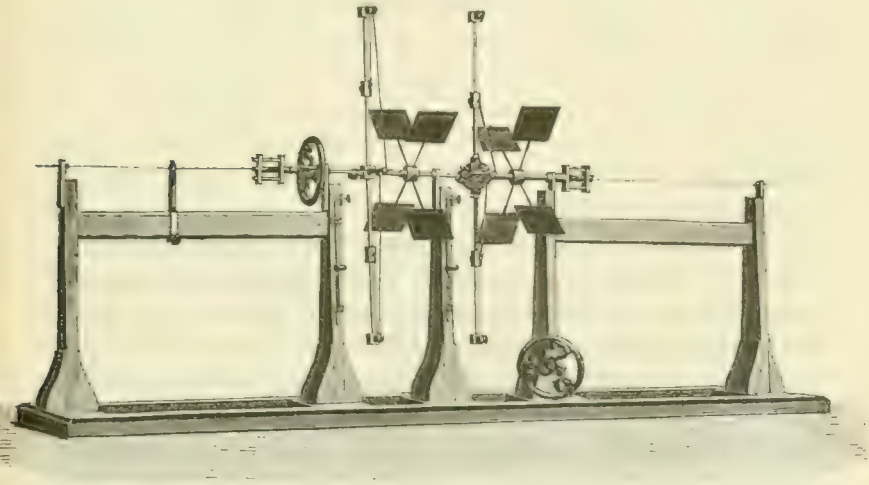
$$
(9)\qquad
\begin{aligned}
E_1 &= \frac{d}{dt}(L_1 i_1 + M i_2) + R_1 i_1 + \frac{1}{C_1} q_1 ;\\
E_2 &= \frac{d}{dt}(L_2 i_2 + M i_1) + R_2 i_2 + \frac{1}{C_2} q_2 ;
\end{aligned}
$$

in esse le costanti C_1 e C_2 hanno un significato ovvio.

Da queste equazioni si ricavano, con procedimenti conosciuti, tutti i fenomeni di risonanza. Tali fenomeni ci dobbiamo dunque aspettare che si riscontrino sul modello. In realtà la cosa è possibile, almeno nei tratti principalissimi.

In particolare, se si conserva il solo " condensatore " di sinistra (fig. 3), si induce nel secondo sistema parziale un movimento alternativo. Il quale è spostato di fase rispetto all'inducente, così che la sua velocità si annulla ogni volta che la velocità del movimento primario raggiunge un valore massimo o minimo.

Fig. 4.



Quando invece si aggiungano al modello entrambe le corde elastiche (fig. 4), i fenomeni doventano molto complessi. Si vede però nettamente che l'eccitazione riesce male quando i periodi proprii dei due sistemi parziali siano molto diversi, mentre si fa assai bene nel caso dell'unisono.

Valori assoluti e variazioni secolari degli elementi del magnetismo terrestre a Torino;

Nota del Dott. GIOVANNI BATTISTA RIZZO.

I.

Tutti coloro i quali si sono occupati del magnetismo terrestre a Torino, a partire da Humboldt e Gay-Lussac fino al Chistoni, hanno trovato tali discordanze nei valori ottenuti che hanno dovuto attribuirle a qualche grande causa perturbatrice, come sarebbe la presenza di rocce fortemente magnetiche nel sottosuolo; e perciò non hanno creduto di poter sottoporre ad uno studio sistematico le variazioni degli elementi trovati, sembrando troppo difficile di sceverare le variazioni regolari del magnetismo da quelle accidentali che dipendono quasi esclusivamente dalla scelta del punto di osservazione. Anzi, sebbene la conoscenza degli elementi magnetici sia molto importante in varie questioni di fisica e anche di geometria pratica, tuttavia la preoccupazione delle anomalie che si presentano nei dintorni di Torino ha distolto la maggior parte degli studiosi dall'occuparsi di questo argomento.

Aiutato dal prof. Tacchini e dal prof. Naccari, il quale ebbe anche la bontà di provvedermi gli strumenti necessari, ho fatto nel 1895 e nel 1896 tutta una rete molto fitta di stazioni magnetiche per determinare, con quell'esattezza che è consentita dalla attuale perfezione degli strumenti, la legge delle variazioni degli elementi magnetici nella valle superiore del Po, e i risultati ottenuti saranno presto pubblicati negli Annali della Meteorologia Italiana.

Ma per ciò che riguarda più propriamente Torino ho fatto una serie particolare di misure per stabilire il valore degli ele-

menti magnetici almeno in qualche punto della città che sia ben determinato e non presenti delle anomalie strettamente locali.

Come avrò occasione di dire più estesamente in seguito, nel corso di questo secolo si fecero a Torino molte misure magnetiche, ma le più notevoli, tanto per la bontà dei metodi impiegati, quanto per l'autorità degli sperimentatori, si sono fatte in prossimità del Castello del Valentino, anzi la maggior parte vennero fatte dinanzi al castello medesimo, a qualche distanza, in quel tratto dove ora passa il Corso Valentino. Perciò anch'io ho fatto la mia stazione in quelle vicinanze, e questa scelta venne anche consigliata da un'altra ragione: sebbene non lungi dal Valentino vi debba essere presso il fiume una importante cagione di anomalie magnetiche, come risulta dalle ripetute determinazioni del Battelli, da quelle del Denza e anche dalle mie, tuttavia dal Corso Valentino al rimanente della città non vi sono più delle divergenze degne di nota, e quindi le determinazioni fatte colà si possono considerare, almeno per approssimazione, come valevoli per Torino in generale.

Nelle condizioni attuali non potendosi fare una stazione magnetica nel mezzo del Corso Valentino, poichè, per non dire del disturbo che verrebbe dal frequente passaggio della gente, lungo il Corso vi sono le guide di ferro di una linea tranviaria, ho scelto il giardino della Reale Accademia d'Agricoltura, come quello che, senza essere troppo distante dal Valentino è molto spazioso e aperto, e vi si possono collocare convenientemente gli strumenti magnetici.

La determinazione della quale parlo fu fatta il giorno 27 Gennaio 1897, e i risultati ottenuti col magnetometro di Schneider e coll'inclinometro del Dover sono i seguenti.

Coordinate geografiche della stazione:

$$\varphi = 45^\circ\, 3',1 \qquad \lambda = 7^\circ\, 40',9 \qquad \text{(E. Gr.)}$$

Mira: la palla che si vede sul comignolo più a sinistra sopra il nuovo istituto di fisica.

Azimut della mira.

Ore t. m. E. C.	Altezza del sole	Declinazione del sole	Azimut del sole	Puntata al sole	Puntata alla mira	Angolo fra il sole e la mira	Azimut della mira
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
16 28	11 11,0	18 20,9	130 42,9	3 40,8	340 27,2	23 13,6	04,5
27 41	12 39,6	18 20,8	133 04,8	1 32,5	340 30,0	21 02,5	07,3
31 19	13 10,7	18 20,8	133 54,8	0 49,8	340 29,6	20 20,2	07,0

Valore medio dell'Azimut della mira: 154°06',1.

Declinazione magnetica: δ.

Ore t. m. E. C.	Meridiano magnetico	Mira	Posizione del Nord	Declinazione
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
10 7	32,6	31,1	37,2	55,4
10 20	32,0	33,0	39,1	52,9
10 40	34,0	34,0	40,1	53,9
11 10	34,5	35,0	41,1	53,4
11 30	38,0	37,7	43,8	54,2

Valore medio della declinazione magnetica: 11°54',1.

INCLINAZIONE MAGNETICA: I.

Condizione d'osservazione		Circolo a E.	Circolo a W.	Media
Ago N. 1.				
Polo N in A	magnete diretto	61° 10′,1	61° 33′,0	61° 21′,5
	magnete rovesciato	61 27,8	61 20,5	61 24,2
Polo N in B	magnete diretto	61 30,5	61 23,0	61 26,7
	magnete rovesciato	61 20,0	61 30,0	61 25,0
Inclinazione media coll'ago N. 1: 61°24′,3				
Ago N. 2.				
Polo N in A	magnete diretto	61° 06′,0	61° 38′,5	61° 22′,2
	magnete rovesciato	61 24,0	61 21,0	61 22,5
Polo N in B	magnete diretto	61 11,0	61 36,5	61 23,7
	magnete rovesciato	61 15,0	61 35,5	61 25,2
Inclinazione media coll'ago N. 2: 61°23′,4				
Valore medio dell'inclinazione: 61°23′,8.				

COMPONENTE ORIZZONTALE: H.

Durata di 1 oscillazione dell'ago.

Dalle $14^h\ 11^m$ alle $14^h\ 24^m$		Dalle $16^h\ 01^m$ alle $16^h\ 14^m$	
Durata di 100 oscillazioni.		*Durata di 100 oscillazioni.*	
in senso pari	in senso dispari	in senso pari	in senso dispari
$6^m 52^s,7$	$6^m 52^s,7$	$6^m 53^s,8$	$6^m 53^s,9$
6 52,8	6 53,0	6 53,8	6 53,8
6 53,1	6 52,5	6 53,8	6 53,8
6 53,2	6 52,6	6 53,6	6 53,7
6 52,6	6 52,5	6 53,7	6 53,6
6 52,4	6 52,3	6 53,5	6 53,4
6 51,7	6 52,3	6 53,4	6 53,5
6 51,7	6 51,8	6 53,6	6 53,5
6 51,8	6 51,7	6 53,5	6 53,5
6 51,7	6 52,0	6 53,5	6 53,5
Dur. media di 1 oscill.:			
$4^s,1237$	$4^s,1234$	$4^s,1362$	$4^s,1362$
T = $4^s,12355$		T = $4^s,13620$	
$t = 5,3$	$\Delta = 3',1$	$t = 5,3$	$\Delta = 3',2$

Deviazioni prodotte dall'ago di oscillazione.

Ore	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	φ	τ
Ago deviatore alla distanza 30.						
15h30m-15h39m	160 06 40	134 51 00	134 [illegible]	159 42 40	12 44 [illegible]	4,6
15 40 -15 48	160 06 20	134 52 00	134 00 00	159 44 00	12 44 [illegible]	4,5
Ago deviatore alla distanza 40.						
15h05m-15h28m	152 22 00	141 [illegible] 00	141 33 20	152 25 00	5 25 [illegible]	4,5
15 48 -16 00	152 21 20	141 31 00	141 34 40	152 26 00	5 25 25	5,0

Valore medio della componente orizzontale: H = 0,2151.

Riassumendo si hanno per il giorno 27 Gennaio 1897 i seguenti valori degli elementi del magnetismo terrestre nel giardino della Reale Accademia di Agricoltura al Valentino:

$$\delta = 11^\circ\ 54',1 \qquad \text{W.}$$
$$I = 61^\circ\ 23',8$$
$$H = 0.2151 \qquad \text{(C. G. S.).}$$

II.

A) *Declinazione magnetica.* — Il valore trovato concorda abbastanza bene con quello ottenuto nel 1886, 6 dal Chistoni a Lucento (che è un borgo a NW della città), e questo raffronto è opportuno, perchè ci permette di determinare, almeno con una grossolana approssimazione, la variazione annuale della declinazione magnetica a Torino. Questa variazione sarebbe adunque di 7′ all'anno, che è un valore probabile, perchè nelle altre stazioni qui sotto indicate si hanno le variazioni annuali seguenti:

Berlino	— 8′,8
Gottinga	— 7′,9
Venezia	— 6′,8
Milano	— 6′,7.

Ma pur troppo non abbiamo nessun dato sicuro per determinare con esattezza la variazione annuale della declinazione magnetica a Torino. La nostra più antica misura della declinazione magnetica è quella fatta dal Plana nell'agosto del 1841 (1), il quale aveva fatto stazione precisamente dinanzi al castello del Valentino, dove allora c'era un campo, e questo sarebbe un dato preziosissimo per noi, ma, sia detto col rispetto dovuto alla memoria dell'Astronomo Torinese, il valore ottenuto dal Plana

$$\delta = 18^\circ\ 2',9$$

non è il valore della declinazione magnetica nel punto d'osservazione per l'anno 1841.

Infatti ammettendo la declinazione trovata dal Plana si otterrebbe una diminuzione annuale di

$$-8',1$$

che è troppo superiore a quella che si ha alla nostra latitudine.

Questo dubbio intorno all'esattezza del valore ottenuto dal Plana, il quale credeva forse inutile di occuparsi con maggior precisione delle determinazioni sperimentali, viene confermato dalla discussione degli altri valori che egli ottenne per l'inclinazione e per l'intensità della forza magnetica. Infatti i valori trovati dal Plana per questi elementi si scostano considerevolmente da quelli che secondo altre determinazioni più precise fatte in quei tempi vanno considerati come i valori più probabili per l'epoca considerata; e siccome non possiamo attribuire alla sua misura della declinazione magnetica un maggior grado di precisione, così su quel dato, sebbene sia l'unico che possediamo, non possiamo fondare il calcolo delle variazioni secolari della declinazione.

B) *Inclinazione magnetica.* — Il valore più antico che noi conosciamo di questo elemento è quello che si suol chiamare di Humboldt e di Gay-Lussac; infatti lo si trova pubblicato nella

(1) J. Plana, " Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino ", ser. 2ª, t. VI, pag. 126, 1844.

relazione del viaggio che essi fecero nel 1805 e nel 1806 per le loro determinazioni magnetiche nella Svizzera e nell'Italia (1). Ma in quella stessa relazione i due autori narrano come siano stati ottenuti i dati che si riferiscono a Torino.

Scendendo dal Moncenisio i due illustri viaggiatori vennero a Torino e vi misurarono l'inclinazione e l'intensità del magnetismo in un punto non ben precisato, quindi continuarono il loro viaggio. Ma giunti a Milano, dove si fermarono più a lungo, nel calcolare i risultati ottenuti a Torino si avvidero di una forte divergenza fra i valori quivi ottenuti e quelli che si sarebbero aspettati, divergenza che essi attribuirono a qualche causa affatto speciale. Perciò rimandarono a Torino un loro ago al Vassalli-Eandi, pregandolo di ripetere le determinazioni: e dalle numerose misure che il Vassalli-Eandi fece in parecchi punti della città dedussero quei valori che sono riportati nella loro celebre relazione. Si aveva dunque per l'anno 1805:

$$I = 66^\circ\ 03'.$$

Trascorsero molti anni prima che nessuno pensasse a misurare l'inclinazione magnetica a Torino: nel 1830 il Quetelet (2) vi misurò la componente orizzontale, ma non l'inclinazione, e solamente nel secondo viaggio che egli fece nel mese di settembre 1839 determinò anche questo elemento ottenendo (3)

$$I = 63^\circ\ 55',9.$$

Ma già l'anno prima il Bache (4) aveva ottenuto nell'Orto botanico

$$I = 63^\circ\ 52',2.$$

(1) A. v. Humboldt et L. Gay-Lussac, " Mémoires de Phys. et de Chimie de la Société d'Arcueil ", t. I, 1807.

(2) Quetelet, " Nouveaux Mém. de l'Acad. Roy. de Bruxelles ", t. VI, 3me Mém., 1830.

(3) Quetelet, ib., t. XIII, 1841.

(4) D. Bache, " Trans. Amer. Phil. Soc. ", vol. VII, p. 75, 1840; " Annali della Meteorologia italiana ", vol. VII, parte 1ª, p. 227, 1885.

Quindi si hanno due determinazioni del Plana (1), una del 1842 che dà

$$I = 63^\circ\ 56'.1$$

e l'altra del 1843, che dà

$$I = 64^\circ\ 11'\ 15''.$$

Come ho già accennato più sopra non possiamo far gran conto dei risultati di queste misure del Plana, perchè se nella prima non si scosta molto dal valore trovato dal Bache e dal Quetelet, vi sono delle divergenze troppo grandi fra i singoli risultati ottenuti nell'esperienza, e il valore trovato nella seconda è certamente troppo grande.

Il prof. Gherardi (2) da una serie di determinazioni fatta al Valentino intorno al 1860 dedusse

$$I = 62^\circ\ 25'.$$

Ma anche questo valore è poco sicuro perchè, se il Gherardi era molto accorto nell'evitare l'azione perturbatrice, che egli riputava grandissima, dei mattoni, dei cocci e dei ciottoli, non dava poi la voluta importanza alla presenza di vere masse ferrose nelle vicinanze del punto di stazione: e poi non impiegava le cautele necessarie per ottenere una buona determinazione dell'inclinazione: per esempio egli non si curava di invertire la polarita degli aghi, pensando che ciò dovesse nuocere agli aghi medesimi.

Una buona determinazione dell'inclinazione magnetica a Torino venne fatta dal Kämtz (3) nel settembre del 1867 durante il suo celebre viaggio in Italia e il risultato fu il seguente:

$$I = 62^\circ\ 26',7.$$

(1) J. Plana, l. c.

(2) Gherardi, " Memorie dell'Accad. delle Scienze di Bologna ", t. XII, p. 565, 1861.

(3) L. J. v. Kaemtz, " Rep. f. Meteorologie ", Bd. I, p. 201, 1870.

Il P. Denza e il Battelli (1) determinarono l'inclinazione magnetica nell'isola di Armida l'anno 1880 e l'anno 1889 e trovarono rispettivamente 62° 11′ e 61° 55′: ma questi risultati non valgono per la nostra stazione essendo stato dimostrato che nelle vicinanze dell'isola di Armida l'inclinazione è più grande che non nelle regioni circostanti. Il Chistoni (2) determinò nell'agosto 1886 l'inclinazione a Lucento trovando 61° 34′,5; ma è noto nella stazione del Chistoni l'inclinazione è un po' minore di quella che si ha al Valentino.

L'ultima determinazione è quella che ho riportato nella prima parte di questa nota e che dà

$$I = 61° \ 23',8.$$

Riassumendo pertanto i diversi valori ottenuti misurando l'inclinazione magnetica a Torino (Valentino), si ha:

Anno	Inclinazione	Autore
1805	66° 03′	Humboldt, Gay-Lussac
1838,5	63 52,2	Bache
1839,7	63 55,9	Quetelet
1842,5	63 56,1	Plana
1843,6	64 11,2	Plana
1860	62 25	Gherardi
1867,7	62 26,7	Kämtz
1897,1	61 23,8	Rizzo

Escludendo i risultati del Plana e del Gherardi per le ragioni già dette, si può calcolare con gli altri elementi una formola, la quale esprima le variazioni secolari dell'inclinazione magne-

(1) F. Denza, " Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino ", vol. XXIV, p. 821, 1889.

(2) C. Chistoni, " Annali della Meteorologia italiana ", vol. VII, parte 1ª, p. 93, 1885 (1887).

tica a Torino. Infatti questo elemento si può esprimere in funzione del tempo con una formola del tipo

$$I = I_0 + At + Bt^2$$

per la quale le costanti I_0, A, B si calcolano coi dati sopra riferiti.

Contando il tempo a partire dall'epoca 1880,0, per prendere lo stesso punto di partenza che venne scelto dal Chistoni nelle sue ricerche sulle variazioni secolari del magnetismo terrestre a Milano, a Padova e a Venezia, si ottiene dalla nostra serie dei valori dell'inclinazione

$$I = 61^\circ\ 58',6 - 2',32t + 0',013t^2.$$

Con questa formola si può facilmente calcolare il valore dell'inclinazione magnetica per un'epoca qualsiasi del periodo considerato e coi valori ottenuti si è costruita la 1ª curva della tavola annessa.

Per le città sopra ricordate il Chistoni aveva trovato le formole seguenti:

Milano: $I = 62^\circ\ 11' - 1',33t + 0,022t^2$
Venezia: $I = 61^\circ\ 38' - 1',90t + 0,012t^2$
Padova: $I = 61^\circ\ 47' - 1',66t + 0,016t^2$.

C) *Componente orizzontale della forza magnetica.* — Anche l'intensità della forza magnetica terrestre venne determinata la prima volta dal Vassalli-Eandi collo strumento di Humboldt e Gay-Lussac. Prendendo per unità di forza magnetica quella che Humboldt aveva trovato nel Perù nel punto di coordinate:

$\varphi = 7^\circ\ 1'$ S
$\lambda = 80^\circ\ 40'$ W da Parigi,

a Torino nel 1805 la forza magnetica era 1,3364. E moltiplicando questo numero per il fattore di Gauss (1), l'intensità della

(1) Cf. Chistoni, "Annali della Meteorologia Italiana", vol. VII, parte 1ª, p. 281, 1884.

componente orizzontale del magnetismo terrestre a Torino per l'anno 1805 risulta

$$H = 0{,}1894 \quad (C.\ G.\ S.).$$

Nel 1830, in occasione del suo primo viaggio in Italia, il Quetelet determinò al Valentino l'intensità orizzontale della forza magnetica e trovò che prendendo per unità il valore di questo elemento a Parigi si aveva qui 1.111. Ma nella seconda memoria citata, tenendo conto di una diminuzione avvenuta durante il viaggio nel magnetismo degli aghi adoperati, corresse questo valore dell'intensità orizzontale a Torino e diede rispetto all'intensità di Parigi nel 1830 il valore 1,0925. Ora è noto che in quell'epoca la componente orizzontale era a Parigi 0,1795 (C. G. S.) e di qui si deduce per Torino

$$H = 0{,}1961 \quad (C.\ G.\ S.).$$

Nel 1838 il Bache trovò rispetto a Parigi 1,0945 ed essendo in quell'anno a Parigi $H = 0{,}181$, si ha per Torino

$$H = 0{,}1981 \quad (C.\ G.\ S.).$$

L'anno seguente ritornò in Italia il Quetelet e ottenne rispetto a Parigi il valore medio 1,105, che dà per Torino

$$H = 0{,}2001 \quad (C.\ G.\ S.).$$

Nel 1842 il Plana fece una determinazione assoluta della componente orizzontale col metodo di Gauss, ma ottenne il valore esagerato di

$$H = 0{,}2074 \quad (C.\ G.\ S.).$$

Per quanto io sappia non vennero più fatte altre misure della forza magnetica a Torino fino al 1886, nel quale anno il Chistoni trovò per Lucento $H = 0{,}21417$; e poi al principio di quest'anno io ottenni al Valentino

$$H = 0{,}2151 \quad (C.\ G.\ S.).$$

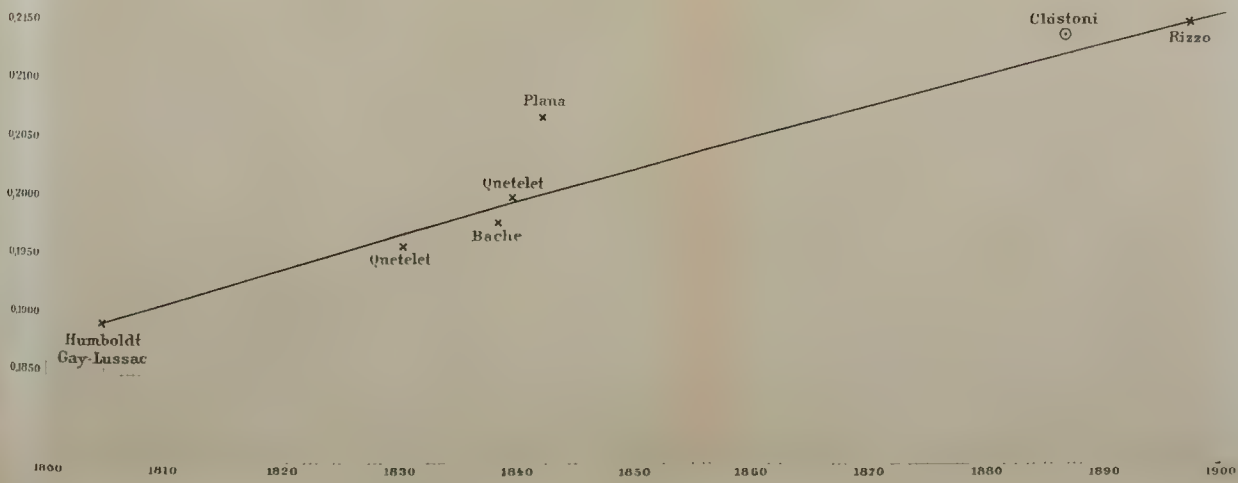
I valori che noi conosciamo per la componente orizzontale del magnetismo terrestre a Torino sono dunque i seguenti:

VARIAZIONI SECOLARI

DEGLI ELEMENTI DEL MAGNETISMO TERRESTRE A TORINO (*VALENTINO*)

Inclinazione

Intensità orizzontale (C.G.S.)



Anno	H (C. G. S.)	Autore
1805	0,1894	Humboldt
1830,6	,1961	Quetelet
1838,5	,1981	Bache
1839,7	,2001	Quetelet
1842,5	,2074	Plana
1897,1	,2151	Rizzo

Come si è fatto per l'inclinazione, si possono rappresentare le variazioni secolari della componente orizzontale della forza magnetica a Torino mediante una formola calcolata cogli elementi contenuti nella tabella sopra scritta, omettendo quello dato dal Plana.

Così si ottiene:

$$H = 0{,}2105 + 0{,}000273t - 0{,}00000010t^2 \quad \text{(C. G. S.)},$$

dove t esprime il numero degli anni trascorsi dopo il 1880,0; e coi valori ottenuti mediante questa formola si è costruita la 2ª curva della tavola.

Il Chistoni aveva trovato per Venezia:

$$H = 0{,}2130 + 0{,}00017t - 0{,}000001t^2$$

e per Padova:

$$H = 0{,}2137 + 0{,}00024t - 0{,}000001t^2.$$

Riassumendo possiamo dire che nel giardino dell'Accademia d'Agricoltura, e con molta approssimazione, in Torino, al principio dell'anno 1897 la declinazione magnetica era

$$\delta = 11^\circ\ 54',1 \qquad W,$$

presentando una diminuzione di circa 7′ all'anno;
l'inclinazione magnetica

$$I = 61^\circ\ 23',8$$

con una diminuzione di circa 2′ all'anno;
e la componente orizzontale della forza magnetica terrestre

$$H = 0{,}2151 \qquad \text{(C. G. S.)}$$

presentando un aumento di circa 0,00027 all'anno.

EFFEMERIDI

del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1898

calcolate dal Dott. VITTORIO BALBI
Assistente all'Osservatorio della R. Università.

PRINCIPALI ARTICOLI DEL CALENDARIO

PER L'ANNO COMUNE 1898.

Relazioni cronologiche.

L'anno 1898 corrisponde all'anno:

6611 del periodo Giuliano;

7406 dell'era bizantina (della creazione del mondo);

2674 delle olimpiadi (II° anno della 669ª olimpiade), il quale comincia nel Luglio 1898, fissando l'era delle olimpiadi verso il 1° Luglio dell'anno 3938 del periodo giuliano, che è l'anno 776 avanti Cristo (secondo l'uso dei Cronologisti);

2651 della fondazione di Roma secondo Varrone, fissato alla primavera dell'anno 3961 del periodo giuliano che è l'anno 753 avanti Cristo;

2645 dell'era di Nabonassar, fissato al Mercoledì 26 Febbraio dell'anno 3967 del periodo giuliano, che è l'anno 747 avanti Cristo;

5658 dell'èra israelitica, il quale comincia il 27 Settembre 1897 e finisce il 16 Settembre 1898;

1315 dell'Egira (era maomettana), il quale comincia il 2 Giugno 1897 e finisce il 21 Maggio 1898.

Computo Ecclesiastico.

Numero d'Oro	18
Epatta	VII
Ciclo Solare	3
Lettera Domenicale	B
Indizione Romana	11
Lettera del Martirologio	g

Quattro Tempora.

Di primavera . . .	2, 4 e 5	Marzo
D'estate	1, 3 e 4	Giugno
D'autunno	21, 23 e 24	Settembre
D'inverno	14, 16 e 17	Dicembre

Feste Mobili.

Settuagesima	6 Febbraio
Le Ceneri	23 Febbraio
Pasqua di Risurrezione . .	10 Aprile
Rogazioni	16, 17 e 18 Maggio
Ascensione	19 Maggio
Pentecoste	29 Maggio
SS. Trinità	5 Giugno
Corpus Domini	9 Giugno
Avvento Romano	27 Novembre

Principio delle Quattro Stagioni.

Primavera . . .	20 Marzo	ore	15,	min.	6
Estate	21 Giugno	„	11	„	7
Autunno . . .	23 Settembre	„	1	„	34
Inverno	21 Dicembre	„	19	„	59.

Gennaio 1898.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE															Età della Luna
dell'Anno	del Mese	della Settimana	Il SOLE						La LUNA									
			nasce		passa al meridiano			tramonta		nasce		passa al meridiano			tramonta			
			h	m	h	m	s	h	m	h	m	h	m		h	m		
1	1	S	8	10	12	33	7,50	16	56	12	21	19	41,3		2	9		9
2	2	D		10		33	35,54		57	12	47	20	27,0		3	14		10
3	3	L		10		34	3,21		58	13	18	21	14,6		4	18		11
4	4	M		9		34	30,47		59	13	57	22	3,9		5	19		12
5	5	M		9		34	57,29	17	0	14	42	22	54,4		6	16		13
6	6	G		9		35	23,65		1	15	35	23	45,1		7	7		14
7	7	V		9		35	49,53		2	16	35	—	—		7	49		15
8	8	S		9		36	14,90		3	17	40	0	34,9		8	25		16
9	9	D		9		36	39,75		4	18	47	1	23,1		8	54		17
10	10	L		8		37	4,04		6	19	54	2	9,4		9	19		18
11	11	M		8		37	27,76		7	21	2	2	54,2		9	41		19
12	12	M		7		37	50,88		8	22	10	3	38,0		10	2		20
13	13	G		7		38	13,40		9	23	20	4	21,8		10	21		21
14	14	V		6		38	35,28		10	—	—	5	6,7		10	43		22
15	15	S		6		38	56,53		12	0	32	5	54,0		11	5		23
16	16	D		5		39	17,12		13	1	47	6	44,8		11	34		24
17	17	L		5		39	37,02		14	3	6	7	40,2		12	8		25
18	18	M		4		39	56,24		16	4	23	8	40,4		12	54		26
19	19	M		3		40	14,74		17	5	32	9	44,1		13	53		27
20	20	G		3		40	32,51		18	6	33	10	48,9		15	5		28
21	21	V		2		40	49,53		20	7	26	11	51,8		16	25		29
22	22	S		1		41	5,79		21	8	4	12	40,7		17	47		1
23	23	D		0		41	21,17		22	8	34	13	44,9		19	7		2
24	24	L	7	59		41	35,95		24	8	59	14	34,9		20	23		3
25	25	M		58		41	49,81		25	9	21	15	21,8		21	35		4
26	26	M		57		42	2,87		27	9	41	16	6,8		22	46		5
27	27	G		57		42	15,10		28	10	2	16	51,3		23	53		6
28	28	V		56		42	26,50		29	10	24	17	35,8		—	—		7
29	29	S		54		42	37,96		31	10	49	18	21,6		1	1		8
30	30	D		53		42	46,79		32	11	18	19	8,8		2	6		9
31	31	L		52		42	55,67		34	11	53	19	57,7		3	9		10

Fasi della Luna.

8 Luna piena alle $1^h\ 24^m$

15 Ultimo quarto „ $16^h\ 45^m$

22 Luna nuova „ $8^h\ 25^m$

29 Primo quarto „ $15^h\ 33^m$

Il giorno nel mese cresce di $0^h\ 56^m$

4 La Luna è in Apogeo alle 17^h

20 Id. Perigeo „ 14^h

Il Sole entra nel segno *Acquario* il giorno 20 alle ore 0 min. 53.

Febbraio 1898.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
32	1	M	7 51	12 43 3,72	17 35	12 36	20 47,9	4 8	11
33	2	M	50	43 0,94	37	13 26	21 38,4	5 0	12
34	3	G	49	43 17,31	38	14 24	22 28,6	5 46	13
35	4	V	47	43 22,87	39	15 27	23 17,7	6 25	14
36	5	S	46	43 27,60	41	16 34	——	6 56	15
37	6	D	45	43 31,51	42	17 43	0 5,2	7 23	16
38	7	L	44	43 34,61	44	18 51	0 51,1	7 50	17
39	8	M	42	43 36,94	45	20 1	1 35,9	8 8	18
40	9	M	41	43 38,48	47	21 11	2 20,4	8 28	19
41	10	G	39	43 39,23	48	22 22	3 5,4	8 48	20
42	11	V	38	43 39,23	49	23 37	3 52,2	9 11	21
43	12	S	37	43 38,47	51	——	4 41,7	9 38	22
44	13	D	35	43 36,99	52	0 53	5 34,8	10 9	23
45	14	L	33	43 34,77	54	2 9	6 31,9	10 50	24
46	15	M	32	43 31,83	55	3 22	7 32,6	11 42	25
47	16	M	30	43 28,21	57	4 26	8 35,0	12 7	26
48	17	G	29	43 23,88	58	5 18	9 36,6	14 1	27
49	18	V	27	43 18,89	59	5 59	10 35,6	15 19	28
50	19	S	26	43 13,18	18 1	6 32	11 30,8	16 40	29
51	20	D	24	43 6,83	2	6 58	12 22,1	15 57	30
52	21	L	22	42 59,84	4	7 22	13 10,6	19 11	1
53	22	M	21	42 52,20	5	7 44	13 56,9	20 23	2
54	23	M	19	42 43,92	7	8 4	14 42,3	21 33	3
55	24	G	17	42 35,04	8	8 26	15 27,6	22 42	4
56	25	V	15	42 25,54	10	8 51	16 13,8	23 49	5
57	26	S	14	42 15,46	11	9 18	17 1,1	——	6
58	27	D	12	42 4,81	12	9 52	17 49,8	0 55	7
59	28	L	10	41 53,61	14	10 31	18 45,7	1 56	8

Fasi della Luna.

6 Luna piena alle $19^h\ 24^m$

14 Ultimo quarto „ $1^h\ 35^m$

20 Luna nuova „ $20^h\ 41^m$

28 Primo quarto „ $12^h\ 13^m$

Il giorno nel mese cresce di $1^h\ 22^m$

1 La Luna è in Apogeo alle 10^h
17 Id. Perigeo „ 8^h

Il Sole entra nel segno *Pesci* il giorno 18 alle ore 15 min. 26.

Marzo 1898.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
60	1	M	7 9	12 41 42,06	18 15	11 18	19 31,1	2 52	9
61	2	M	7	41 29,59	17	12 12	20 20,3	3 40	10
62	3	G	5	41 16,82	18	13 13	21 9,7	4 21	11
63	4	V	3	41 3,58	19	14 18	21 57,6	4 55	12
64	5	S	1	40 49,87	21	15 16	22 44,2	5 24	13
65	6	D	0	40 35,73	22	16 34	23 29,8	5 50	14
66	7	L	6 58	40 21,17	23	17 45	——	6 11	15
67	8	M	56	40 6,22	24	18 56	0 15,0	6 33	16
68	9	M	54	39 50,90	26	20 8	1 0,7	6 53	17
69	10	G	52	39 35,24	27	21 24	1 48,0	7 16	18
70	11	V	51	39 19,26	28	22 41	2 37,6	7 41	19
71	12	S	49	39 2,97	30	23 59	3 30,6	8 12	20
72	13	D	47	38 46,41	31	——	4 27,2	8 50	21
73	14	L	45	38 29,59	32	1 13	5 27,1	9 39	22
74	15	M	43	38 12,56	34	2 19	6 28,5	10 40	23
75	16	M	41	37 55,30	35	3 14	7 29,2	11 49	24
76	17	G	39	37 37,86	36	3 58	8 27,8	13 5	25
77	18	V	37	37 20,26	38	4 32	9 22,5	14 22	26
78	19	S	36	37 2,49	39	5 0	10 14,0	15 38	27
79	20	D	34	36 44,59	40	5 25	11 2,4	16 52	28
80	21	L	32	36 26,59	41	5 46	11 48,7	18 4	29
81	22	M	30	36 8,47	43	6 8	12 34,1	19 14	1
82	23	M	29	35 50,27	44	6 29	13 19,4	20 23	2
83	24	G	26	35 32,00	45	6 52	14 5,5	21 32	3
84	25	V	24	35 13,68	46	7 18	14 52,8	22 38	4
85	26	S	22	34 55,33	48	7 49	15 41,4	23 42	5
86	27	D	21	34 36,96	49	8 27	16 31,2	——	6
87	28	L	19	34 18,59	50	9 11	17 21,6	0 40	7
88	29	M	17	34 0,25	52	10 3	18 11,7	1 32	8
89	30	M	15	33 41,94	53	11 1	19 1,1	2 16	9
90	31	G	13	33 23,69	54	12 3	19 49,0	3 52	10

Fasi della Luna.

8 Luna piena alle 10^h 29^m

15 Ultimo quarto „ 8^h 48^m

22 Luna nuova „ 9^h 37^m

30 Primo quarto „ 8^h 40^m

Il giorno nel mese cresce di 1^h 37^m

1 La Luna è in Apogeo alle 6^h

14 Id. Perigeo „ 16^h

29 Id. Apogeo „ 3^h

Il Sole entra nel segno *Ariete* il giorno 20 alle ore 15 min. 6.

Aprile 1898.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	passa al meridiano		tramonta	La LUNA nasce	passa al meridiano	tramonta	Età della Luna
			h m	h m	s	h m	h m	h m	h m	
91	1	V	6 11	12 33	5,53	18 55	13 9	20 35,5	3 23	11
92	2	S	9	32	47,46	57	14 16	21 21,0	3 50	12
93	3	D	7	32	29,49	58	15 25	22 6,1	4 13	13
94	4	L	6	32	11,68	59	16 35	22 51,6	4 24	14
95	5	M	4	31	54,02	19 0	17 47	23 38,6	4 56	15
96	6	M	2	31	36,54	2	19 3	——	5 18	16
97	7	G	0	31	19,27	3	20 21	0 28,1	5 43	17
98	8	V	5 58	31	2,22	4	21 41	1 21,1	6 12	18
99	9	S	56	30	45,43	6	22 59	2 18,1	6 49	19
100	10	D	55	30	28,90	7	——	3 18,7	7 35	20
101	11	L	53	30	12,66	8	0 9	4 21,4	8 33	21
102	12	M	51	29	56,74	9	1 10	5 23,6	9 41	22
103	13	M	49	29	41,13	11	1 57	6 23,3	10 56	23
104	14	G	47	29	35,87	12	2 34	7 19,1	12 12	24
105	15	V	46	29	10,98	13	3 4	8 10,7	13 27	25
106	16	S	44	28	56,48	14	3 28	8 59,1	14 41	26
107	17	D	42	28	42,35	16	3 51	9 45,1	15 51	27
108	18	L	41	28	28,62	17	4 11	10 29,8	17 1	28
109	19	M	39	28	15,30	18	4 32	11 14,3	17 58	29
110	20	M	37	28	12,40	19	4 55	11 59,6	19 17	30
111	21	G	35	27	49,93	21	5 20	12 46,2	20 24	1
112	22	V	34	27	37,90	22	5 50	13 34,3	21 29	2
113	23	S	32	27	26,31	23	6 25	14 23,7	22 29	3
114	24	D	31	27	15,19	24	7 6	15 14,1	23 23	4
115	25	L	29	27	4,54	26	8 5	16 4,4	——	5
116	26	M	27	26	54,35	27	8 50	16 53,9	0 10	6
117	27	M	26	26	44,65	28	9 51	17 41,9	0 50	7
118	28	G	24	26	35,44	29	10 54	18 28,2	1 22	8
119	29	V	23	26	26,73	30	12 0	19 13,2	1 49	9
120	30	S	21	26	18,52	32	13 7	19 57,5	2 19	10

Fasi della Luna.

6 Luna piena alle 22^h 20^m

13 Ultimo quarto „ 15^h 28^m

20 Luna nuova „ 23^h 21^m

29 Primo quarto „ 3^h 4^m

Il giorno nel mese cresce di 1^h 30^m

9 La Luna è in Perigeo alle 23^h

25 Id. Apogeo „ 20^h

Il Sole entra nel segno *Toro* il giorno 20 alle ore 2 min. 56.

Maggio 1898.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
121	1	D	5 20	12 26 10,83	19 33	14 15	20 41,7	2 36	11
122	2	L	18	26 3,66	34	15 25	21 27,2	2 56	12
123	3	M	17	25 57,02	35	16 37	22 15,0	3 17	13
124	4	M	15	25 50,91	37	17 55	23 6,4	3 41	14
125	5	G	14	25 45,35	38	19 14	——	4 9	15
126	6	V	12	25 40,36	39	20 35	0 2,3	4 42	16
127	7	S	11	25 35,93	40	21 52	1 2,8	5 25	17
128	8	D	10	25 32,08	42	22 59	2 6,7	6 20	18
129	9	L	9	25 28,80	43	23 52	3 11,6	7 27	19
130	10	M	7	25 26,12	44	——	4 15,6	8 42	20
131	11	M	6	25 24,03	45	0 34	5 13,4	10 1	21
132	12	G	5	25 22,53	46	1 6	6 7,4	11 17	22
133	13	V	3	25 21,63	48	1 33	6 57,2	12 32	23
134	14	S	2	25 21,33	49	1 56	7 43,8	13 43	24
135	15	D	1	25 21,62	50	2 17	8 28,7	14 53	25
136	16	L	0	25 22,49	51	2 38	9 12,1	16 0	26
137	17	M	4 59	25 23,94	52	3 0	9 57,0	15 7	27
138	18	M	58	25 25,96	53	3 24	10 42,6	18 14	28
139	19	G	57	25 28,55	54	3 51	11 29,8	19 19	29
140	20	V	56	25 31,69	55	4 25	12 18,5	20 20	30
141	21	S	55	25 35,39	56	5 4	13 8,5	21 16	1
142	22	D	54	25 39,51	58	5 51	13 58,9	22 6	2
143	23	L	53	25 44,33	59	6 44	14 48,7	22 48	3
144	24	M	52	25 49,57	20 0	7 2	15 37,1	23 22	4
145	25	M	51	25 55,20	1	8 44	16 23,7	23 51	5
146	26	G	51	26 1,52	2	9 48	17 8,6	——	6
147	27	V	50	26 8,20	3	10 53	17 52,1	0 16	7
148	28	S	49	26 15,34	3	11 59	18 35,1	0 38	8
149	29	D	49	26 22,91	4	13 7	19 18,7	0 59	9
150	30	L	48	26 30,90	5	14 16	20 6,0	1 19	10
151	31	M	47	26 39,32	6	15 28	20 52,3	1 41	11

Fasi della Luna.

6 Luna piena alle $7^h\ 34^m$

12 Ultimo quarto „ $22^h\ 36^m$

20 Luna nuova „ $13^h\ 58^m$

28 Primo quarto „ $18^h\ 14^m$

Il giorno nel mese cresce di $1^h\ 8^m$

7 La Luna è in Perigeo alle 22^h

23 Id. Apogeo „ 10^h

Il Sole entra nel segno *Gemelli* il giorno 21 ad ore 2 min. 46.

Giugno 1898.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
152	1	M	4 47	12 26 48,12	20 7	16 46	21 44,9	2 6	12
153	2	G	46	26 57,30	8	18 5	22 42,7	2 35	13
154	3	V	46	27 6,85	9	19 25	23 45,4	3 13	14
155	4	S	45	27 16,75	9	20 39	——	4 2	15
156	5	D	45	27 27,01	10	21 39	0 51,3	5 5	16
157	6	L	44	27 37,58	11	22 28	1 57,2	6 19	17
158	7	M	44	27 48,48	11	23 6	3 0,2	7 39	18
159	8	M	44	27 59,69	12	23 35	3 58,2	9 1	19
160	9	G	43	28 11,17	13	——	4 51,4	10 19	20
161	10	V	43	28 22,93	13	0 0	5 40,4	11 32	21
162	11	S	43	28 34,93	14	0 22	6 26,6	12 44	22
163	12	D	43	28 47,17	14	0 43	7 11,4	13 52	23
164	13	L	43	28 59,58	15	1 5	7 55,8	15 0	24
165	14	M	43	29 12,19	15	1 26	8 40,9	16 6	25
166	15	M	43	29 24,95	16	1 54	9 27,3	17 12	26
167	16	G	43	29 37,82	16	2 25	10 15,3	18 14	27
168	17	V	43	29 50,80	17	3 2	11 4,7	19 11	28
169	18	S	43	30 3,86	17	3 47	11 54,9	20 3	29
170	19	D	43	30 16,96	17	4 38	12 44,9	20 47	1
171	20	L	43	30 30,07	18	5 36	13 33,9	21 24	2
172	21	M	43	30 43,17	18	6 37	14 21,1	21 54	3
173	22	M	44	30 56,24	18	7 40	15 6,9	22 20	4
174	23	G	44	31 9,24	18	8 45	15 50,0	22 43	5
175	24	V	44	31 22,15	18	9 50	16 32,6	23 4	6
176	25	S	44	31 44,95	18	10 55	17 15,0	23 24	7
177	26	D	45	31 47,61	18	12 1	17 58,4	23 44	8
178	27	L	45	32 0,10	18	13 11	18 43,8	—	9
179	28	M	46	32 12,40	18	14 20	19 32,7	0 16	10
180	29	M	46	32 24,48	18	15 40	20 26,3	0 32	11
181	30	G	47	32 36,33	18	16 57	21 25,1	1 5	12

Fasi della Luna.

4 Luna piena alle $15^h\ 11^m$

11 Ultimo quarto „ $7^h\ 4^m$

19 Luna nuova „ $5^h\ 19^m$

27 Primo quarto „ $5^h\ 54^m$

Il giorno nel mese cresce di $0^h\ 12^m$

5 La Luna è in Perigeo alle 5^h

15 Id. Apogeo „ 15^h

Il Sole entra nel segno *Cancro* il giorno 21 ad ore 11 min. 7.

Luglio 1898.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	passa al meridiano	tramonta	La LUNA nasce	passa al meridiano	tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
182	1	V	4 47	12 32 47,93	20 18	18 13	22 28,5	1 47	13
183	2	S	48	32 59,27	18	19 21	23 34,5	2 43	14
184	3	D	48	33 10,31	17	20 16	——	3 51	15
185	4	L	49	33 21,04	17	20 59	0 39,7	5 9	16
186	5	M	50	33 31,47	17	21 34	1 41,5	6 02	17
187	6	M	50	33 41,57	16	22 1	2 38,6	7 55	18
188	7	G	51	33 51,32	16	22 25	3 31,2	9 13	19
189	8	V	52	34 0,70	16	22 47	4 20,2	10 28	20
190	9	S	52	34 9,71	15	23 9	5 6,9	11 39	21
191	10	D	53	34 18,33	15	23 32	5 42,5	12 40	22
192	11	L	54	34 26,54	14	23 57	6 38,1	13 57	23
193	12	M	55	34 34,33	13	——	7 24,5	15 8	24
194	13	M	56	34 41,67	13	0 27	8 12,2	16 7	25
195	14	G	57	34 48,55	12	1 2	9 1,2	17 0	26
196	15	V	58	34 56,96	11	1 44	9 51,2	18 0	27
197	16	S	59	35 0,88	11	2 34	10 41,3	18 46	28
198	17	D	59	35 6,28	10	3 28	11 30,7	19 25	29
199	18	L	5 0	35 11,17	9	4 29	12 18,6	19 57	30
200	19	M	1	35 15,50	8	5 32	13 4,7	20 23	1
201	20	M	2	35 19,30	7	6 37	13 49,0	20 49	2
202	21	G	3	35 22,54	6	7 42	14 32,0	21 10	3
203	22	V	4	35 25,20	5	8 47	15 14,4	21 30	4
204	23	S	5	35 27,27	4	9 52	15 57,0	21 50	5
205	24	D	6	35 28,75	3	11 1	16 40,9	22 11	6
206	25	L	8	35 29,63	2	12 10	17 27,5	22 36	7
207	26	M	9	35 29,91	1	13 23	18 17,7	23 4	8
208	27	M	10	35 29,56	0	14 41	19 12,4	23 41	9
209	28	G	11	35 28,58	19 59	15 53	20 11,7	——	10
210	29	V	12	35 26,99	58	17 2	21 14,6	0 28	11
211	30	S	13	35 24,78	57	18 1	22 18,9	1 28	12
212	31	D	14	35 21,95	55	18 50	23 21,9	2 42	13

Fasi della Luna.

3 Luna piena alle $22^h\ 12^m$

10 Ultimo quarto „ $17^h\ 43^m$

18 Luna nuova „ $20^h\ 47^m$

26 Primo quarto „ $14^h\ 40^m$

Il giorno nel mese diminuisce di $0^h\ 50^m$.

3 La Luna è in Perigeo alle 15^h
16 Id. Apogeo „ 19^h

Il Sole entra nel segno *Leone* il giorno 22 alle ore 21 min. 59.

Agosto 1898.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
213	1	L	5 15	12 35 18,51	19 54	19 29	——	4 1	14
214	2	M	16	35 14,46	53	19 59	0 21,3	5 24	15
215	3	M	17	35 9,81	52	20 25	1 16,8	6 45	16
216	4	G	18	35 4,58	50	20 49	2 8,4	8 4	17
217	5	V	20	34 58,74	49	21 11	2 57,5	9 19	18
218	6	S	21	34 52,32	48	21 35	3 44,8	10 31	19
219	7	**D**	22	34 45,34	46	22 0	4 31,7	11 42	20
220	8	L	23	34 37,75	45	22 28	5 19,0	12 41	21
221	9	M	25	34 29,65	43	23 2	6 7,1	13 56	22
222	10	M	26	34 20,96	42	23 40	6 56,2	14 58	23
223	11	G	27	34 11,73	40	——	7 46,2	15 54	24
224	12	V	28	34 1,95	39	0 29	8 36,4	16 43	25
225	13	S	29	33 51,63	37	1 22	9 26,2	17 25	26
226	14	**D**	31	33 40,77	36	2 20	10 14,7	17 59	27
227	15	L	32	33 29,38	34	3 23	11 1,5	18 28	28
228	16	M	33	33 17,47	32	4 27	11 46,6	18 54	29
229	17	M	34	33 5,04	31	5 33	12 30,5	19 16	1
230	18	G	35	32 52,12	29	6 38	13 13,5	19 37	2
231	19	V	37	32 38,69	28	7 45	13 56,4	19 57	3
232	20	S	38	32 24,77	26	8 52	14 40,2	20 18	4
233	21	**D**	39	32 10,37	24	10 1	15 26,0	20 42	5
234	22	L	40	31 55,50	22	11 12	16 14,6	21 8	6
235	23	M	41	31 40,16	21	12 36	17 7,0	21 41	7
236	24	M	43	31 24,38	19	13 39	18 3,4	22 24	8
237	25	G	44	31 8,16	17	14 49	19 3,2	23 17	9
238	26	V	45	30 51,52	16	15 51	20 5,0	——	10
239	27	S	46	30 34,47	14	16 42	21 6,5	0 22	11
240	28	**D**	47	30 17,04	12	17 23	22 5,9	1 37	12
241	29	L	49	29 59,22	10	17 57	23 1,9	2 57	13
242	30	M	50	29 41,06	8	18 24	23 54,9	4 18	14
243	31	M	51	29 22,57	6	18 49	——	5 41	15

Fasi della Luna.

2 Luna piena alle $5^h\ 29^m$
9 Ultimo quarto „ $7^h\ 18^m$
17 Luna nuova „ $11^h\ 35^m$
24 Primo quarto „ $21^h\ 32^m$
31 Luna nuova „ $13^h\ 51^m$

Il giorno nel mese diminuisce di $1^h\ 26^m$.

1 La Luna è in Perigeo alle 0^h
13 Id. Apogeo „ 6^h
29 Id. Perigeo „ 2^h

Il Sole entra nel segno *Vergine* il giorno 23 alle ore 4 min. 38.

Settembre 1898.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
244	1	G	5 52	12 29 3,76	19 5	19 18	0 45,1	[illegible]	[illegible]
245	2	V	53	28 44,67	3	19 36	1 33,8	[illegible]	17
246	3	S	55	28 25,32	1	20 1	2 21,8	[illegible]	18
247	4	D	56	28 5,71	18 59	20 29	3 9,9	[illegible]	19
248	5	L	57	27 45,78	57	21 1	3 58,6	[illegible]	20
249	6	M	58	27 25,84	55	21 38	4 48,4	[illegible]	21
250	7	M	59	27 5,60	54	22 22	5 38,8	[illegible]	22
251	8	G	6 1	26 45,21	52	23 14	6 29,4	[illegible]	23
252	9	V	2	26 24,66	50	——	7 19,6	[illegible]	24
253	10	S	3	26 3,97	48	0 10	8 8,6	[illegible]	25
254	11	D	4	25 43,18	46	1 11	8 56,0	[illegible]	26
255	12	L	5	25 22,29	44	2 15	9 41,8	[illegible]	27
256	13	M	6	25 1,32	42	3 20	10 26,2	17 [illegible]	[illegible]
257	14	M	8	24 40,28	40	4 26	11 9,7	17 [illegible]	[illegible]
258	15	G	9	24 19,20	39	5 33	11 53,2	[illegible]	[illegible]
259	16	V	10	23 58,09	37	6 40	12 37,3	[illegible]	1
260	17	S	11	23 36,97	35	7 50	13 23,2	[illegible]	2
261	18	D	12	23 15,86	33	9 1	14 11,7	[illegible]	3
262	19	L	14	22 54,76	31	10 10	15 3,5	[illegible]	4
263	20	M	15	22 33,80	29	11 30	15 59,1	[illegible]	5
264	21	M	16	22 12,80	27	12 40	16 57,7	[illegible]	6
265	22	G	17	21 51,76	25	13 44	17 58,2	[illegible]	7
266	23	V	19	21 30,92	23	14 37	18 58,5	23 25	8
267	24	S	20	21 10,19	21	15 21	19 57,0	——	9
268	25	D	21	20 49,59	19	15 55	20 52,4	0 41	10
269	26	L	22	20 29,15	18	16 25	21 45,0	1 58	11
270	27	M	23	20 8,88	16	16 51	22 35,0	3 15	12
271	28	M	25	19 48,82	14	17 14	23 23,6	4 31	13
272	29	G	26	19 28,98	12	17 37	——	5 46	14
273	30	V	27	19 9,40	10	18 2	0 11,4	6 58	15

Fasi della Luna.

7 Ultimo quarto alle $23^h\ 51^m$

16 Luna nuova „ $1^h\ 10^m$

23 Primo quarto „ $3^h\ 39^m$

30 Luna piena „ $0^h\ 11^m$

Il giorno nel mese diminuisce di $1^h\ 32^m$.

9 La Luna è in Apogeo alle 23^h

25 Id. Perigeo „ 7^h

Il Sole entra nel segno *Libra* il giorno 23 alle ore 1 min. 34.

Ottobre 1898.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
274	1	S	6 28	12 18 50,08	18 8	18 28	0 59,5	8 11	16
275	2	D	30	18 31,07	6	18 59	1 48,4	9 21	17
276	3	L	31	18 12,39	4	19 35	2 38,4	10 29	18
277	4	M	32	17 54,04	2	20 17	3 29,3	11 31	19
278	5	M	33	17 36,06	1	21 5	4 20,5	12 27	20
279	6	G	35	17 18,47	17 59	22 0	5 11,3	13 14	21
280	7	V	36	17 1,29	57	23 0	6 1,0	13 55	22
281	8	S	37	16 44,55	55	——	6 48,9	14 28	23
282	9	D	38	16 28,25	53	0 2	7 35,0	14 56	24
283	10	L	40	16 12,42	52	1 5	8 19,6	15 21	25
284	11	M	41	15 57,09	50	2 10	9 3,2	15 43	26
285	12	M	42	15 42,25	48	3 16	9 46,5	16 4	27
286	13	G	44	15 27,94	46	4 24	10 30,4	16 24	28
287	14	V	45	15 14,17	44	5 32	11 16,0	16 49	29
288	15	S	46	15 0,95	43	6 45	12 4,3	17 14	30
289	16	D	47	14 48,29	41	7 59	12 56,0	17 45	1
290	17	L	49	14 36,21	39	9 15	13 51,8	18 23	2
291	18	M	50	14 24,73	38	10 29	14 40,9	19 10	3
292	19	M	52	14 13,85	36	11 37	15 52,1	20 9	4
293	20	G	53	14 3,58	34	12 33	16 53,2	21 17	5
294	21	V	54	13 53,95	32	13 20	17 52,4	22 31	6
295	22	S	56	13 44,95	31	13 56	18 48,1	23 48	7
296	23	D	57	13 36,62	29	14 28	19 40,6	——	8
297	24	L	58	13 28,97	27	14 53	20 30,2	1 3	9
298	25	M	7 0	13 21,99	26	15 17	21 17,9	2 18	10
299	26	M	1	13 15,74	24	15 40	22 4,7	3 30	11
300	27	G	2	13 10,19	23	16 3	22 51,8	4 42	12
301	28	V	4	13 5,38	21	16 29	23 40,0	5 53	13
302	29	S	5	13 1,34	20	16 58	——	7 3	14
303	30	D	7	12 58,09	18	17 32	0 29,0	8 12	15
304	31	L	8	12 55,56	17	18 11	1 19,7	9 17	16

Fasi della Luna.

7 Ultimo quarto alle 19h 5m

15 Luna nuova „ 13h 37m

22 Primo quarto „ 10h 9m

29 Luna piena „ 13h 18m

Il giorno nel mese diminuisce di 1h 34m.

7 La Luna è in Apogeo alle 18h

20 Id. Perigeo „ 9h

Il Sole entra nel segno *Scorpione* il giorno 23 alle ore 10 min. 7.

Novembre 1898.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
305	1	M	7 9	12 12 53,87	17 16	18 58	2 11,1	10 15	17
306	2	M	11	12 52,99	14	19 51	3 2,5	11 7	18
307	3	G	12	12 52,94	13	20 49	3 52,9	11 50	19
308	4	V	13	12 53,68	11	21 49	4 41,6	12 26	20
309	5	S	15	12 55,30	10	22 52	5 28,2	12 56	21
310	6	D	16	12 57,76	9	23 55	6 13,0	13 22	22
311	7	L	18	13 1,06	7	——	6 56,2	13 45	23
312	8	M	19	13 5,24	6	1 7	7 38,8	14 6	24
313	9	M	20	13 10,27	5	2 5	8 21,7	14 27	25
314	10	G	22	13 16,16	4	3 12	9 5,8	14 48	26
315	11	V	23	13 22,93	3	4 22	9 52,6	15 13	27
316	12	S	25	13 30,55	1	5 35	10 42,9	15 41	28
317	13	D	26	13 39,03	0	6 52	11 37,5	16 16	29
318	14	L	27	13 48,37	16 59	8 8	12 36,6	17 1	1
319	15	M	29	13 58,55	58	9 21	13 39,0	17 56	2
320	16	M	30	14 9,57	57	10 24	14 42,6	19 4	3
321	17	G	31	14 21,41	56	11 16	15 44,5	20 18	4
322	18	V	33	14 34,06	56	11 57	16 43,0	21 37	5
323	19	S	34	14 47,52	55	12 30	17 37,3	22 54	6
324	20	D	35	15 1,79	54	12 47	18 27,9	——	7
325	21	L	37	15 16,83	53	13 22	19 15,9	0 9	8
326	22	M	38	15 32,65	52	13 37	20 2,4	1 21	9
327	23	M	39	15 49,25	52	14 7	20 48,5	2 33	10
328	24	G	41	16 7,60	51	14 32	21 35,2	3 42	11
329	25	V	42	16 24,70	50	14 59	22 23,3	4 51	12
330	26	S	43	16 43,54	50	15 31	23 12,7	5 59	13
331	27	D	44	17 3,10	49	16 8	——	7 4	14
332	28	L	46	17 23,38	49	16 52	0 3,6	8 5	15
333	29	M	47	17 44,35	48	17 43	0 55,0	8 59	16
334	30	M	48	18 6,01	48	18 38	1 45,8	9 46	17

Fasi della Luna.

6 Ultimo quarto alle $15^h\ 28^m$

14 Luna nuova „ $1^h\ 21^m$

20 Primo quarto „ $18^h\ 5^m$

28 Luna piena „ $5^h\ 39^m$

Il giorno nel mese diminuisce di $1^h\ 9^m$.

4 La Luna è in Apogeo alle 14^h

16 Id. Perigeo „ 9^h

Il Sole entra nel segno *Sagittario* il giorno 22 ad ore 7 min. 1.

Dicembre 1898.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
335	1	G	7 49	12 18 28,34	16 47	19 39	2 33,4	10 25	18
336	2	V	50	18 50,31	47	20 41	3 22,8	10 56	19
337	3	S	51	19 14,91	47	21 43	4 8,0	11 24	20
338	4	**D**	52	19 39,12	46	22 46	4 51,4	11 47	21
339	5	L	53	20 3,91	46	23 49	5 33,4	12 9	22
340	6	M	55	20 29,27	46	——	6 15,1	12 29	23
341	7	M	56	20 55,16	46	0 54	6 57,5	12 50	24
342	8	G	57	21 21,56	46	2 1	7 41,6	13 12	25
343	9	V	58	21 48,45	46	3 11	8 28,8	13 38	26
344	10	S	59	22 15,78	46	4 24	9 20,3	14 9	27
345	11	**D**	59	22 43,53	46	5 41	10 16,7	14 48	28
346	12	L	8 0	23 11,66	46	6 55	11 17,9	15 38	29
347	13	M	1	23 40,15	46	8 5	12 22,3	16 40	30
348	14	M	2	24 8,94	46	9 4	13 27,2	17 54	1
349	15	G	3	24 38,02	46	9 51	14 29,6	19 15	2
350	16	V	3	25 7,31	46	10 39	15 27,9	20 37	3
351	17	S	4	25 36,81	47	10 59	16 22,0	21 55	4
352	18	**D**	5	26 6,45	47	11 26	17 12,3	23 10	5
353	19	L	5	26 36,22	47	11 49	18 0,2	——	6
354	20	M	6	27 6,08	48	12 12	18 46,9	0 23	7
355	21	M	6	27 35,99	48	12 36	19 33,4	1 33	8
356	22	G	7	28 5,92	49	13 2	20 20,7	2 43	9
357	23	V	7	28 35,84	49	13 32	21 9,2	3 51	10
358	24	S	8	29 5,72	50	14 7	21 59,1	4 56	11
359	25	**D**	8	29 35,52	50	14 48	22 49,9	5 58	12
360	26	L	9	30 5,22	51	15 37	23 40,7	6 54	13
361	27	M	9	30 34,79	51	16 31	——	7 42	14
362	28	M	9	31 4,18	52	17 30	0 30,6	8 24	15
363	29	G	9	31 33,38	53	18 31	1 18,7	8 58	16
364	30	V	9	32 2,35	54	19 34	2 4,8	9 27	17
365	31	S	9	32 31,08	55	20 36	3 31,1	9 52	18

Fasi della Luna.

6 Ultimo quarto alle 11^h 6^m

13 Luna nuova „ 12^h 43^m

19 Primo quarto „ 4^h 22^m

28 Luna piena „ 0^h 39^m

Il giorno nel mese diminuisce di 0^h 14^m.

2 La Luna è in Apogeo alle 9^h
14 Id. Perigeo „ 14^h
29 Id. Apogeo „ 20^h

Il Sole entra nel segno *Capricorno* il giorno 21 alle ore 19 min. 59.

ECLISSI

1898

(Tempo medio dell'Europa centrale).

Nell' anno 1898 avverranno tre Eclissi di Sole e tre di Luna. Visibili nei nostri paesi saranno la prima Eclisse Solare e le tre Lunari.

I. *Eclisse parziale di* Luna, *7-8 Gennaio.*

Primo contatto colla penombra .	$22^h\ 11^m$	7 Gennaio
„ „ con l'ombra o principio dell'Eclisse	23 57	7 Gennaio
Metà dell'Eclisse	0 45	
Ultimo contatto con l'ombra o fine dell'Eclisse	1 52	8 Gennaio.
Ultimo contatto con la penombra	3 18	8 Gennaio.

Grandezza dell'Eclisse: 0,16 del diametro lunare.

Questa Eclisse è visibile in Asia, nell'Oceano indiano, in Europa, in Africa, nell'Oceano Atlantico e in America.

A Torino il 7 Gennaio 1898 la Luna nasce a $16^h\ 35^m$ e tramonta a $8^h\ 25^m$ del giorno 8.

L' immersione nell'ombra avviene a 5° verso destra del punto più basso del disco, e l'emersione a 11° verso destra dal medesimo punto (immagine diritta).

II. *Eclisse totale di* Sole, *22 Gennaio; visibile in Italia come piccola Eclisse parziale.*

Fine dell'Eclisse $8^h\ 17^m$.

Grandezza dell'Eclisse 0,23 del diametro solare.

Massima durata della totalità: $2^m 37^s$.

L'angolo che fa il diametro che va al polo nord col diametro che va al punto dell'ultimo contatto passando per l'est è 124.

Questa Eclisse è visibile nell'Europa Centrale e Orientale, in Africa (eccettuate le regioni occidentali al Nord, e l'estremità australe), nell'Oceano indiano e sul Continente asiatico (esclusa la parte Nord-Est).

In Europa il Sole nasce verso la fine dell'Eclisse. La linea lungo la quale la fine e il levare coincidono traversa l'Europa centrale nella direzione delle Baleari al golfo di Botnia e sul Continente europeo passa press'a poco per Montpellier, Lione, Coblenza e Amburgo.

III. *Eclisse parziale di* Luna, *3 Luglio; visibile in Italia.*

Primo contatto con la penombra	19^h	28^m	3 Luglio
„ „ con l'ombra o principio dell'Eclisse	20	26	
Metà dell'Eclisse	21	57	
Ultimo contatto con l'ombra o fine dell'Eclisse	23	29	
Ultimo contatto con la penombra	0	27	4 Luglio.

Grandezza dell'Eclisse: 0,93 del diametro lunare.

Questa Eclisse è visibile in Australia, in Asia (eccetto che all'estremo Nord-Est), nell'Oceano indiano, in Europa, in Africa, nell'Oceano Atlantico e nell'America Meridionale.

A Torino il 3 Luglio 1898 la Luna nasce a 20^h 16^m e tramonta a 5^h 9^m del giorno 4.

L'immersione nell'ombra avviene a 87° verso sinistra dal punto più alto del disco e l'emersione a 57° verso destra del medesimo punto.

IV. *Eclisse anulare di* Sole, *18 Luglio; invisibile in Italia.*

Questa Eclisse nella quale la massima durata della fase anulare è di 5^m 53^s, è visibile nella metà australe del Grande Oceano, e parzialmente anche nella metà boreale della Nuova Zelanda e sulla punta australe dell'America del Sud. L'Eclisse centrale è visibile soltanto in mare.

V. *Eclisse parziale di* SOLE, *13 Dicembre; invisibile in Italia.*

Congiunzione vera della Luna col Sole a $12^h\ 43^m$.

Grandezza dell'Eclisse: 0,03 del diametro solare.

Questa piccolissima Eclisse è visibile soltanto nelle regioni circumpolari antartiche.

VI. *Eclisse totale di* LUNA, *27-28 Dicembre; visibile in Italia.*

Opposizione vera della Luna col Sole, 28 Dicembre a $0^h\ 39^m$.

Primo contatto con la penombra	$21^h\ 27^m$	27 Dicembre
" " con l'ombra o principio dell'Eclisse	22 39	27 Dicembre
Principio della fase totale	23 49	27 Dicembre
Metà dell'Eclisse	$0^h\ 34^m$	28 Dicembre.
Fine della fase totale	1 18	28 Dicembre.
Ultimo contatto con l'ombra o fine dell'Eclisse	2 28	28 Dicembre.
Ultimo contatto con la penombra	3 41	

Grandezza dell'Eclisse: 1,38 del diametro lunare.

Quest'Eclisse è visibile in Asia, in Europa, in Africa, nell'Oceano indiano, nell'Atlantico e in America.

A Torino il 27 Dicembre la Luna nasce a $16^h\ 31^m$ e tramonta a $8^h\ 24^m$ del giorno 28.

L'immersione nell'ombra avviene a 30° verso sinistra dal punto più alto del disco, e l'emersione a 45° verso destra dal medesimo punto (immagine diritta).

Relazione del lavoro del Dott. Saverio Belli, col titolo: *Hieracium di Sardegna. Rivista critica delle specie enumerate nella Flora Sardoa di Moris e nel Catalogue raisonné de W. Barbey, ecc.; sull'esistenza in Italia del Hieracium crinitum Sibt. e sulla sua Area di diffusione.*

Il lavoro ha per scopo principale l'illustrazione delle specie di *Hieracium* fino ad oggi conosciute come crescenti spontanee in Sardegna. Il materiale principale di cui si è servito l'Autore è quello dell'Erbario Moris. Questo materiale venne già riveduto dal Barbey nel suo " Catalogue raisonné „ della Flora Sardoa ed in parte anche dal celebre *Uechtritz* ora defunto. Ma nè le determinazioni del Moris, nè le revisioni di Barbey e Uechtritz sono del tutto esatte. Ne risulta quindi un lavoro di *rettificazione* e di conseguente critica, che non è privo d'interesse. — Nuove specie poi emergono aggiunte alle *vecchie corrette*, che furono determinate dall'A. col materiale nuovo fornitogli in massima parte dal dott. Ugolino Martelli di Firenze, il quale perlustrò in questo scorso anno (ed altri anteriori) la Sardegna. Anche il Prof. Nicotra di Sassari contribuì, in piccola parte, alla raccolta del materiale Sardo preso in esame dall'A.

Il lavoro di circa 50 pagine con tre tavole rappresentanti le specie nuove più spiccate per la Sardegna, contiene svolta con maggior cura la sinonimia di ciascuna specie, la critica e la distribuzione geografica. Un lato interessante di questo lavoro è l'aver riconosciute in Sardegna alcune specie che sono proprie dell'Oriente (Grecia, Asia Minore, Albania, Montenegro), ed alcune di esse con varietà non ancora descritte. L'A. ha pure aggiunto alcune idee proprie sulla tassonomia del *G. Hieracium*

e sul concetto sistematico adottato da *Naegeli e Peter* nella loro opera sui *Hieracium dell'Europa di mezzo*. Finalmente viene risolta una questione da lungo tempo dibattuta fra i Botanici: se cioè il *Hieracium cretaceum* Sibth. di Grecia cresca realmente in Italia, e quale sia la sua Area di dispersione.

G. Gibelli, *relatore*.
L. Camerano.

L'Accademico Segretario
Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 20 Giugno 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta Direttore della Classe, Peyron, Rossi, Pezzi, Nani, Cognetti de Martiis, Graf, Cipolla, Brusa, Perrero e Ferrero Segretario.

Il Socio Segretario presenta, a nome dell'autore, il Socio Corrispondente prof. Aristide Marre, un opuscolo: *Glossaire explicatif des mots de provenance malaise et javanaise usités dans la langue française* (Epinal, 1897) ed un opuscolo del cav. Giovanni Sforza: *Contributo alla storia della poesia popolare negli anni 1847-49* (Torino, 1897).

Il Direttore della Classe offre, a nome dell'autore, il sig. Francesco Mugnier, un opuscolo: *Compte-rendu des travaux de la Société Savoisienne d'histoire et d'Archéologie. Travaux de la Société d'Archéologie et beaux-arts de Turin* (Evian-les-Bains, 1897).

Il Socio Cipolla legge due sue note: l'una sull'impresa di Luigi XII contro Lodovico Sforza narrata da L. G. Pélissier, l'altra sopra un diploma di Berengario I. Entrambe sono pubblicate negli *Atti*.

La Classe procede all'elezione del Segretario triennale, che dovrà surrogare il Socio Segretario Ferrero, il quale, durante le ferie accademiche, compirà il secondo triennio di ufficio e quindi diviene ineleggibile, a norma dello Statuto dell'Accademia. Riesce eletto, salvo l'approvazione sovrana, il Socio Cesare Nani.

LETTURE

L'impresa di Luigi XII contro Lodovico Sforza narrata da L. G. Pélissier;

Nota del Socio CARLO CIPOLLA.

Fra gli storici stranieri pochi, per certo, si occuparono, tanto a lungo e con risultati tanto proficui, della storia italiana, quanto G. L. Pélissier (1), professore alla Università di Montpellier. Sono ormai anni parecchi che egli va frugando nei nostri archivi e nelle nostre biblioteche, e ne disseppellisce gli atti, che illustrano la politica di re Luigi XII verso l'Italia, specialmente durante gli anni 1498-1501. Il numero delle sue pubblicazioni su questo campo è grandissimo; le sue monografie, tutte condotte sopra fonti di prima mano, e arricchite da documenti nuovi, si trovano sparse in parecchie riviste italiane e francesi. Adesso egli riassume, condensa e sintetizza il lavoro fatto, e coll'aggiunta di nuovi ed estesi spogli archivistici, ci si presenta con un lavoro largo e compiuto, nel quale è narrata la storia di Luigi XII in relazione all' Italia, dal suo avvento al trono fino alla definitiva conquista del Milanese.

Nei due grossi volumi, che ho l'onore di presentare alla Classe, non si troveranno editi per intero nuovi documenti in serie copiosa. Tale non fu lo scopo dell'illustre autore, il quale in gran parte pubblicò antecedentemente il materiale raccolto, e in parte lo darà alla luce nei lavori che sta preparando. Ma se qui non si pubblicano integralmente i documenti inediti, sorpassano i settecento (2) quelli di cui si dà per la prima volta notizia e il cui contenuto viene usufruito. Questo fatto è la conseguenza diretta del fine dall'autore propostosi nella compilazione del suo libro. Infatti l'opera, che forma oggetto ora alle

(1) *Louis XII et Ludovic Sforza (8 avril 1498—23 juillet 1500)*, 2 voll., Paris 1896, pp. XI, 515 e 534.

(2) Se ne dà il catalogo nel vol. II, pp. 511 sgg.

nostre considerazioni, vuol essere una storia, nel vero ed alto senso della parola, non una raccolta di materiali, e sotto questo punto di vista dev'essere considerata e giudicata.

Il Pélissier muove il passo dalla descrizione dello stato in cui si trovava la Francia, rispetto all'interna e all'esterna sua politica, quando nel 1498 morì Carlo VIII, e a lui succedette Luigi XII di Orléans. Questi possedeva già Asti, dote che Valentina Visconti, oltre a un secolo prima, aveva portato alla Casa di Orléans, e Asti era in quel momento governata da Gian Giacomo Trivulzio, milanese, della più alta nobiltà, e fornito di aderenze illustri e possenti nella Lombardia. Luigi XII trovava già in queste circostanze una prima preparazione a condurre ad effetto i suoi ardimentosi piani sopra l'Italia. Date queste speciali condizioni politiche, il giovane re pensò che fosse giunto il momento di far valere i diritti della sua Casa alla successione dei Visconti. Ma bisogna pure ammettere che tra i motivi che indussero il re a così ardita deliberazione, i principali fossero interni, e non esterni. Le doti del suo animo, aperto ad ogni aspirazione ricca di perigli e apportatrice di gloria, costituirono la base principale sulla quale il re di Francia pose le proprie speranze. All'esterno, gli ostacoli erano molti e assai gravi.

Per vero, in quel momento Luigi XII non contava alleati, mentre Lodovico il Moro si trovava in buone relazioni colla Spagna e coll'Inghilterra, e sopratutto colla Germania e coll'imperatore Massimiliano. Ma questa situazione molto presto subì un mutamento radicale. Luigi XII, più accorto dello Sforza, seppe affezionarsi la Spagna e l'Inghilterra, e seppe approfittare all'atteggiamento assunto da Massimiliano di fronte a Venezia, per disporre questa città in proprio favore.

Ebbi altra volta occasione di presentare alla Classe l'ottimo lavoro del compianto Perret sulle relazioni tra Francia e Venezia fino ai tempi di Carlo VIII. Vedemmo allora come l'amicizia tra l'antica monarchia e l'antica repubblica fosse una tradizione secolare, fatta salda da mille eventi. Nulla di più facile a spiegarsi che anche adesso la Francia e la repubblica di S. Marco trovassero di comune interesse l'accordarsi insieme. Lo Sforza, per recare imbarazzi a Venezia, ricorse ad un mezzo ben poco onorevole per lui: stuzzicò il Turco contro di essa, ma anche in ciò tare comportossi con sì poca sagacia, che danneggiò se stesso, prima e più che gli altri.

Luigi XII trovò che gli Stati italiani, tranne Venezia, non erano ben disposti verso di lui. E pertanto cominciò subito un lavoro di finissima diplomazia, per il quale potè in breve lasso di tempo stringere buon accordo con Filiberto di Savoia, con Ferrara e con Mantova. Alessandro VI era pure in disaccordo colla Francia, ma la missione di Cesare Borgia, che il papa mandò al cospetto del re, dimostrava che la mala armonia non era completa, nè immedicabile. Le lunghe trattative, che ebbero luogo per tali riguardi, sono dal Pelissier narrate con tanta ricchezza di particolari, e con tale minuziosità d'esame, che nulla più si potrebbe desiderare. Alla fine, dopo lunga esitazione, vennero combinate le nozze di Cesare con Carlotta di Albret (10 maggio 1499), e di lì in poi Alessandro VI trovossi legato all'amicizia francese (1).

L'alleanza formale con Venezia non fu segnata con celerità. I due Stati avevano interesse ad unirsi, ma ciascuno di essi era troppo accorto per non affrettare l'accettazione di patti, che potessero poscia riuscirgli men che fruttuosi. Finalmente il 9 febbraio 1499 il trattato di Blois, segnò l'accordo definitivo.

Allo Sforza, la cui diplomazia riuscì inefficace dovunque, restava quale unico conforto l'alleanza con Massimiliano, ma l'imperatore coltivava questa alleanza solo in quanto sperava di trovarvi l'utile proprio. Sicchè si può dire, che nel periodo di poco più di un anno Luigi XII riuscisse a circondare se stesso di buoni alleati, e ad isolare l'avversario. Il Moro, che con tanta astuzia aveva saputo procurarsi il ducato, ora si dimostrò inabilissimo. Nè gli giovò l'opera del card. Ascanio Sforza, suo fratello, che a Roma non potè rattenere Alessandro VI dall'alleanza francese (2), nè a Milano provvedere al riordinamento dello Stato.

(1) Nella loro sostanza le trattative fra Alessandro VI e Cesare Borgia da un lato, Luigi XII dall'altro, furono narrate in simil modo anche dal Pastor, *Geschichte der Päpste*, III, 422, Freiburg i/Br. 1896; e ciò proprio al medesimo momento in cui Pélissier stampava, con tanto lusso di ottime e nuove notizie, il suo libro.

(2) Secondo l'oratore veneziano a Roma, 1498, Ascanio Sforza disegnava di accordarsi con Massimiliano I di Germania e con Ferdinando di Napoli per la convocazione di un concilio contro Alessandro VI; cfr. Pastor, *Geschichte der Päpste*, III, 419.

Ai felici negoziati prescelti il re accompagnò la preparazione militare, che condusse innanzi con pari abilità e celerità, sicchè alla metà di agosto 1499 l'esercito francese, raccolto nell'astigiano sotto il comando di Gian Giacomo Trivulzio, del Ligny e del d'Aubigny potè entrare in campagna. Lo Sforza pochissimo aveva fatto anche sotto il punto di vista militare, e i preparativi affrettati e confusi degli ultimi giorni a nulla giovarono. Le città e le borgate aprivano facilmente le porte agli invasori, i quali, con atti di iniqua ferocia contro i prigionieri di guerra, incutevano spavento in quanti avessero avuto voglia di opporre resistenza. Quando Galeazzo da Sanseverino abbandonò (29 agosto 1499) Alessandria, ogni ulteriore difesa del ducato riuscì impossibile. Dalla parte d'oriente i Veneziani pure avevano cominciata la guerra, conquistando Cremona. Lodovico il Moro, coi suoi tesori, fuggì in Germania, lasciando ben munito il castello di Milano. Sperava che presto sarebbe venuto il momento, in cui gli errori dei suoi nemici avessero superato i proprii, e allora sarebbe spuntato il giorno del ritorno. Non s'ingannò. È ben vero che Bernardino de' Corti, cui aveva affidato il castello di Porta Gioia, con atto di vilissimo tradimento, consegnò la fortezza ai Francesi, mercanteggiando il prezzo della propria disonestà. Ma neppure questo salvò i Francesi. Lo Sforza assoldò buoni guerrieri, Svizzeri specialmente, e nel gennaio del 1500 calò nuovamente in Italia, muovendo il passo per la via di Como. La riconquista di Milano e di buona parte del ducato fu altrettanto improvvisa quanto lo era stata la perdita. I Francesi, non amati in Italia, erano anche stati alquanto improvvidi riguardo alla difesa. È vero peraltro che assai difficile sarebbe stato il fare altrimenti.

Fulminea fu dunque la vittoria del Moro; ma fu il bagliore del fulmine. Luigi XII, sempre rapido in ogni sua disposizione, rifece l'esercito, mandando in Italia un generale valoroso, il La Trémoille, il quale, unitosi al Ligny ed al Trivulzio, spaventò, col suo solo apparire, lo Sforza. Al Moro non era riuscito di riprendere il castello di Milano, ma i difensori già si trovavano a sì mal partito, che la capitolazione pareva prossima. Ma venne la fine della guerra senza che gli Sforzeschi riuscissero nel loro intento. Potè invece il Moro prender Novara, correndo la fine del marzo (1500), cioè pochi giorni prima che giungesse

al campo nemico il La Tremoille. L'esercito francese, così rafforzato, riprese l'offensiva. E addì 9 aprile il Moro, mentre i suoi soldati disertavano a schiere, venne sconfitto e fatto prigioniero a Novara. Il 3 maggio fu condotto a Lione, e il suo ingresso in quella città fu un trionfo contro di lui.

Il Pelissier, che si ferma forse troppo poco sulla famosa battaglia di Novara, viene poi ad esporre come avvenne la sottomissione del ducato. Passa quindi a parlare degli ordinamenti governativi ai quali esso fu sottoposto. In questa parte egli riunisce insieme quanto spetta ai due periodi, anteriore e posteriore, alla perdita del ducato, avvenuta, come dicemmo, sul principio dell'anno 1500.

Il governo del Milanese, subito dopo la fuga del Moro, nell'autunno incipiente del 1499, era stato dai Francesi affidato al Trivulzio, che si dimostrò troppo superbo dei suoi meriti, e inabile all'esecuzione del pericoloso e delicatissimo officio. Al Trivulzio fu sostituito assai presto il card. d'Amboise, il quale fece miglior prova di sè; ma infine, la sua migliore attitudine al governo non tolse la necessità di una nuova spedizione militare, siccome si è detto.

A me pare che in questa parte il lavoro del Pélissier avrebbe acquistato in efficacia e in chiarezza, se quanto riflette all'ordinamento del ducato, prima del gennaio 1500 fosse stato riferito in addietro, incuneato nella esposizione dei fatti politici. Avrebbe infatti servito a dilucidare questi ultimi, che, di per sè considerati, restano assai misteriosi.

Lo stesso desiderio mi permetto di esprimere per rispetto alla storia delle relazioni della Francia cogli Stati italiani, che il Pélissier fece seguire allo studio sull'organizzazione del governo. Anche qui egli narrò tutte le varie e complicate fasi dei negoziati diplomatici di Francia, con Mantova, Bologna, Firenze, Napoli, Roma, Venezia, riunendo insieme i fatti che precedettero e quelli che seguirono il gennaio 1500. Non si può negare, che esponendo ciascuna di queste negoziazioni, egli distingue con piena esattezza mese da mese, giorno da giorno, e per ciascun avvenimento sa apprestare tutti gli schiarimenti necessari. Ma, ciò nonostante, mi pare che l'economia dell'insieme non riesca completamente salvata.

Francesco Gonzaga, amico dei Francesi alla prima loro vit-

toria, se ne dimostrò, quando la lettera sembrava abbandonarli poi strinse di nuovo amicizia con essi, e più tardi Luigi XII lo fece suo generalissimo nella spedizione contro Napoli. Presso a poco può dirsi che la politica di Bologna e quella di Firenze, fatta ragione delle circostanze speciali in cui ciascuna di quelle città si trovava, percorressero le medesime fasi. Con Napoli naturalmente l'inimicizia fu completa e i negoziati in senso contrario non giunsero a conseguenza alcuna. Ciò era imposto dalla natura delle cose.

Alessandro VI, Filiberto di Savoia e Venezia rimasero costanti all'alleanza francese. Anzi Venezia, per assecondare il desiderio del re, ricompose la rotta amicizia col duca di Mantova. Si manifestò più tardi qualche motivo di gelosia, poichè alla fine dei conti, Venezia pensava sopra tutto a se stessa, nè le poteva piacere che i Francesi allargassero il loro dominio specialmente nell'Italia settentrionale. Anche qui si può applicare l'osservazione che, mesi or sono, abbiamo sentita nel libro del Perret, dove è detto che Venezia non si sacrificò mai alla Francia.

Le potenze europee guardarono o con simpatia o almeno con indifferenza, l'impresa di Luigi XII. Massimiliano, dopo di avere dimostrato a parole le migliori disposizioni verso del Moro, se ne restò quasi del tutto inattivo, e lo abbandonò alla sua sorte. Venne bensì un momento in cui minacciò la Francia di guerra, ma il suo furore bellicoso fu tosto estinto dall'attitudine pienamente pacifica assunta dagli Elettori. Per modo che nel trattato di Trento, 9 marzo 1502, il card. d'Amboise ottenne che Massimiliano riconoscesse la conquista francese, e accordasse a Luigi XII l'investitura del Milanese.

La Germania non prevedeva allora che le vittorie di Luigi XII avrebbero avuto le conseguenze più gravi, così che non solo l'Italia avrebbe subito il predominio francese, ma l'Europa tutta avrebbe presto ammirato, non senza sgomento, l'inattesa grandezza cui la Francia salì.

La spedizione milanese di Luigi XII apre adunque una nuova era all'Italia in particolare e all'Europa in generale, prepara il terribile duello combattuto di lì a qualche decennio fra Carlo V e Francesco I. Va quindi collocata fra gli avvenimenti più gravi che separano l'evo medio dal moderno, e perciò me-

ritava davvero uno storico che la narrasse con sicura dottrina desunta dalle fonti migliori, con critica guardinga e con larghezza di concezione. Il Pelissier si è con questi studi meritata la gratitudine degli studiosi italiani.

Di un falso diploma di Berengario I;

Nota del Socio CARLO CIPOLLA.

Molto scarsi sono i documenti anteriori al Mille, che ci parlino, in maniera diretta, chiara e sicura, delle vicende, alle quali andarono soggetti, per l'opera indeclinabile del tempo, o per il volubile arbitrio degli uomini, i monumenti dell'antica Roma. Fra questi documenti si cita spesse volte il diploma, col quale Berengario I, correndo l'anno 895 (1), per ovviare a disgrazie imminenti, ordinò o permise che si abbattesse il teatro antico di Verona, opera di fine eleganza, siccome dimostrano i suoi avanzi, che gli eruditi del secolo XVI, e quelli dell'età nostra fecero oggetto ai loro studi.

Ma quel diploma è veramente autentico? A questa domanda daranno risposta le pagine seguenti.

Di questo diploma nessuna fonte antica è a noi pervenuta. Non possiamo risalire al di là dell'anno 1540, in cui Torello Saraina (2), erudito veronese, mise in luce il suo opuscolo sull'antica storia di Verona. Riferisce il documento, facendolo precedere soltanto da poche e poco concludenti parole: " Pars vero demolitione cecidit (*il teatro, presso la chiesa di S. Libera, sulla sinistra dell'Adige*), rege Berengario, ut ex regis ipsius huiusmodi mandato, datur intelligi ".

Il testo non riuscì nella stampa senza errori, il più grave dei quali è la parola " praesentis " in luogo di " precibus ", dove si parla dell'*intervento* del vescovo Adelardo. Abbastanza grosso è anche l'errore, che troviamo poco più innanzi nella frase " aut alieni quicquam audeat ", dove " alieni " sta per " alicui ".

(1) È il diploma che E. Dümmler registra sotto il n. 13 (*Gesta Berengarii imperatoris*, Halle, 1871, pp. 170-1).

(2) *De origine et amplitudine civitatis Veronae*, Veronae, 1540, fol. 3 *v*.

Gabriele Saraina pochi anni dopo terminò, e dedicò, con lettera dadata " di Verona, alli XV di ottobre MDXLVI ", la versione dell'opera di Torello suo zio, col titolo " La historia di Verona ". Quest'opera esiste in due manoscritti, dei quali uno si trova nella Biblioteca Comunale di Verona (n. 978); è autografo, ed è adorno dei disegni originali del pittore Giovanni Caroldo. L'altro manoscritto, privo di titolo, trovasi nella Biblioteca Capitolare di Verona (n. DCCCXXII). Gabriele Saraina tradusse anche il diploma, e la sua versione può in qualche luogo giovare a correggere il testo dell'edizione latina, 1540, dell'opera di Torello Saraina. Alla versione mancano i due errori testè rilevati. Anche la invocazione corre meglio nella versione (" Nel nome del signor nostro etc. ") che non nel testo (" In nomine domini etc. ", senza " nostri ") (1). La data non so spiegarmela, poichè ivi il giorno vi è mutato in " alli III di marzo ". Pare ad ogni modo che Gabriele Saraina, almeno in qualche luogo, abbia usufruito delle schede manoscritte dello zio, o per lo meno di una copia del *De origine* corretta a mano.

Questa versione venne pubblicata dal benemerito sac. Cesare Cavattoni (2): in questa stampa la versione del nostro diploma riceve qui e colà qualche ritocco, per quanto riguarda lo stile.

La " Historia " di Verona di Alessandro Canobio (vissuto sino al principio del XVII secolo) si ritenneva perduta, quando fu ritrovata dal compianto ab. E. Righi, ed ora esiste nella Bibliot. comun. di Verona (ms. 1[illegible]). Il manoscritto consta di parecchi fascicoli, tra i quali alcuni sono autografi. Il nostro diploma vi si legge (fol. [illegible]-[illegible]) nella parte autografa, ed è preceduto da questa dichiarazione: " Berengario . . . [illegible] la presente declaratione . . . ". Qui l'invocazione manca non solo di " nostri ", ma anche di " domini ". C'è l'errore " praesentis ", ma in luogo di " alieni " vi si legge " alicui ".

A Roma presso la biblioteca Angelica conservasi il ms. autografo delle *Antiquitates Veronenses* di O. Panvinio (3). Que-

(1) Siccome peraltro tale emendazione era facile, e potea essere fatta di congettura, non azzardai introdurla nel testo, che riproduco più avanti, nè la giudicai valevole a determinare di per sè l'indipendenza del testo di Gabriele da quello di Torello.

(2) *Dell'origine ed ampiezza di Verona volgarizzamento*, ecc., Verona, 1851.

(3) Segnalato dal Mommsen (*C. I. L.*, V, 1, 323 *b*), questo manoscritto

st'opera uscì quasi un secolo dopo la morte del suo autore (1), colla data di Padova, 1648; e di nuovo coll'anno 1668. La edizione venne curata da Cozzo Cozza, canonico veronese, uomo di non ristretta erudizione, e che credette opportuno qui e cola completare le notizie di origine Panviniana (2).

Ma il nostro diploma non è da collocarsi tra le aggiunte del Cozza, giacchè si legge nell'autografo del Panvinio (f. 125 *r* -126 *r*). Viene nuovamente citato al f. 185 *r*. Questi due passi corrispondono alle pagine 91 e 138 della stampa. Manca invece la trascrizione del diploma nella parte non autografa, e che riproduce, fra l'altro, anche la parte contenente, nell'autografo, il diploma in discorso.

Il Panvinio non indica la sua fonte. Nel secondo luogo dice bensì " diploma . . . quod adhuc restat ", ma queste parole non devonsi interpretare nel senso che egli abbia veduto l'originale del diploma. Esse significano soltanto che il testo del documento non era andato perduto. Dove riproduce il testo, il Panvinio fa precedere questo da poche parole: " . . . ut ex regis ipsius edicto, quod eiusmodi est, intelligi potest ". Tanto nell'originale, quanto nell'edizione, leggesi la medesima dichiarazione.

Della collazione dell'autografo Panviniano vado debitore alla cortesia del ch. dott. sac. Marco Vatasso, al quale rendo le dovute grazie.

Fra l'originale e l'edizione le varianti sono leggerissime.

Nel testo del Panvinio la formola della invocazione è piena, con " domini nostri ". C'è l'errore " praesentis ", e non manca neppure l'altro errore " alieni ".

Il vero testo del Saraina, per quanto si può giudicarne dalla versione del 1546, diceva che il *circo* apparteneva " publicae parti ". Ma nella stampa del 1540, a " publicae " si sostituì " publicum ", e ciò in grazia di una apparente corrispondenza colla frase, che poco appresso s'incontra, " aedificium publicum ". Il Canobio ripetè " publicum parti ". Perduto il senso, era fa-

venne in modo succinto descritto da E. Narducci, *Catalogus codicum mss. bibl. Angel.*, I [Romae, 1893], p. 23, n. 64. Il codice porta la segnatura A. 7. 3.

(1) Morì a Palermo nel 1568 (Orlando, in *Arch. st. sic.*, VIII, 204).

(2) Una differenza tra l'autografo e la stampa venne segnalata da O. Zenatti, presso P. Sgulmero, *La casa di Torello Saraina*, Verona, 1896, p. 35.

cile che da un errore altro ne seguisse. Il manoscritto Panvinieno non da ben chiara la parola " parti ", che potrebbe forse confondersi con " ponti ". E l'edizione del Cozza dice infatti: " publicum ponti ".

Una nuova versione del diploma venne fatta da Giovanni Francesco Tinto (1), il quale pure si limita a citare così la sua fonte: " n'habbiamo autentica scrittura publica di uno editto di Berengario Re d'Italia, di questo tenore ". Il Tinto presuppone " nostri " nella *invocazione*, scrivendo " in nome del signor nostro etc. ". Lascia sottintendere l'esatta lezione " publicae parti " là ove scrive: " quel si sia edificio publico et alla publica parte pertinente ", quantunque la parola " publico " dia luogo a qualche dubbiezza. Solo indirettamente lascia immaginare " alicui " non " alieni ", dove scrive: " senza alcuna offesa del publico et senza timore di sentirne danno nimo o molestia ". Non traduce poi le ultime formule, e tronca il testo qui alla parola " molestia ", seguendo poi tosto la data, ommessa anche l'apprecazione.

Differente ancora è la versione accolta nella sua opera " L'istoria di Verona " (2) da Girolamo Della Corte. Questi mantiene in latino la invocazione " In nomine domini Jesu Christi Dei aeterni ", sopprimendo " nostri ". Ottima è la traduzione " alle preghiere di Adelardo ", che domanda " precibus " ed esclude " praesentis ". Pare che questo storico leggesse già depravato il passo, cui corrisponde la versione: " qual si voglia edificio publico etc. ". La lettura " alicui " per " alieni " è sufficientemente presupposta. Solo di congettura dev'essere l'avvertenza al fine: " Locus Sigilli ✠ ".

Di minor conto sono le edizioni posteriori. Ferdinando Ughelli (3) riferendosi al Panvinio (" diploma quod adhuc extare refert Panvinius "), le cui *Antiquitates Veronenses* ai suoi di erano già alle stampe, lo riprodusse nel 1653, senza osservazioni. Dalla prima edizione dell'Ughelli il documento passò, dopo quasi settant'anni, alla seconda (4).

(1) *La nobiltà di Verona*, Verona, 1592, pp. 136-7.
(2) Vol. I, pp. 204-5, Verona, 1594.
(3) *Italia sacra*, V [Romae, 1653], coll. 627-8.
(4) Per cura del Coleti, V [Venetiis, 1720], 723-4.

Di pochi anni posteriore alla prima edizione dell'*Italia sacra* è la " Historia di Verona " del conte Lodovico Moscardo (1), che reca una nuova ristampa del nostro diploma, essa pure di poca entità.

G. B. Biancolini stampò due volte il diploma, dandone sempre, per quanto riguarda la sostanza, il medesimo testo. La prima stampa leggesi nelle note che egli appose alla *Cronaca di Pier Zagata* (2), e quivi non cita alcuna fonte. Nessuna fonte ricordava pochi anni dopo, nel ristamparlo (3) in altra opera. Quest'ultima edizione sembra a primo aspetto importante, poichè contiene la *signatura* e la *recognitio*, formule mancanti a tutte le altre edizioni. Ma trattasi di una semplice raffazzonatura erudita, poichè all'anno 895 non può convenire una ricognizione, che si dice fatta da Giovanni cancelliere *ad vicem* di Ardingo vescovo (bresciano) e arcicancelliere (4).

Böhmer (5) e Dümmler (6) citarono il diploma senza osservazioni. Lo stesso feci io pure nel 1881 (7), lasciando anzi supporre che nella biblioteca Angelica si conservasse, non il manoscritto autografo del Panvinio, ma addirittura l'originale del diploma berengariano. Qualche anno dopo toccai brevemente lo stesso argomento (8).

Soltanto nel 1895 colsi l'occasione di una pubblicazione archeologica del dottor Serafino Ricci (9), per manifestarvi qualche dubbio sull'autenticità del diploma berengariano.

Del diploma darò anzi tutto il testo, ponendone a fondamento l'edizione 1540 dell'opera *de origine et amplitudine* di Torello Saraina, che indico con B. Le lettere C, D, E, F, G, indicano rispettivamente i testi latini del Canobio, del Panvinio,

(1) Verona, 1668, pp. 93-4.

(2) Vol. I [Verona, 1745], pp. 315-6.

(3) *Notizie storiche delle chiese di Verona*, II [Verona, 1749], pp. 710-1.

(4) Il primo diploma contrassegnato con tale ricognizione è del 27 giugno 911 (D. 61).

(5) *Reg.* 1299 (*Regesta Karolorum*, Frankfurt a/M, 1833, p. 123).

(6) N. 13 (*Gesta*, pp. 170-1).

(7) *Verzeichniss d. Kaiserurkk.*, etc., n. 21 in *Mitth. d. Inst. für öst. Geschichtsforschung*, vol. II, Vienna, 1881.

(8) *Fonti edite della regione Veneta*, Venezia, 1882-3, p. 56.

(9) *Il teatro romano di Verona, con un'appendice di documenti*, Venezia, 1895.

del Lupelli, del Moscardo, del Bianchini. Le versioni italiane di Gabriele Saraina, del Tinto e del Dalla Corte contrassegno rispettivamente colle lettere α, β, γ. Dov'era opportuno, indicai con D (ed.) la stampa delle *Antiquitates* del Panvinio curata dal Cozza, e con D (ms.) l'originale manoscritto.

Non essendoci del diploma, ne la pergamena originale (che mai esistette), ne alcuna copia antica, dovetti abbandonare il pensiero di riprodurre la punteggiatura e le altre minute eventualità grafiche dei testi umanistici. Ma di questi conservai tutto quanto poteva avere alcun interesse, sia pure di carattere ortografico.

Al testo faccio seguire le osservazioni paleografiche, in calce alle quali pongo, come conclusione, alcune notizie di carattere storico.

In nomine domini [a] Jesu Christi Dei aeterni. Berengarius rex [b], quia evenit nuper in civitate Veronae, ut pars quaedam medii circi [c], quae Veronae subiacet castro, prae nimia vetustate corruit [d], collidens cuncta sub se posita aedificia, hominesque cunctos pene quadraginta attrivit, subita morte condemnans, ideirco [e] videlicet [f] precibus [g] Adelardi [h] episcopi sanctae Veronae [i] ecclesiae cunctique cleri et totius eiusdem populi civitatis, moverit sanctae Dei Ecclesiae nostrorumque fidelium, praesentium scilicet et futurorum, industria, predecessorum [j] quoque omnium amore, necnon pro animae nostrae [k] remedio, nos sanctae Dei Ecclesiae Veronae, ac cuncto clero et totius civitatis populo, et cunctis sub ipso castro moran-

(*a*) *B* domini, *C om.*, *DEFG* domini nostri, α β del signor nostro, γ domini. (*b*) *BCEFG* rex, *D* (*ms.*) rex etc., *D* (*ed.*) rex. (*c*) α una parte del mezzo circo, β γ una parte del theatro. (*d*) *BCD* (*ms.*) *F* corruit, *D* (*ed.*), *EG* corruerit, α a terra caduta, β sia ruinata, γ ruinò. (*e*) *BDEFG* Ideirco, *C* Ideirca. (*f*) *BCF* videlicet, *DEG om.* (*g*) *BCDEFG* praesentis, α a' prieghi, β a persuasione, γ alle preghiere. (*h*) *B* Adeleardi, *CDEFG* Adelardi, α γ Adeleardo, β Adelardo. (*i*) *BCF* Veronae, *DEG* Veronensis. (*j*) *B* predecessorum, *CDEFG* praedecessorum. (*k*) *BDEFG* animae nostrae, *C* anima nostra.

tibus per hoc nostrae authoritatis[a] praeceptum commisisse[b], quatenus ubicunque[c] aedificium aliquod publicae parti[d] pertinens[e], ruinam minatur, aut alicui videtur, ut in ruina[f] eiusdem quomodocunque[g] sit damnum futurum, liceat eis omnibus, tam praedictae Ecclesiae cum clero, quam cuncto eiusdem civitatis populo, absque ulla publicae partis offensione[h], ipsum aedificium publicum usque ad firmum[i] evertere; in nullo eis sit trepiditas damni, eo videlicet ordine quo cernes[j]. nec quilibet publicus exactor, quempiam hoc agentem condemnare, aut alicui[k] quicquam audeat ex hoc inferre molestiae. contra hoc[l] authoritatis[m] nostrae praeceptum, si quis impugnare[n] tentaverit, aut aliquem ex predicto negotio molestare praesumpserit, vel ullam inferre calumniam, ne quod coeperat perficere possit, utque[o] conatus eius[p] redigatur ad nihilum, sciat se compositurum viginti libras auri obrizi[q], medietatem parti[r] nostrae et medietatem[s] cui ex hoc aliqua fuerit illata molestia. ut hoc autem verius credatur et diligentius ab omnibus ob-

(*a*) *BE* authoritatis, *CDFG* auctoritatis. (*b*) α abbiamo conceduto β habbiamo — concesso, γ habbiamo commesso et — ordinato. (*c*) *BCEF*, ubicunque, *DG* ubicumque. (*d*) *BCEF* publicum parti, *D* (*ms.*) publicum parti (*ma la parola può confondersi con* ponti), *D* (*ed.*), *G* publicum ponti. (*e*) α edificio publico, che a persona privata possi nocere, β edificio publico et alla publica parte pertinente. (*f*) *BDF* in ruina, *C* ruina, *EG* in ruinam. (*g*) *BCEF* quomodocunque, *DG* quomodocunque. (*h*) *B* ofensione, *CDEFG* offensione. (*i*) *BCDEF* firmum, *G* firmam, α infino a i fondamenti, β fin alla parte ferma, γ fino alla parte ferma e stabile. (*j*) *BCDF* cernes, *EG* cernens. (*k*) *BDEFG* alieni, *C* alicui, α o si huomo che ciò faccia, γ ad alcuno. (*l*) *C* molestiae contra : quod, *DEFG* molestiae : contra quod. (*m*) *B* authoritatis, *C* autoritatis, *DEFG* auctoritatis. (*n*) *BCDF* impugnare, *EG* pugnare, α impugnare. (*o*) *BDEF* utque, *C* usque, *G* ut. (*p*) *BDEFG* eius, *C* pius (suus?). (*q*) *BCD* (*ms.*) *F* obrizi, *D* (*ed.*) *E* obryzi, *G* obrici. (*r*) *BCDEF* parti, *G in un testo (Zag.) ha* parti, *e nell' altro (Notizie)*: camere, α al nostro fisco. (*s*) *C om.* parti-medietatem.

servetur, manu propria roboramus, annuli nostri impressione duximus insigniri.

Datum quarto nonas maii [a], anno incarnationis domini nostri Jesu Christi DCCCLXXXXV., anno vero regni Berengarii serenissimi regis nono, indictione [illegible].

Actum Veronae, in Dei [b] nomine feliciter [c].

Il Biancolini in uno dei suoi testi (*Cron. Zag.*) tralascia, come le altre fonti, la segnatura e la ricognizione. Per contro, nell'altro testo (*Nardi*), riferisce, siccome si è detto, queste due formule, nella seguente maniera:

Signum domini Berengarii serenissimi regis.

Johannes cancellarius ad vicem Ardingi episcopi et archicancellarii recognovi et subscripsi.

La ricognizione è assurda, poichè Ardingo vescovo di Brescia entrò arcicancelliere di Berengario, solo molti anni dopo dell'anno 895. È chiaro adunque che l'introduzione delle due formule devesi soltanto ad una congettura critica.

Ora passiamo all'esame del documento. Della diplomatica Berengariana, il solo che siasi occupato di proposito, per quanto io sappia, fu l'illustre prof. E. Mühlbacher (1), il quale attende a preparare i regesti di quell'imperatore, che debbono comparire unitamente a quelli degli altri Carolingi dell'ultima età. Ma siccome dello sue ricerche pubblicò sinora soltanto risultati parziali, determinati dallo scopo speciale che quell'erudito si era proposto, così non direi che sia svelato per intero l'organamento della cancelleria berengariana, nè i canoni diplomatici a questo proposito da lui stabiliti contengono la soluzione di tutti i quesiti, che ci si presentano nel presente documento.

(*a*) α alli III di marzo, β il 20 di maggio, γ il secondo di maggio.
(*b*) *BDEFG* Dei, *C* die. (*c*) *B* foeliciter, *CDEG* feliciter, *F* feliciter.

(1) Nel suo ottimo lavoro *Un diplôme faux de St. Martin de Tours*, in *Mélanges Havet*, Paris, 1895, pp. 144-6.

Credetti mio dovere di rivolgere la mia attenzione sui documenti citati dal Dümmler (1), e su quelli che furono pubblicati posteriormente. Di parecchi diplomi berengariani, riguardanti Novara o Pavia, diede notizia Augusto Jaksch (2): ma siccome egli si limita in generale alla comunicazione del loro contenuto, senza riprodurne la parte formale, così la sua pubblicazione non potè giovare al mio scopo.

Cominciamo dal protocollo. La *invocatio* nei testi latini più antichi del nostro diploma suona " In nomine Jesu Christi Dei aeterni „, ovvero " In nomine Domini Jesu Christi Dei aeterni „. Il Panvinio, e i testi italiani ci offrono la introduzione di " nostri „ dopo " Domini „.

Di queste tre forme, le due prime si dovrebbero credere le più autorevoli; ma sono impossibili. Berengario adoperò molte formule invocatorie, fra le quali la più frequente è " In nomine Domini nostri Jesu Christi Dei aeterni „, che trovo nei diplomi Dümmler 1, 4-13, 15, 18-20, 22-7, 32, 37, 39, 63, 65, 72 (*omesso* Dei), 80, 98, *Cod. dipl. Lang.*, n. 381, 481. Le altre formule sono: " In nomine Domini Dei aeterni, In nomine Dei aeterni, In nomine sanctae et individuae Trinitatis, In nomine Domini nostri Jesu Christi, in n. D. n. J. Chr. Amen, In nomine Domini Dei omnipotentis aeterni, In nomine omnipotentis Dei aeterni, In nomine Domini Dei nostri „.

---

(1) *Gesta Berengarii imperatoris, Beiträge*, etc., Halle, 1871, p. 170 sgg. Non mi furono accessibili i due diplomi segnati ai n. 41 e 61. Al lettore attento non può sfuggire che nella serie del Dümmler si trova un po' confusa la numerazione. Nelle mie citazioni, tacitamente correggo tali sviste tipografiche. Per chiarezza maggiore soggiungo qui qualche avvertenza. Il n. 19 presso Dümmler, p. 170, ripetesi due volte; nel primo caso è un errore per 18. A p. 174 si ristabiliscano i numeri per modo che sia contrassegnato con 67 il diploma di libertà in favore di Aregiso, e con 68 quello per la cattedrale di Vercelli. A pag. 176 si indichi con 78 bis il diploma in favore di Guido di Montammiata, che il Dümmler ricorda, senza assegnargli alcun numero.

È quasi frustranea cosa il soggiungere che i placiti (come i n. 29 e 60) non possono essere posti al pari coi diplomi nello studio dell'uso del formulario. Se per altri rispetti un placito possi parificare a un diploma, ciò non può ammettersi per riguardo al presente nostro studio.

Il Dümmler saltò il n. 96.

(2) Nelle *Mittheil. d. Inst. für österr. GF.*, II, 451-4.

La *nominatio* " Berengarius rex ", prima della sua coronazione ad imperatore, è comunissima: veggansi i diplomi Dümmler 1-3, 5-10, 12, 13, 20, 37, 47, 49, 53, 55, 62-6, 70-1, 75, 77, 78. Le altre formule sono " divina favente clementia rex, divina ordinante clementia rex, d. favente gratia r., d. misericordia r., d. providentia r., gratia Dei r. ".

Dal protocollo passiamo all'escatocollo.

L'escatocollo manca delle due prime formule, cioè della *signatio* e della *recognitio*. La mancanza è gravissima, tuttochè si incontrino, nei testi attuali, alcuni diplomi mancanti o della *signatio* (Dümmler 2, 12, 36, 44, 65) o della *recognitio* (ivi 44). Ma sono omissioni casuali, e probabilmente da attribuirsi quasi sempre all'amanuense.

Le altre formule dell'escatocollo, cioè la *datatio* (1) e l'*adprecatio*, non presentano alcuna seria difficoltà (2). È vero peraltro che l'*adprecatio* s'incontra in diverse maniere, e che la formula precisa, qui adoperata, non ha, ch'io sappia, alcun riscontro: ma la differenza è piccola. Infatti le due formule più comuni sono: " in Dei nomine feliciter, amen " (Cf. Dümmler 1, 3, 4, 6-10, 12, 14-24, 26-8, 31, 33-5, 38-40, 49, *Mitth. d. Inst. für österr. Gesch. Forsch.*, II, 102-3, Dümmler 32, 54, 56, 63, 65, 76, 80, 82, 88, 103), e " in Christi nomine feliciter, amen " (Dümmler 18, 43-6, 48, 50-1, *Mitth. d. Inst.*, ecc., II, 103-4, Dümmler 53, 55, 58-9, 62, 64, 66-70, 75, 77, 78bis, 79, 81, 83-6, 89, 91, 93-5, 97-102, 104-5, *C. I. L.*, 400). Meno frequenti sono le formule: " feliciter, amen " (Dümmler 5, 36, 47, 71), " in Christo feliciter amen " (Dümmler 78), " in Dei honorem feliciter " (Dümmler 25), " in Dei nomine feliciter " (Dümmler 37), " feliciter " (id. 73), la *C. D. L.*, 492 " in Chr. n. f. amen, amen, amen ". Non di rado la formula manca affatto, come avviene p. e. nei diplomi: Dümmler 2, 12,

(1) Considerando la data in quanto ha valore cronologico, e non in quanto viene espressa con una formula, si incontrano possibili varie nelle differenze che si incontrano fra le varie fonti, che ci tramandarono il diploma. Ma non è certa cosa che di qui si possa dedurre, in forma positiva, prova alcuna contro l'autenticità dell'atto.

(2) Il Mühlbacher (Op. cit., 138) giustamente notò che nei diplomi berengariani la data è sempre espressa così, che il nome del monarca riesce in terza persona. E ciò avviene anche nel caso nostro.

56, 74, 90, *C. D. L.*, 381, e in quello messo in pubblico dal dr. L. Schiaparelli, in *Atti Accad. Torino,* XXXI, 540 (1).

Di qui apparisce che la mancanza di " amen " nel diploma, di cui discutiamo, non può formare un argomento contro la sua autenticità. Resta per altro vero, che sarebbe più conveniente la presenza di quella parola, così ovvia di consueto nei diplomi.

Concludendo, possiamo dire che l'escatocollo e il protocollo, tuttochè non al tutto spogli di magagne, sono tuttavia tali da non dar luogo a seri sospetti, fatta eccezione per la omissione delle due formule della *signatio* e della *recognitio*. La mancanza di ambedue costituisce un fatto serio, e autorizza in noi un sospetto abbastanza grave di falsità (2).

Ma i difetti più gravi s'incontrano nel testo stesso, fin dal principio.

Manca l'*arenga*, e tosto s'incontra (saltata le *salutatio*, che troveremo in appresso) la *narratio*, incipiente con " Quia evenit nuper — ". Nei diplomi berengariani una tale condizione di cose non è guari possibile.

L'*arenga* manca tuttavia nei Diplomi Dümmler 2, 6, 15, 21, 36, 44, 49, 53, 55, 64-5, 67-8, 75, 78, 80, 86, 93, 100-104, *C. D. L.* 455. Ma i diplomi, che accolgono l'arenga, sono numerosissimi, e se tra essi la maggior parte riguarda qualche istituto religioso, ce ne sono alcuni di carattere e di scopo profano.

La cancelleria di Berengario sapeva variare in mille modi la *arenga*, e pare che tale esercitazione riuscisse gradita ai cancellieri, ai quali non poteva piacere la trascuranza di una occasione propizia a far sfoggio di bello stile.

Nel nostro diploma manca al suo posto la *salutatio*, la quale venne invece collocata dopo la *narratio*. La *salutatio* fu da me riscontrata nel luogo che le compete, in tutti i diplomi berengariani, di cui potei aver cognizione, eccettuato soltanto uno solo, Dümmler 94. Ma in questo essa è compensata dal-

(1) Non tengo conto naturalmente dei diplomi, la cui conservazione è cattiva, o la cui pubblicazione è incompleta.

(2) Parlo di sospetto non di prova, poichè si può pensare ad una omissione del copista. Così p. e. il diploma Dümmler 56 nell'edizione del Verci ha la *segnatura* e la *recognitio*, mentre queste due formule mancano nella edizione dell'Ughelli.

[illegible] la quale si [illegible] immediatamente dalla dispositio. Infatti quel diploma, dopo il protocollo, prosegue: " Quoniam quidem imperatores et reges sanctarum Dei ecclesiarum sublimitas —, [illegible] concessimus — ". La *salutatio* è sottintesa e la *narratio* vi è, a così dire, [illegible] nel [illegible] fatto alla preghiera dell'interveniente.

Le formule della *salutatio* si assomigliano tutte, come può vedersi da questa tavola, che si limita alle prime parole:

Ideirco omniam fidelium sanctae Dei Ecclesiae (D. [illegible], 37, 52, 56; *Mitth. d. Inst. für österr. GF.* II, 102-3, 103-4, *C. D. L.*, 381).
" omnium s. D. E. fidelium (D. 73).
" universorum s. D. E. nostrorumque (D. 45).
" notum sit omnibus fidelibus s. D. E. (D. 31, 39).
" noverit omnium fidelium s. D. E. (D. 30, 46, 50-1, 76, 91, 92).
Ideo notum iri volumus omnibus fidelibus s. D. E. (D. [illegible]).
Ideoque omnibus s. D. E. fidelibus (D. 85).
" omnium s. D. E. (D. 12, 98, *C. D. L.*, 492).
" noverit omnium fidelium s. D. E. (D. 95).
Igitur omnium fidelium s. D. E. (D. 22, 24, 34, 43, 78[bis], 82).
Itaque omnium fidelium s. D. E. (D. 35).

Notum sit omnibus fidelibus s. D. E. (D. 36, 44, 69).
" sit fidelibus s. D. E. (D. 68).
Noverit igitur omnium regni nostri industria (D. 74).
" omnium fidelium s. D. E. (D. 6, 15, 49, 53, 64, 75, 80, 86, 93, 102-4, *C. D. L.*, 455).
" igitur omnium s. D. E. fidelium (D. 42).
" " " fidelium s. D. E. (D. 67).
" omnium s. D. E. nostrorumque fidelium (D. 10).
" industria omnium fidelium s. D. E. (D. 21).
" omnium industria fidelium nostrorum (D. 65).

Omnibus s. D. E. fidelibus (D. 2, 78).
" fidelibus s. D. E. (D. 101).
Omnium igitur s. D. E. (D. 8, 20, 27).
" fidelium s. D. E. (D. 55, 100).

Proinde cunctorum fidelium s. D. E. (D. 47).
" omnium fidelium s. D. E. (D. 105).
" noverit omnium fidelium s. D. E. (D. 66, 70, 77, 79).

Quapropter omnibus fidelibus s. D. E. (D. 1).
" omnium s. D. E. nostrorumque presentium (D. 11, 48, 58, 63).
" omnium fidelium s. D. E. (D. 7, 9, 14, 16-7, 23, 25-6, 33, 38, 40, 88, 99, *C. D. L.*, 400).
" noverit omnium fidelium s. D. E. (D. 18 [Gloria, *Cod. dipl. Pad.* 1, 34-5, n° 18], 62, 89).
" comperiat sollercia omnium fidelium s. E. D. (D. 28).
" cunctorum s. D. E. (D. 4, 5).
" noverit universorum s. D. E. (D. 19).
" universorum s. D. E. (D. 59).
Quocirca noverit omnium s. D. E. fidelium (D. 71).
" noverit omnium fidelium regni nostri (D. 57, 81, 84).
" omnium universalis Ecclesiae fidelium (D. 83).

Unde notum esse volumus omnibus s. D. E. fidelibus (D. 32, 72).
" notum esse volumus omnibus eiusdem s. D. E. fidelibus (D. 97).

Siccome, purchè non manchi affatto, la formula della *salutatio* sta sempre al posto che logicamente le compete e qui invece alla *titulatio* segue subito la *narratio*, così, dalla costanza della cancelleria berengariana in questo riguardo, ci è lecito dedurre conseguenze per così dire sicure sulla questione dell'autenticità del nostro documento, anche facendo astrazione da ogni altro argomento.

È appena conveniente avvertire che dalla identità delle prime parole non si può immediatamente dedurre quella della intera formula nei diversi diplomi.

Da questa tavola, che rispecchia in sè il sistema cancelleresco di Berengario, si fa manifesta la gravità della mutazione riscontrata nel nostro documento. I primi indizi di falsità si fanno quindi più forti che mai. Le seguenti considerazioni aggraveranno ancora il valore di questo ragionamento.

Non solo il nostro diploma si strania dagli altri cominciando

colla *narratio*, ma questa è compilata tutt intera con fra i letterarie, umanistiche, affatto aliene dalle espressioni ovvie nei diplomi: Si osservi: " quia evenit nuper ", " pars quaedam medii circi ", " prae nimia vetustate corruit ", " collidens ", " attrivit ", " subita morte condemnans ", ecc. Sopra tutto strano è l'uso della parola *circus*.

Tutto questo è già male, ma il peggio si è che nel nostro diploma la *salutatio*, soppressa al suo posto, ci si presenta invece dove assolutamente non può stare, ed è preceduta dalla formula di intervenzione. Infatti tra la *narratio* e la *salutatio* sta inserta una frase, " ideirco videlicet, etc. " che invece sarebbe conveniente al principio della *narratio* stessa, giacchè evidentemente essa altro non è che la formula dell'*intervento*, stranamente fusa colle prime parole della *salutatio*.

Ora consideriamo più dappresso la formula della *salutatio*.

Riferisco qui intera la *salutatio* di D. 95, che più di tante altre si accosta alle espressioni del nostro diploma: " Ideoque noverit omnium fidelium sanctae Dei Ecclesiae nostrorumque praesentium scilicet et futurorum industria ". Vi colloco accanto la formula dell'intervento, con cui comincia la *narratio* in D. 9: " Qualiter interventu ac petitione Adelardi venerabilis episcopi, nec non et Adelgisi illustris comitis et dilecti fidelis nostri, pro amore Dei omnipotentis, animaeque nostrae omniumque parentum nostrorum mercede, et eius ... " (1). Queste ultime parole ci spiegano anche quelle che nel diploma in discussione seguono a " industria ". Se paragoniamo le formule recate, colla strana e confusa dizione del diploma stesso, la falsità di questo riesce più che mai evidente, anche se nessun altro argomento avessimo finora trovato per dubitare. La frase " praecibus Adelardi episcopi etc. " è assurda, perchè non c'era bisogno della preghiera di alcuno perchè si notificasse una concessione. Più assurdo ancora è l'intervento non del solo Adelardo, ma di tutto il clero e di tutto il popolo!

Si osservi ancora che la esattezza e la forma genuina di alcune frasi, per ragion di contrasto, accrescono la irragionevo-

(1) Nella *narratio* del diploma D 67 (Muratori, *Ant. Ital.*, I, 849-50), che riflette la liberazione di un servo, si legge questa motivazione: " nos pro Dei amore et remedio animae nostrae ".

lezza della mutua relazione in cui esse si trovano. Si capirebbe ancora che si usassero frasi nuove, in una forma espositiva del tutto nuova; ma le frasi vecchie e note, che ivi si leggono, mostrano che la relazione erronea in cui stanno, è da aggiudicarsi a un falsario, che aveva notizia delle formule buone, ma non sapeva connetterle insieme.

La *dispositio* contenendo un ordine di natura speciale, non può offrire occasioni a confronti diretti; ma ora che stiamo sull'avviso, non possiamo a meno di trovare sconvenienti all'età e alla natura del documento, frasi come questa: " nos sanctae Dei Ecclesiae Veronae, ac cuncto clero et totius civitatis populi „. Siamo forse ormai al tempo del comune già stabilito? Ben so che la partecipazione del popolo alla pubblica cosa è antica, ma qui essa entra in un modo che spetta all'età post-ottoniana piuttosto che al periodo postcarolingico.

S'aggiunga anche qui la tornitura umanistica dello stile, coi verbi alla fine dei periodi, e si vedrà che tutto ciò è assurdo.

Antica è la frase " absque ulla publicae partis offensione „; e qui può rispondere alla dichiarazione precedente, rispettivamente agli edifici spettanti " publicae parti „. L'ultima frase della formula " eo ordine quo cernes „ non regge, poichè giammai avviene che l'imperatore si rivolga in seconda persona al lettore. Anzi non si può a meno d'avvertire, che questa frase, al luogo presente, è in contraddizione colla *salutatio*.

Veniamo ora alla *minatio*, che comincia: " Nec quilibet publicus exactor etc. „. Dopo qualche riga abbiamo una seconda formula di minaccia: " Contra quod autoritatis nostrae praeceptum, si quis impugnare tentaverit etc. „.

La parola " exactor „ che significa *pubblicano* (1) può benissimo trovarsi a suo posto, accanto ad una frase cui appartengano le parole testè citate " absque ulla etc. „, ma non vedo come si possa giustificare a questo luogo. Ad ogni modo, c'è sempre una difficoltà, degna di qualche considerazione, ed è che non è parola di censo, o di imposta.

La seconda *minatio*, se non ha esattissimo riscontro in altri diplomi berengariani, tuttavia è indubitamente desunta da fonti buone, e nella sostanza corrisponde ad espressioni ben cono-

(1) Ducange, *Gloss.* ed. Fabre, III, 335.

sciute. Trovo opportuno riferire la formula adoperata nei diplomi D. 6 e 80: " Contra quod nostri documenti praeceptum si quis insurgere temptaverit, (paucque adtingere [*var.* temptaverit] potest explere, vigiati libras auri obrizi, medietatem camerae nostrae et medietatem cui ex hoc molestia illata fuerit, sciat se compositurum ".

La parola *auctoritas* è rara nella formula minatoria dei diplomi berengariani, ma pur la si trova. Il diploma D. 50 ha: " Contra quod nostrae auctoritatis seu concessionis ... Di solito usasi: " donatio, documentum, concessio, confirmatio, largitio, indultum, institutio ". Nella *corroboratio* del diploma D. 24 leggiamo: " Et ut haec nostra auctoritas plenioram etc. ". E nelle formule corrispondenti nei D. 78[bis] e D. 90 abbiamo: " Et ut haec nostrae auctoritatis preceptum ", ovvero: " Et ut haec auctoritas firmior ". Similmente nella *minatio* di D. 47 e 74: " Si quis igitur hoc nostrae auctoritatis praeceptum ".

La frase " utque conatus eius redigatur ad nihilum " ha riscontro. Il diploma D. 33 dice: " ut conatus eius irritus fiat ". Il diploma edito nel t. II (p. 103-4) delle *Mitth. d. Inst. für österr. GF.*, reca: " ut conatus eius irritus habeatur ".

La frase " ne quod coeperat perficere possit " si può confrontare con " ut inchoata perficere queat " (D. 43, 50), " ne inchoata perficere valeat " (D. 46), " ne quod tentat perficere possit " (D. 40).

Ma l'allusione alla calunnia, non so che relazione abbia colla natura del documento, che andiamo studiando.

La *corroboratio* è del tutto genuina. Per il suo principio cito D. 26: " Ut hoc autem verius credatur etc. ". Per il complesso della formula, allego D. 63: " Et ut hoc verius credatur, diligentiusque ab omnibus observetur, annei propria roborantes, de anulo nostro subter iussimus insigniri ". Si può fermare l'attenzione sulla parola " duximus ", che non ho riscontrò nei diplomi berengariani. Questi usano in suo luogo quasi sempre della parola " iussimus " (D. 1, 3-9, 15, 18-9, 22-6, 28, 32-8, 42-6, 48-9, 54, 58, 62-3, 65-6, 69-71, 73, 75-78, 78bis, 79-85, 87, 90-2, 94-5, 97-104; Schiaparelli in *Atti Accad. Tor.*, XXXI, 540; *Mitth. d. Inst. f. österr. GF.*, II, 103; *C. D. L.*, 381, 400, 455, 481, 492). Assai più di rado c' incontriamo in " praecepimus " o " praecipimus " (D. 30, 40, 50, 51, 55-6, 105; *Mitth.*

cit., II. 103). Sicchè facilmente potremo pensare che " duximus " sia un errore materiale per " iussimus ".

Da quanto si è detto risulta quindi, che un falsario dell'età umanistica mise insieme il diploma, che stiamo studiando, giovandosi largamente di diplomi veri, dai quali desunse alcune formule e qualche frase. Ma non seppe poi unire opportunamente le formule stesse: e, peggio che mai, per esprimere la parte materiale del documento, fece uso di frasi e di parole inusate, e adoperò una sintassi strana. Tutto ciò, il Cinquecento conobbe, ma agli officiali della cancelleria di Berengario questa dicitura doveva riuscire ben ostica.

Conchiudiamo adunque che il diploma venne falsificato nell'età umanistica, da persona che aveva a sua disposizione alcuni diplomi autentici di Berengario I.

Raggiunta la prova diplomatica della falsità del documento, faccio ad essa seguire la controprova storica, la quale è data abbastanza chiara e perentoria dal diploma col quale Berengario I, addì 1 agosto 905 (dieci anni dal giorno in cui avrebbe fatto distruggere il teatro) concesse al diacono Audone, fra le altre elargizioni, anche le seguenti: " nec non in civitate Verona in castro subtus arena duo evoluta aedificia, quae vulgo artovala dicuntur " (1). Il nome di " arena ", a significare il teatro, è storico, giacchè troviamo quell'edificio indicato col nome di " arena minor ", nella antichissima iconografia di Verona (2).

Di qui abbiamo la dimostrazione della impossibilità del fatto richiesto dal diploma di cui si discute. Ma più evidente ancora possiamo di lì ritrarre la confutazione della frase " medii circi ", in luogo di " arena ". La contrapposizione delle due espressioni, conferma che il così detto diploma dell'anno 895, è una contraffazione dovuta all'età umanistica.

Che se ancora non basta, si può qui citare anche il diploma del settembre 913 (3) col quale Berengario regalò a Giovanni chierico e suo cancelliere alcuni " covulos et arcovolutos "

(1) Pubblicai questo documento nel 1881 nelle *Mittheil. des Instituts für österr. Geschichtsforschung*, II, 102-3.

(2) Presso G. B. Biancolini, *Dei vescovi e governatori di Verona, dissertazioni*, Verona, 1757, tav. a p. 55.

(3) Dümmler 63, Biancolini, *Notizie delle chiese di Verona*, II, 711-2.

col " theatrum ". Se qui gli ufficiali di cancelleria vollero mutar di parole, rimasero tuttavia nei limiti del vero e della tradizione gesuina. Ma se scrissero " theatrum ", tacquero del circo, e sopratutto del circo mediano.

Insomma, da qualsiasi punto di vista si consideri il diploma dell'anno 915, esso ci appariva sotto i colori della falsità.

Alcuni altri fatti accennati in questo documento non si possono impugnare, perchè noti altrimenti, ma essi non bastano ad altro che a dimostrare che quella stessa miscela di buono e di falso che trovammo nella parte formale, c'è anche nella parte materiale del documento. Mi limito qui ad avvertire che la data topografica non può essere contraddetta, e che all'anno al quale il documento viene attribuito, la cattedra della chiesa veronese era veramente occupata dal vescovo Adelardo (1). Ma la esattezza di questi particolari nulla prova in favore del documento in sè.

Ripeto peraltro che se alla diplomatica chiedo la prova della mia tesi, alla storia domando soltanto la controprova.

Non è poi difficile scorgere il motivo della falsificazione. Torello Saraina si occupava molto degli antichi monumenti romani di Verona, rivolgendo la sua attenzione in particolar modo al teatro, del quale, nei disegni di Giovanni Caroto, abbiamo un tentativo di restituzione. I disegni originali del Caroto, che in parte servirono all'edizione del *De origine et amplitudine* di Torello Saraina, veggonsi aggiunti (lo si avverte) al manoscritto originale di Gabriele Saraina. Nulla di più facile che il supporre, che un buon amico del detto antiquario abbia voluto rispondere a qualche sua erudita curiosità, e spiegargli la ragione per cui, mentre l'anfiteatro attraverso glorioso i secoli, il teatro, quantunque addossato ad un colle, e da esso rafforzato, fosse ormai ridotto ad essere solamente una grande rovina.

(1) Dümmler, *Gesta Berengarii*, pp. 63-4. Non è chiara la cronologia in Ughelli, V, 722-5.

Sunto della Memoria:

Notizie per servire alla vita del gran cancelliere di Carlo V Mercurino di Gattinara;

Studio storico-critico del Socio GAUDENZIO CLARETTA.

L'autore comincia in una prenozione a dar ragione del suo lavoro che ha per oggetto d'investigare le azioni principali del Gattinara nelle relazioni avute da lui coi principi, ai quali consacrò i suoi servigi, come giureconsulto, come magistrato e come statista. Esso nota peraltro che il Gattinara viene considerato nei rapporti suddetti, rispetto solo ai documenti che gli fu dato di esaminare, e che in parte si conservano in pubblici archivi, e che in parte egli ebbe in gentile comunicazione dal Generale Emanuele Morozzo Della Rocca. Quindi, in appoggio di questa dichiarazione, giova avvertire che questo studio deve tenersi nuovo contributo alla vera biografia del personaggio in discorso, che potrà tessere colui che sarà a suo tempo in grado di poter compulsare i documenti inediti, che si conservano, o negli archivi degli Stati, coi quali ebbe il Gattinara relazioni, ovvero presso i privati, che siano per consentire a comunicarli. Ma se l'autore non dissimula che quei documenti potranno diffondere maggior luce sulle geste di lui, quelli esaminati già sono valevoli sino a certo punto a farci conoscere, come il valore dello statista, così l'uom privato ne' suoi pregi e ne' suoi difetti.

Lo studio critico di cui si tratta è diviso in quattro parti: nella prima un prospetto generale sulle azioni del Gattinara, contiene notizie sommarie su di esso, desunte, e dalle notizie sin qui pubblicate e dai documenti presi ad esame dall'autore.

La seconda parte considera il Gattinara nei suoi rapporti coll'arciduchessa d'Austria, Margherita, figlia dell'imperatore Massimiliano I, vedova di Filiberto il Bello duca di Savoia, e ch'egli ebbe anzitutto a servire come suo avvocato patrimoniale nelle sue terre giurisdizionali della Bressa e del Bugey,

poi allorquando essa tenne la reggenza della Franca Contea in Borgogna. L'autore accenna alle principali missioni, nonchè alle traversie sofferte dal Gattinara, per parte in ispecie della nobiltà di quella provincia. Al che servì larga materia il primo documento ch'egli ebbe agio di esaminare. Esso contiene una rappresentanza dal Gattinara fatta a quella duchessa. In essa, questi compendia i principali tratti della sua vita pubblica, schiera i motivi delle contrarietà sorte contro di lui, come primo presidente del parlamento di Borgogna: difende il proprio operato: da ragione della condotta tenuta, ed accenna agli inconvenienti che si avrebbero, e che già si erano avuti a deplorare sul modo di regolarsi de' suoi avversari.

La terza parte di questo studio considera il Gattinara allorquando dopo essersi ritirato dalla Borgogna, già era divenuto gran cancelliere di Carlo V. Questa parte è distinta in due capi: nel primo, l'autore valendosi di altro documento inedito, s'intrattiene sulla famigliarità che il Gattinara dimostrava di avere coll'imperatore, essendosi preso l'ardire di dargli parecchi consigli ch'egli credeva si dovessero assolutamente seguire se non si volevano danneggiare di più gli interessi di finanze e di guerra del vasto impero. Il capo secondo si aggira su altra rimostranza del gran cancelliere a Carlo V, che si contiene in altro documento inedito. Ma in essa il tono più vibrato e le lamentazioni più spiccate del suo autore rivelano abbastanza il dispetto di colui che nei favori del principe si vedeva posposto ad altri. Quindi, dopo avere fatte alcune obbiezioni e risposto ad esse, passa in rassegna il suo passato e bilancia i danni e gli avvantaggi avuti nell'esercizio delle sue cariche. E termina col conchiudere, che non venendo a ricevere trattamento più benigno, egli sarebbe forzato a ritirarsi, il che avrebbe fatto non per cercar di giustificarsi, ma, affine di salvare il proprio onore.

Infine la quarta parte, che pare sembra debba ritenersi la più importante, è tutta fondata su di un prezioso documento del succitato archivio Morozzo Della Rocca. Dopo un esame critico dell'autore per istabilirne l'età, egli opina debba ritenersi compilato tra gli ultimi mesi del 1524 e i primi del seguente 1525.

Il Gattinara, prevedendo non lontano il giorno in cui avrebbe potuto far ritorno in patria, e ad ogni modo intraprendere il

viaggio d'Italia, da lunga stagione ambito altresì dall' imperatore stesso, delegava a prepararglì il terreno sia in rispetto degli interessi politici che de' suoi privati, che doveva e desiderava di patrocinare, due suoi fidi commissarii. La missione di costoro diretta a Genova, ai duchi di Milano e di Savoia e alla marchesa di Monferrato, era delicata assai, tanto più nella parte concernente il duca Carlo III di Savoia, col quale essi dovevano trattare a lungo per ottenere l'approvazione de' privilegi sui suoi feudi, e specie su di Gattinara.

Conviene avvertire che questo documento può essere ritenuto d'interesse non secondario per uno studio psicologico del gran cancelliere di Carlo V, poichè in esso si rispecchiano i suoi sentimenti di famiglia, di amicizia verso i congiunti e gli amici. E d'altro canto giova altresì a dimostrare quali relazioni corressero fra il Gattinara e i sudditi dei varii feudi soggetti alla sua illustre prosapia, nella guisa che ci attesta le sue non anguste viste in fatto di commercio e d'agricoltura, proprie del resto di colui che aveva percorso varie nazioni di Europa, più avanzate in civiltà che nol fosse il nostro povero paese in quei tempi così deplorevoli.

Lo studio complessivo dei documenti suindicati serve pertanto a delinearci un quadro assai naturale delle virtù e dei difetti di quel ragguardevole nostro giureconsulto e statista, morto nel 1530.

Segue al testo il documento che illustra quest'ultima parte, e che, come fu detto, a preferenza degli altri ha un'importanza speciale per la persona del Gattinara e pei paesi su cui egli vantava ragioni di dominio.

L'Accademico Segretario
ERMANNO FERRERO.

CLASSI UNITE

Adunanza del 20 Giugno 1897.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Il Socio Nani, Segretario della Giunta per l'aggiudicazione di due premii della fondazione Gautieri per opere di filosofia e storia della filosofia pubblicate negli anni 1891-1896 (1), legge la seguente relazione:

Onorevoli Colleghi,

La Commissione pel conferimento del premio Gautieri, eletta, in conformità del Regolamento, dalla *Classe di scienze morali*, e composta dei socii Peyron, Claretta, Nani, Graf, Brusa ed Allievo, sotto la presidenza del Presidente dell'Accademia, avendo esaurito quella parte del mandato affidatole che riflette l'anno in corso, intende, per mezzo mio, di indicare, con solo discorso, la via che essa ebbe a tenere nelle sue indagini ed esporvene i risultati.

Suo compito era per quest'anno, com'è noto, di ricercare ed esaminare le pubblicazioni italiane (quelle eccettuate che

(1) Vedi vol. XXXI, pag. 1075.

fossero dovute a membri nazionali residenti o non residenti di quest'Accademia) di *filosofia* e *storia della filosofia*, edite nel sessennio 1891-96, per l'aggiudicazione dei due premii della fondazione Gautieri che si tratta ora di assegnare. Un cómpito che non si presentava agevole, sicuramente; poichè diramati gli inviti ai socii per le opportune proposte; ricevute in dono parecchie opere spedite da autori ed editori, in seguito all'avviso divulgato sui giornali; compulsati diligentemente i cataloghi ufficiali delle pubblicazioni che in quello spazio di tempo videro la luce in Italia, la Commissione potè constatare che il numero di quelle attinenti alle sopradette discipline, pur senza includervi tutti gli articoli e tutte le memorie sparse nelle Riviste nonchè degli Atti delle varie Accademie, stava piuttosto al disopra che non al disotto delle due centinaia; onde potrebbe forse parere meno fondato il lamento, che tutto dì si ode, che il campo delle scienze filosofiche, così fertile altra volta, stia oramai per isterilire in Italia, per mancanza di cultori.

Di fronte ad una così gran copia di opere, nelle quali erano rappresentate sotto ogni aspetto ed in ogni ramo, tanto la filosofia, quanto la storia della filosofia, avendo la Commissione, nella sua maggioranza, opinato che una tal quale ragionevole larghezza in questo argomento fosse consigliata e quasi imposta dalle stesse tavole di fondazione, imponevasi evidentemente, in primo luogo, la necessità di procedere ad una scelta. Trattavasi, cioè per una parte, di eliminare tutti quei lavori che, benchè non destituiti, alcuni almeno, di qualche valore, tuttavia, o per la tenuità loro o per la poca importanza dell'argomento, o per qualsiasi altro motivo, dovessero reputarsi meno consentanei agli scopi per cui il premio venne istituito; e di classificare, per altra parte, in una speciale categoria, destinata ad un più minuto lavoro d'analisi e di confronto, tutte le opere per contro che ai Commissarii fossero parse singolarmente degne di nota e di considerazione. A questa impresa, delicata e grave, la Giunta si è accinta con piena indipendenza ed imparzialità di giudizio, e l'ha condotta a termine colla maggior accuratezza d'indagini che le fu possibile: tenendo conto eziandio della fama in cui è salito il nome di più d'un autore, dei premi riportati in antecedenti concorsi, dei pareri pronunciati dalla critica più competente ed autorevole; non trascurando, insomma, nessuno

dei sussidii che essa potè avere a propria disposizione. In questo modo la Giunta trascelse gli scritti del

Bonghi (1°).
A. Chiappelli (2°).
Masci (3°).
Labriola (4°).
G. Rossi (5°).
De Sarlo (6°).
Tocco (7°).
Ardigò (8°).
Martinetti (9°).
Morando (10°).
Barzellotti (11°).
Bobba (12°).
Sergi (13°).
Zuccante (14°).
Credaro (15°).
Milesi (16°).

1° Del Bonghi troppo alta e meritata è la rinomanza perchè occorra qui far altro se non notare che anche nei due proemii che egli mandò innanzi alla sua versione italiana del *Teeteto* (1892) e del *Filebo* (1896) di Platone, per quanto ne sia esigua la mole, rifulgono le doti dell'ingegno multiforme e sagace e può ammirarsi l'estesa erudizione insieme colla fine dialettica dell'illustre e rimpianto autore.

2° La valentia del Chiappelli già luminosamente svelatasi in altri lavori di data più antica si afferma, oltre ad altri scritti di minor conto, in una breve Memoria: *I caratteri orientali dello Stoicismo* (" Atti dell'Accad. di Napoli ", vol. XXVII): un geniale lavoro, ricco di dottrina e di acume in cui lo scrittore, con solidi argomenti, prova la verità della propria tesi, appena da altri traveduta. Sarebbe per fermo piaciuto alla Com-

missione di poter ugualmente aver riguardo all'altra Memoria, non meno pregevole, del Chiappelli: *Le premesse filosofiche del socialismo* (" Atti dell'Accad. di Napoli ", vol. XXVIII), se non ne fosse stata trattenuta dalla considerazione che questa, sebbene sia stata presentata nel '96, non fu però pubblicata che nel corrente anno.

3° Del Masci abbiamo tre Memorie, inserte esse pure negli " Atti dell'Accademia napolitana ": 1° *Sul senso del tempo* (1891); 2° *Sull'idea del movimento* (1891); 3° *La teoria della formazione naturale dell'istinto* (1892), delle quali veramente può dirsi che, sebbene non possano considerarsi che quali contributi alla soluzione di problemi gravi e vessati, sono però lavori densi d'idee e di dottrina, lodevoli per diligenza di ricerche e sagacia di critica.

4° I *Saggi intorno alla concezione materialistica sulla storia* del Labriola, parvero, il secondo particolarmente, pur non volendo attribuir loro una eccessiva importanza, pieni di acume e comprovanti una larga coltura nell'autore, il quale vi si studia di correggere ciò che di unilaterale ed erroneo è nel concetto materialistico della storia, quale è inteso comunemente.

5° Il Rossi ha scritto una buona monografia *Fracastoro in relazione coll'aristotelismo ed alle scienze nel Rinascimento;* un lavoro storico e dottrinale ad un tempo, che si legge con interesse per la copia delle notizie che contiene. Vuol essere osservato però che solo alcuni capitoli dell'opera riguardano direttamente la storia delle dottrine filosofiche; oltre di che la critica, non a torto, ha notato in questa monografia non soltanto inesattezze non lievi, ma, ciò che più monta, una troppo imperfetta conoscenza dei recenti e copiosi studii sul Rinascimento, nonchè della storia delle scienze in genere. Lo stesso press'a poco può dirsi di un altro lavoro, di più breve mole, dello stesso autore: *Niccolò da Cusa e la direzione monistica nella filosofia del Rinascimento.*

6° Dell'opera del De Sarlo, *Saggi di filosofia*, non potè la Giunta tener conto che del primo volume, pubblicato nel 1896, e vi rileva il largo corredo di studi fisiologici messi a servizio delle ricerche psicologiche; riputando specialmente pregevoli alcuni di quei saggi, come quello sulla *nozione di legge*, e l'altro dedicato alla *dottrina di Paulsen* sull'attività.

7° Del Tocco, minore importanza, per varii motivi e particolarmente per la sua stessa indole, doveva avere la pubblicazione da lui curata, insieme col prof. Vitelli, delle opere inedite di Giordano Bruno; maggiore invece lo studio che di dette opere egli ha fatto in una Memoria che si trova negli " Atti della R. Accademia di Napoli " (1891), e l'altro suo *Saggio del Parmenide, del Sofista e del Filebo* (Firenze-Roma, 1893). E il primo uno studio condotto con somma accuratezza, con critica fine e profonda e col sussidio di una vasta e sicura erudizione, per modo che i lineamenti della filosofia bruniana, e la sua ultima fase in ispecie, ne riescono determinati colla maggiore esattezza. Possono, ben e vero, dissentire i pareri dei giudici più esperti e valenti intorno al valore scientifico della dottrina del Bruno ed all'importanza del contributo che egli abbia recato al progresso della scienza, ma qualunque divergenza di opinioni su questo punto nulla può detrarre al merito del lavoro del Tocco e nessuno (per ripetere le stesse parole di un critico che pure gli si dimostrò meno favorevole) può disconoscere nell'autore " l'intiera padronanza del soggetto, l'acutezza critica e la sincerità storica ". Il *Saggio del Parmenide, ecc.*, è notevolissimo, così per l'importanza dell'argomento già accennato dal Tocco fin dal 1876 nelle sue *Ricerche platoniche*, come per la vigoria delle argomentazioni con cui questi vi sostiene dottamente la sua tesi, la quale se ha trovato e troverà ancora, forse, dei contrasti, tuttavia ha già ottenuto l'adesione di parecchi studiosi di Platone e di eminenti filologi.

8° Dell'Ardigò tre opere appartengono al periodo prefisso per l'aggiudicazione di premio, e sono: *La scienza dell'educazione* (Verona, 1893); *Il vero* (Padova, 1891); *La ragione* (Padova, 1894). La prima però è una compilazione di studenti fatta sulla guida delle lezioni universitarie dell'Ardigò, laonde, per quanto

sia stata da lui assistita, presenta tutti i difetti che sono quasi inseparabili da tal genere di lavori. Delle altre due opere, questo può dirsi con sicurezza di non errare, e senza punto disconoscerne i pregi, che hanno importanza secondaria e l'una e l'altra, specialmente se si mettano in confronto con alcuna delle precedenti dello stesso autore, che meritamente gli valsero il titolo di principe dei positivisti italiani.

9° Buona per l'intendimento onde fu inspirata, non meno che pel modo in cui è condotta, si giudicò la monografia del Martinetti: *Il sistema Sankhya. Studio sulla filosofia indiana* (Torino, 1896), in cui il giovane e modesto autore, premessa una introduzione storica, ed un'esposizione dei principii fondamentali che costituiscono il fondo comune di tutti i sistemi indiani, studia ordinatamente, in altrettanti capitoli, il sistema Sankhya quanto al mondo empirico, al principio assoluto, alle leggi sulla vita empirica ed alla liberazione, dando prova ad un tempo di soda erudizione e di sana critica in un argomento di cui vuol essere equamente valutata così la novità, come la difficoltà e l'importanza.

10° Del Morando la Commissione prese in esame l'opera intitolata: *Il problema del libero arbitrio* (Milano, 1895). Il lavoro che ha indole speculativa ed insieme storico-critica, scritto con una certa vivacità di stile, che raramente esorbita nella polemica, rivela la non mediocre coltura non meno che l'ardore delle convinzioni del suo autore. Non è sfuggito però nemmeno ai critici più benevoli di quest'opera, che essa contiene proposizioni le quali ben difficilmente si possono ammettere e presenta gravi lacune, come quella di non aver tenuto nessun conto del determinismo positivistico, cosicchè la soluzione del problema, che il Morando giudica di aver dato in modo definitivo, viene a trovarsi, non foss'altro per questo lato, difettosa.

11° Il Barzellotti, ben noto per altre sue pubblicazioni anteriori, ha un volume su *Ippolito Taine*. Il lavoro riscosse in Italia ed all'estero non pochi elogi, ed a ragione, perchè esso consiste in una lucida, fedele e completa esposizione di tutta

l'opera e di tutta la dottrina del filosofo francese, fatta anche in relazione collo svolgersi del pensiero europeo durante questo secolo.

12° Il Bobba già ebbe a conseguire dalla R. Accademia dei Lincei un attestato d'onore ed un incoraggiamento, nel concorso al premio reale del 1891, per il suo lavoro: *La dottrina dell'intelletto in Aristotile e nei suoi più illustri interpreti*, quando ancora l'opera era manoscritta. Riveduta ed ampliata in qualche parte la pubblicò il suo autore nel 1896. La trattazione è divisa sostanzialmente in due parti; nella prima delle quali il Bobba esamina la dottrina del νοῦς nelle opere originali di Aristotele; nella seconda espone le vicende di tale dottrina, cominciando dai discepoli immediati del grande Stagirita; proseguendo dai commentatori greci, arabi, scolastici del Rinascimento fino ai dì nostri, e terminando con Rosmini. Ebbe lodi quest'opera per la conoscenza sicura, che l'autore vi dimostra, dei testi in cui Aristotele svolge la sua dottrina, come pure per la retta interpretazione datane. Piacque non solo l'esposizione di quella dottrina, ma anche l'esame che l'autore fa degli impulsi soggettivi che la determinarono, nonchè le relazioni messe in luce fra la teoria del νοῦς e l'altra dello stesso Aristotele, come con quelle di Platone. Nella seconda parte dell'opera notevole particolarmente fu giudicata l'analisi critica degli studi del Saint-Hilaire, del Chaignet, del Brentano e pregevole sopratutto l'esposizione del Rosmini, non meno per la franchezza della critica che, per l'ordine e la chiarezza con cui è dettata. Vero è però che, d'altro canto, non lievi appunti furono mossi all'opera del Bobba, che parve a taluno peccasse di soverchia prolissità, e sforzandosi di essere troppo analitica assumesse qua e là quasi l'aspetto di una compilazione; come pure fu osservato che l'indagine, non profonda quanto era necessario, si arresti talora a ciò che vi ha d'accidentale e di estrinseco in una dottrina, senza riuscire a penetrarne la più intima essenza.

13° È noto essere il Sergi uno dei più valorosi cultori in Italia della scuola della psicologia fisiologica. Il suo libro: *Principi di psicologia* (Milano, 1894) forma un nuovo contributo a questo indirizzo di studii. Valendosi dei dati offertigli dalle

osservazioni e dalle esperienze altrui come dalle proprie, l'autore vi esamina e largamente vi discute il gravissimo problema dei caratteri rudimentali della sensibilità, giungendo a questa importante conclusione che, cioè, tutti i sentimenti, qualunque sia la particolare maniera loro di manifestarsi, siano essi organici oppure ideali, avrebbero un centro unico, di guisa che anche i sentimenti estetici verrebbero ricondotti a questa comune origine. Il Ribot, dando ampia notizia nella " Revue philosophique " (1894, II, 654 segg.), di quest'opera, loda il suo autore di avere tenuto la diritta via, mentre altri mostrano di scostarsene. Per fermo, checchè si pensi di siffatte nuove tendenze che vanno manifestandosi nel campo della scienza, sia che si vogliano accogliere o ripudiare, non meno degni di attenzione sono i tentativi come quelli del Sergi di ricostruire con accurate e pazienti investigazioni su nuove basi l'edifizio della scienza, poichè le antiche a molti più non paiono abbastanza solide e sicure.

14° Dello Zuccante ebbe la Commissione ad esaminare alcuni recenti lavori, i quali fanno fede della seria coltura, della attitudine alle ricerche filosofiche, e della rara temperanza nei giudizi del loro autore. Tali sono: *Morale ed empirismo* (Torino, 1894); *L'aspetto biologico della condotta secondo Spencer* (Roma, 1896); *La storia della filosofia ed i rapporti suoi colla storia della coltura e della civiltà* (Roma, 1896); *Condotta buona e condotta cattiva secondo Spencer* (Roma, 1896). Ma specialmente attrassero l'attenzione della Commissione le due principali pubblicazioni dello Zuccante, ossia *Saggi filosofici* (Torino, 1892) e *La dottrina della coscienza morale nello Spencer* (Lonigo, 1895). Ambedue riportarono il premio ministeriale in un recente concorso presso la R. Accademia dei Lincei, e la Commissione, che le giudicò, ebbe a lodare, quasi senza riserve, nei *Saggi* la larga preparazione di studi storici e critici, l'attitudine al pensare esatto, con forza e coerenza, la cognizione ben meditata dei soggetti discorsi, la forma buona, lucida e corretta; nel lavoro sullo Spencer la critica spesso acuta e sagace con cui vi è studiata la trasformazione del pensiero spenceriano. Non è però da tacere che non in tutto sottoscrissero a questo autorevole giudizio altri critici, quali non ingiustamente, forse, nell'opera maggiore dello Zuccante, i *Saggi*, trovarono, insieme con qualche altro minore,

anche il difetto più grave di originalità nelle idee, sebbene pregevole sia parsa, anche a questi l'analisi chiara e dettagliata che ivi si contiene dell'*Etica* di Aristotele.

15° Già nel 1889 il CREDARO pubblicava il primo volume del suo lavoro: *Lo scetticismo degli Accademici*. Una eccellente monografia l'appellava il Pizzi (« Riv. Filos. », 1891, II, 414), e l'Accademia dei Lincei, tributandogli larghi elogi, lo ricompensava, nel concorso del 1891, con un premio ministeriale. Pochi anni di poi, cioè nel 1893, il Credaro, tenendo l'impegno contratto in certo modo coll'Accademia che l'aveva premiato, compieva l'opera sua colla pubblicazione del secondo volume. Ora è parso alla Commissione che questo volume (il solo che appartenga al periodo di tempo entro cui sono limitate le sue ricerche) col quale fu portata a termine l'impresa con bello ardimento iniziata dall'autore, sia in tutto degno di stare alla pari col primo, se pure in qualche parte non lo sopravanza quanto al valore scientifico. Quivi infatti, in due ampi capitoli intitolati « La dottrina pratica » e « Posto dei nuovi Accademici nella Filosofia dei Greci », seguiti da un appendice « Gli scettici nell'epoca del Rinascimento », è descritto con attrattiva evidenza tutto lo svolgimento storico delle dottrine dei nuovi Accademici fino al secolo XVI. Le stesse doti che già si erano notate nel primo volume risplendono pure nel secondo: una conoscenza sempre piena del soggetto, una grande famigliarità coi risultati più recenti della critica, una indipendenza non minore nell'apprezzarli e nel valersene. Perciò grazie alla dotta fatica del Credaro, una nuova luce si diffuse sopra uno dei periodi più importanti ed oscuri del pensiero greco, intorno a cui non si erano pervenute che notizie indirette: ed è lui l'autorità di tracciare con mano sicura un quadro in cui e le fonti e la storia esterna sulla scuola degli Accademici, ed i suoi rapporti con altre scuole, e la dottrina, l'intimo significato ed i limiti dello scetticismo accademico, ed i suoi antecedenti e conseguenti appaiono disegnati con giusto rilievo. L'opera costituisce un importante contributo alla storia della filosofia ed è tale, indubbiamente, da far onore alla scienza italiana. Ancora è da avvertire che il Credaro è pure un valente cultore delle discipline pedagogiche, come lo prova la sua collaborazione al « Dizionario di

pedagogia », edito dal Vallardi, ed un articolo *La pedagogia di Herbart*, frammento di un'opera maggiore, pubblicato nella *Rivista di Filosofia* (1895, II, 266 segg.).

16° Del Milesi infine sembrò non priva di pregio l'opera intitolata: *L'evoluzione studiata nel sistema delle sue cause* (Torino, 1896).

Giunta a questo punto dei suoi lavori, la Commissione avendo, con grande concordia di pareri, fissato il suo giudizio intorno alle opere prese in considerazione, più non le rimaneva che decidere quali fra queste dovessero, a preferenza delle altre, ritenersi meritevoli di essere proposte pel conferimento dei premii.

A questo riguardo essa si è inspirata al principio, che la scelta dovesse cadere su quei lavori che agli altri pregi unissero quello di una maggior importanza dell'argomento preso a trattare, e si distinguessero così per una più ampia esposizione, come per la maggiore originalità e profondità delle ricerche, per modo che fosse lecito crederli, con buon fondamento di ragione, destinati, se non a segnare una pietra miliare nel progresso scientifico del paese, il che forse sarebbe troppo pretendere, quanto meno ad imprimere una traccia non del tutto labile nel campo della scienza.

Guidata da questo concetto, la Commissione esaminò e discusse a lungo il valor relativo di tutte le pubblicazioni dianzi accennate. Essendo sorto unanime il convincimento essere il caso di valersi della facoltà accordata dall'art. 4 del Regolamento, di dividere cioè il premio quando appaia uguale il merito di due lavori, fu deciso che si sarebbe fatto lo squittinio su quattro nomi. Raccolsero il maggior numero di suffragi quelli dei prof. Credaro, Tocco, Sergi e dott. Martinetti; perciò il voto della Commissione si è che ai due primi debba assegnarsi, per metà ciascuno, il primo premio, ed ai due ultimi, pure per metà, il secondo; imperocchè, appunto nelle opere di questi quattro autori, rifulgerebbero più luminose quelle doti che alla medesima erano parse principalmente commendabili.

Queste sono le conclusioni a cui la Giunta è pervenuta obbedendo a criterii unicamente inspirati alla dignità della scienza;

criterii intieramente obbiettivi e spogli d'ogni prevenzione di sistemi e di scuole; queste le proposte che essa ha l'onore di presentarvi. A voi, onorevoli colleghi, spetta ora di pronunciare, nella vostra alta saviezza, il giudizio definitivo.

Dopo la lettura di questa relazione l'Accademia procede alla votazione per il conferimento dei premii Gautieri ed, accogliendo le conclusioni della Giunta, ne assegna uno diviso in due parti uguali ai professori Luigi CREDARO e Felice TOCCO, e l'altro diviso pure in parti uguali al prof. Giuseppe SERGI ed al dott. Piero MARTINETTI.

Gli Accademici Segretari
ANDREA NACCARI.
ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 23 Maggio al 13 Giugno 1897.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Actes** de la Société helvétique des sciences naturelles, 78me session à Zermatt, 1895. Sion, 1896; 8°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega IV, t. XLIII. Buenos Aires, 1897; 8°.

* **Annales** de la Faculté des Sciences de Toulouse. Tome XIe, 2e fasc. Paris, 1897; 4°.

* **Annali** della R. Accad. d'Agricoltura di Torino, vol. 39°. Torino, 1897; 8°.

* **Atti** della fondazione scientifica Cagnola dalla sua istituzione in poi. Vol. XIV, 1895-96. Milano, 1896; 8° (*dal R. Istituto Lombardo*).

* **Atti** della R. Accademia medico-chirurgica di Napoli. Anno LI, n. II. 1897; 8°.

* **Atti** e **Rendiconti** dell'Acc. Medico-chir. di Perugia; vol. IX, f. 1°. 1897; 8°.

Atti della Società Piemontese d'Igiene; anno II, fasc. VIII; a. III, fasc. I-III. Torino, 1897; 8°.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LV, disp. 6ª. Venezia, 1896-97; 8°.

* **Beiträge** zur geologischen Karte der Schweiz herausg. von der Geologischen Kommission der Schweiz. N. F., VII. Liefer. Bern, 1897; 4°.

Boletín mensual del Observatorio Meteorológico central de Mexico; Enero e Febrero 1897. Mexico; 4°.

Boletin mensual demográfico de Montevideo. Año IV, n. 49. Montevideo, 1897.

Bollettino Statistico mensile della Città di Milano; anno XII, dic. 1896; a. XIII, gennaio-aprile 1897; 4°.

* **Bollettino** della Società di naturalisti in Napoli. Ser. I, vol. X, 1897; 8°.

Bollettino quindicinale della Società degli Agricoltori italiani. Anno II, n. 1-10. Roma, 1897; 8°.

Bollettino [illegible] di Torino. Vol. XII, n.i 268-295. 8°.

* **Bollettino** [illegible] XVII, n. 1-4. Torino, 1897.

* **Bollettino** medico-statistico dell'Ufficio d'igiene della città di Torino. Anno XXVI, n. 1-13 e Rendiconto dei mesi di gennaio ad aprile 1897.

British Association [illegible] Preliminary Programme. Toronto, 1896; 8°.

* **Bulletin** of the Johns Hopkins Hospital, vol. VIII, Nos 70-73. Baltimore, 1897; 4°.

Bulletin [illegible] XI° année (1897), n. 2-3; 4°.

* **Bullettino** delle sedute dell'Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania. Marzo 1897; fasc. XLVI. Catania; 8°.

** **Carte** géologique internationale de l'Europe: 49 feuilles à l'échelle de 1 : 1.500000. Livraison I, II. Berlin, 1894-96; f°.

* **Communications** de la Société mathématique de Kharkow. 2e Sér., t. V, n. 1-6; t. VI, n. 1. Kharkow, 1896-97; 8°.

* **Compte-Rendu** des Travaux présentés à la 78me session de la Société Helvétique des sciences naturelles réunie à Zermatt. Genève, 1895-96 et Zurich, 1896; 8°.

Comptes-Rendus [illegible] géodésique internationale. Berlin, 1897; 4° (*dono della Commissione*).

* **Comptes-Rendus** des séances de l'Académie des Sciences de Cracovie, janvier-mars, 1897; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie; n. 9, 10. Paris, 1897; 8°.

* **Denkschriften** der medicinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Jena. Bd. V, Liefg. IV-V; Bd. VIII, Liefg. III. 1896; 4°.

* **Földtani** Közlöny kiadja a Magyarhoni Földtani Társulat. Vol. XXVII, n. 1-4. Budapest, 1897; 8°.

* **Johns Hopkins** University Circulars. Vol. XVI, n. 129. Baltimore, 1897; 4°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXV, Part II, Natural Science, n. 3, 4; Part III, Anthropology and cognate Subjects, n. 1, 1896. Calcutta, 1897; 8°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXVI, di p. 1-2. Roma, 1897; 4°.

* **Mittheilungen** [illegible] XI Bd.; 2, 3 Heft. Budapest, 1897; 8°.

* **Nieuw Archief** voor Wiskunde. Tweede Reeks. Deel III. Tweede Stuck. Amsterdam, 1897; 8° (*dalla Società matematica*).

* **Nouveaux Mémoires** de la [illegible] Vol. XXXV. Genève, 1896; 4°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXI, n. 372-374. London, 1897; 8°.

* **Proceedings** of the Canadian Institute, Toronto. N. S. Vol. I, n° 1. Toronto, 1897; 8°.

* **Proceedings** of the Asiatic Society of Bengal. N. VI-XI, 1896. Calcutta, 1897; 8°.

Report of the Sixth-Sixth Meeting of the British Association for the Advancement of Science, held at Liverpool in September 1896. London, 1896; 8°.

* **Quarterly** Journal of Geological Society. Vol. LIII, Part 2. Index to volumes I-L. London, 1897; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXX, fasc. X, XI. Milano, 1897; 8°.

Resultados del Observatorio Nacional Argentino en Cordoba. Vol. XV. Buenos Aires, 1896.

* **Rivista** mensile del Club alpino italiano. Vol. XVI, n. 1-5. Torino, 1897; 8°.

* **Rozprawy** Akademii Umiejetności wydziat Matematyczno-Przyrodniczy. Ser. II, t. XI-XII. Krakowie, 1896-97; 8°.

* **Sitzungsberichte** der physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, n. 6-11, 1896. Würzburg, 1897; 8°.

* **Sitzungsberichte** der k. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, I. 7 Januar 1897-XXV. 6 Mai 1897.

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXX, fasc. 1-3. Modena, 1897; 8°.

* **Transactions** of the Manchester Geological Society. Vol. XXV, p. IV-VI; 1897.

** **Verhandlungen** der physikalischen Gesellschaft zu Berlin. 16. Jahrg. Nr. 7. 1897; 8°.

* **Verhandlungen** der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft bei ihrer Versammlung zu Zurich 1896. 79 Jahresversammlung; 8°.

* **Wiskundige** Opgaven met de Oplossingen, door de leden van het Wiskundig Genootschap, ter sepreuke voerende: VII Deel. 3 Stuk. Amsterdam, 1897; 8°.

** **Zeitschrift** für physikalische Chemie. Bd. XV-XXII. Leipzig, 1894-97; 8 vol. 8°.

* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXIX, n. 3, 4. 1897; 8°.

Arcidiacono (S.). Studio comparativo sopra due tromometri normali diversamente impiantati. Modena, 1897; 8° (*dall'A.*).

Gonnelli-Cioni (A.). Educhiamo i fanciulli deboli di mente. Milano, 1896; 8° (*Id.*).

Guareschi (I.). Einfahrung in das Studium der Alkaloide mit besonderer Berücksichtigung der vegetabilischen Alkaloide und der Ptomaine. II Hälfte. Berlin, 1896; 8° (*Id.*).

Riccò (A.). Sul lavoro della stazione internazionale all'Osservatorio di Catania per la carta fotografica del cielo. Roma, 1897; 8° (*Id.*).

Riccò (A.). Sulla teoria di Wilson relativa al livello delle macchie solari. Roma, 1897; 8° (*dall'A.*).

— Grande sismometrografo di Catania. Catania, 1897; 4° (*Id.*).

Tonduz (A.). Lista de las plantas dicotiledóneas que componen el herbario exhibido en la Exposición centroamericana de Guatamala y Formado. S. José de Costa Rica, 1897; 8° (*dal Museo Nacional*).

Underwod (C. F.). Fauna de Costa Rica. San José de Costa Rica, 1897; 8° (*Id.*).

Zona (T.). Latitudine del R. Osservatorio astronomico di Catania determinata nel 1894 col metodo di Talcott. Firenze, 1896; 4° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 30 Maggio al 20 Giugno 1897.

* **Anales** de la Universidad *República Oriental del Uruguay*. VIII, Entr. 4ª. Montevideo, 1896; 8°.

* **Atti** della R. Accademia di archeologia, lettere e belle arti della Società R. di Napoli. Vol. XVIII, 1896-97; 4°.

** **Bibliotheca** philologica classica. Vol. XXIV, 1897. Trimestre primum. Berolini; 8°.

* **Bollettino** delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa (*Bibl. Naz. Centr. di Firenze*); 1897, n. 265-275; 8°.

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XIV, Gennaio-Marzo 1897. Roma; 8° (*Ministero delle Finanze*).

* **Bulletin** of the New York Public Library. Vol. I, N. 5, 1897; 8°.

* **Comptes-rendus** de l'Athénée Louisianais. 6me sér. Tom. I, livr. 3me. Nouvelle-Orléans, 1897; 8°.

* **Documente** privitore la Istoria Românilor culese de Eudoxiu de Hurmuzaki. Vol. II, Part. 5ª (1552-1575); IX, Part. 1ª (1650-1747). Bucuresci, 1897; 4°.

* **Giornale** della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XIX, fasc. II. Genova, 1897; 8°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXIV. Part I, History Literature, n. 4. LXV, n. 3, 4. Calcutta, 1897; 8°.

* **Memorie** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Classe di lettere e scienze storiche e morali. Vol. XX, XI della ser. III, fasc. V. Milano, 1897; 4°.

* **Memorie** dell'Accademia di Verona (Agricoltura, Scienze, Lettere, Arti e Commercio). Vol. LXXII, serie III, fasc. 3, 4. Verona, 1896; 8°.

* **Nachrichten** von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Philologisch-historische Klasse, 1897, Heft 1; 1897. Göttingen; 8°.

** **Raccolta** ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia. Vol. I, 1897, fol. 1-25; 8°.

Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Anno VII, n. 1-5; XIV, quad. 1-2. Valle di Pompei, 1897; 8°.

Sanskrit Critical Journal of the Oriental Nobility Institute, Woking; England, Vol. XXVI, n. 2-5, 1897; 8°.

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione, dal 1° Genn. al 30 Aprile 1897. Roma; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

Campagne del Principe Eugenio di Savoia. Vol. IX, X (I della II serie). Torino, 1896-97 *(dono di S. M. il Re d'Italia)*.

Marre (A.). Glossaire explicatif des mots de provenance malaise et javanaise usité dans la langue française. Epinal, 1897; 8° (*dall'A.*).

Mugnier (F.). Compte rendu des travaux de la Société Savoisienne d'histoire et d'archéologie. Travaux de la Société d'archéologie et beaux-arts de Turin. Evians-les-Bains, 1897; 8° (*Id.*).

Sforza (G.). Contributo alla storia della poesia popolare negli anni 1847-1849. 1897; 8° (*Id.*).

Pélissier (L.-G.). Louis XII et Ludovic Sforza (8 avril 1498-23 juillet 1500). Paris, 1896, 2 vol.; 8° (*Id.*).

** **Sanuto** (M.). I Diarii, t. XLIX, fasc. 208, 209. Venezia, 1897; 4°.

INDICE

DEL VOLUME XXXII

Elenco degli Accademici residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti al 15 Novembre 1896 . . . . *Pag.* III

Avviso di presentare lavori per gli *Atti* anche non tenendo l'adunanza la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, per causa delle elezioni generali politiche . . . . „ 529

Designazione dei Soci Cossa e Spezia a rappresentare l'Accademia al Congresso Geologico di Mosca . . . . . „ 779

Elezioni di Soci della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali 310, 342

Elezioni di Soci della Classe di scienze morali, storiche e filologiche . 356

Elezione del Socio Segretario della Classe di scienze morali, storiche e filologiche . . . . . „ 1054

Errata-Corrige . . . . . „ 1107

Premii di Fondazione Gautieri.

Relazione . . . . . „ 1082

Conferimento dei premii di filosofia . . . . . „ 1092

Programma per l'XI premio Bressa . . . . . „ 463

Sunti degli Atti verbali delle Adunanze a Classi Unite 1082

Sunti degli Atti verbali delle Adunanze della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali . . . . . „ 1, 135, 191, 245, 309, 341, 361, 385, 469, 529, 561, 669, 713, 779, 849

Sunti degli Atti verbali delle Adunanze della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche . . . . . „ 66, 159, 240, 275, 331, 356, 377, 444, 486, 537, 656, 681, 841, 1053

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze di Torino *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . . 103, 186, 241, 300, 335, 357, 382, 465, 525, 664, 708, 775, 842, 1093.

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze di Torino *(Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche)* . . . „ 122, 188, 242, 306, 338, 359, 383, 467, 526, 560, 667, 711, 777, 847, 1096.

Aimonetti (Cesare) — Determinazione relativa della gravità terrestre a Torino fatta nel 1896 mediante l'apparato pendolare di Sterneck . . . . . *Pag.* 715

Allievo (Giuseppe) — Di alcune forme speciali della vita psichica . 276

— Intorno al libro del prof. D. Carlo Calzi: *Popolo inglese e cattolicismo* . . . . . „ 332

Almansi (Emilio) — Sulla deformazione di una sfera elastica soggetta al calore . . . . . „ 963

— V. Volterra (Vito).

Arnò (Riccardo) — Fasometro delle tangenti . . . . . „ 533

Balbi (Vittorio) — Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1898 . . . . . „ 1034

Bartoli (Adolfo) — V. Carle (Giuseppe).

Battistini (Ferdinando) e Scofone (Lorenzo) — Ricerche sperimentali sulla tossicità del sangue di animali profondamente anemici. — Parte prima . . . . . „ 593

— — Ricerche sperimentali sugli effetti della trasfusione nell'anemia da emolisi. — Parte seconda . . . . . „ 897

Belli (Saverio) — V. Gibelli (Giuseppe).

Benedicenti (Alberico) — Ricerche sulla tonicità muscolare . „ 924

Berti (Domenico) — V. Carle (Giuseppe).

— V. Cossa (Alfonso).

Bertini (Eugenio) — Le tangenti multiple della Cayleyana di una quartica piana generale . . . . . „ 32

Bettazzi (Rodolfo) — Sulla definizione del gruppo finito . . „ 352

Bizzozero (Giulio) — V. Mosso (Angelo) e Bizzozero (Giulio).

Boeris (Giovanni) — Sull'epidoto della Comba di Compare Robert (Avigliana) . . . . . „ 670

Boffito (Giuseppe) — Albigesi a Genova nel secolo XIII . . „ 161

Bollati di Saint-Pierre (Emanuele) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto di Monsignor Giuseppe Augusto Duc, intitolato: *Livre des cens de l'évêché d'Aoste* . . . . . „ 331

— Ritira il lavoro presentato per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* da Mons. Augusto Giuseppe Duc, intitolato: *Livre des cens de l'évêché d'Aoste (1305)* . . . . . „ 538

Bonjean (Giuseppe) — V. Carle (Giuseppe).

Brugmann (Carlo) — Eletto Socio straniero . . . . . „ 356

Brusa (Emilio) — Legge una nota sulla cattura del *Doeluyk* nel Mar Rosso . . . . . „ 486

Burali-Forti (Cesare) — Le classi finite . . . . . *Pag.* 34
— Sopra un teorema del sig. G. Cantor. 229

Calzi (Carlo) — V. Allievo (Giuseppe).

Camerano (Lorenzo) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un manoscritto del Dott. E. Giglio-Tos, intitolato: *La struttura e l'evoluzione dei corpuscoli rossi nel sangue dei vertebrati* 136
— e Salvadori (Tomaso) — Relazione intorno alla Memoria del Dott. Ermanno Giglio-Tos, intitolata: *La struttura dei corpuscoli rossi nel sangue dei vertebrati* 237
— Ricerche intorno alla struttura della mano e delle ossa pelviche nella *Balaenoptera musculus* 311
— Sul *Peripatus quitensis Schmarda* 395
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un suo lavoro, intitolato: *Monografia dei Gordii* 850
— V. Gibelli (Giuseppe) e Camerano (Lorenzo).

Campetti (Adolfo) — Sul moto di un dielettrico in un campo magnetico. 52
— Dell'influenza della temperatura sulla velocità degli ioni . 997

Cannizzaro (Stanislao). — V. Cossa (Alfonso).

Carle (Giuseppe) — Comunica il telegramma di felicitazione inviato per le nozze di S. A. R. il Principe di Napoli . . . . [illegible]
— Annunzia la morte del Socio straniero Ernesto Curtius . . [illegible]
— Annunzia la morte dei Soci corrispondenti Augusto Kekulé ed Adolfo Bartoli . . . . . [illegible]
— Presenta il volume: *Il Montenegro da relazioni dei provveditori veneti (1687-1735)* donato da S. M. il Re d'Italia . . [illegible]
— Annunzia la morte del Socio corrispondente Giuseppe Bonjean . [illegible]
— Annunzia la morte del Socio nazionale residente Galileo Ferraris . . . . . [illegible]
— Parole in commemorazione del Socio nazionale residente Galileo Ferraris . . . . . [illegible]
— Annunzia la morte del Socio nazionale residente Luigi Schiaparelli e del Socio corrispondente Patrizio Gennari . . [illegible]
— Annunzia con brevi parole la morte del Socio nazionale residente Luigi Schiaparelli . . . . . [illegible]
— Annunzia la morte del Socio corrispondente Alfredo Luigi Oliviero Legrand Des Cloizeaux . . . . . [illegible]

Cesaris-Demel (Antonio) — Sull'origine infettiva della corea . . [illegible]

Cipolla (Carlo) — P. M. Perret e i suoi studî sulla storia franco-veneziana nell'evo medio 71

Cipolla (Carlo) — Alcuni studi per la storia della " saltaria " in un villaggio del Veronese (1524-1578) . . . . . *Pag.* 487
— L'impresa di Luigi XII contro Lodovico Sforza narrata da L. G. Pélissier . . . . . „ 1055
— Di un falso diploma di Berengario I. . . . . „ 1061
Claretta (Gaudenzio), Nani (Cesare), Ferrero (Ermanno) — Relazione sul lavoro del Cav. Giovanni Sforza: *Francesco Sansovino e le sue opere storiche* . . . . . „ 379
Claretta (Gaudenzio) — Di alcuni agnati di Antonio Rosmini a Torino sul principio del secolo XVIII . . . . . „ 539
— Comunica il telegramma inviato dalla Presidenza a S. E. il Ministro della R. Casa di Sua Maestà il Re per lo scampato pericolo dell'attentato . . . . . „ 681
— Annunzia la morte del Socio nazionale non residente Domenico Berti . . . . . „ 681
— Annuncia la morte del Socio corrispondente Filippo Serafini „ 759
— Legge un suo lavoro destinato ai volumi delle *Memorie* su Mercurino Gattinara Cancelliere dell'imperatore Carlo V 682, 759, 841
— Sunto della *Memoria: Notizie per servire alla vita del Gran Cancelliere di Carlo V, Mercurino di Gattinara.* Studio critico „ 759
Cossa (Alfonso) — Partecipazione del telegramma di felicitazioni a S. M. il Re per le nozze di S. A. R. il Principe di Napoli „ 1
— Invita la Classe a partecipare alla solennizzazione del settantesimo natalizio del Prof. S. Cannizzaro . . . . . „ 1
— Sulla costituzione delle combinazioni di platosemiammina „ 388
— Annunzio della morte dei Soci stranieri Carlo Weierstrass e Giacomo Sylvester . . . . . „ 561
— Comunica il telegramma inviato dalla Presidenza a S. E. il Ministro della R. Casa di Sua Maetà il Re per lo scampato pericolo dell'attentato . . . . . „ 669
— Annunzia la morte del Socio nazionale non residente Domenico Berti . . . . . „ 669
— Annunzia la morte del Socio corrispondente conte Vittore Trevisan di Saint-Léon . . . . . „ 714
— Annunzio della morte del Socio corrispondente Giulio von Sachs . . . . . „ 849
— V. Spezia (Giorgio) e Cossa (Alfonso).
Credaro (Luigi) — Gli è conferito uno dei premii di fondazione Gautieri (Filosofia) . . . . . „ 1092
Curtius (Ernesto) — V. Carle (Giuseppe).
V. Ferrero (Ermanno).
Daddi (Lamberto) — V. Treves (Zaccaria) e Daddi (Lamberto).

Daubrée (Gabriele Augusto) — V. Spezia (Giorgio).

Des Cloizeaux (Alfredo Luigi Oliviero Légrand) — V. Carle (Giuseppe).

D'Ovidio (Enrico) — Breve commemorazione dei Socii stranieri Carlo Weierstrass e Giacomo Sylvester . . . . . *Pag.* 562

Druetti (Alessandro) — Ritira la Memoria presentata per l'inserzione nei volumi, intitolata: *Studi sulle rocce italiane impiegate come materiale da costruzione* (Arenaria di Casella) . . . . „ 309

— V. Guidi (Camillo).

Duc (Augusto Giuseppe) — V. Bollati di Saint-Pierre (Emanuele).

Favero (Giambattista) — Eletto Socio corrispondente . . . „ 310

Fellini (Diego) — Il problema di Pothenot . . . . . „ 320

Ferraris (Galileo) e Naccari (Andrea) — Relazione sulla Memoria del Dott. Ing. Luigi Lombardi, avente per titolo: *Ricerche sulle sostanze diamagnetiche o debolmente magnetiche* . . . . „ 156

Ferraris (Galileo) — V. Carle (Giuseppe).

— V. Naccari (Andrea).

— V. Segre (Corrado).

Ferrero (Ermanno) — Ernesto Curtius. Parole commemorative. „ 70

— Sul corredo dei sepolcreti di Ornavasso . . . . . „ 78

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Cav. Giovanni Sforza, intitolato: *Francesco Sansovino e le sue opere storiche* . . . . . „ 275

— I titoli di vittoria di Costantino . . . . . 657, v. p. 1107

— V. Claretta (Gaudenzio), Nani (Cesare), Ferrero (Ermanno).

Fileti (Michele) e Ponzio (Giacomo) — Trasformazione dei chetoni in α-dichetoni . . . . . „ 211

Fiorini (Matteo) — Eletto Socio corrispondente . . . . . „ 310

Fischer (Emilio) — Eletto Socio corrispondente . . . . . „ 342

Foà (Pio) — Sull'infiammazione interstiziale . . . . . „ 852

Franchi (Secondo) — Sulla presenza del nuovo minerale *Lawsonite* come elemento costituente in alcune roccie italiane . „ 260

Gabotto (Ferdinando) — Un conflitto giurisdizionale in Piemonte nel 1234 (Contributo alla Storia del diritto ecclesiastico nel Medio Evo) . . . . . „ 545

Garbasso (Antonio) — Sopra un sistema diciclico imperfetto, che rappresenta una coppia di circuiti forniti di induzione e di capacità . . . . . „ 1008

Gennari (Patrizio) — V. Carle (Giuseppe).

Gerini (Gio. Battista) — V. Rossi (Francesco).

Giacomini (Carlo) — Anomalie di sviluppo dell'embrione umano. Comunicazione X . . . . . „ 18

Gibelli (Giuseppe) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Saverio Belli, intitolato: *Hieracium di Sardegna.* Rivista critica delle specie enumerate nella " Flora Sardoa „ del Moris e nel " Catalogue raisonné „ di W. Barbey . . . . . *Pag.* 780

— e Camerano (Lorenzo) — Relazione del lavoro del Dott. Saverio Belli, col titolo: *Hieracium di Sardegna.* Rivista critica delle specie enumerate nella " Flora Sardoa „ di Moris e nel " Catalogue raisonné „ di W. Barbey ecc. . . . . „ 1051

Giglio-Tos (Ermanno) — L'ematopoesi nella lampreda . . „ 362

— V. Camerano (Lorenzo).

Grande (Ernesto) — Azione dell'etere cianacetico sopra il metiletilchetone in presenza di ammoniaca . . . . . „ 434

Guareschi (Icilio) — Su alcuni nuovi composti cupro-ammonici „ 193

— Nuove ricerche sulla sintesi dei composti piridinici e la reazione di Hantzsch . . . . . „ 399

Guidi (Camillo) — Sul calcolo delle travi a parete piena . . „ 137

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un manoscritto dell'Ing. Alessandro Druetti, intitolato: *Studi sulle rocce italiane impiegate come materiale da costruzione (Arenaria di Casella)* . . . . . „ 245

Kekulé (Augusto) — V. Carle (Giuseppe).

Klein (Felice) — Eletto Socio straniero . . . . . „ 310

Lampe (Émile) — Sur quelques erreurs dans les " Nuove tavole delle funzioni iperboliche „ de M. A. Forti . . . . . „ 530

Lombardi (Luigi) — V. Naccari (Andrea).

Marinelli (Giovanni) — Legge una Commemorazione del Socio corrispondente barone Cristoforo Negri, destinata ai volumi delle *Memorie* . . . . . „ 445

Martinetti (Piero) — Gli è conferito uno dei premii di Fondazione Gautieri (Filosofia) . . . . . „ 1092

Mascart (Eleuterio) — Eletto Socio corrispondente . . . . „ 310

Monticelli (Francesco Saverio) — A proposito di una Medusa del Golfo di Cagliari . . . . . „ 888

Mosso (Angelo) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro dei Dottori Zaccaria Treves e Lamberto Daddi, intitolato: *Osservazioni sull'asfissia lenta* . . . . . „ 669

Mosso (Angelo) e Bizzozero (Giulio) — Relazione sulla Memoria dei Dottori Zaccaria Treves e Lamberto Daddi, intitolata: *Osservazioni sull'asfissia lenta* . . . . . „ 839

NACCARI (Andrea) — Comunica un manoscritto del signor Raphael GAYO Y PALOMO, intitolato: *Méthode pour la détermination des coordonnées géographiques etc.* . . . . . *Pag.* 2

— A nome del Socio Galileo FERRARIS presenta per il volume delle *Memorie* un manoscritto dell'Ing. Luigi LOMBARDI, intitolato: *Ricerche sopra sostanze diamagnetiche e debolmente magnetiche* . . . . . „ 2

— Comunica l'invito al Congresso geologico che si terrà quest'anno a Pietroburgo . . . . . „ 470

— Comunica due circolari, una relativa al Congresso dei matematici in Zurigo e l'altra relativa al Congresso geologico da tenersi in Pietroburgo . . . . . „ 713

— Legge la commemorazione del Socio Galileo FERRARIS, che sarà inserita nei volumi delle *Memorie* . . . . . „ 849

— V. FERRARIS (Galileo).

NANI (Cesare) — Eletto alla carica triennale di Segretario della Classe di scienze morali, storiche e filologiche . . . . . „ 1054

— Relazione della Commissione dei premi Gantieri. Anno 1891-1896 (Filosofia e Storia della filosofia) . . . . . „ 1082

— V. CLARETTA (Gaudenzio), NANI (Cesare), FERRERO (Ermanno).

NEGRI (Cristoforo) — V. MARINELLI (Giovanni).

NICCOLETTI (Onorato) — Sulla trasformazione delle equazioni lineari omogenee del secondo ordine a derivate parziali con due variabili indipendenti. Nota I, II . . . . . „ 790, 970

OSASCO (Elodia) — Di alcuni Corallari miocenici del Piemonte . . 640

PASCAL (Carlo) — La leggenda latina e la leggenda etrusca di Servio Tullio . . . . . „ 760

PASQUALI (Adalberto) — Azione dell'etere cianacetico e dell'ammoniaca sui chetoni grassi . . . . . „ 419

PATETTA (Federico) — Vacella, giureconsulto mantovano del sec. XI . 89

— Il manoscritto 1317 della Biblioteca di Troyes . . . „ 446

PEANO (Giuseppe) — Studii di logica matematica . . . . „ 565

PÉLISSIER (L. G.) — V. CIPOLLA Carlo.

PERRET (P. M.) — V. CIPOLLA (Carlo).

PICARD (Emilio) — Eletto Socio corrispondente . . . . . „ 310

PIERI (Mario) — Sugli enti primitivi della Geometria proiettiva astratta . . . . . „ 343

PIOLTI (Giuseppe) — V. SPEZIA (Giorgio).

PONZIO (Giacomo) — Azione del tetrossido d'azoto sugli isonitrosochetoni „ 265

— V. FILETI (Michele) e PONZIO (Giacomo).

QUENDA (Enrico) — Azione dell'ammoniaca e dell'etere cianacetico sull'etere etilidenacetacetico e sull'aldeide etilica . . . „ 407

Rammelsberg (Carlo Federico) — Eletto Socio corrispondente . *Pag.* 342

Ramorino (Angelo) — Sopra alcune proprietà delle curve nello spazio in relazione con la loro curvatura e torsione . . . . „ 471

Ramsay (Guglielmo) — Eletto Socio corrispondente . . . . „ 342

Ravene (Gustavo) — Sulle perturbazioni prodotte dai piccoli pianeti „ 144

Rizzo (Gio. Battista) — Ricerche spettroscopiche sull'Argon „ 830

— Valori assoluti e variazioni secolari degli elementi del magnetismo terrestre a Torino . . . . . „ 1022

Roccati (Alessandro) — Ricerche sulla provenienza del materiale roccioso della Collina di Torino . . . . . „ 816

Rossi (Francesco) — Parole pronunziate presentando il libro del Prof. G. B. Gerini, intitolato: *Gli scrittori pedagogici italiani del secolo decimoquinto* . . . . . „ 68

Sabbatani (Luigi) — Di alcuni derivati dell'etere propionilpropionico „ 249

Sachs (Giulio von) — V. Cossa (Alfonso).

Salvadori (Tomaso) — V. Camerano (Lorenzo) e Salvadori (Tomaso).

Schiaparelli (Luigi) — V. Carle (Giuseppe).

Schrauf (Alberto) — Eletto Socio corrispondente . . . . „ 342

Scofone (Lorenzo) — V. Battistini (Ferdinando) e Scofone (Lorenzo).

Segre (Arturo) — Una questione tra Carlo III, duca di Savoia, e don Ferrante Gonzaga, luogotenente imperiale in Italia, nel 1550 „ 170

Segre (Corrado) — Intorno ad una mia Memoria: *Sulla scomposizione dei punti singolari delle superficie algebriche* . . . . „ 781

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del defunto Socio Galileo Ferraris, intitolato: *Teoria geometrica dei campi vettoriali, come introduzione allo studio dell'elettricità, del magnetismo ecc.* . . . . . „ 869

— V. Volterra (Vito) e Segre (Corrado).

Serafini (Filippo) — V. Claretta (Gaudenzio).

Sergi (Giuseppe) — Gli è conferito uno dei premii di fondazione Gautieri (Filosofia) . . . . . „ 1092

Sforza (Giovanni) — V. Claretta (Gaudenzio), Nani (Cesare) e Ferrero (Ermanno).

— V. Ferrero (Ermanno).

Spagnolo (Antonio) — Intorno all'origine dei testi di diritto canonico contenuti in un codice della Biblioteca Capitolare di Verona . . . . . „ 509

Spezia (Giorgio) — Gabriele Augusto Daubrée. Commemorazione „ 246

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Giuseppe Piolti, intitolato: *Sull'origine della magnesite di Casellette* . . . . . „ 387

Spezia (Giorgio) e Cossa (Alfonso) — Relazione sulla Memoria del Dott. Giuseppe Piolti, intitolata: *Sull'origine della magnesite di Casellette (Valle di Susa)* . . . . . *Pag.* 484
— Sull'acqua di cava . . . . . , 584

Sylvester (Giacomo) — V. Cossa (Alfonso).
— V. D'Ovidio (Enrico).

Tamassia (Nino) — Fonti gotiche della storia longobarda . . . 683

Tedone (Orazio) — V. Volterra (Vito).

Tocco (Felice) — Gli è conferito uno dei premii di fondazione Gautieri (Filosofia) . . . . . , 1092

Treves (Zaccaria) e Daddi (Lamberto) — V. Mosso (Angelo).

Trevisan di Saint-Léon (Vittore) — V. Cossa (Alfonso).

Vailati (Giovanni) — Sul concetto di centro di gravità nella statica di Archimede . . . . . , 742
— Il principio dei lavori virtuali di Aristotele a Erone d'Alessandria . . . . . , 940

Volterra (Vito) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un manoscritto dell'Ing. Emilio Almansi, intitolata: *Sulla deformazione della sfera elastica* . . . . . , 245
— e Cossa (Alfonso) — Relazione sulla Memoria del Dott. Enrico Almansi, intitolata: *Sulla deformazione della sfera elastica* , 329
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Prof. Orazio Tedone, intitolato: *Sulle vibrazioni dei corpi solidi omogenei ed isotropi* . . . . . , 470
— e Cossa (Alfonso) — Relazione sulla Memoria del Prof. Orazio Tedone, avente per titolo: *Sulle vibrazioni dei corpi solidi omogenei ed isotropi* . . . . . , 654
— Un teorema sugli integrali multipli . . . . . , 859

Wallon (Alessandro Enrico) — Eletto Socio straniero . . . , 556

Weierstrass (Carlo) — V. Cossa (Alfonso).
— V. D'Ovidio (Enrico).

Zenoni (Costanzo) — Ricerche sperimentali sul lavoro muscolare nell'aria compressa . . . . . , 3
— Sulla partecipazione degli emisferi alle [illegible] delle meningi . . . . . , 877

Indice . . . . . , 1098

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

			ERRATA	CORRIGE
pag.	659	lin. 33:	*der Untergang des*	*des Untergangs der*
„	660	„ 10:	VIII	V
„	661	„ 30:	VIII	V
„	662	„ 25:	Costanzo II	Costante

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXII, DISP. 1ª, 1896-97

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1896

DISTRIBUZIONE DELLE SEDUTE

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

nell'anno 1896-97

divise per Classi

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali	Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
1896 - 15 Novembre	1896 - 22 Novembre
» - 29 »	» - 6 Dicembre
- 13 Dicembre	» - 20 »
» - 27 »	1897 - 3 Gennaio
1897 - 10 Gennaio	» - 17 »
» - 24 »	» - 31 »
- - 7 Febbraio	- - 14 Febbraio
- 21 »	- 28 »
- 7 Marzo	- 14 Marzo
- 21 »	- 28 »
» - 4 Aprile	- 11 Aprile
» - 25 »	» - 2 Maggio
» - 9 Maggio	- 16 »
- 23 »	- - 30 »
- 13 Giugno	» - 20 Giugno

SOMMARIO

ELENCO degli Accademici residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti . . . . . *Pag.* III

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 15 Novembre 1896 . . . . . *Pag.* 1

ZENONI — Ricerche sperimentali sul lavoro muscolare nell'aria compressa 3

GIACOMINI — Anomalie di sviluppo dell'embrione umano 18

BERTINI — Le tangenti multiple della Cayleyana di una quartica piana generale 32

BURALI-FORTI — Le classi finite 34

CANTONI — Sul moto di un dielettrico in un campo magnetico . . 52

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 22 Novembre 1896 . . . . . *Pag.* 66

FERRERO — Parole commemorative su Ernesto CURTIUS 70

CIPOLLA — P. M. Perret e i suoi studi sulla storia franco-veneziana nell'evo medio. 71

FERRERO — Sul corredo dei sepolcreti di Ornavasso 78

PATETTA — Vacella, giureconsulto del secolo XII 89

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 21 Giugno al 15 Novembre 1896 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* 103

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 25 Giugno al 22 Novembre 1896 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) 122

Tip. Vincenzo Bona — Torino.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXII, DISP. 2ª, 1896-97

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1896

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 29 Novembre 1896 . . . . . pag. 135

Guidi — Sul calcolo delle travi a parete piena 137
Ravenè — Sulle perturbazioni prodotte dai piccoli pianeti . . „ 144
Ferraris — Relazione sulla Memoria del Dott. Ing. Luigi Lombardi avente per titolo: " Ricerche sulle sostanze diamagnetiche o debolmente magnetiche „ . . . . . 1[illegible]

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 6 Dicembre 1896 . . . . . pag. 1[illegible]

Boffito — Albigesi a Genova nel secolo XIII 161
Stor. — Una questione tra Carlo III, duca di Savoia, e il p. Ferrante Gonzaga, luogotenente imperiale in Italia, nel 1550 . . . 179

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 15 al 29 Novembre 1896 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . . . . . „ 186

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 28 Novembre al 6 Dicembre 1896 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) 188

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

N. Y. ACADEMY OF SCIENCES.

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXII, Disp. 3ª, 1896-97

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1897

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 13 Dicembre 1896 . . . . . *Pag.* 191

Guareschi — Su alcuni nuovi composti cupro-ammonici . . . 193
Fileti e Ponzio — Trasformazione dei chetoni in α-dichetoni . . . 211
Burali-Forti — Sopra un teorema del sig. G. Cantor . . . 229
Camerano — La struttura e l'evoluzione dei corpuscoli rossi del sangue nei vertebrati . . . 237

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 20 Dicembre 1896 . *Pag.* 240

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 29 Novembre al 13 Dicembre 1896 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) 241
Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 6 al 20 Dicembre 1896 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . 242

La Nuova Sede — Roma

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

N. Y. ACADEMY OF SCIENCES.

VOL. XXXII, DISP. 4ª, 1896-97

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1897

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 13 Dicembre 1896 . . . *Pag.* 245

Spezia — Commemorazione di Gabriele Augusto Daubrée . . . 249
Sabbatani — Di alcuni derivati dell'etere propionilpropionico . . 249
Franchi — Sulla presenza del nuovo minerale *Lawsonite* come elemento costituente in alcune roccie italiane 260
[illegible] . 265

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 20 Dicembre 1896 . . . . . *Pag.* 275

Allievo — Di alcune forme speciali della vita psichica . . 276

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 29 Novembre al 13 Dicembre 1896 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . . . . . „ 300
Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 6 al 20 Dicembre 1896 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) „ 304

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

N. Y. ACADEMY OF SCIENCES.

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXII, Disp. 5ª, 1896-97

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1897

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 10 Gennaio 1897 . . . . . *Pag.* 309

CAMERANO — Ricerche intorno alla struttura della mano e delle ossa pelviche nella *Balaenoptera musculus* 311

FELLINI — Il problema di Pothenot 320

VOLTERRA — Relazione sulla Memoria del Dott. Emilio ARGANO, intitolata: " Sulla deformazione della sfera elastica " 329

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 17 Gennaio 1897 . . . . . *Pag.* 331

ALLIVO — Intorno al libro del prof. D. Carlo CALZI: " Popolo inglese e cattolicismo " 332

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 27 Dicembre 1896 al 10 Gennaio 1897 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* 335

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 3 al 17 Gennaio 1897 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . 336

ATTI

N. Y. ACADEMY OF SCIENCES.

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXII, Disp. 6ª, 1896-97

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1897

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 24 Gennaio 1897 . . . . . *Pag.* 341

PIERI — Sugli enti primitivi della Geometria proiettiva astratta . . . 343
BETTAZZI — Sulla definizione del gruppo finito 352

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 31 Gennaio 1897 356

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 10 al 24 Gennaio 1897 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . . . . „ 357

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 17 al 31 Gennaio 1897 *(Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche)* „ 359

Tip. Vincenzo Bona – Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXII, DISP. 7ª, 1896-97

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1897

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 7 Febbraio 1897 . . . . . *Pag.* 361

GIGLIO-TOS — L'ematopoesi nella lampreda 362

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 14 Febbraio 1897 . . . . . *Pag.* 377

CLARETTA — Relazione sul lavoro del Cav. Giovanni SFORZA: " Francesco Sansovino e le sue opere storiche " 379

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 24 Gennaio al 7 Febbraio 1897 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) 382

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 31 Gennaio al 14 Febbraio 1897 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) 383

Tipografia Reale

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXII, Disp. 8ª, 1896-97

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1897

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 21 Febbraio 1897 . . . *Pag.* 385

Cossa — Sulla costituzione delle combinazioni di platosemiammina . 388
Camerano — Sul " Peripatus Quitensis „ Schmarda . . . . „ 395
Guareschi — Nuove ricerche sulla sintesi dei composti piridinici e la reazione di Hantzsch 399
Quenda — Azione dell'ammoniaca e dell'etere cianacetico sull'etere etilidenacetacetico e sull'aldeide etilica . . . . . „ 407
Pasquali — Azione dell'etere cianacetico e dell'ammoniaca sui chetoni grassi . . . . . „ 419
Grande — Azione dell'etere cianacetico sopra il metiletilchetone in presenza di ammoniaca . . . 434

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 28 Febbraio 1897 . . . . *Pag.* 444

Patetta — Il manoscritto 1317 della Biblioteca di Troyes . . 446
Programma per l'XI Premio Bressa 462

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 7 al 21 Febbraio 1897 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* 465
Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 14 al 28 Febbraio 1897 *(Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche)* . 467

Tip. Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXII, DISP. 9ª, 1896-97

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1897

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 7 Marzo 1897 . . . . . *Pag.* 469

RAMORINO — Sopra alcune proprietà delle curve nello spazio in relazione con la loro curvatura e torsione . . . . . „ 471

SELZIA — Relazione sulla Memoria del Dott. Giuseppe Picco, intitolata: " Sull'origine della magnesite di Casellette (Val di Susa) „ 484

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 14 Marzo 1897 . . . . . *Pag.* 486

CIPOLLA — Alcuni studi per la storia della " saltaria „ in un villaggio del Veronese (1524-1578) . . . . . „ 487

SPAGNOLO — Intorno all'origine dei testi di diritto canonico contenuti in un codice della Capitolare di Verona . . . . . „ 509

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 21 Febbraio al 7 Marzo 1897 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . . . . „ 525

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 28 Febbraio al 14 Marzo 1897 *(Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche)* . . . . . „ 526

Le Venezia [illegible]

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXII, DISP. 10ª, 1896-97

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1897

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

LAMPE — Sur quelques erreurs dans les " Nuove tavole delle funzioni iperboliche " de M. A. FORTI . . . . . *Pag.* 539
ARNÒ — Fasometro delle tangenti 533

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 28 Marzo 1897 . . . . . *Pag.* 537

CLARETTA — Di alcuni agnati di Antonio Rosmini a Torino sul principio del sec. XVIII 539
GABOTTO — Un conflitto giurisdizionale in Piemonte nel 1234 . . 545

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 14 al 28 Marzo 1897 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) , 560

Tip. Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXII, DISP. 11ª, 1896-97

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1897

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 4 Aprile 1897 . . . . . *Pag.* 561

PEANO — Studii di logica matematica 567
SPEZIA — Sull'acqua di cava 584
BATTISTINI e SCOTONI — Ricerche sperimentali sulla tossicità del sangue di animali profondamente anemici 593
OSASCO — Di alcuni Corallari miocenici del Piemonte . . . 640
VOLTERRA — Relazione sulla memoria del Prof. Orazio TEDONE, avente per titolo: " Sulle vibrazioni dei corpi solidi omogenei ed isotropi " . 654

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA dell'11 Aprile 1897 . . . . . *Pag.* 656

FERRERO — I titoli di vittoria di Costantino 657

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 7 Marzo al 4 Aprile 1897 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . 664
Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 28 Marzo all'11 Aprile 1897 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . 667

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXII, Disp. 12ª, 1896-97

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1897

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 25 Aprile 1897 . . . . . *Pag.* 669

BOERIS — Sull'epidoto della Comba di Compare Robert (Avigliana) . 670

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 2 Maggio 1897 . . . . . *Pag.* 681

TAMASSIA — Fonti gotiche della storia longobarda . . . 683

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 4 al 25 Aprile 1897 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . 708

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dall'11 Aprile al 2 Maggio 1897 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . 711

Tip. Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXII, Disp. 13ª, 1896-97

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1897

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 9 Maggio 1897 . . . . . *Pag.* 715

Armonetti — Determinazione relativa della gravità terrestre a Torino fatta nel 1896 mediante l'apparato pendolare di Sterneck . 715

Vailati — Del concetto di centro di gravità nella statica d'Archimede . 742

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 16 Maggio 1897 . . . . . *Pag.* 759

Pascal — La leggenda latina e la leggenda etrusca di Servio Tullio . 760

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 25 Aprile al 9 Maggio 1897 *(Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche)* . 775

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 2 al 16 Maggio 1897 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . 777

Tip. Vincenzo Bona - Torino

N. Y. Academy of Sciences
Rec'd -Nov. 23 '97

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXII, DISP. 14ª, 1896-97

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1897

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 23 Maggio 1897 . . . . . *Pag.* 779

Segre — Intorno ad una mia Memoria " Sulla scomposizione dei punti singolari delle superficie algebriche " 781

Nicoletti — Sulla trasformazione delle equazioni lineari omogenee del secondo ordine a derivate parziali con due variabili indipendenti 790

Roccati — Ricerche sulla provenienza del materiale roccioso della Collina di Torino 816

Rizzo — Ricerche spettroscopiche sull'Argon 820

Mosso — Relazione intorno alla Memoria dei dottori Z. Tarulli e L. Daddi, col titolo " Osservazioni sull'asfissia lenta " . . . 830

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 30 Maggio 1897 . . . . . *Pag.* 841

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 9 al 23 Maggio 1897 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . 842

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 16 al 30 Maggio 1897 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . 847

Tip. Vincenzo Bona - Torino

Rec'd - Nov. 23 97

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXII, Disp. 15ª, 1896-97

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1897

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 13 Giugno 1897 . . . . . *Pag.* 849

Foà — Sulla infiammazione interstiziale . . . . . „ 852

Volterra — Un teorema sugli integrali multipli . . . . „ 859

Cesaris-Demel — Sulla origine infettiva della corea . . . . „ 869

Zenoni — Sulla partecipazione degli endotelii nelle infiammazioni delle meningi . . . . . „ 877

Monticelli — A proposito di una medusa del golfo di Cagliari . „ 888

Battistini e Scofone — Ricerche sperimentali sugli effetti della trasfusione nella anemia da emolisi . . . . . „ 897

Benedicenti — Ricerche sulla tonicità muscolare . . . . „ 924

Vailati — Il principio dei lavori virtuali da Aristotele a Erone di Alessandria . . . . . „ 940

Almansi — Sulla deformazione di una sfera elastica soggetta al calore . „ 963

Niccoletti — Sulla trasformazione delle equazioni lineari omogenee del secondo ordine a derivate parziali con due variabili indipendenti. Nota II . . . . . „ 970

Campetti — Dell'influenza della temperatura sulla velocità degli ioni . „ 997

Garbasso — Sopra un sistema diciclico imperfetto, che rappresenta una coppia di circuiti forniti di induzione e di capacità . . „ 1008

Rizzo — Valori assoluti e variazioni secolari degli elementi del magnetismo terrestre a Torino . . . . . „ 1022

Raimi — Efemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1898 . . . . . „ 1034

Gibelli — Relazione del lavoro del Dott. Saverio Belli, col titolo: " Hieracium di Sardegna. Rivista critica delle specie enumerate nella Flora Sardoa di Moris e nel ' Catalogue raisonné ' de W. Barbey, ecc. . . . . „ 1051

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 20 Giugno 1897 . . . . . *Pag.* 1053

Cipolla — L'impresa di Luigi XII contro Lodovico Sforza narrata da L. G. Pélissier . . . . . „ 1055

Di un falso diploma di Berengario I . . . . . „ 1061

Claretta — Sunto della memoria: " Notizie per servire alla vita del gran cancelliere di Carlo V Mercurino di Gattinara „ . . . „ 1079

Classi unite.

ADUNANZA del 20 Giugno 1897 . . . . . *Pag.* 1082

Nani — Relazione della commissione dei premii Gautieri . . . „ 1082

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 23 Maggio al 13 Giugno 1897 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . 1093

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 30 Maggio al 20 Giugno 1897 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . 1096

Indice del volume XXXII . . . . . „ 1098

Tip. Vincenzo Bona — Torino

Atti R.Accad. Sc

JAN 22 1957

AMNH LIBRARY
100125255